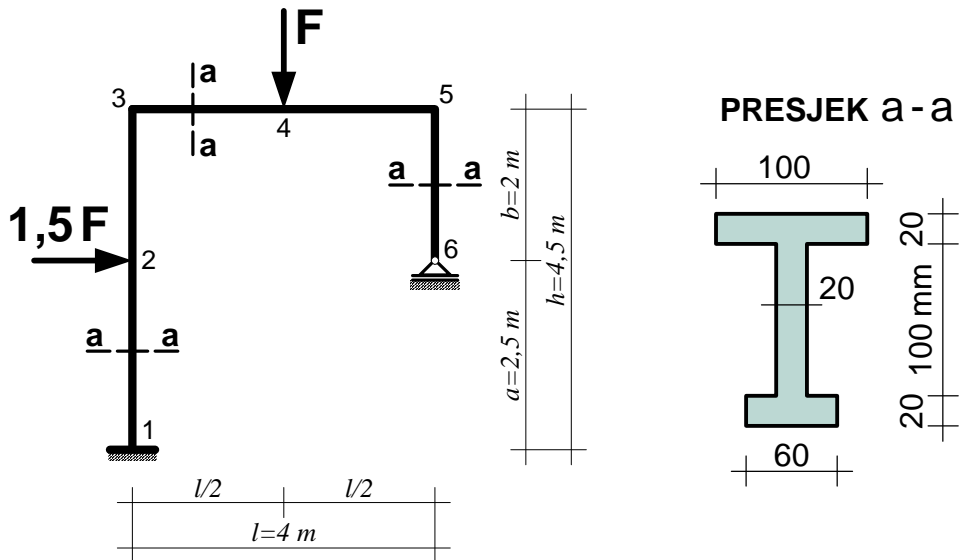


TEORIJA PLASTIČNOSTI

ZADATAK 13.

Za zadani okvir konstantnog poprečnog presjeka koji je opterećen prema slici, treba po teoriji plastičnosti odrediti dopuštenu veličinu sile **F**.

- Zadano je: - granica tečenja materijala $\sigma_T = 230 \text{ MPa}$
 - koeficijent sigurnosti $k = 1,80$.

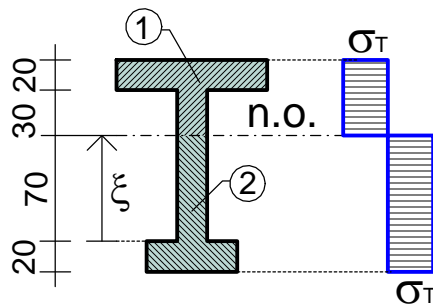


Najprije ćemo odrediti **granični moment** ili **moment plastičnosti poprečnog presjeka**.

Površina poprečnog presjeka: $A = 60 \cdot 20 + 20 \cdot 100 + 100 \cdot 20 = 5200 \text{ mm}^2$

U graničnom stanju neutralna os dijeli poprečni presjek na dva jednaka dijela: $A_1 = A_2 = \frac{A}{2}$

Položaj neutralne osi: $A_2 = \frac{A}{2} = 60 \cdot 20 + 20 \cdot \xi = \frac{5200}{2} = 2600 \text{ mm}^2 \Rightarrow \underline{\xi = 70 \text{ mm}}$



Moment plastičnosti dobijemo iz izraza: $M_{pl} = \sigma_T \cdot W_{pl}$, gdje je W_{pl} **plastični moment otpora** presjeka pri savijanju.

