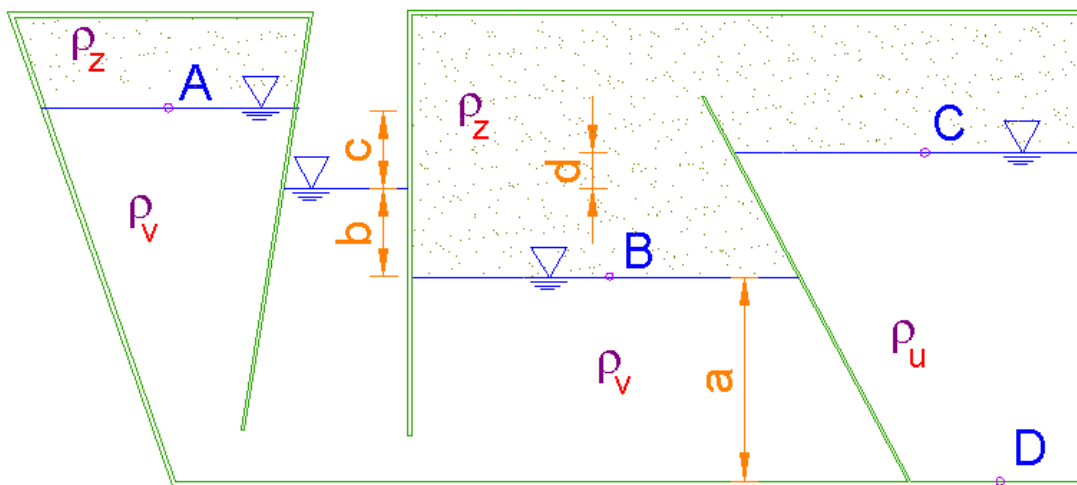


HIDROSTATIKA

1. Posuda poprečnog presjeka kao na slici napunjena je nestlačivim tekućinama, i to vodom gustoće $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ i uljem gustoće $\rho_u = 900 \text{ kg/m}^3$ te stlačivim zrakom zanemarive gustoće $\rho_z = 0 \text{ kg/m}^3$. Potrebno je odrediti tlakove u točkama A, B, C i D.

Zadano je: $a = 1 \text{ m}$; $b = 0,6 \text{ m}$; $c = 0,6 \text{ m}$; $d = 0,3 \text{ m}$



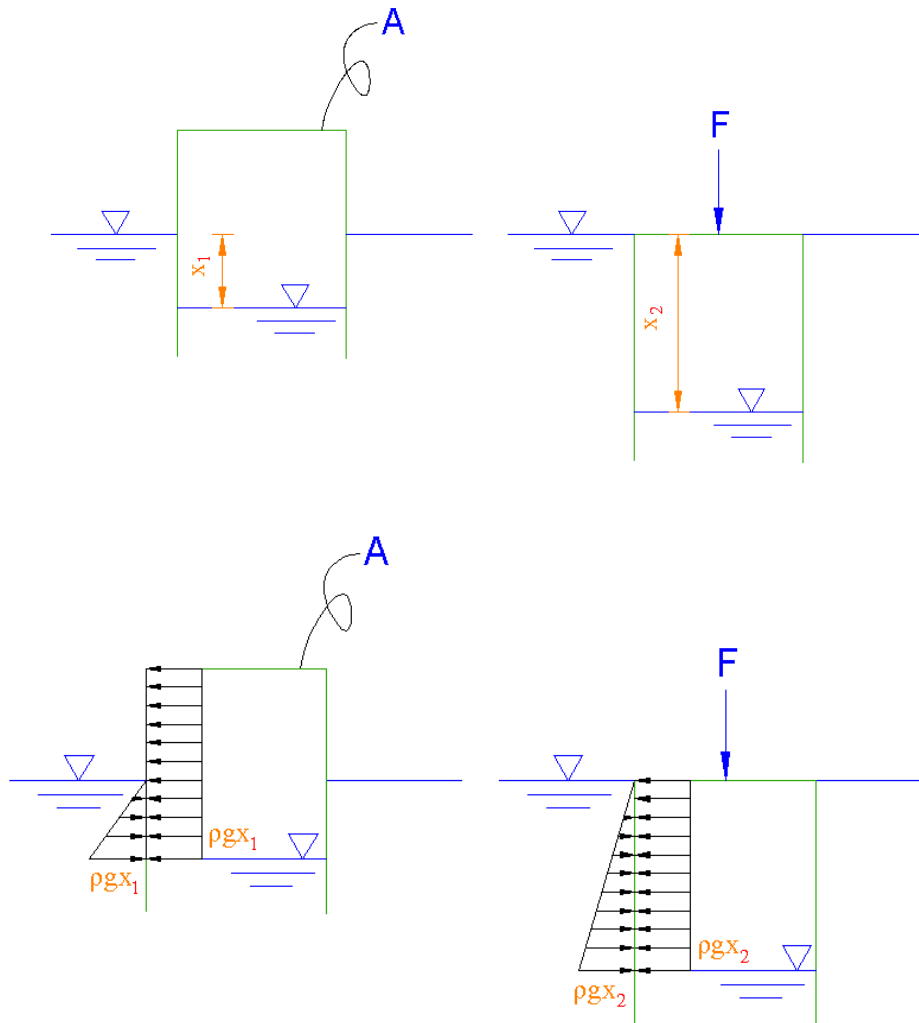
$$p_A = -\rho_v \cdot g \cdot c = -5,89 \text{ kPa}$$

$$p_B = \rho_v \cdot g \cdot b = 5,89 \text{ kPa}$$

$$p_C = p_B = 5,89 \text{ kPa}$$

$$p_D = p_C + \rho_u \cdot g \cdot (a + b + d) = 5,89 + 0,9 \cdot 9,81 \cdot (1 + 0,6 + 0,3) = 22,67 \text{ kPa}$$

2. Cilindrična posuda težine G ima otvor s donje strane i uronjena je u vodu gustoće $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ pri čemu se ravnoteža postiže kada vodno lice unutar posude postane $x_1 = 0,5 \text{ m}$ niže od razine vodnog lica van posude (slika lijevo). Ako se primjeni dodatna sila F (slika desno), moguće je dodatno uroniti posudu tako da se gornja površina posude $A = 5 \text{ m}^2$ nalazi u istoj razini sa okolnom vodom pri čemu je vodno lice unutar posude sniženo za $x_2 = 1 \text{ m}$ u odnosu na vodno lice izvan posude. Potrebno je odrediti težinu posude G i silu F te nacrtati dijagrame raspodjele hidrostatskih tlakova po unutarnjim i vanjskim konturama posude za prvi (samo G) i drugi ($G+F$) slučaj.



Prvi slučaj

$$p_1 = \rho g x_1 = 4,905 \text{ kPa}$$

$$G = p_1 \cdot A = 24,53 \text{ kN}$$

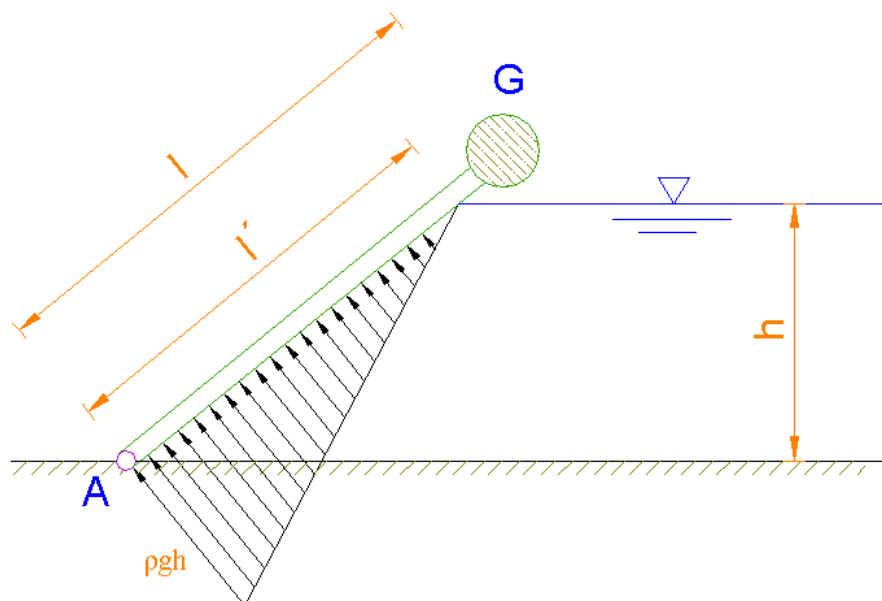
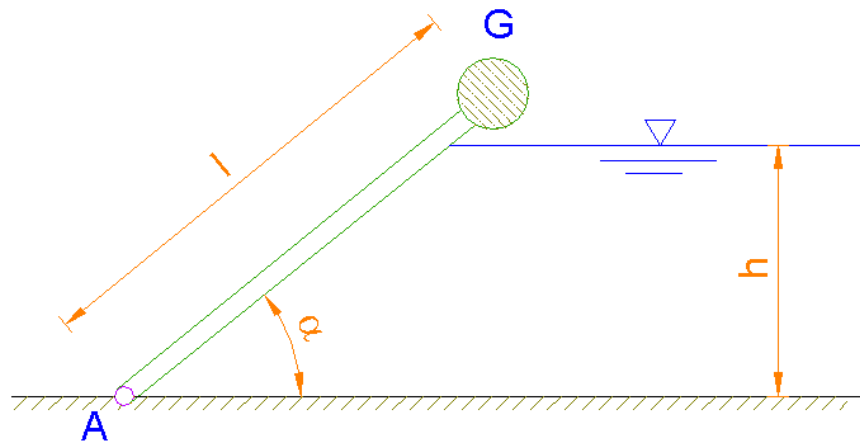
Drugi slučaj

$$p_2 = \rho g x_2 = 9,81 \text{ kPa}$$

$$G + F = p_2 \cdot A \quad \rightarrow \quad F = 24,53 \text{ kN}$$

3. Ploča širine B zanemarive je debljine i težine, a na njezinom vrhu nalazi se kugla težine G . Potrebno je odrediti težinu kugle G , ako se ona shvati kao koncentrirana sila na udaljenosti l od zgloba "A". Ploča s kuglom nalazi se u ravnoteži s hidrostatskim djelovanjem vode. Potrebno je nacrtati dijagram raspodjele tlakova po uronjenom dijelu ploče.

Zadano je: $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$; $\alpha = 40^\circ$; $h = 5 \text{ m}$; $B = 3 \text{ m}$; $l = 8 \text{ m}$



$$\sum M_{(A)} = 0$$

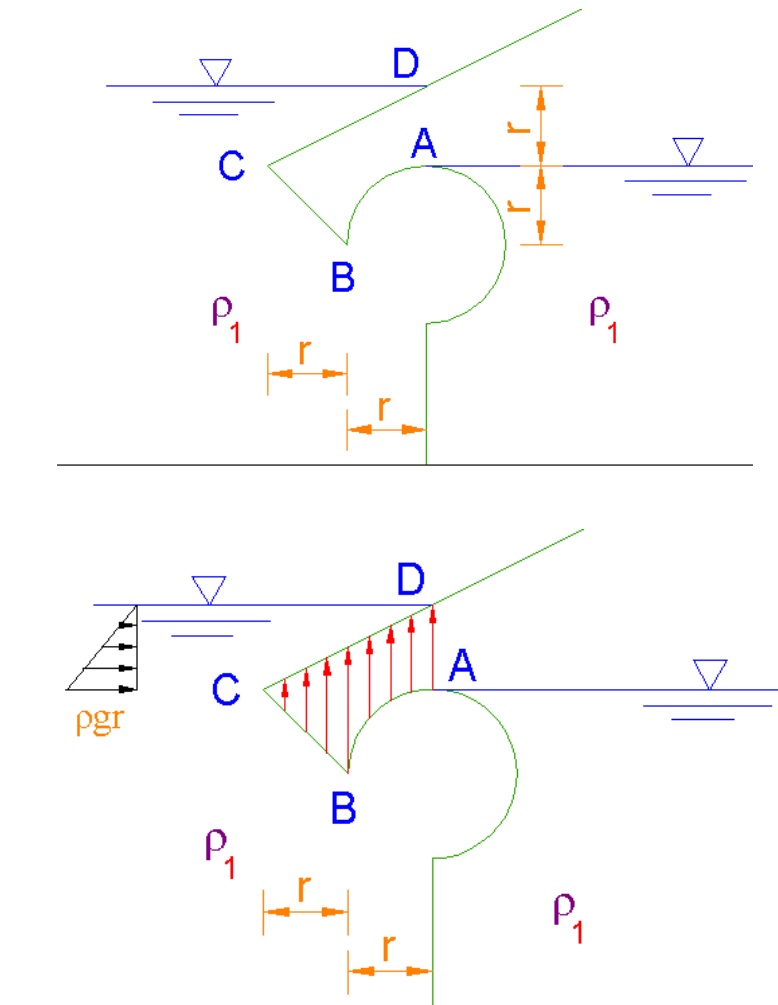
$$l \cdot \cos \alpha \cdot G - \rho g h \cdot \frac{1}{2} l' \cdot B \cdot \frac{l'}{3} = 0$$

$$8 \cdot G \cdot \cos 40^\circ - 1000 \cdot 9,81 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{\sin 40^\circ} \cdot 3 \cdot \frac{5}{\sin 40^\circ \cdot 3} = 0$$

$$G = \frac{1483932,1}{6,13} = 242077 \text{ N} = 242,1 \text{ kN}$$

4. Izračunaj horizontalnu i vertikalnu komponentu te rezultantu hidrostatskog djelovanja na površinu A-B-C-D kojoj je širina $B = 2$ m. Nacrtati ukupne dijagrame raspodjele tlakova u horizontalnom i vertikalnom smjeru.

Zadano je: $r = 2$ m; $\rho_1 = 1000$ kg/m³



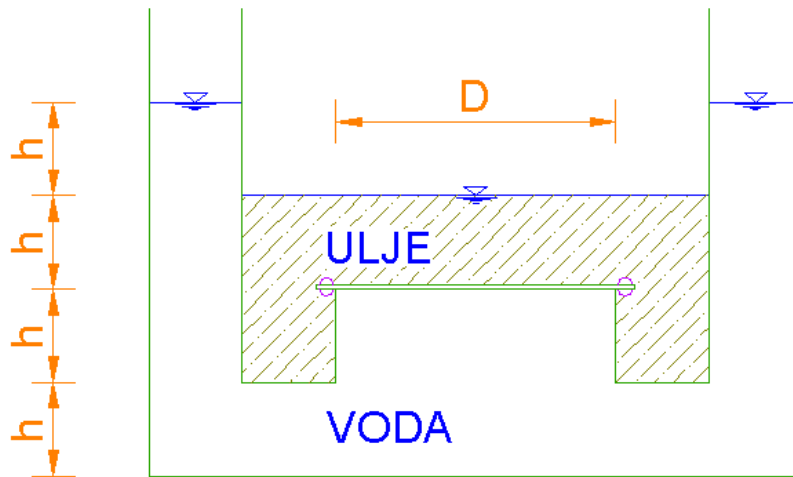
$$F_H = \rho_1 g r \cdot r \frac{1}{2} \cdot B = 39,24 \text{ kN}$$

$$F_V = \rho_1 g V = \rho_1 g \left[\left(r \cdot 2r \cdot \frac{1}{2} + r^2 \cdot \frac{1}{2} + \left(r^2 - \frac{r^2 \pi}{4} \right) \right) \cdot B \right] = 134,56 \text{ kN}$$

$$F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} = 139,89 \text{ kN}$$

5. Kružni poklopac pričvršćen je spojnim sredstvima kao na slici. Promjer poklopca je $D = 3$ m. Odredi silu u spojnim sredstvu.

