

- (10 bodova) Izračunajte temperaturu izoliranog štapa duljine  $l = 7$ , toplinskog kapaciteta  $\gamma = 1.5$  i koeficijenta provođenja  $\delta = 6$  ako je inicijalna distribucija topline dana s  $g(x) = \sin 2\pi x + \frac{5}{7}x - 1.5$ . Rubni uvjeti su:  $u(0, t) = -1.5$  i  $u(7, t) = 3.5$ .
- a) (7 bodova) Teška žica duljine  $l = 7$  napeta je horizontalno utegom mase  $M = 7$  na desnom kraju i ima linijsku gustoću  $\rho = 5$ . Drugi kraj je slobodan. Pronađite ravnotežni položaj žice ako je koeficijent elastičnosti sredstva  $q = 0$ .  
b) (8 bodova) Odredite ravnotežni oblik homogene kružne membrane radijusa  $R = 7$  napete s napetošću  $p = 2$  i površinske gustoće  $\rho = 10$  ako na membranu djeluje vanjska sila gustoće  $f(r) = r^{\frac{5}{3}}$  uz rubni uvjet  $u|_{r=7} = 2$ .
- (15 bodova) Metodom konačnih elemenata pronadite numeričke vrijednosti ravnotežnog stanja žice:  $(\cos x u'(x))' + x = 0$  na  $[0, \pi]$ ,  $h = \frac{\pi}{5}$  uz rubne uvjete  $u(0) = u'(\pi) = 0$ .
- (10 bodova) Metodom konačnih diferencija odredite numeričke vrijednosti progiba žice za prva četiri vremenska koraka:  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 9 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  na  $[0, 3]$  ako je  $h = 0.75$ ,  $\tau = 0.25$  uz rubne uvjete  $u(0, t) = u(3, t) = 0$ ,

$$u(x, 0) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}, & 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

$$\text{i } \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = \sin(\pi x).$$