Plastični moment otpora dobijemo zbrajanjem apsolutnih vrijednosti **statičkih momenata** vlačne i tlačne zone s obzirom na neutralnu os:

$$W_{pl} = S_1 + S_2$$

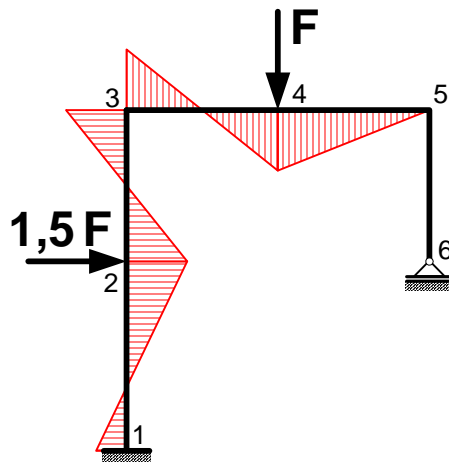
$$W_{pl} = (100 \cdot 20 \cdot 40 + 20 \cdot 30 \cdot 15) + (60 \cdot 20 \cdot 80 + 20 \cdot 70 \cdot 35) = 89000 + 145000 = 234000 \text{ mm}^3$$

Tako je granični moment ili moment plastičnosti zadanog poprečnog presjeka:

$$M_{pl} = \sigma_T \cdot W_{pl} = 230 \cdot 234000 = 53,82 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = \underline{53,82 \text{ kNm}}$$

Zadani okvir je jedan put statički neodređen, da bi se pretvorio u kinematički mehanizam, potrebno je da se pojave dva plastična zgloba.

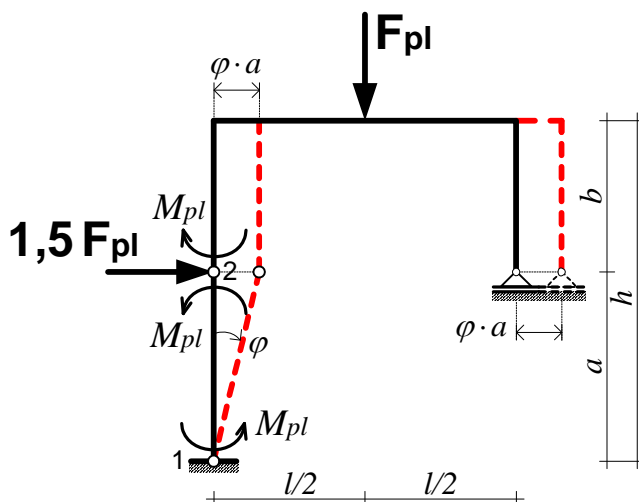
Oblik dijagrama momenata savijanja prikazan je na donjoj slici.



Plastični zglobovi se mogu pojaviti u 4 presjeka 1, 2, 3 i 4, a dovoljna su 2 da dobijemo kinematički mehanizam. Iz toga proizlazi da je moguće 6 kombinacija sa 2 zgloba.

Razmatramo te **varijante graničnih stanja**.

1. VARIJANTA Pretpostavimo da su se plastični zglobovi formirali u presjecima 1 i 2. Kinematički moguće stanje prikazano je isprekidanom linijom.



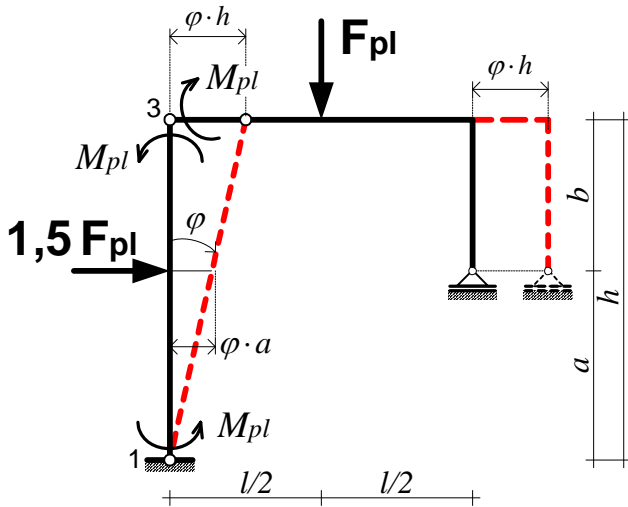
Principom virtualnih radova dobivamo:

$$1,5 \cdot F_{pl} \cdot \varphi \cdot a - 2 \cdot M_{pl} \cdot \varphi = 0$$

$$F_{pl} = \frac{2 \cdot M_{pl}}{1,5 \cdot a} = \frac{2 \cdot 53,82}{1,5 \cdot 2,5} = \underline{28,704 \text{ kN}}$$

2. VARIJANTA

Pretpostavimo da su se plastični zglobovi formirali u presjecima 1 i 3. Kinematički moguće stanje prikazano je isprekidanom linijom.