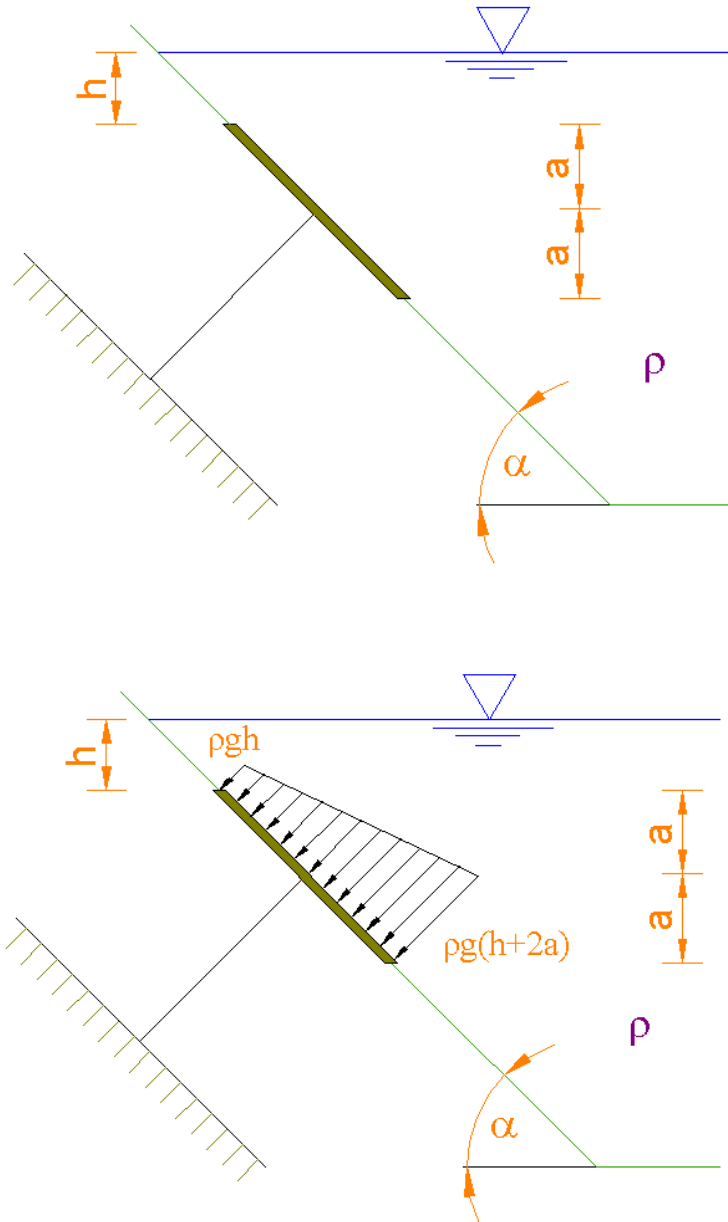
Zadano je: $\rho_u = 800 \text{ kg/m}^3$; $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$; $h = 1$ m



$$\begin{aligned}
 F &= F_{\text{voda}} - F_{\text{ulje}} \\
 &= \rho_v \cdot g \cdot 2h \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} - \rho_u \cdot g \cdot h \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \\
 &= \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \cdot g \cdot (\rho_v \cdot 2 - \rho_u \cdot 1) \\
 &= 83,21 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

6. Potrebno je odrediti maksimalnu razinu vode h iznad kružnog poklopca ortogonalno oslonjenog na štap u kojem je maksimalna dozvoljena tlačna sila $F_{\text{štap max}} = 100 \text{ kN}$.

Zadano je: $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$; $a = 1 \text{ m}$; $\alpha = 45^\circ$



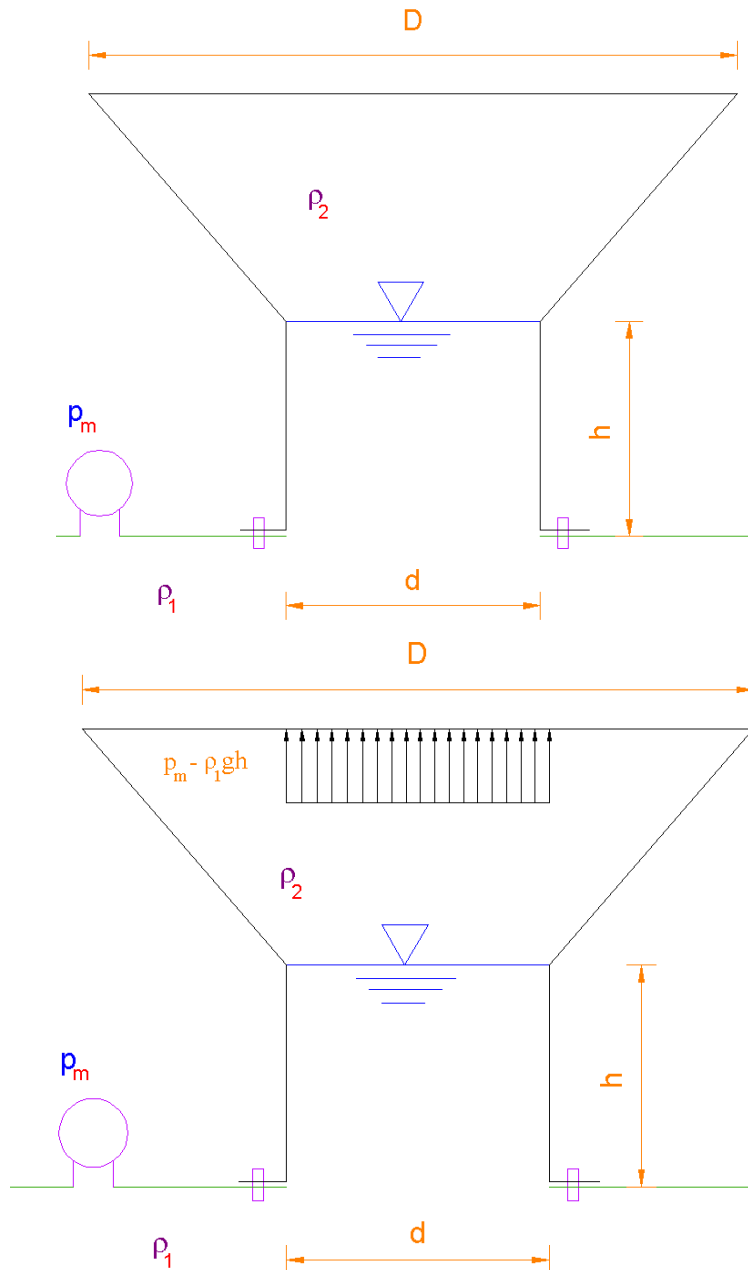
$$r_{\text{poklopca}} = \sqrt{2}a = 1,41 \text{ m}$$

$$F_{\text{štap max}} = \rho g (h + a) \cdot r_{\text{poklopca}}^2 \pi = 100000 \text{ N}$$

$$h = \frac{100000}{9,81 \cdot 1000 \cdot 1,41^2 \cdot \pi} - 1 = 0,632 \text{ m}$$

7. Potrebno je odrediti ukupnu silu koju treba preuzeti spojnim sredstvom da ne dođe do odvajanja poklopca sa slike od ostalog djela konstrukcije. Nacrtati rezultatni dijagram vertikalne komponente hidrostatskog tlaka na konturu poklopca.

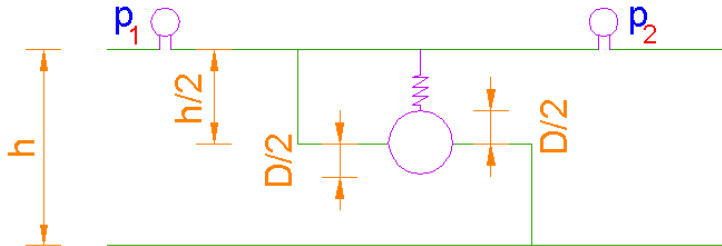
Zadano je: $D = 2 \text{ m}$; $d = 1 \text{ m}$; $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$; $\rho_2 = 0$; $p_m = 19,62 \text{ kPa}$; $h = 1 \text{ m}$



$$F_{ukupno} = (p_m - \rho_1 \cdot g \cdot h) \cdot \frac{d^2 \pi}{4} = (19,62 - 9,81 \cdot 1) \cdot \frac{1^2 \pi}{4} = 7,7 \text{ kN}$$

8. Treba odrediti razliku tlakova p_1 i p_2 kojom će se ostvariti tlačna sila u opruzi $F = 400$ N na koju je pričvršćen kuglasti zatvarač promjera D . Pretpostaviti da je težina kugle zanemarivo mala i da je brtvljenje idealno.

Zadano je: $h = 1,5$ m; $D = 0,5$ m



Slučaj a): Sustav je napunjen plinom zanemarive gustoće

$$F = \Delta p \cdot A = (p_1 - p_2) \cdot \frac{D^2 \pi}{4}$$

$$400 = (p_1 - p_2) \cdot \frac{0,5^2 \pi}{4}$$

$$(p_1 - p_2) = \frac{400 \cdot 4}{0,5^2 \pi} = 2037,18 \text{ Pa}$$

$$p_1 = p_2 + 2037,18 \text{ Pa}$$

Slučaj b): Sustav je napunjen vodom gustoće $\rho = 1000$ kg/m³

$$F = F_{\text{odozdo}} - F_{\text{odozgo}}$$

$$F = \left[\left(p_1 + \rho g \frac{h}{2} \right) \cdot \frac{D^2 \pi}{4} + \rho g \frac{D^3 \pi}{12} \right] - \left[\left(p_2 + \rho g \frac{h}{2} \right) \cdot \frac{D^2 \pi}{4} - \rho g \frac{D^3 \pi}{12} \right]$$

$$F = p_1 \cdot \frac{D^2 \pi}{4} + \rho g \frac{h}{2} \cdot \frac{D^2 \pi}{4} + \rho g \frac{D^3 \pi}{12} - p_2 \cdot \frac{D^2 \pi}{4} - \rho g \frac{h}{2} \cdot \frac{D^2 \pi}{4} + \rho g \frac{D^3 \pi}{12}$$

$$F = p_1 \cdot \frac{D^2 \pi}{4} - p_2 \cdot \frac{D^2 \pi}{4} + \rho g \frac{D^3 \pi}{6}$$

$$F = (p_1 - p_2) \cdot \frac{D^2 \pi}{4} + \rho g \frac{D^3 \pi}{6}$$

$$400 = (p_1 - p_2) \cdot \frac{0,5^2 \pi}{4} + 1000 \cdot 9,81 \cdot \frac{0,5^3 \pi}{6}$$

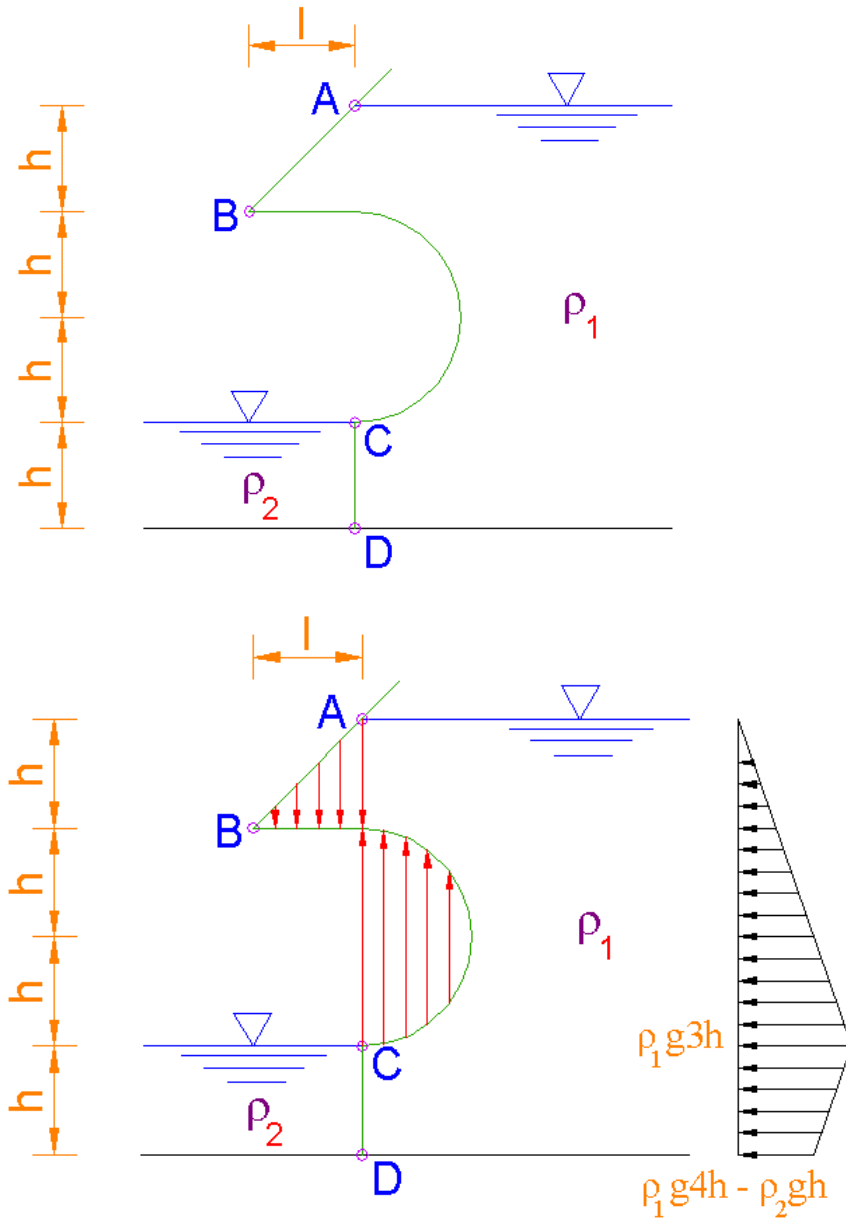
$$400 = 0,196(p_1 - p_2) + 642,063$$

$$(p_1 - p_2) = \frac{400 - 642,063}{0,196} = -1235,01 \text{ Pa}$$

$$p_1 = p_2 - 1235,01 \text{ Pa}$$

9. Izračunaj horizontalnu i vertikalnu komponentu sile hidrostatskog djelovanja na 1 m širine konture A-B-C-D sa slike. Nacrtaj horizontalne i vertikalne komponente rezultantnog dijagrama tlaka na konturu A-B-C-D.

Zadano je: $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$; $\rho_2 = 2000 \text{ kg/m}^3$; $h = 1 \text{ m}$ $l = 1 \text{ m}$.

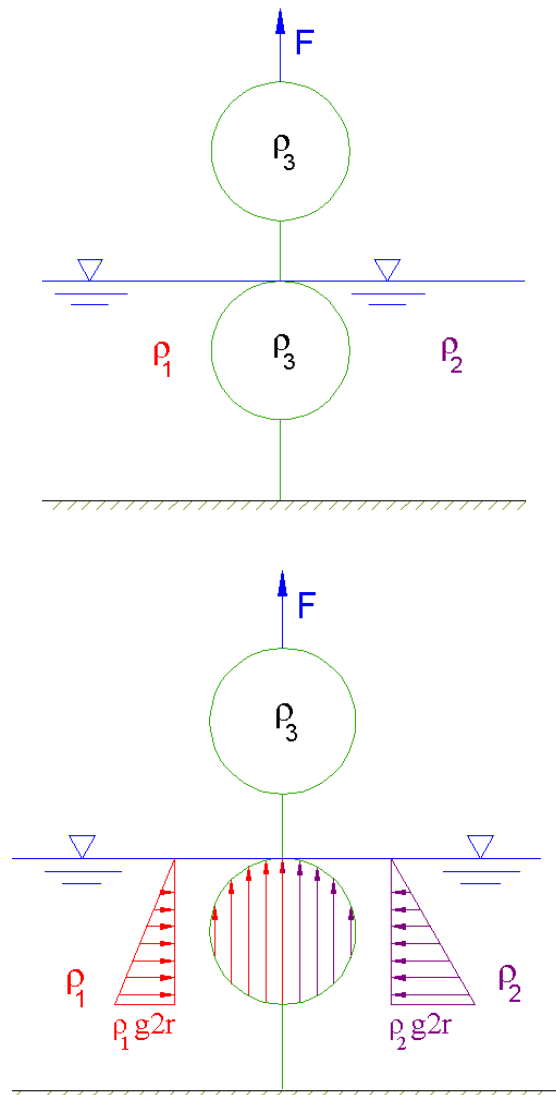


$$F_H = -\rho_1 g 4h \cdot 4h \cdot \frac{1}{2} + \rho_2 g h \cdot h \cdot \frac{1}{2} = -1000 \cdot 9,81 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} + 2000 \cdot 9,81 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = -68670 \text{ N}$$

$$F_V = \rho_1 g \left(-\frac{h \cdot l}{2} + \frac{h^2 \cdot \pi}{2} \right) = 1000 \cdot 9,81 \left(-\frac{1 \cdot 1}{2} + \frac{1^2 \cdot \pi}{2} \right) = 10504,5 \text{ N}$$

10. Potrebno je odrediti vertikalnu komponentu sile F koja će biti potrebna za početak podizanja dvaju valjaka, povezanih metalnom pločom koja odvaja tekućine gustoće ρ_1 i ρ_2 kao na slici. Radijus valjka je $r = 0,5$ m, a duljina valjka je $l = 1,5$ m. Potrebno je nacrtati dijagrame komponenti hidrostatskih tlakova konturi uronjenog valjka. Zanemariti težinu spojne ploče.

