

PREZIME I IME:

GRUPA:

VJEROJATNOST I STATISTIKA

06.06.2016.

1. **a)** (10 bodova) Imamo 6 loptica različitih boja koje raspoređujemo u 5 kutija tako da u svaku kutiju možemo staviti proizvoljan broj loptica. Kolika je vjerojatnost da u trećoj kutiji imamo točno dvije loptice različitih boja? Kolika je vjerojatnost da su sve kuglice raspoređene u različite kutije?
- b)** (10 bodova) U tri jednake vaze nalaze se samo crvene i bijele ruže. U prvoj vazi je jednak broj crvenih i bijelih, u drugoj vazi je 20% crvenih i 80% bijelih ruža, dok je u trećoj vazi 40% crvenih i ostatak bijelih ruža. Kristina odabire prvu vazu s vjerojatnošću 0.2, a između ostale dvije vaze bira s jednakim vjerojatnostima. Kolika je vjerojatnost da je Kristina izvukla bijelu ružu?

2. **a)** (6 boda) Kolika je vjerojatnost da tek u 5. bacanju simetrične kockice dobijemo šesticu?
- b)** (14 bodova) Dana je funkcija distribucije slučajne varijable X :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{3}{5}(\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + x) & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$$

Odredite funkciju gustoće varijable X . Izračunajte očekivanu vrijednost i varijancu slučajne varijable X .

3. **a)** (6 bodova) Tlačna čvrstoća betonskih kocki je normalno distribuirana varijabla s očekivanom vrijednosti od 60.14 N/mm^2 i standardnom devijacijom 5.02 N/mm^2 . Kolika je vjerojatnost da će tlačna čvrstoća betona biti manja od 48 N/mm^2 ?
- b)** (14 bodova) Bacamo dvije kocke. Definiramo slučajne varijable X = "manji od brojeva koji su pali" i

$$Y = \begin{cases} 0, & \text{ako je zbroj brojeva na obje kocke paran} \\ 1, & \text{ako je zbroj brojeva na obje kocke neparan} \end{cases}$$

Odredite marginalne funkcije gustoće varijabli X i Y . Jesu li slučajne varijable X i Y nezavisne?

Izračunajte očekivanu vrijednost i varijancu slučajne varijable $Z = 3X - 1$.

4. (15 bodova) Mjerenjem neprekidne slučajne varijable X dobiveni su podaci:

x_k	0-10	10-20	20-30	30-40
f_k	6	12	14	4

Izračunajte uzoračku aritmetičku sredinu i (korigiranu) standardnu devijaciju. Skicirajte histogram danih podataka.

5. **a)** (13 bodova) Proizvođač šampona zna da kupci vole puno pjene. Uzet je uzorak od 10 bočica šampona i dobivena su mjerenja visine pjene (u milimetrima) koja nastaje šamponom: 210, 215, 194, 195, 211, 201, 198, 204, 208, 196. Uz pretpostavku da je visina pjene normalno distribuirana, izračunajte 95% pouzdani interval za očekivanu visinu pjene.
- b)** (12 bodova) U analizi odnosa između čistoće kisika proizvedenog u kemijskom procesu destilacije i postotka ugljikovodika prisutnih u glavnom kondenzatoru za destilaciju korišten je model jednostavne linearne regresije (pri čemu je zavisna varijabla čistoća kisika). Na 20 mjerenja dobiveni su sljedeći rezultati:
 $\sum_{i=1}^{20} x_i = 23.92$, $\sum_{i=1}^{20} y_i = 1843.21$, $\sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 10.17744$,
 $\sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 = 0.68088$, $\sum_{i=1}^{20} (y_i - \bar{y})^2 = 173.37689$.
Odredite koeficijent korelacije i pravac najboljeg pristajanja.