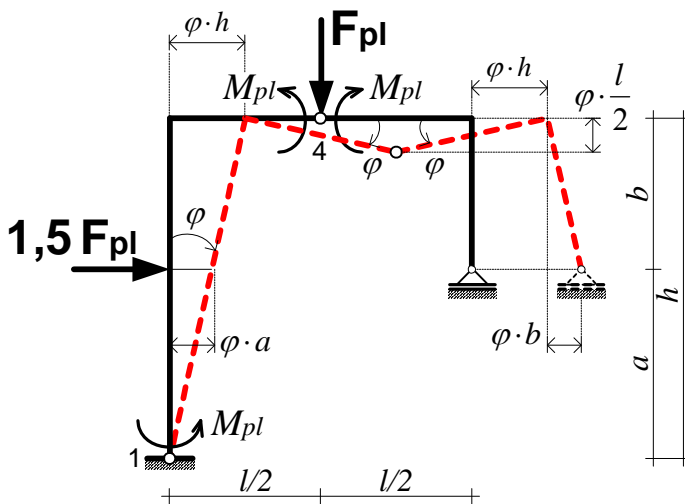
Principom virtualnih radova dobivamo:

$$1,5 \cdot F_{pl} \cdot \varphi \cdot a - 2 \cdot M_{pl} \cdot \varphi = 0$$

$$F_{pl} = \frac{2 \cdot M_{pl}}{1,5 \cdot a} = \frac{2 \cdot 53,82}{1,5 \cdot 2,5} = \underline{28,704 \text{ kN}}$$

3. VARIJANTA

Pretpostavimo da su se plastični zglobovi formirali u presjecima 1 i 4.



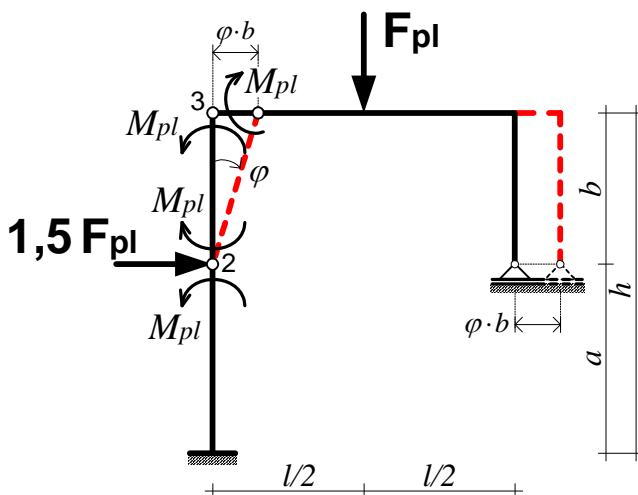
Principom virtualnih radova dobivamo:

$$1,5 \cdot F_{pl} \cdot \varphi \cdot a + F_{pl} \cdot \varphi \cdot \frac{l}{2} - 3 \cdot M_{pl} \cdot \varphi = 0$$

$$F_{pl} = \frac{3 \cdot M_{pl}}{1,5 \cdot a + \frac{l}{2}} = \frac{3 \cdot 53,82}{1,5 \cdot 2,5 + \frac{4}{2}} = \underline{28,08 \text{ kN}}$$