Zadano je: $\rho_1 = 950 \text{ kg/m}^3$; $\rho_2 = 1050 \text{ kg/m}^3$; $\rho_3 = 1200 \text{ kg/m}^3$



$$V_{VALJKA} = r^2 \pi l = 0,5^2 \cdot \pi \cdot 1,5 = 1,18 \text{ m}^3$$

$$F = (\rho_3 \cdot V_{VALJKA} \cdot g) \cdot 2 - \rho_1 \cdot g \cdot \frac{V_{VALJKA}}{2} - \rho_2 \cdot g \cdot \frac{V_{VALJKA}}{2}$$

$$F = (1,2 \cdot 1,18 \cdot g) \cdot 2 - 0,95 \cdot g \cdot 0,59 - 1,05 \cdot g \cdot 0,59$$

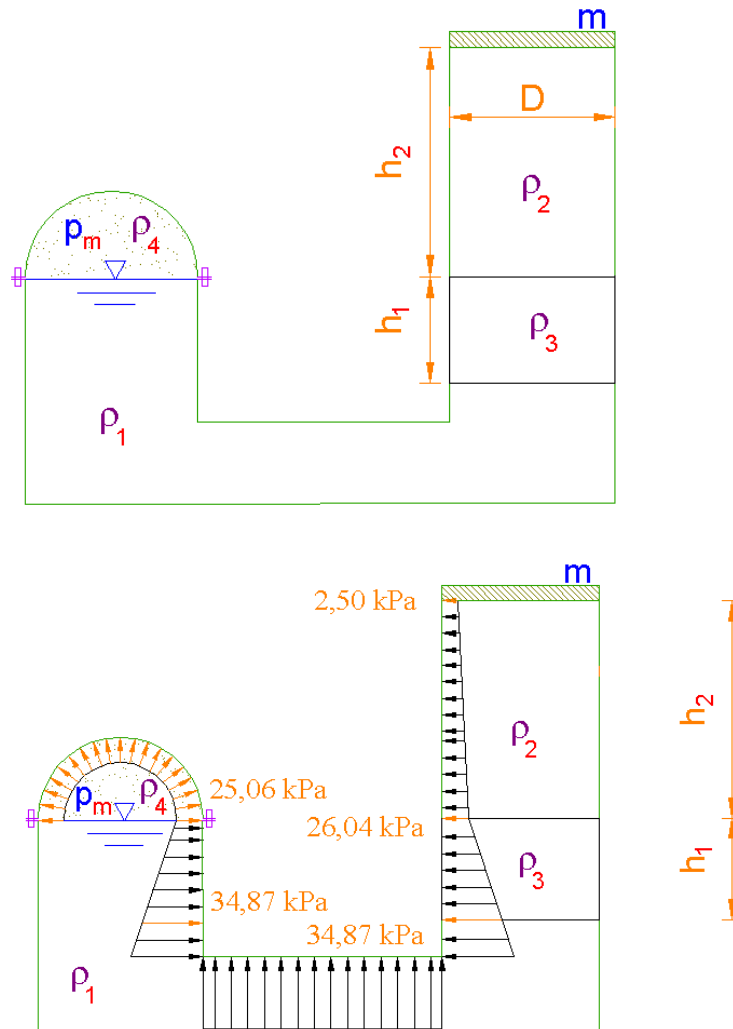
$$F = 27,78 - 5,50 - 6,08$$

$$F = 16,2 \text{ kN}$$

11. Potrebno je odrediti tlak plina p_m ispod polukružnog poklopca na lijevoj strani rezervoara prikazanog na slici i nacrtati raspodjelu komponenti hidrostatskog tlaka po konturama rezervoara. Pretpostavite da kružni pločasti poklopac mase m s desne strane idealno sjeda na otvor i idealno brtvi.

Zadano je: $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$; $\rho_2 = 800 \text{ kg/m}^3$; $\rho_3 = 900 \text{ kg/m}^3$; $\rho_4 = 0 \text{ kg/m}^3$

$h_1 = 1 \text{ m}$; $h_2 = 3 \text{ m}$; $m = 200 \text{ kg}$; $D = 1 \text{ m}$



$$p_m = \frac{m \cdot g}{D^2 \pi} + \rho_2 \cdot g \cdot h_2 + \rho_3 \cdot g \cdot h_1 - \rho_1 \cdot g \cdot h_1$$

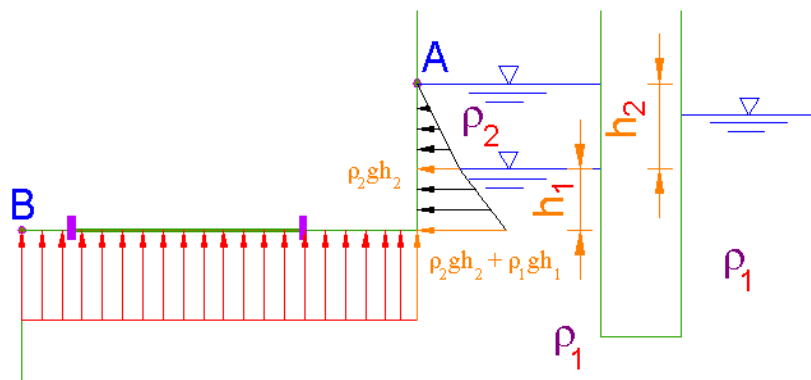
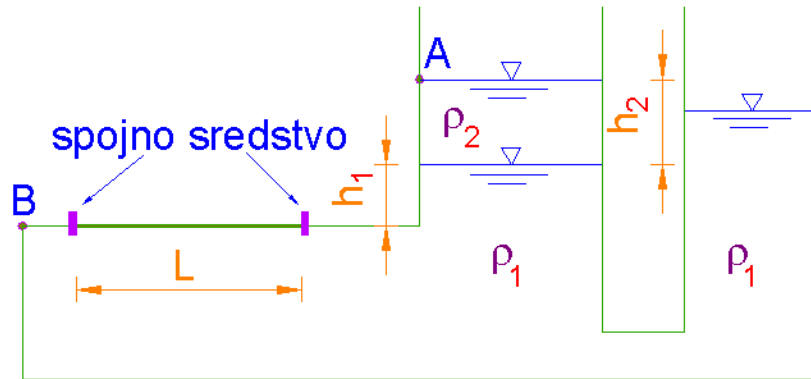
$$p_m = \frac{200 \cdot 9,81}{1^2 \pi} + 800 \cdot 9,81 \cdot 3 + 900 \cdot 9,81 \cdot 1 - 1000 \cdot 9,81 \cdot 1$$

$$p_m = 2498,1 + 23544 + 8829 - 9810$$

$$p_m = 25061,1 \text{ Pa}$$

12. Potrebno je izračunati sile u spojnim sredstvima poklopca po 1 m širine ravninske konstrukcije sa slike. Nacrtati dijagrame raspodjele komponenti tlakova za konturu A-B.

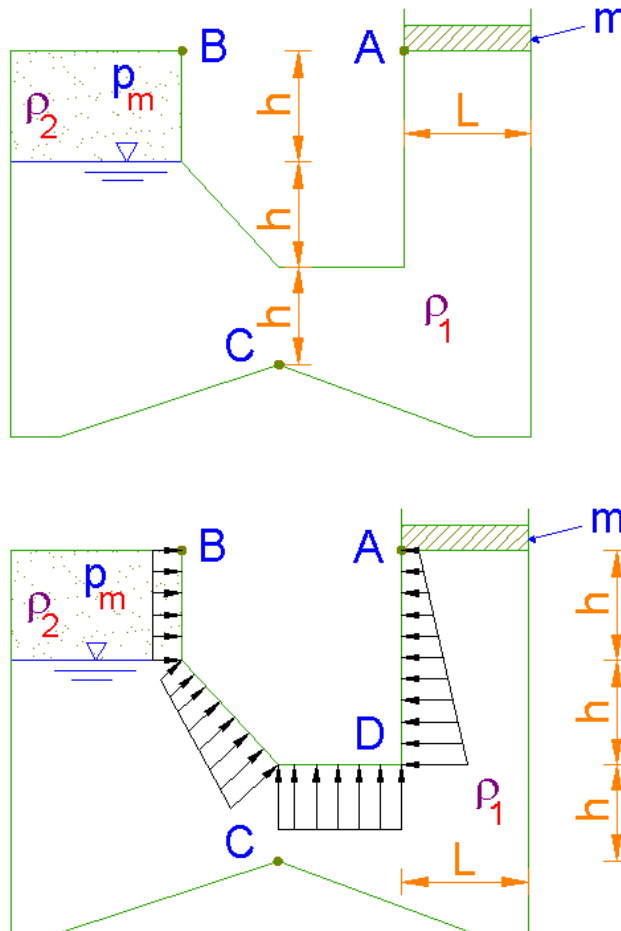
Zadano je: $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$; $\rho_2 = 800 \text{ kg/m}^3$; $L = 2 \text{ m}$; $h_1 = 0,5 \text{ m}$; $h_2 = 0,625 \text{ m}$



$$\begin{aligned}
 F' &= p \cdot L \\
 &= (\rho_2 \cdot g \cdot h_2 + \rho_1 \cdot g \cdot h_1) \cdot L \\
 &= (800 \cdot 9,81 \cdot 0,625 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,5) \cdot 2 \\
 &= 19,62 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

13. Potrebno je izračunati masu poklopca m po 1 m širine ravninske konstrukcije sa slike i tlak u točki C. Nacrtaj rezultatni dijagram tlaka za konturu A-B.

Zadano : $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$; $\rho_2 = 0 \text{ kg/m}^3$; $h = 1 \text{ m}$; $L = 1 \text{ m}$; $p_m = 19,62 \text{ kPa}$



Masa poklopca m potrebna za stanje ravnoteže :

$$\frac{mg}{A_{\text{poklopca}}} = p_m - \rho_1 \cdot g \cdot h = 19620 - 1000 \cdot 9,81 \cdot 1 = 9810 \text{ Pa} \quad \rightarrow \quad m = \frac{9810 \cdot (L \cdot 1)}{9,81} = 1000 \text{ kg}$$

$$p_B = p_m = 19,62 \text{ kPa}$$

$$p_A = p_m - \rho_1 \cdot g \cdot h = 19620 - 1000 \cdot 9,81 \cdot 1 = 9,81 \text{ kPa}$$

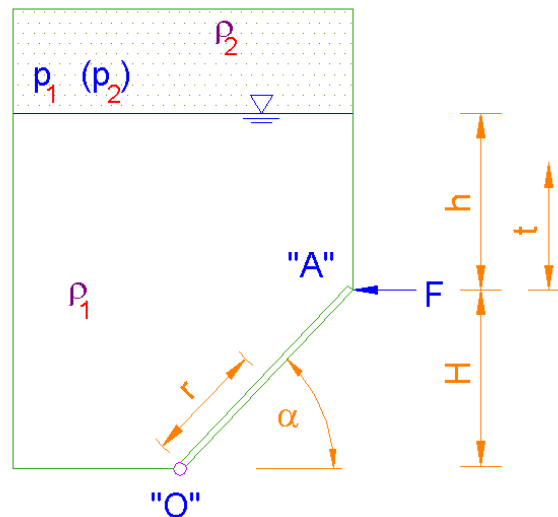
$$p_D = p_A + \rho_1 \cdot g \cdot 2h = 9810 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 2 = 29,43 \text{ kPa}$$

$$p_C = p_m + \rho_1 \cdot g \cdot 2h = 19620 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 2 = 39,24 \text{ kPa}$$

14. Potrebno je izračunati minimalnu silu F kojom će se onemogućiti otvaranje (rotacija) kružnog poklopca mase $m = 30 \text{ kg}$ oko točke "O".

Zadano je: $H = 1 \text{ m}$; $\alpha = 45^\circ$

- a) $p_1 = 10 \text{ kPa}$; $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$; $\rho_2 = 0 \text{ kg/m}^3$
 b) $p_2 = -5 \text{ kPa}$; $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$; $\rho_2 = 0 \text{ kg/m}^3$



Oznaka t predstavlja vertikalnu udaljenost od vrha poklopca do virtualnog vodnog lica

$$\sum M = 0 \rightarrow F \cdot H = F_{\text{HIDROSTAT}} \cdot \frac{[H + t - h_c]}{\sin \alpha} + mg (r \cdot \cos \alpha)$$

$$F_{\text{HIDROSTAT}} = \rho_1 g h_T A$$

$$A = r^2 \pi = 1,57 \text{ m}^2$$

a)

$$t = h + p_1 / (\rho_1 g) = 1 + 1,02 = 2,02 \text{ m}$$

$$h_T = t + \frac{H}{2} = 2,52 \text{ m}$$

$$F_{\text{HIDROSTAT}} = 38832 \text{ N}$$

$$h_c = \frac{(H/2)^2}{4(H/2+t)} + H/2 + t = 2,54 \text{ m}$$

$$F \cdot 1 = 38832 \cdot \frac{[1 + 2,02 - 2,54]}{\sin 45^\circ} + 30 \cdot 9,81 \cdot (0,5)$$

$$F = 26360,0 + 147,15$$

$$F = 26507,15 \text{ N}$$

b)

$$t = h + p_2 / (\rho_1 g) = 1 - 0,51 = 0,49 \text{ m}$$

$$h_T = t + \frac{H}{2} = 0,99 \text{ m}$$

$$F_{\text{HIDROSTAT}} = 15248 \text{ N}$$

$$h_c = \frac{(H/2)^2}{4(H/2+t)} + H/2 + t = 1,05 \text{ m}$$

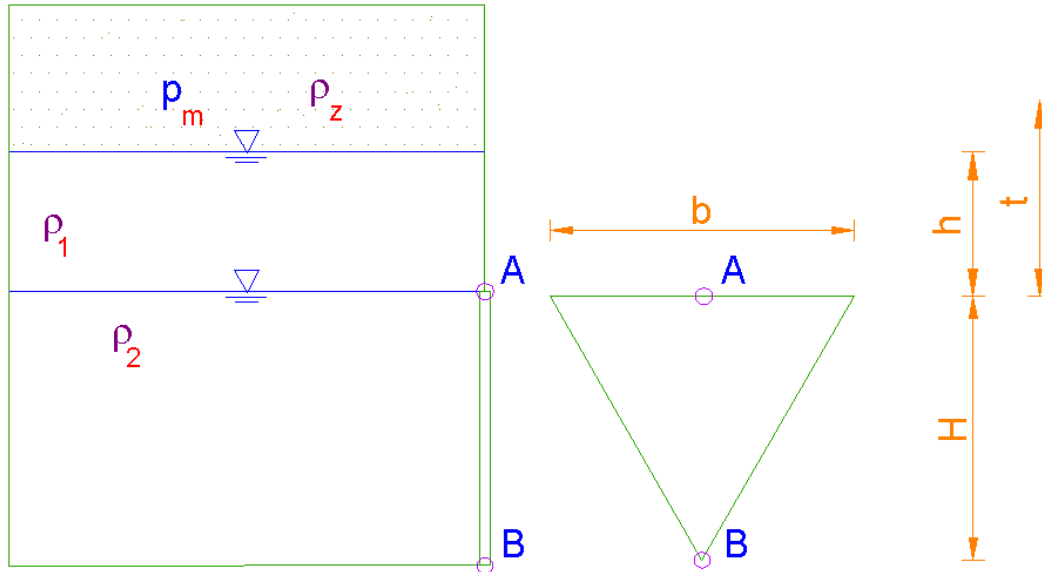
$$F \cdot 1 = 15248 \cdot \frac{[1 + 0,49 - 1,05]}{\sin 45^\circ} + 30 \cdot 9,81 \cdot (0,5)$$

$$F = 9488,1 + 147,15$$

$$F = 9635,25 \text{ N}$$

15. Zatvorena komora je ispunjena zrakom neznatne gustoće ($\rho_z = 0 \text{ kg/m}^3$) ispod kojeg se nalaze tekućine gustoća $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$ i $\rho_2 = 2000 \text{ kg/m}^3$. Potrebno je odrediti rezultantnu silu tlaka F i kotu hvatišta rezultante na trokutni zatvarač dimenzija kao na slici. Tlak zraka u gornjem dijelu komore je $p_m = 10 \text{ kPa}$.

