

PREZIME I IME:

GRUPA:

VJEROJATNOST I STATISTIKA

10.02.2016. A

1. **a)** (10 bodova) Biramo nasumce točke iz pravokutnika $\Omega = [-2, 2] \times [0, 2]$. Kolika je vjerojatnost da ćemo odabrati točku iz skupa $A = \{(x, y) \in \Omega : y \leq x^2\}$.
- b)** (10 bodova) U nekom gradu tokom svibnja vrijeme je svaki dan sunčano ili kišno. Vjerojatnost da je vrijeme sunčano je 0.8. Kristina je veliki ljubitelj sladoleda i kad je vrijeme sunčano sigurno izlazi na sladoled, a kad je vrijeme kišno onda je vjerojatnost da izađe na sladoled jednaka 0.2. Ako znamo da je Kristina bila na sladoledu, kolika je vjerojatnost da je bilo kišno vrijeme?

2. **a)** (6 boda) Bacamo simetričnu kockicu. Kolika je vjerojatnost da ćemo tek u petom bacanju dobiti prvu šesticu?
- b)** (14 bodova) Dana je funkcija gustoće slučajne varijable X :

$$f(x) = \begin{cases} C(\sqrt{x} + 1) & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{inače} \end{cases}$$

Izračunajte konstantu C . Odredite funkciju distribucije varijable X . Izračunajte $\mathbb{P}(X > 0.5)$.

3. **a)** (8 bodova) Vrijeme trajanja toster je eksponencijalno distribuirana slučajna varijabla X s očekivanjem 280 dana. Kolika je vjerojatnost da će toster trajati dulje od 285 dana? Kolika je vjerojatnost da će se toster pokvariti unutar prvih 270 dana?
- b)** (12 bodova) Dan je dvodimenzionalni slučajni vektor

$$(X, Y) \sim \begin{pmatrix} X \backslash Y & -1 & 1 \\ 0 & 0.2 & 0.1 \\ 1 & 0.1 & 0.2 \\ 2 & 0 & 0.4 \end{pmatrix}.$$

Odredite marginalne funkcije gustoće varijabli X i Y . Jesu li slučajne varijable X i Y nezavisne?

Izračunajte očekivanu vrijednost i varijancu slučajne varijable $Z = 2Y - 5$.

4. (15 bodova) Mjerenjem neprekidne slučajne varijable X dobiveni su podaci:

x_k	0-10	10-20	20-30	30-40
f_k	7	13	15	5

Izračunajte uzoračku aritmetičku sredinu i (korigiranu) standardnu devijaciju. Skicirajte histogram danih podataka.

5. **a)** (13 bodova) Proučava se kontaminacija živom u riječnoj ribi zvanoj pastrvski grgeč. U mišičnim tkivima 53 ribe izmjerena je prosječna količina žive od 0.5250 ppm i korigirana standardna devijacija od 0.3486 ppm. Na razini značajnosti od 1% testirajte tvrdnju da je očekivana količina žive manja od 0.5300 ppm i obrazložite ishod testa.
- b)** (12 bodova) U analizi odnosa između temperature podloge i neravnosti kolnika korišten je model jednostavne linearne regresije (pri čemu je zavisna varijabla neravnost kolnika). Na 20 mjerenja dobiveni su sljedeći rezultati: $S_{XX} = 33991.6$, $S_{XY} = 141.445$, $S_{YY} = 0.7319$, $\sum x_i = 1478$, $\sum y_i = 12.75$.
Odredite koeficijent korelacije i pravac najboljeg pristajanja.