4. VARIJANTA

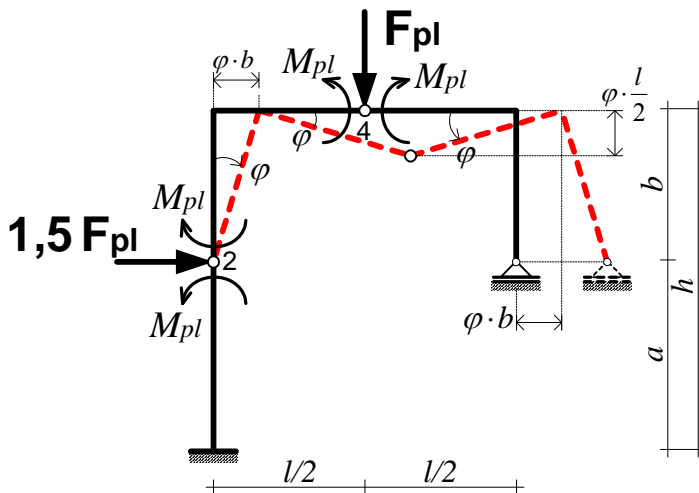
Pretpostavimo da su se plastični zglobovi formirali u presjecima 2 i 3.



Ovakav kinematički mehanizam nije moguć jer nema rada vanjskih sila !!!

5. VARIJANTA

Pretpostavimo da su se plastični zglobovi formirali u presjecima 2 i 4. Kinematički moguće stanje prikazano je isprekidanom linijom.



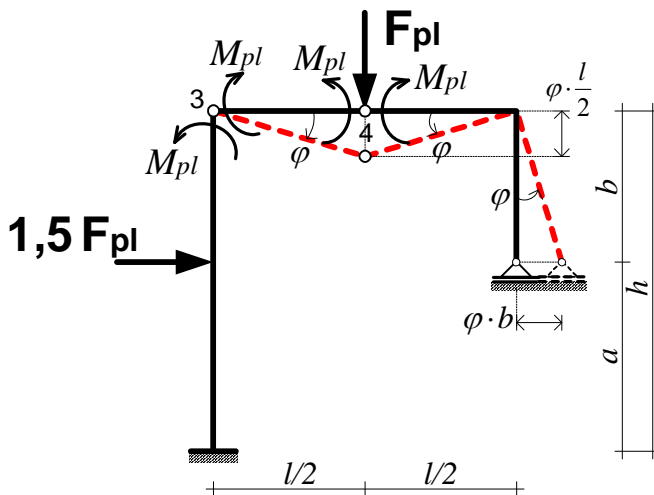
Principom virtualnih radova dobivamo:

$$F_{pl} \cdot \varphi \cdot \frac{l}{2} - 3 \cdot M_{pl} \cdot \varphi = 0$$

$$F_{pl} = \frac{3 \cdot M_{pl}}{\frac{l}{2}} = \frac{3 \cdot 53,82}{\frac{4}{2}} = \underline{80,73 \text{ kN}}$$

6. VARIJANTA

Pretpostavimo da su se plastični zglobovi formirali u presjecima 3 i 4. Kinematički moguće stanje prikazano je isprekidanom linijom.



Principom virtualnih radova dobivamo:

$$F_{pl} \cdot \varphi \cdot \frac{l}{2} - 3 \cdot M_{pl} \cdot \varphi = 0$$

$$F_{pl} = \frac{3 \cdot M_{pl}}{\frac{l}{2}} = \frac{3 \cdot 53,82}{\frac{4}{2}} = \underline{80,73 \text{ kN}}$$

Granično opterećenje sistema je:

$$F_{pl} = F_{pl}^{\min} = \underline{28,08 \text{ kN}} \quad - \text{3. varijanta pojavljivanja plastičnih zglobova je mjerodavna !!}$$

Dopušteno opterećenje sistema iznosi:

$$F_{dop} = \frac{F_{pl}^{\min}}{k} = \frac{28,08}{1,80} = \underline{15,60 \text{ kN}}.$$