Zadano je: $H = 4 \text{ m}$; $b = 4 \text{ m}$; $h = 2 \text{ m}$



Oznaka t predstavlja vertikalnu udaljenost od vrha poklopca do virtualnog vodnog lica

Virtualno vodno lice (svedeno na tekućinu gustoće ρ_2):

$$t = h \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} + \frac{p_m}{\rho_2 g} = 2 \cdot \frac{1000}{2000} + \frac{10000}{19620} = 1,51 \text{ m}$$

$$h_T = \frac{H}{3} + t = 2,843 \text{ m}$$

$$F = \rho_2 g h_T A = \rho_2 g h_T \cdot \frac{1}{2} \cdot b \cdot H = 2000 \cdot 9,81 \cdot 2,843 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 446237 \text{ N} = 446,24 \text{ kN}$$

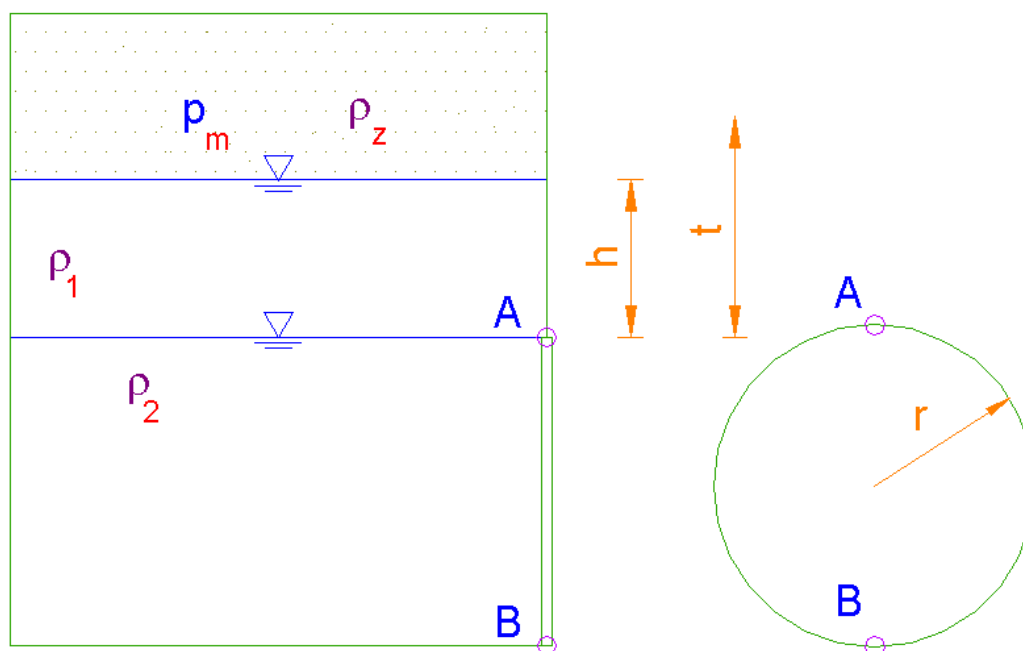
$$h_c = \frac{6t^2 + 4Ht + H^2}{6t + 2H} = \frac{6 \cdot 1,51^2 + 4 \cdot 4 \cdot 1,51 + 4^2}{6 \cdot 1,51 + 2 \cdot 4} = \frac{13,68 + 24,16 + 16}{9,06 + 8}$$

$$h_c = 3,16 \text{ m} \quad (\text{ispod virtualnog vodnog lica tekućine gustoće } \rho_2)$$

Kota hvatišta sile se nalazi $(H + t - h_c) = (4 + 1,51 - 3,16) = 2,35 \text{ m}$ iznad točke B

16. Zatvorena komora je ispunjena zrakom neznatne gustoće ($\rho_z = 0 \text{ kg/m}^3$) ispod kojeg se nalaze tekućine gustoće $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$ i $\rho_2 = 2000 \text{ kg/m}^3$. Potrebno je odrediti rezultantnu silu tlaka F i kotu hvatišta rezultante na kružni zatvarač dimenzija kao na slici. Tlak zraka u gornjem dijelu komore je $p_m = -10 \text{ kPa}$.

Zadano je: $h = 2 \text{ m}$; $r = 2 \text{ m}$



Oznaka t predstavlja vertikalnu udaljenost od vrha poklopca do virtualnog vodnog lica

Virtualno vodno lice (svedeno na tekućinu gustoće ρ_2):

$$t = h \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} + \frac{p_m}{\rho_2 g} = 2 \cdot \frac{1000}{2000} - \frac{10000}{19620} = 0,49 \text{ m}$$

$$h_T = r + t = 2 + 0,49 = 2,49 \text{ m}$$

$$F = \rho_2 g h_T A = \rho_2 g h_T r^2 \pi = 2000 \cdot 9,81 \cdot 2,49 \cdot 2^2 \pi = 613915 \text{ N} = 613,92 \text{ kN}$$

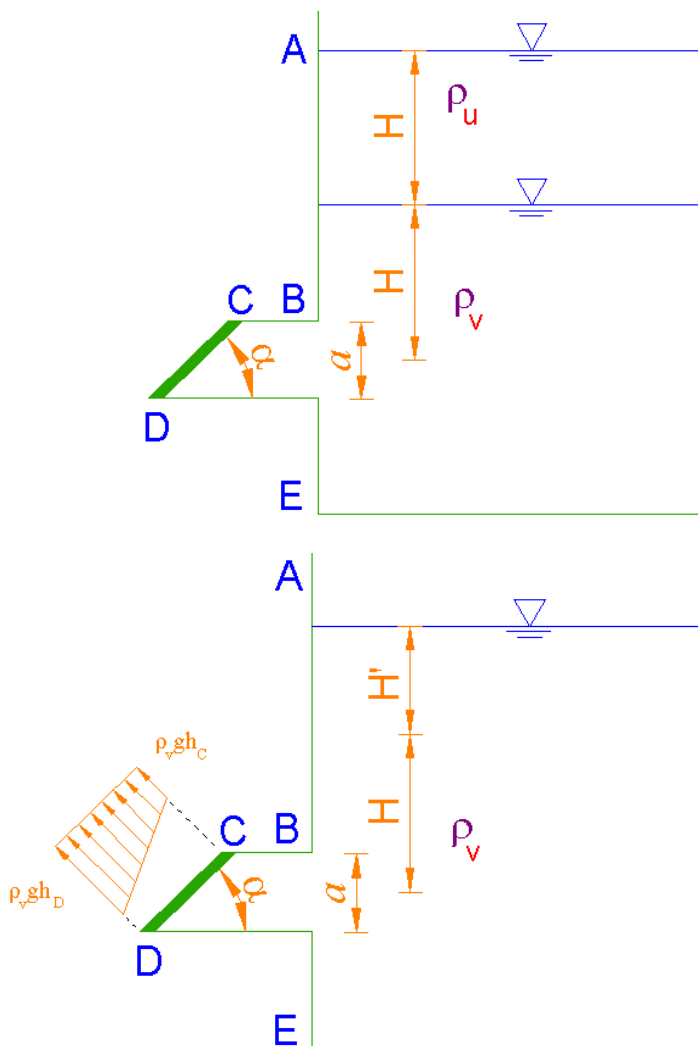
$$h_c = \frac{r^2}{4(r+t)} + r + t = \frac{2^2}{4(2+0,49)} + 2 + 0,49$$

$$h_c = 2,89 \text{ m} \quad (\text{ispod virtualnog vodnog lica tekućine gustoće } \rho_2)$$

Kota hvatišta sile se nalazi $(2r + t - h_c) = (4 + 0,49 - 2,89) = 1,6 \text{ m}$ iznad točke B

17. Iz posude kao na slici, izlazi cijev kvadratnog poprečnog presjeka sa stranicom $a = 1\text{ m}$. Na kraju cijevi nalazi se pravokutni zatvarač (od C do D) koji je nagnut pod kutem $\alpha = 45^\circ$ u odnosu na horizontalnu ravninu. Potrebno je odrediti veličinu i hvatište hidrostatske sile na zatvaraču.

Zadano je: $H = 4\text{ m}$; $\rho_v = 1000\text{ kg/m}^3$; $\rho_u = 785\text{ kg/m}^3$; $\alpha = 45^\circ$



Virtualno vodno lice (svedeno na gustoću vode):

$$\rho_u \cdot g \cdot H = \rho_v \cdot g \cdot H' \quad \rightarrow \quad H' = \frac{\rho_u \cdot g \cdot H}{\rho_v \cdot g} = 3,14\text{ m}$$

$$a = 1\text{ m}$$

$$A = 1 \cdot 1,41 = 1,41\text{ m}^2$$

$$t = H' + H - \frac{a}{2} = 3,14 + 3,5 = 6,64\text{ m}$$

$$h_T = H' + H = 3,14 + 4 = 7,14\text{ m}$$

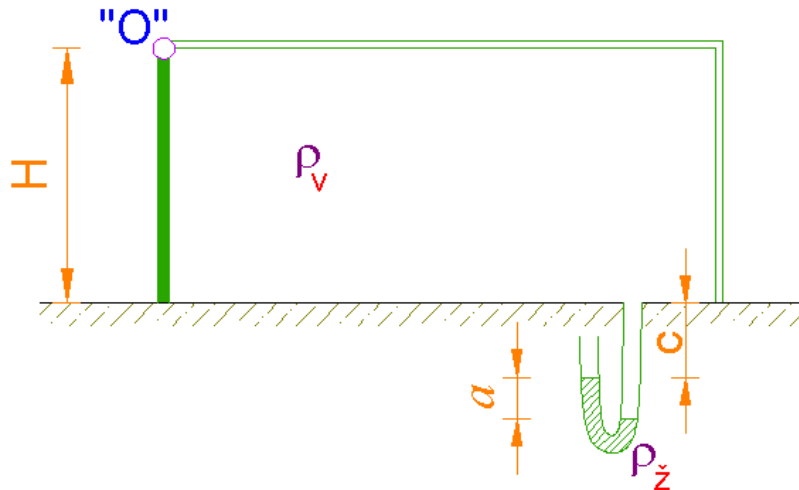
$$F = \rho_v \cdot g \cdot h_T \cdot A = 1000 \cdot 9,81 \cdot 7,14 \cdot 1,41 = 98,76\text{ kN}$$

$$h_C = \frac{6t^2 + 6at + 2a^2}{6t + 3a} = \frac{6 \cdot 6,64^2 + 6 \cdot 1 \cdot 6,64 + 2 \cdot 1^2}{6 \cdot 6,64 + 3 \cdot 1} = 7,15\text{ m}$$

h_C se nalazi 7,15 m ispod virtualnog vodnog lica

18. Izračunajte moment M u zglobu "O" komore potreban da spriječi otvaranje pravokutnog zatvarača površine A , visine $H = 1,3$ m i širine $b = 2$ m. Komora je potpuno ispunjena tekućinom i nema pojave slobodnog vodnog lica u njoj. Piezometar je na jednoj strani povezan s dnom posude, a na drugoj strani u kontaktu s atmosferskim tlakom.

Zadano je: $\rho_z = 13000 \text{ kg/m}^3$; $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$; $a = 350 \text{ mm}$; $c = 700 \text{ mm}$



$$p_{na\ dnu} = \rho_z g a - \rho_v g (c + a) = 34335 \text{ Pa}$$

$$p_{na\ vrhu} = p_{na\ dnu} - \rho_v g H = 21582 \text{ Pa}$$

$$A = H \cdot b = 1,3 \cdot 2 = 2,6 \text{ m}^2$$

$$F = \frac{p_{na\ dnu} + p_{na\ vrhu}}{2} \cdot A = 72,69 \text{ kN}$$

$$t = \frac{p_{na\ vrhu}}{\rho_v g} = 2,20 \text{ m}$$

$$h_c = \frac{6t^2 + 6Ht + 2H^2}{6t + 3H} = \frac{6 \cdot 2,2^2 + 6 \cdot 1,3 \cdot 2,2 + 2 \cdot 1,3^2}{6 \cdot 2,2 + 3 \cdot 1,3} = 2,9 \text{ m}$$

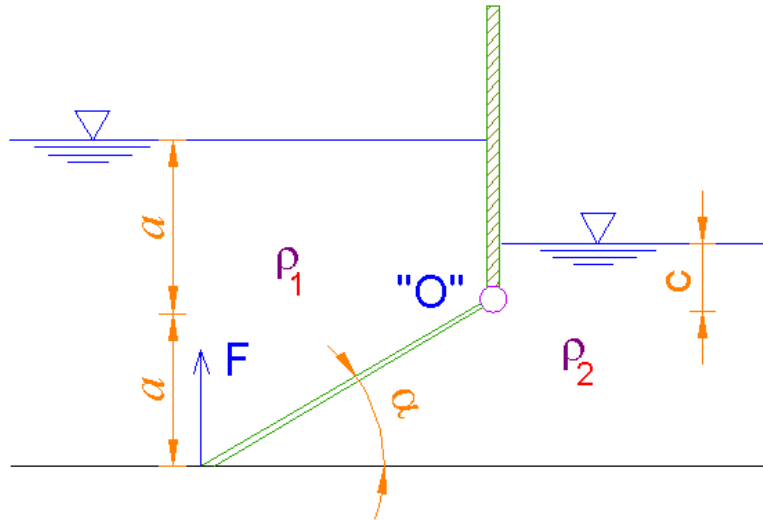
$$k = h_c - t = 2,9 - 2,2 = 0,7 \text{ m}$$

$$M = F \cdot k$$

$$M = 72,69 \cdot 0,7 = 50,88 \text{ kNm}$$

19. Čelični poklopac pravokutnog oblika pomičan je oko osi "O", širine je $b = 2$ m i težine $m = 200$ kg. Tekućine koje se razdvajaju tim poklopcem različite su gustoće. Potrebno je izračunati silu F potrebnu za otvaranje (rotaciju) poklopca.

Zadano je: $\rho_1 = 850 \text{ kg/m}^3$; $\rho_2 = 950 \text{ kg/m}^3$; $a = 2$ m; $c = 0,7$ m; $\alpha = 37^\circ$



$$A = \frac{a}{\sin \alpha} \cdot b = \frac{2}{\sin 37^\circ} \cdot 2 = 6,65 \text{ m}^2$$

$$F_{\text{HIDROSTAT.LIJEVO}} = \rho_1 g h_{T(\text{LIJEVO})} A = \rho_1 \cdot g \cdot \frac{3}{2} a \cdot A = 0,85 \cdot 9,81 \cdot 3 \cdot 6,65 = 166,35 \text{ kN}$$

$$F_{\text{HIDROSTAT.DESNO}} = \rho_2 g h_{T(\text{DESNO})} A = \rho_2 \cdot g \cdot \left(c + \frac{a}{2} \right) \cdot A = 0,95 \cdot 9,81 \cdot 1,7 \cdot 6,65 = 105,36 \text{ kN}$$

$$t_{\text{LIJEVO}} = 2 \text{ m}; \quad t_{\text{DESNO}} = 0,7 \text{ m}$$

$$h_{C(\text{LIJEVO})} = \frac{6t_{\text{LIJEVO}}^2 + 6at_{\text{LIJEVO}} + 2a^2}{6t_{\text{LIJEVO}} + 3a} = \frac{6 \cdot 2^2 + 6 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2}{6 \cdot 2 + 3 \cdot 2} = 3,11 \text{ m}$$

$$h_{C(\text{DESNO})} = \frac{6t_{\text{DESNO}}^2 + 6at_{\text{DESNO}} + 2a^2}{6t_{\text{DESNO}} + 3a} = \frac{6 \cdot 0,7^2 + 6 \cdot 2 \cdot 0,7 + 2 \cdot 2^2}{6 \cdot 0,7 + 3 \cdot 2} = 1,90 \text{ m}$$

$$F \cdot \frac{a}{\tan \alpha} + F_{\text{HIDROSTAT.DESNO}} \frac{(h_{C(\text{DESNO})} - t_{\text{DESNO}})}{\sin \alpha} - F_{\text{HIDROSTAT.LIJEVO}} \frac{(h_{C(\text{LIJEVO})} - t_{\text{LIJEVO}})}{\sin \alpha} - G \cdot \frac{a/2}{\tan \alpha} = 0$$

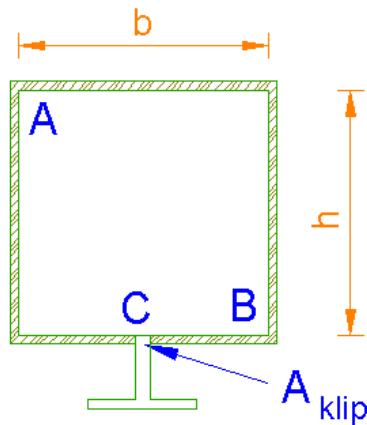
$$F \cdot \frac{2}{\tan 37^\circ} + 105,36 \frac{(1,9 - 0,7)}{\sin 37^\circ} - 166,35 \frac{(3,11 - 2)}{\sin 37^\circ} - 0,2 \cdot 9,81 \cdot \frac{1}{\tan 37^\circ} = 0$$

$$F \cdot 2,65 + 209,36 - 306,82 - 2,60 = 0$$

$$F = \frac{100,06}{2,65} = 37,76 \text{ kN}$$

20. Čelična cilindrična posuda težine $G = 400 \text{ N}$ napunjena je vodom ($\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$) i oslonjena je na klip površine presjeka $A_{klip} = 0,0005 \text{ m}^2$. Pretpostaviti idealno brtvljenje između klipa i posude i apsolutnu nestišljivost vode. Potrebno je izračunati tlakove u točkama A , B i C za navedeni slučaj te tlakove u istim točkama (A , B i C) ako se na cilindričnu posudu dodatno postavi uteg težine $G_{uteg} = 600 \text{ N}$.

Zadano je: $b = 0,25 \text{ m}$; $h = 0,25 \text{ m}$



$$G' = G + \rho_v \cdot g \cdot \frac{b^2 \cdot \pi}{4} \cdot h = 0,4 + 1 \cdot 9,81 \cdot \frac{0,25^2 \cdot \pi}{4} \cdot 0,25 = 0,52 \text{ kN}$$

$$p'_C = \frac{G'}{A_{klip}} = \frac{0,52}{0,0005} = 1040 \text{ kPa}$$

$$p'_B = p'_C$$

$$p'_A = p'_C - \rho g h = 1040 - 1 \cdot 9,81 \cdot 0,25 = 1040 - 2,45 = 1037,55 \text{ kPa}$$

$$G'' = G' + G_{uteg} = 1,12 \text{ kN}$$

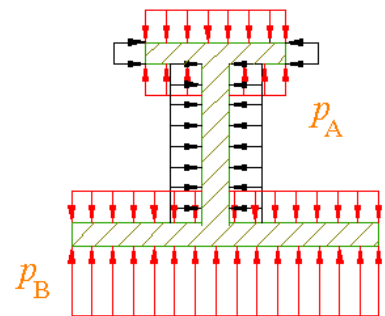
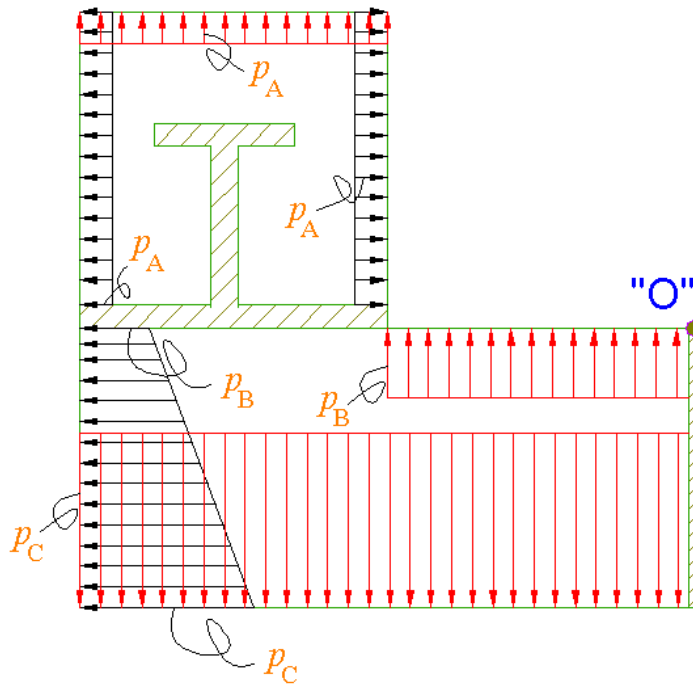
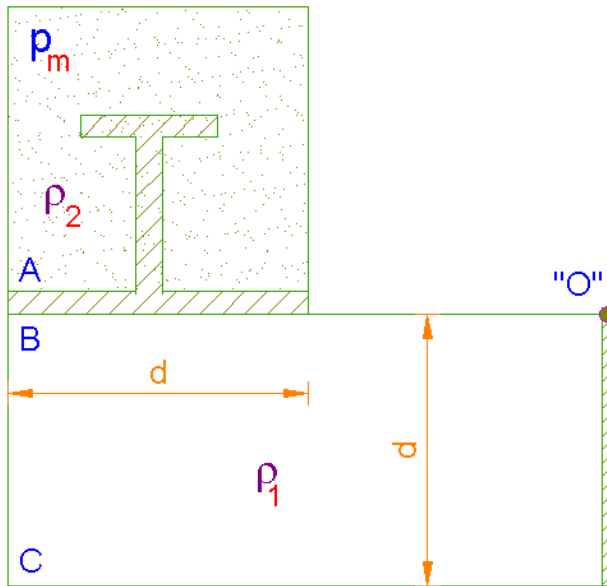
$$p''_C = \frac{G''}{A_{klip}} = \frac{1,12}{0,0005} = 2240 \text{ kPa}$$

$$p''_B = p''_C$$

$$p''_A = p''_C - \rho g h = 2240 - 1 \cdot 9,81 \cdot 0,25 = 2240 - 2,45 = 2237,55 \text{ kPa}$$

21. U gornjem dijelu posude cilindričnog oblika nalazi se klip mase $m = 1000$ kg, promjera d kao na slici. Plin gustoće ρ_1 u gornjem dijelu posude je pod tlakom $p_m = 19,62$ kPa. Potrebno je odrediti moment M u zglobu "O" kako bi kružni poklopac ostao zatvoren. Nacrtati odvojene dijagrame raspodjele tlaka po konturama posude i konturama klipa.

Zadano je: $\rho_1 = 1000$ kg/m³; $\rho_2 = 0$ kg/m³; $d = 1$ m



$$p_A = p_m$$

$$p_B = p_m + \frac{mg}{\frac{d^2\pi}{4}} = 19620 + \frac{1000 \cdot 9,81}{\frac{1^2 \cdot \pi}{4}} = 32,11 \text{ kPa}$$

$$p_C = p_B + \rho_1 \cdot g \cdot d = 32,11 + 9,81 = 41,92 \text{ kPa}$$

$$t = \frac{p_B}{\rho_1 \cdot g} = 3,27 \text{ m}$$

$$h_T = t + \frac{d}{2} = 3,77 \text{ m}$$

$$F = \rho_1 \cdot g \cdot h_T \cdot \frac{d^2\pi}{4} = 1000 \cdot 9,81 \cdot 3,77 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4} = 29,05 \text{ kN}$$

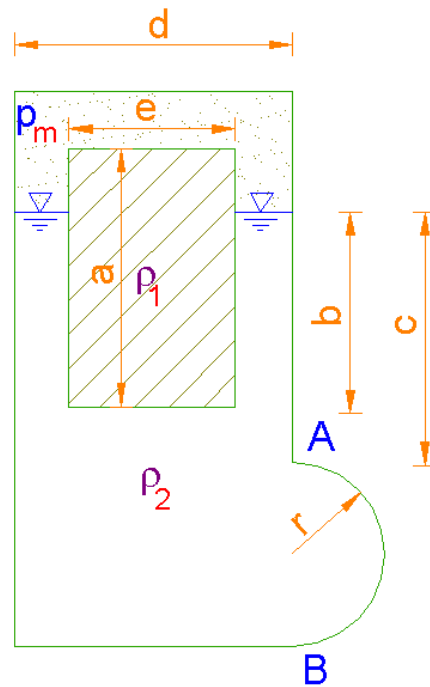
$$h_C = \frac{(d/2)^2}{4(d/2+t)} + d/2 + t = 0,01657 + 0,5 + 3,27 = 3,79 \text{ m}$$

$$k = h_C - t = 3,79 - 3,27 = 0,52 \text{ m}$$

$$M = F \cdot k = 29,05 \cdot 0,52 = 15,11 \text{ kNm}$$

22. U zatvorenoj posudi širine $B = 1$ m pod tlakom $p_m = 18,83$ kPa nalazi se tekućina gustoće ρ_2 u koju je uronjeno tijelo gustoće $\rho_1 = 800$ kg/m³. Potrebno je odrediti rezultantnu silu na polucilindrični dio posude od točke A do točke B (po m¹).

Zadano je: $a = 3$ m; $b = 2,5$ m; $c = 3$ m; $d = 2$ m; $r = 1$ m; $e = 1,5$ m



$$G_{\text{TJELO}} = \rho_1 \cdot g \cdot (a \cdot e \cdot B) = 800 \cdot 9,81 \cdot (3 \cdot 1,5 \cdot 1) = 35316 \text{ N}$$

$$U = \rho_2 \cdot g \cdot (b \cdot e \cdot B)$$

$$\rho_2 = \frac{G_{\text{TJELO}}}{g \cdot (b \cdot e \cdot B)} = \frac{35316}{9,81 \cdot (2,5 \cdot 1,5 \cdot 1)} = 960 \text{ kg/m}^3$$

$$h_T = \frac{p_m}{\rho_2 g} + c + r = 2 + 3 + 1 = 6 \text{ m}$$

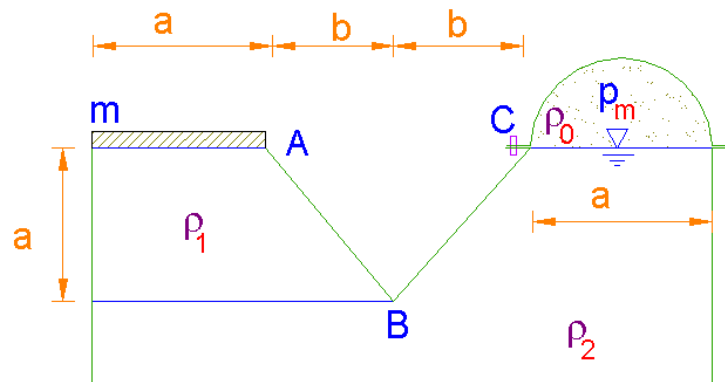
$$F_{ABX} = \rho_2 g h_T \cdot A_x = \rho_2 g h_T \cdot 2r \cdot 1 = 0,96 \cdot 9,81 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 1 = 113,01 \text{ kN}$$

$$F_{ABY} = \rho_2 g \cdot \frac{r^2 \pi}{2} \cdot 1 = 0,96 \cdot 9,81 \cdot \frac{1^2 \pi}{2} \cdot 1 = 14,79 \text{ kN}$$

$$F_{AB} = \sqrt{F_{ABX}^2 + F_{ABY}^2} = 113,97 \text{ kN}$$

23. Vlačna sila u spojnim sredstvima polucilindričnog poklopca i posude iznosi $F_{SP.SR.} = 19,62 \text{ kN/m}$. Potrebno je izračunati tlak plina p_m u polukružnom poklopcu i masu plošnog poklopca m po metru širine konstrukcije, te odrediti vertikalnu silu hidrostatskog djelovanja na konture posude A-B-C.

Zadano je: $\rho_0 = 0 \text{ kg/m}^3$; $\rho_1 = 800 \text{ kg/m}^3$; $\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$; $a = 2 \text{ m}$; $b = 1,5 \text{ m}$



$$F_{SP.SR.} = p_m \cdot a \quad \rightarrow \quad p_m = \frac{F_{SP.SR.}}{a} = \frac{19,62}{2} = 9,81 \text{ kPa}$$

$$p_m + \rho_2 \cdot g \cdot a = \frac{mg}{a} + \rho_1 \cdot g \cdot a$$

$$9,81 + 19,62 = \frac{m \cdot 9,81}{2} + 15,70$$

$$\frac{m \cdot 9,81}{2} = 13,73 \text{ kPa} \quad \rightarrow \quad m = \frac{13,73 \cdot 2}{9,81} = 2799,2 \text{ kg/m}$$

$$p_C = p_m = 9,81 \text{ kPa} \quad \rightarrow \quad h_C = \frac{p_C}{\rho_2 g} = \frac{9,81}{1 \cdot 9,81} = 1 \text{ m}$$

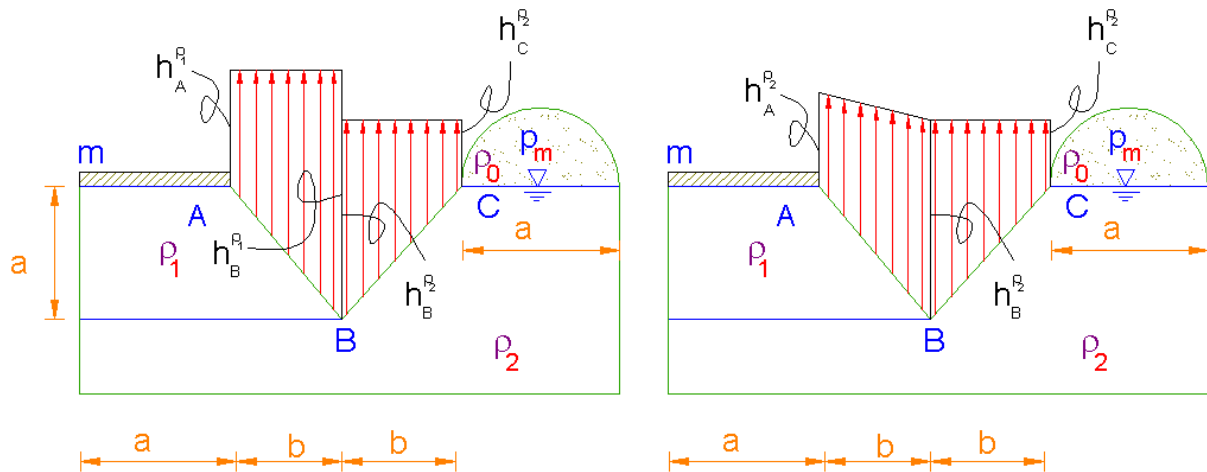
$$p_B = p_C + \rho_2 \cdot g \cdot a = 9,81 + 19,62 = 29,43 \text{ kPa} \quad \rightarrow \quad h_B^{\rho_2} = \frac{p_B}{\rho_2 g} = \frac{29,43}{1 \cdot 9,81} = 3 \text{ m}$$

$$\rightarrow \quad h_B^{\rho_1} = \frac{p_B}{\rho_1 g} = \frac{29,43}{0,8 \cdot 9,81} = 3,75 \text{ m}$$

$$p_A = \frac{m \cdot 9,81}{2} = 13,73 \text{ kPa} \quad \rightarrow \quad h_A^{\rho_2} = \frac{p_A}{\rho_2 g} = \frac{13,73}{1 \cdot 9,81} = 1,4 \text{ m}$$

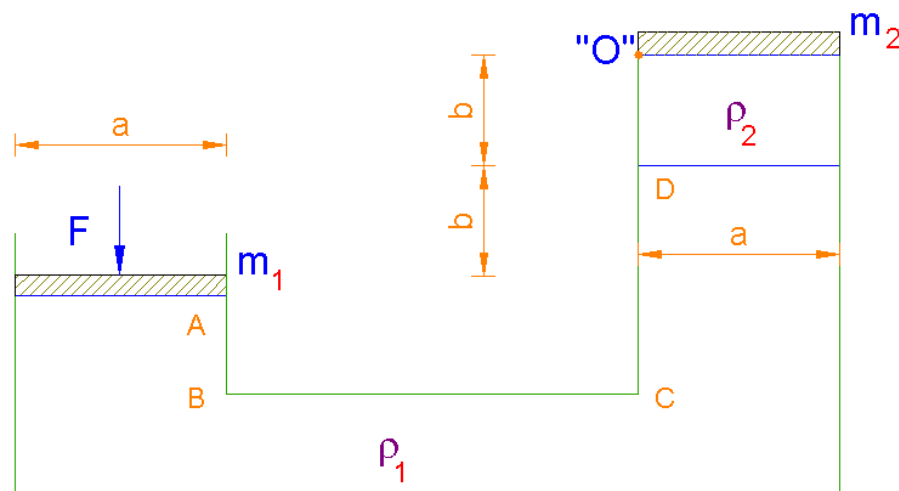
$$\rightarrow \quad h_A^{\rho_1} = \frac{p_A}{\rho_1 g} = \frac{13,73}{0,8 \cdot 9,81} = 1,75 \text{ m}$$

$$F_V = \frac{p_C + p_B}{2} \cdot b + \frac{p_A + p_B}{2} \cdot b = \frac{9,81 + 29,43}{2} \cdot 1,5 + \frac{13,73 + 29,43}{2} \cdot 1,5 = 29,43 + 32,37 = 61,8 \text{ kN/m}$$



24. U posudi kao na slici širine $B = 1\text{ m}$ nalaze se tekućine gustoće $\rho_1 = 1000\text{ kg/m}^3$ i $\rho_2 = 800\text{ kg/m}^3$. Jedna strana posude zatvorena je poklopcem mase $m_1 = 10\ 000\text{ kg}$, na koji djeluje i dodatna sila $F = 98,1\text{ kN}$, a druga strana posude zatvorena je sa poklopcem mase m_2 do čijeg otvaranja može doći uslijed rotacije oko točke "O". Potrebno je odrediti minimalnu težinu poklopcem m_2 kako ne bi došlo do njegovog otvaranja.

Zadano je : $a = 3\text{ m}$; $b = 2\text{ m}$



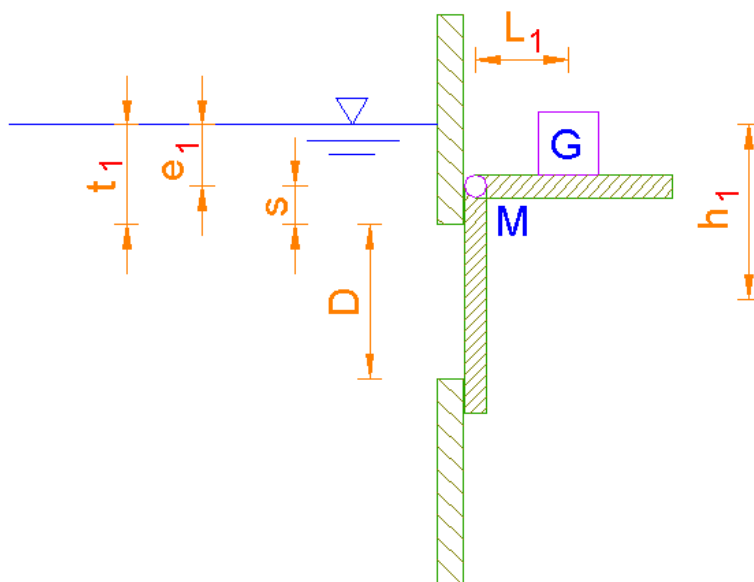
$$p_A = \frac{m_1 \cdot g + F}{a \cdot B} = \frac{10000 \cdot 9,81 + 98100}{3 \cdot 1} = 65,4\text{ kPa}$$

$$p_D = p_A - \rho_1 \cdot g \cdot b = 65,4 - 1 \cdot 9,81 \cdot 2 = 45,78\text{ kPa}$$

$$p_O = p_D - \rho_2 \cdot g \cdot b = 45,78 - 0,8 \cdot 9,81 \cdot 2 = 30,08\text{ kPa}$$

$$\frac{m_{2(\text{MIN})} \cdot g}{a \cdot B} = p_O \quad \rightarrow \quad m_{2(\text{MIN})} = \frac{p_O \cdot a \cdot B}{g} = \frac{30,08 \cdot 3 \cdot 1}{9,81} = 9199\text{ kg}$$

25. Na pregradi je izveden kružni otvor promjera $D = 1$ m. Zatvoren je pločastim poklopcem L-profila koji ima mogućnost vrtnje oko osi M. Os rotacije (os M) leži na udaljenosti $s = 0,2$ m od vrha otvora. Na udaljenosti od $L_1 = 0,7$ m nalazi se uteg težine G . Potrebno je odrediti težinu utega G za koji neće pri razini vode $h_1 = 3$ m (iznad središta otvora) i gustoće $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ doći do otvaranja otvora te za koliko je potrebno pomaknuti uteg težine G kako ne bi došlo do otvaranja otvora, ako se razina vode ispred pregrade poveća na $h_2 = 4$ m.



a)

$$\Sigma M_{(M)} = G \cdot L_1 - F_1 (h_{C1} - e_1) = 0$$

$$e_1 = h_1 - \frac{D}{2} - s = 3 - 0,5 - 0,2 = 2,3 \text{ m}$$

$$t_1 = h_1 - \frac{D}{2} = 3 - 0,5 = 2,5 \text{ m}$$

$$F_1 = \rho \cdot g \cdot \frac{D^2 \pi}{4} \cdot \left(\frac{D}{2} + t_1 \right) = 23,1 \text{ kN}$$

$$h_{C1} = \frac{(D/2)^2}{4((D/2) + t_1)} + (D/2) + t_1$$

$$h_{C1} = 3,021 \text{ m}$$

$$G = \frac{F_1 (h_{C1} - e_1)}{L_1}$$

$$G = \frac{23,1(3,021 - 2,3)}{0,7}$$

$$G = 23,79 \text{ kN}$$

a)

$$\Sigma M_{(M)} = G \cdot L_2 - F_2 (h_{C2} - e_2) = 0$$

$$e_2 = h_2 - \frac{D}{2} - s = 4 - 0,5 - 0,2 = 3,3 \text{ m}$$

$$t_2 = h_2 - \frac{D}{2} = 4 - 0,5 = 3,5 \text{ m}$$

$$F_2 = \rho \cdot g \cdot \frac{D^2 \pi}{4} \cdot \left(\frac{D}{2} + t_2 \right) = 30,81 \text{ kN}$$

$$h_{C2} = \frac{(D/2)^2}{4((D/2) + t_2)} + (D/2) + t_2$$

$$h_{C2} = 4,016 \text{ m}$$

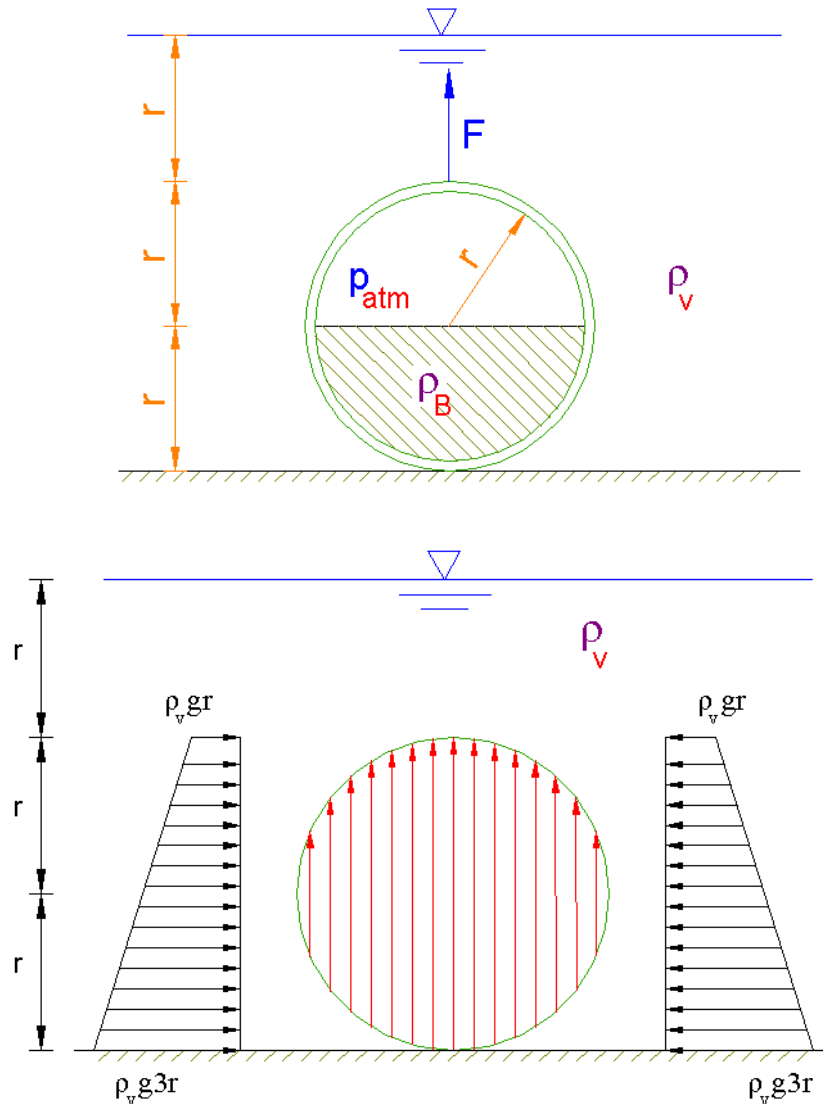
$$L_2 = \frac{F_2 (h_{C2} - e_2)}{G}$$

$$L_2 = \frac{30,81(4,016 - 3,3)}{23,79}$$

$$L_2 = 0,927 \text{ m}$$

Uteg težine G je potrebno pomaknuti za $0,227$ m

26. Zatvorena cijev radijusa $r = 2$ m, dužine $L = 8$ m i težine $G = 10$ kN položena je na dno. Oko cijevi nalazi se voda gustoće $\rho_V = 1000$ kg/m³. Unutrašnjost cijevi ispunjena je do polovice visine betonom gustoće $\rho_B = 2500$ kg/m³. Potrebno je izračunati minimalnu vertikalnu silu kojom bi trebalo djelovati na potopljenu cijev, kako bi se ostvarilo njeno podizanje. Također je potrebno prikazati raspored vanjskog hidrostatskog djelovanja na konture valjka posebno u horizontalnom, a posebno u vertikalnom smjeru.



$$G_B = \rho_B g V_B = \rho_B g \frac{r^2 \pi}{2} \cdot L = 2,5 \cdot 9,81 \cdot \frac{2^2 \pi}{2} \cdot 8 = 1232,76 \text{ kN}$$

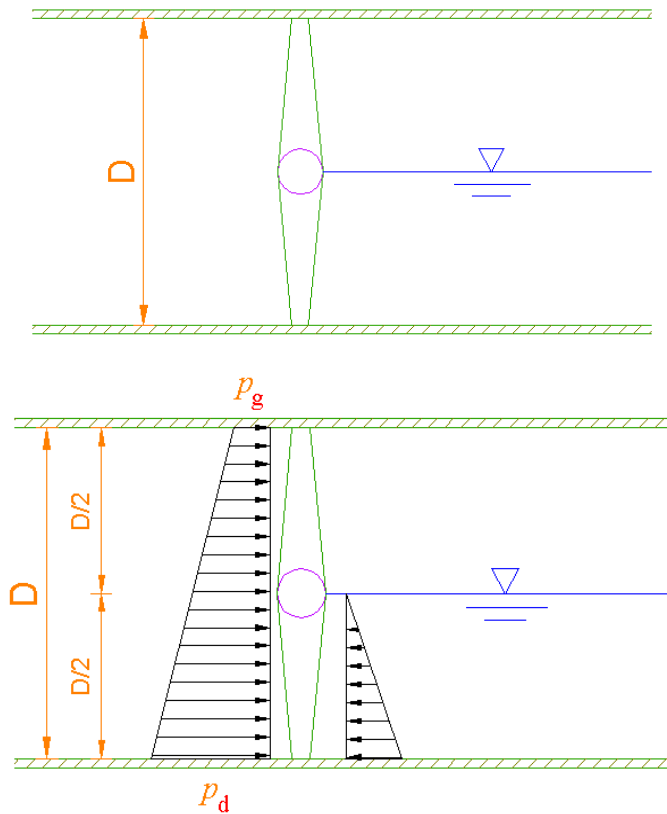
$$U = \rho_V g V_{CIJEVI} = \rho_V g \frac{r^2 \pi}{2} \cdot L = 1 \cdot 9,81 \cdot 2^2 \pi \cdot 8 = 986,21 \text{ kN}$$

$$F = G + G_B - U = 10 + 1232,76 - 986,21 = 256,55 \text{ kN}$$

Sila jednaka sili $F = 256,55$ kN ili veća od nje, ostvariti će podizanje cijevi s dna.

27. Krilni zatvarač onemogućuje istjecanje vode koja se nalazi s njegove lijeve strane u desni dio cijevi kružnog poprečnog presjeka. U desnom dijelu cijevi slobodno vodno lice je točno u razini osi zatvarača. Na lijevoj strani zatvarača (u razini osi zatvarača) izmjeren je tlak od $p_L = 49 \text{ kPa}$. Koliki je otporni moment potrebno osigurati u osi zatvarača kako ne bi došlo do njegovog otvaranja. Nacrtati dijagrame raspodjele tlaka po konturama zatvarača.

Zadano je: $D = 4 \text{ m}$; $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$



$$p_g = p_L - \rho g \frac{D}{2} = p_L - \rho g r = 29,38 \text{ kPa}$$

$$p_d = p_L + \rho g r = 68,62 \text{ kPa}$$

$$t = \frac{p_g}{\rho g} = \frac{29,38}{9,81} = 3 \text{ m}$$

$$F_{\text{lijevo}} = \rho g r^2 \pi (r + t) = 9,81 \cdot 2^2 \cdot \pi (2 + 3) = 616,38 \text{ kN} \quad (\text{tablice})$$

$$F_{\text{desno}} = \frac{2}{3} \rho g \cdot r^3 = \frac{2}{3} \cdot 9,81 \cdot 2^3 = 52,32 \text{ kN} \quad (\text{tablice})$$

$$h_{c \text{ lijevo}} = \frac{r^2}{4(r+t)} + r + t = 5,2 \text{ m} \quad (\text{tablice})$$

$$M_{\text{lijevo}} = F_{\text{lijevo}} \cdot (h_{c \text{ lijevo}} - t - r) = 123,28 \text{ kNm}$$

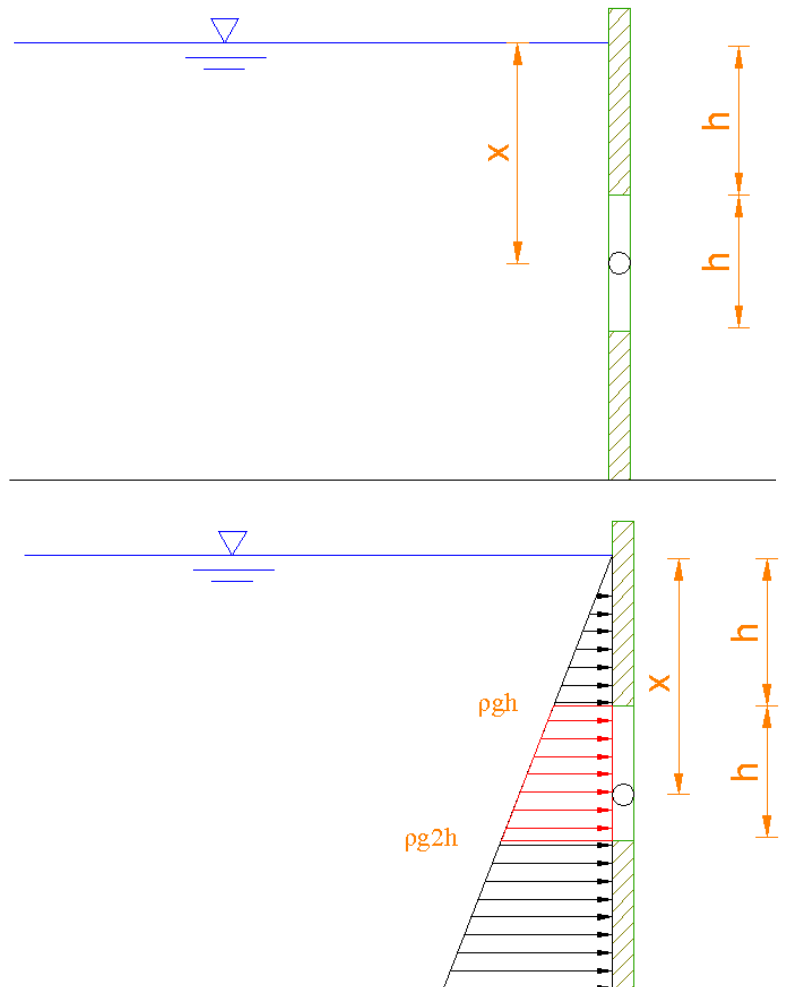
$$h_{c \text{ desno}} = \frac{3}{16} \cdot r \cdot \pi = 1,18 \text{ m} \quad (\text{tablice})$$

$$M_{\text{desno}} = F_{\text{desno}} \cdot h_{c \text{ desno}} = 61,74 \text{ kNm}$$

$$M_{\text{otporni}} = M_{\text{lijevo}} - M_{\text{desno}} = 61,54 \text{ kNm}$$

28. U vertikalni zid ugrađuje se zatvarač pravokutnog poprečnog presjeka ($b \cdot h$). Na kojoj dubini x je potrebno postaviti os rotacije zatvarača ako želimo da ne dođe do otvaranja zatvarača u slučaju razine vodnog lica kao na slici. Udaljenost razine vodnog lica od gornjeg zatvarača iznosi h . Nacrtati dijagrame raspodjele tlaka po vertikalnom zidu i zatvaraču.

Zadano je: $h = 2 \text{ m}$; $b = 2 \text{ m}$; $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$.



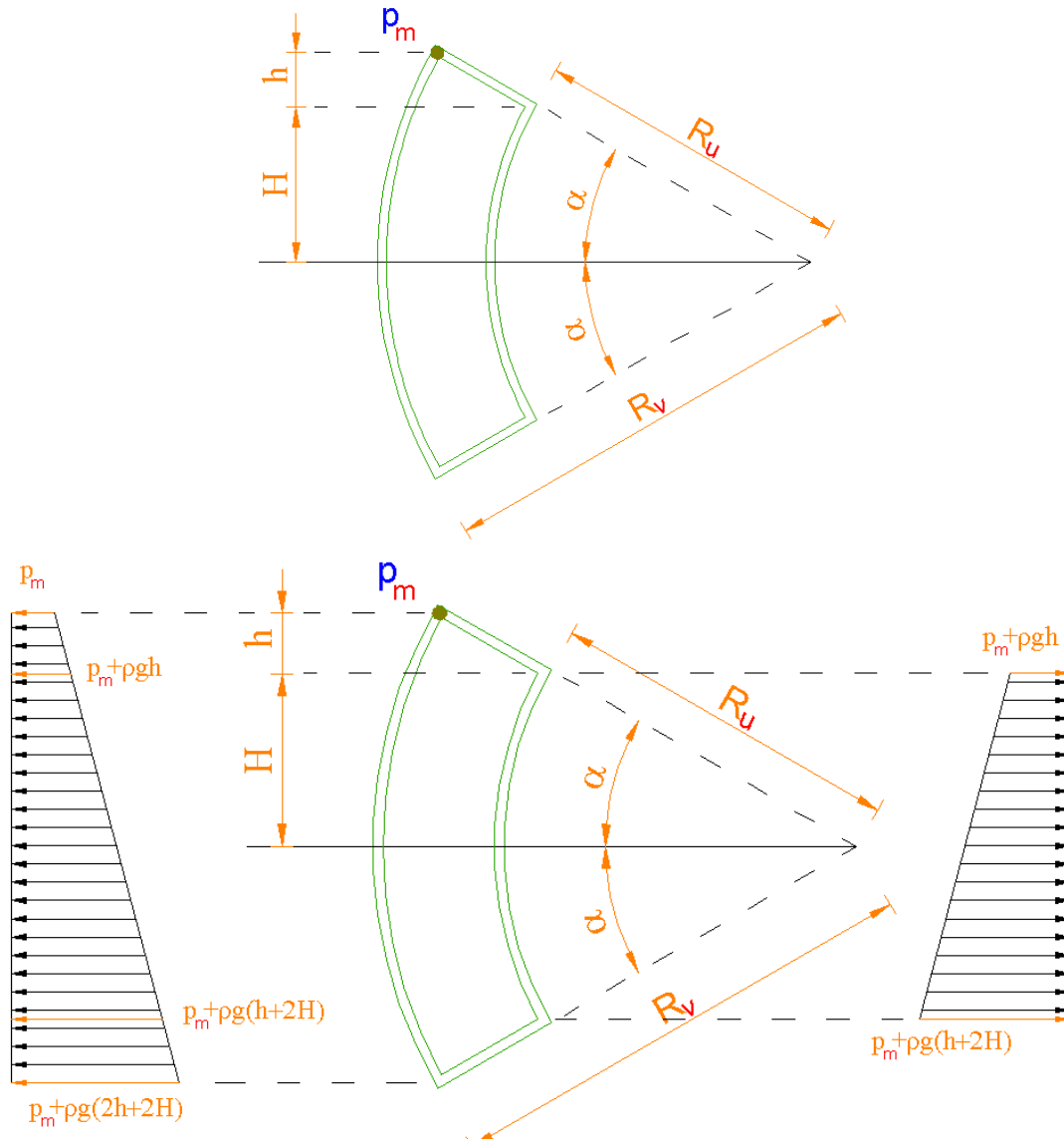
$$p_1 = \rho g h = 19,62 \text{ kPa}$$

$$p_2 = \rho g 2h = 39,24 \text{ kPa}$$

$$h_c = x = \frac{6 \cdot h^2 + 6h \cdot h + 2 \cdot h^2}{6h + 3h} = 3,11 \text{ m}$$

29. Dvije paralelne zakrivljene ploče u verikalnoj ravni zatvorene su na gornjem i na donjem dijelu te se nalaze na međusobnom razmaku od 2 m. Radijus zakrivljenosti duže ploče iznosi $R_V = 10$ m. Potrebno je izračunati kolika je razlika rezultanti horizontalnih sila tlaka na vanjsku i unutarnju ploču ako se između ploča nalazi voda te ako je u najvišoj točki konstrukcije registriran predtlak od $p_m = 49$ kPa. Tražene vrijednosti izračunati za m^1 širine konstrukcije. Također je potrebno nacrtati raspored dijagrama tlakova po svim konturama zadane konstrukcije.

Zadanoje : $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$; $\alpha = 30^\circ$



$$H = R_V \cdot \sin 30^\circ = (R_V - 2) \sin 30^\circ = (10 - 2) \sin 30^\circ = 4 \text{ m}$$

$$h = 2 \cdot \sin 30^\circ = 1 \text{ m}$$

$$p_m + \rho g h = 58,81 \text{ kPa}$$

$$p_m + \rho g (h + 2H) = 137,29 \text{ kPa}$$

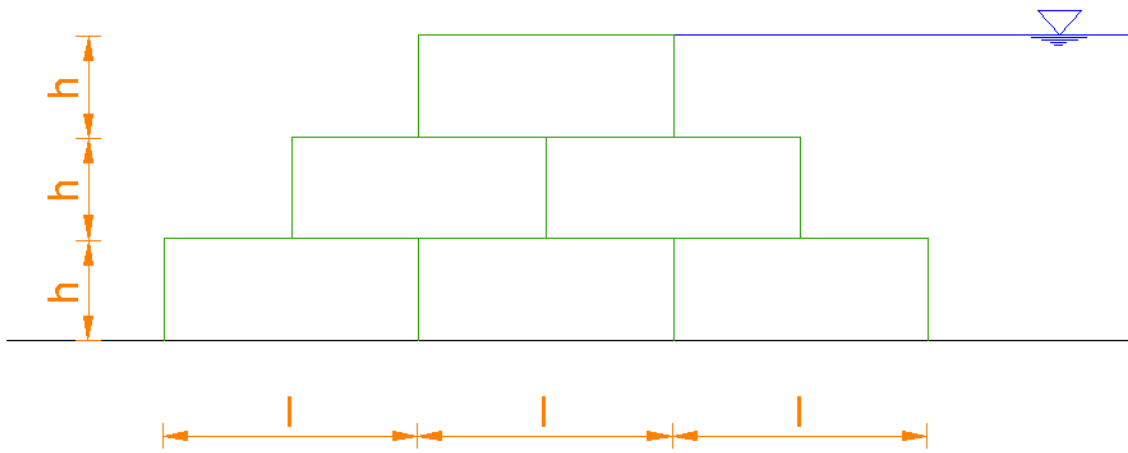
$$p_m + \rho g (2h + 2H) = 147,1 \text{ kPa}$$

$$F_{\text{razlika}} = \frac{(p_m) + (p_m + \rho g h)}{2} \cdot h + \frac{[(p_m + \rho g (h + 2H)) + (p_m + \rho g (2h + 2H))]}{2} \cdot h = 196,1 \text{ kN}$$

30. Izgrađen je zaštitni nasip od vreća pijeska, rasporeda kao na slici. Treba izračunati minimalnu gustoću ispunjene vreće, tako da ne dolazi do horizontalnog pomicanja vreća. Računati za jediničnu dužinu nasipa.

Zadano je: koeficijent trenja između vreće i podloge $\eta_1=0,15$
 koeficijent trenja između vreće i vreće je $\eta_2=0,1$
 $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$
 $h = 0,2 \text{ m}$
 $l = 0,5 \text{ m}$

Zbog veće sigurnosti vertikalna komponenta hidrostatskog tlaka na vreće se zanemaruje.



uvjet 1) Na dubini h (smicanje najviše vreće)

$$F_H = \rho g \cdot \frac{h^2}{2} = 9810 \cdot \frac{0,04}{2} = 196,2 \text{ N}$$

$$G_{1vreca} = \rho_x \cdot g \cdot V_{1vreca} = \rho_x \cdot g \cdot (h \cdot l) = 0,981 \rho_x$$

$$F_{tr} = G_{1vreca} \cdot \eta_2 = 0,981 \rho_x \cdot 0,1 = 0,098 \rho_x$$

$$\rho_x = \frac{F_H}{0,098} = 2002,04 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

uvjet 2) Na dubini $2h$ (smicanje gornje 3 vreće)

$$F_H = \rho g \frac{(2h)^2}{2} = 784,8 \text{ N}$$

$$G_{3vrece} = \rho_x \cdot g \cdot 3 \cdot V_{1vreca} = 2,943 \rho_x$$

$$F_{tr} = G_{3vrece} \cdot \eta_2 = 0,294 \rho_x$$

$$\rho_x = \frac{F_H}{0,088} = 2669,39 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

uvjet 3) Na dubini $3h$ (smicanje vreća po tlu)

$$F_H = \rho g \frac{(3h)^2}{2} = 1765,8 \text{ N}$$

$$G_{6vreca} = \rho_x \cdot g \cdot 6 \cdot V_{1vreca} = 5,886 \rho_x$$

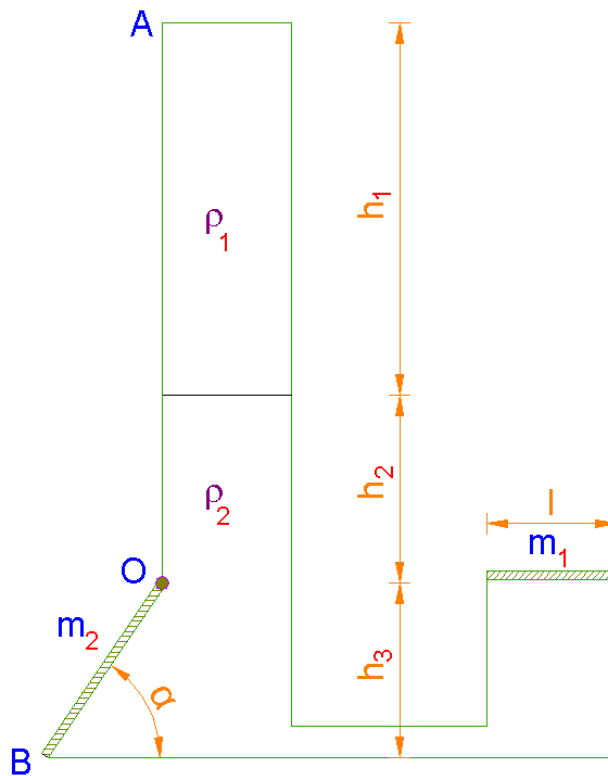
$$F_{tr} = G_{6vreca} \cdot \eta_1 = 0,883 \rho_x$$

$$\rho_x = \frac{F_H}{0,883} = 1999,77 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Minimalna gustoća ispunjene vreće mora biti $\rho_x=2669,39 \text{ kg/m}^3$ iz uvjeta 2.

31. Za inicijalne uvjete zatvorene komore prema slici poklopac mase m_2 nalazi se u mirovanju. Potrebno je odrediti tlakove u točkama A i B te minimalnu masu poklopca m_2 i širine B kojom se onemogućuje otvaranje poklopca rotacijom oko zgloba O.

Zadano je: $\rho_1 = 800 \text{ kg/m}^3$; $\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$; $B = 2 \text{ m}$; $m_1 = 10^5 \text{ kg}$; $h_1 = 4 \text{ m}$;
 $h_2 = 2 \text{ m}$; $h_3 = 2 \text{ m}$; $l = 2 \text{ m}$; $\alpha = 45^\circ$



$$p_O = \frac{m_1 \cdot g}{B \cdot l} = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 9,81}{2 \cdot 2} = 245,25 \text{ kPa}$$

$$p_A = \frac{m_1 \cdot g}{B \cdot l} - \rho_2 \cdot h_2 \cdot g - \rho_1 \cdot h_1 \cdot g = 245,25 - 19,62 - 31,39 = 194,24 \text{ kPa}$$

$$p_B = \frac{m_1 \cdot g}{B \cdot l} + \rho_2 \cdot h_3 \cdot g = 245,25 + 19,62 = 264,87 \text{ kPa}$$

$$\sum M_O = 0$$

$$G \cdot k_G = F_{\square} \cdot k_{F_{\square}} + F_{\Delta} \cdot k_{F_{\Delta}}$$

$$(m_2 \cdot g) \cdot \frac{h_3}{\text{tg}\alpha \cdot 2} = \left(p_O \cdot \frac{h_3}{\sin\alpha} \cdot B \right) \cdot \frac{h_3}{\sin\alpha} \cdot \frac{1}{2} + \left((p_B - p_O) \cdot \frac{h_3}{\sin\alpha} \cdot \frac{B}{2} \right) \cdot \frac{h_3}{\sin\alpha} \cdot \frac{2}{3}$$

$$(m_2 \cdot 9,81) \cdot \frac{2}{\text{tg}45^\circ \cdot 2} = \left(245,25 \cdot \frac{2}{\sin45^\circ} \cdot 2 \right) \cdot \frac{2}{\sin45^\circ} \cdot \frac{1}{2} + \left(19,62 \cdot \frac{2}{\sin45^\circ} \cdot \frac{2}{2} \right) \cdot \frac{2}{\sin45^\circ} \cdot \frac{2}{3}$$

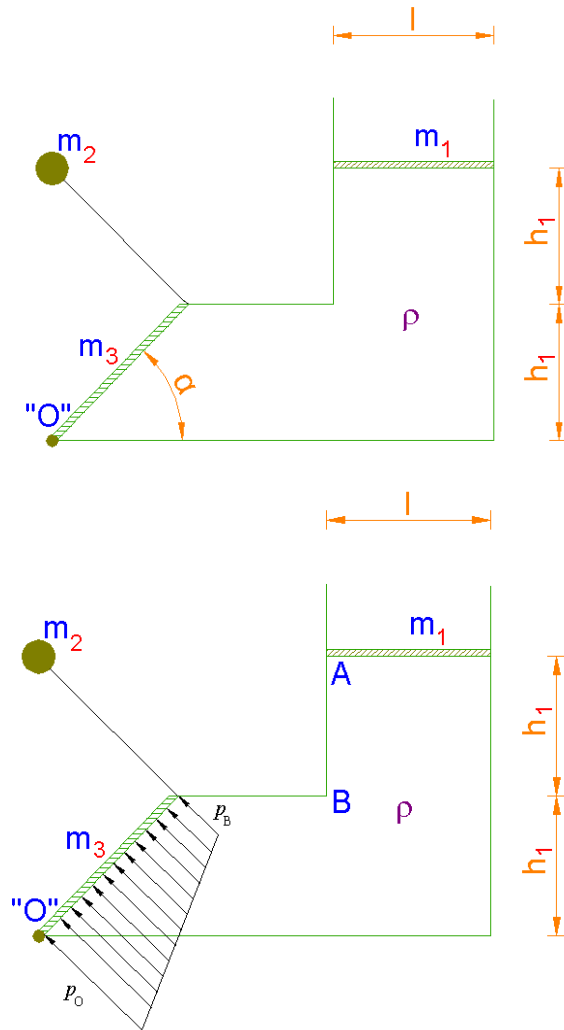
$$9,81m_2 = 1387,34 \cdot 1,414 + 55,49 \cdot 1,886$$

$$m_2 = \frac{2066,35}{9,81}$$

$$m_2 = 210,64 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

32. Potrebno je provjeriti da li se za inicijalne uvijete sa slike pravokutni zatvarač jedinične širine $B = 1 \text{ m}$ i mase m_3 može zadržati u mirovanju ili će doći do njegovog otvaranja okretanjem oko točke "O". Nacrtaj dijagrame horizontalne i vertikalne raspodjele tlakova po konturama.

Zadano je: $m_1 = 100 \text{ kg};$ $m_2 = 1000 \text{ kg};$ $m_3 = 2500 \text{ kg};$
 $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ $h_1 = 1 \text{ m};$ $\alpha = 45^\circ;$ $l = 1 \text{ m}$



$$p_A = \frac{m_1 g}{Bl} = 0,98 \text{ kPa}$$

$$p_B = p_A + \rho g h_1 = 10,79 \text{ kPa}$$

$$p_O = p_B + \rho g h_1 = 20,6 \text{ kPa}$$

Moment oko točke "O" uzrokovao hidrostatskim djelovanjem na poklopac:

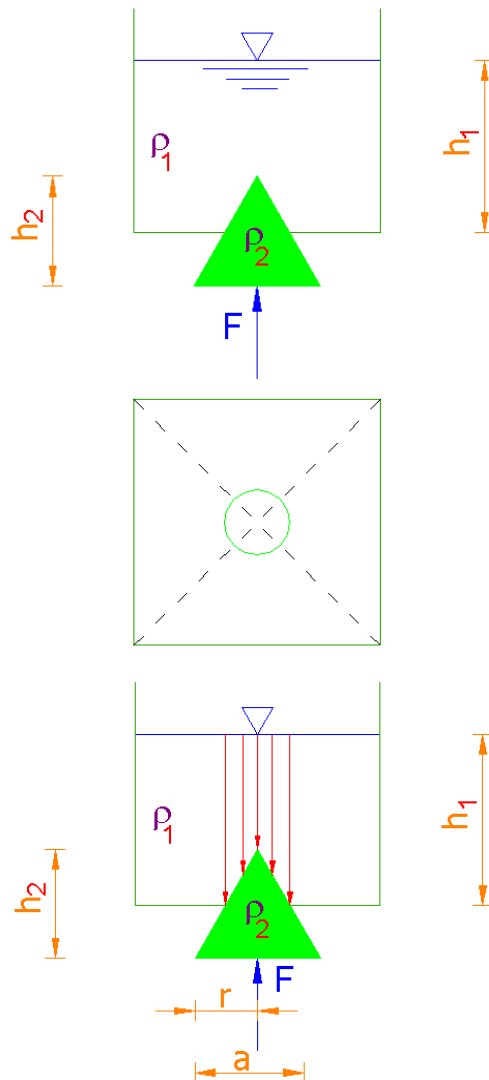
$$M_H = \left(p_A \cdot h_1 \sqrt{2} \cdot \frac{h_1 \sqrt{2}}{2} + \left((p_O - p_A) \cdot h_1 \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{h_1 \sqrt{2}}{3} \right) \right) = 14,06 \text{ kNm}$$

Moment oko točke "O" od masa m_2 i m_3 :

$$M_m = m_3 \cdot g \cdot \frac{h_1}{2} = 2500 \cdot 9,81 \cdot 0,5 = 12,26 \text{ kNm} < 14,06 \text{ kNm} \rightarrow \text{dolazi do otvaranja}$$

33. Stožasti zatvarač koji je ispunjen tekućinom gustoće ρ_2 (u presjeku po osi jednakostraničan trokut) pridržavan je do pola svoje visine u pravokutnoj posudi u kojoj se nalazi tekućina gustoće ρ_1 . Potrebno je odrediti veličinu sile F kojom se pridržava zatvarač kako ne bi došlo do njegovog izbacivanja i nacrtati hidrostatske raspodjele tlakova na zatvarač.

Zadano je: $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$; $\rho_2 = 800 \text{ kg/m}^3$; $h_1 = 3 \text{ m}$; $h_2 = 2 \text{ m}$



$$h_2 = a \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow a = \frac{2h_2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot 2}{\sqrt{3}} = 2,31 \text{ m}; \quad r = \frac{a}{2} = 1,16 \text{ m}$$

$$V_{\text{uronjenog dijela stošca}} = \frac{r^2 \pi}{4} \cdot \frac{h_2}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1,16^2 \pi}{4} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{1}{3} = 0,35 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{stošca}} = \frac{a^2 \pi}{4} \cdot h_2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2,31^2 \cdot \pi}{4} \cdot 2 \cdot \frac{1}{3} = 2,79 \text{ m}^3$$

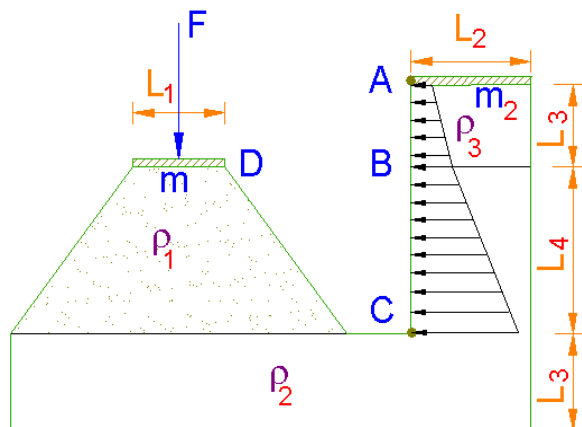
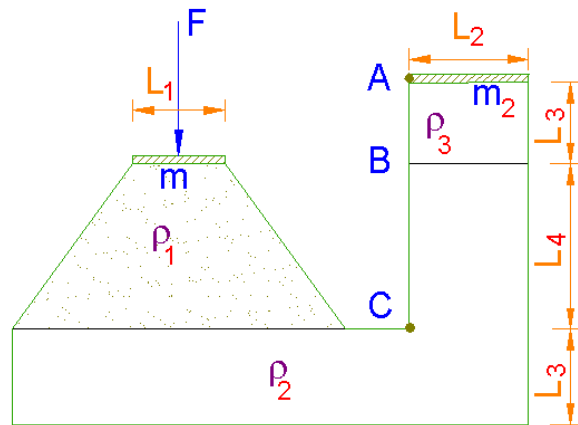
$$G_{\text{vode}} = \rho_1 g \cdot \left(\frac{r^2 \pi}{4} \cdot h_1 - V_{\text{uronjenog dijela stošca}} \right) = \rho_1 g \cdot \left(\frac{1,16^2 \pi}{4} \cdot 3 - 0,35 \right) = \rho_1 g \cdot (3,17 - 0,35) = 27,66 \text{ kN}$$

$$G_{\text{stošca}} = \rho_2 g \cdot V_{\text{stošca}} = \rho_2 g \cdot 2,79 = 21,9 \text{ kN}$$

$$F = G_{\text{stošca}} + G_{\text{vode}} = 49,56 \text{ kN}$$

34. Potrebno je odrediti minimalnu veličinu sile F potrebne za okretanje poklopca mase m_2 oko točke A. Sila F djeluje na poklopac pravokutnih dimenzija $L_1 \cdot B = 2 \cdot 1$ m. Nacrtati hidrostatske raspodjele tlaka na konturu od točke A do točke C.

Zadano je: $\rho_1 \approx 0 \text{ kg/m}^3$; $\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$; $\rho_3 = 800 \text{ kg/m}^3$; $m = 500 \text{ kg}$; $m_2 = 1000 \text{ kg}$;
 $L_2 = 3 \text{ m}$; $L_3 = 2 \text{ m}$; $L_4 = 4 \text{ m}$



$$p_D = p_C = \frac{F + m \cdot g}{L_1 \cdot B}$$

$$p_B = \frac{F + m \cdot g}{L_1 \cdot B} - \rho_2 \cdot g \cdot L$$

$$p_A = \frac{F + m \cdot g}{L_1 \cdot B} - \rho_2 \cdot g \cdot L_4 - \rho_3 \cdot g \cdot L_3$$

$$\sum M_A = 0$$

$$\left(\frac{F + m \cdot g}{L_1 \cdot B} - \rho_2 \cdot g \cdot L_4 - \rho_3 \cdot g \cdot L_3 \right) \cdot L_2 \cdot B \cdot \frac{L_2}{2} \geq m_2 \cdot g \cdot \frac{L_2}{2}$$

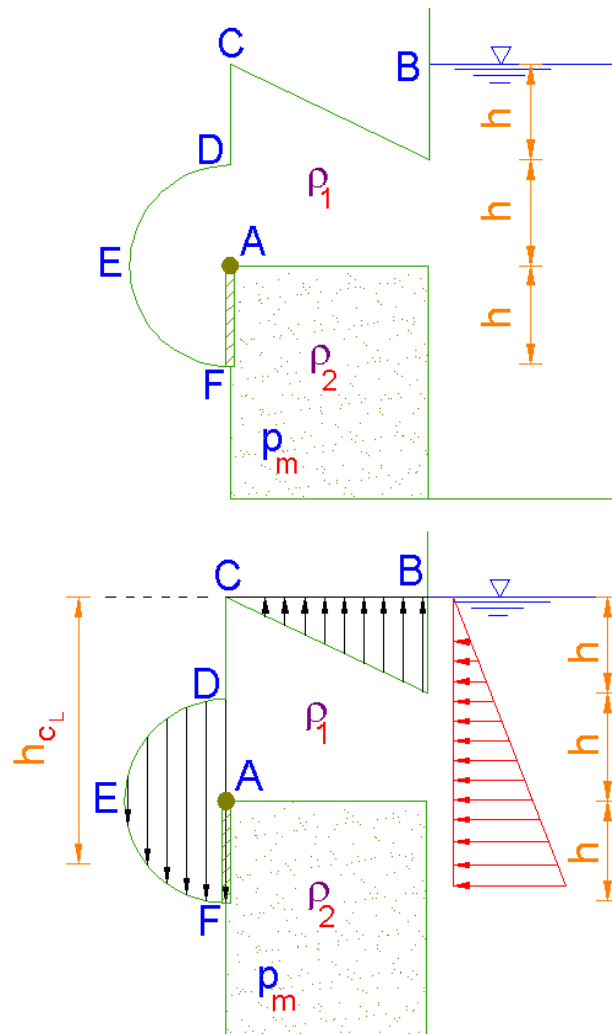
$$\left(\frac{F + 4905}{2} - 39240 - 15696 \right) \cdot 4,5 \geq 14715$$

$$(F + 4905 - 109872) \geq 3270$$

$$F \geq 108,237 \text{ kN}$$

35. Potrebno je odrediti veličinu tlaka p_m u komori kojom će se onemogućiti okretanje pravokutnog poklopa oko zgloba u točki A. Nacrtati resultantne dijagrame hidrostatske raspodjele horizontalne i vertikalne komponente tlaka na konturu od točke B do točke F. Širina komore iznosi $B = 1$ m.

Zadano je: $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$; $\rho_2 \approx 0 \text{ kg/m}^3$; $h = 2$ m



$$F_L = \rho_1 g \left(\frac{h}{2} + t \right) h B = \rho_1 g \left(\frac{h}{2} + 2h \right) h B = 9,81 \cdot (1+4) \cdot 2 \cdot 1 = 98,1 \text{ kN}$$

$$h_{c_L} = \frac{6 \cdot t^2 + 6 \cdot h \cdot t + 2h^2}{6 \cdot t + 3h} = \frac{6 \cdot 4^2 + 6 \cdot 2 \cdot 4 + 2 \cdot 2^2}{6 \cdot 4 + 3 \cdot 2} = 5,07 \text{ m}$$

$$F_D = p_m \cdot h \cdot B$$

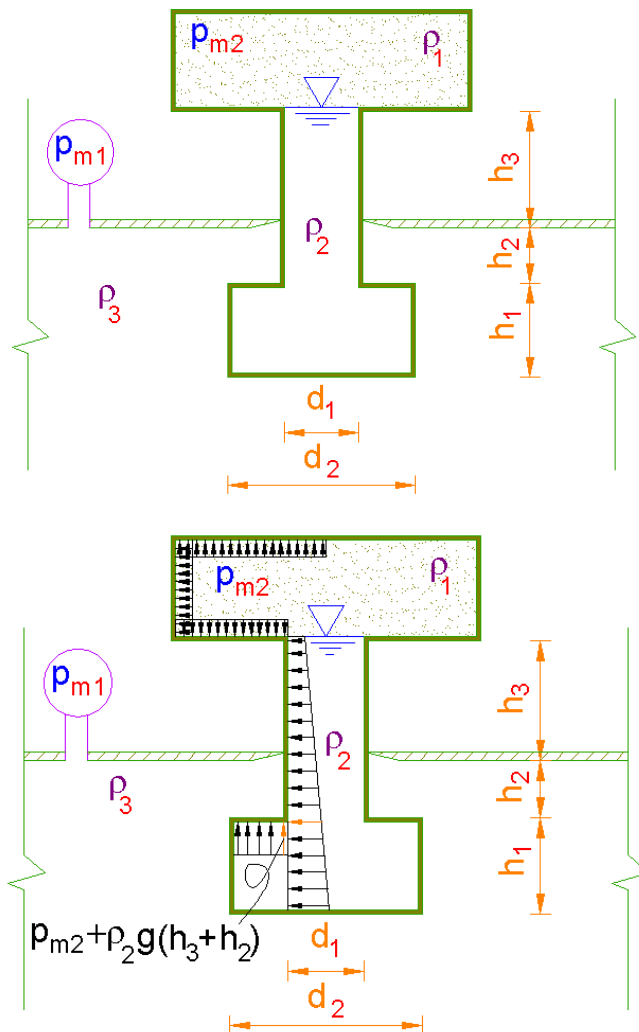
$$\sum M_{(A)} = 0$$

$$F_L \cdot 1,07 = F_D \cdot 1$$

$$p_m = \frac{F_L \cdot 1,07}{h \cdot B} = \frac{98,1 \cdot 1,07}{2 \cdot 1} = 52,48 \text{ kPa}$$

36. Potrebno je odrediti gustoću fluida ρ_3 ukoliko se zatvarač sa slike nalazi u ravnoteži. Pretpostavljen je idealan spoj zatvarača i okolne strukture, a masa konture zatvarača je zanemariva. Nacrtati dijagrame raspodjele tlakova po unutarnjoj konturi zatvarača.

Zadano je: $\rho_1 \approx 0 \text{ kg/m}^3$; $\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$; $p_m = 9,81 \text{ kPa}$
 $d_1 = 0,2 \text{ m}$; $d_2 = 0,5 \text{ m}$; $h_1 = 0,3 \text{ m}$; $h_2 = 0,2 \text{ m}$; $h_3 = 0,5 \text{ m}$



$$G = U$$

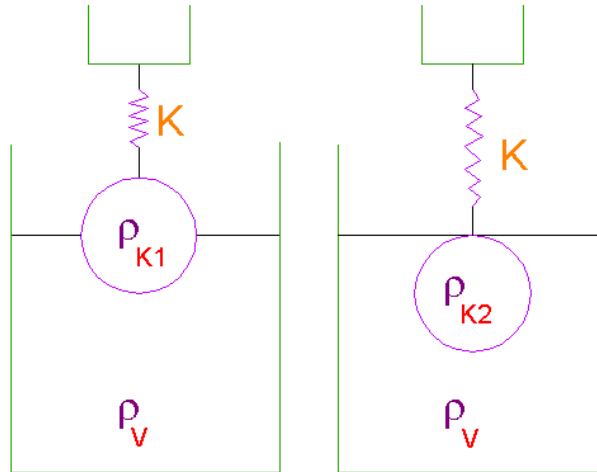
$$\rho_2 \cdot g \left(\frac{d_2^2 \pi}{4} \cdot h_1 + \frac{d_1^2 \pi}{4} \cdot (h_2 + h_3) \right) = \rho_3 g \left(\frac{d_2^2 \pi}{4} - \frac{d_1^2 \pi}{4} \right) \cdot h_1 + \frac{d_1^2 \pi}{4} (p_m + \rho_3 g (h_1 + h_2))$$

$$793,6 = \rho_3 \cdot 0,485 + 308,2 + \rho_3 \cdot 0,154$$

$$485,4 = \rho_3 \cdot 0,639$$

$$\rho_3 = 759,6 \text{ kg/m}^3$$

37. Potrebno je odrediti gustoće kugli ρ_{k1} i ρ_{k2} radijusa $r_{K1} = r_{K2} = 1$ m uronjene u vodu gustoće $\rho_v = 1000$ kg/m³ kao na slici i obješenu na vertikalnu oprugu konstantne krutosti $K = 164,36$ kN/m'. Deformacija opruge na slici lijevo je $\Delta L_1 = 0,5$ m.



$$K \cdot \Delta L + U = G$$

$$U_1 = \rho_v \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} r^3 \pi = 20,55 \text{ kN}$$

$$G_1 = \frac{4}{3} r^3 \pi \cdot \rho_{K1} \cdot g = 41,1 \rho_{K1}$$

$$164,36 \cdot 0,5 + 20,55 = 41,1 \rho_{K1}$$

$$\rho_{K1} = \frac{102,73}{41,1} = 2,5 \cdot 10^3 \text{ kg / m}^3$$

$$\Delta L_2 = \Delta L_1 + r = 0,5 + 1 = 1,5 \text{ m}$$

$$U_2 = \rho_v \cdot g \cdot \frac{4}{3} r^3 \pi = 41,1 \text{ kN}$$

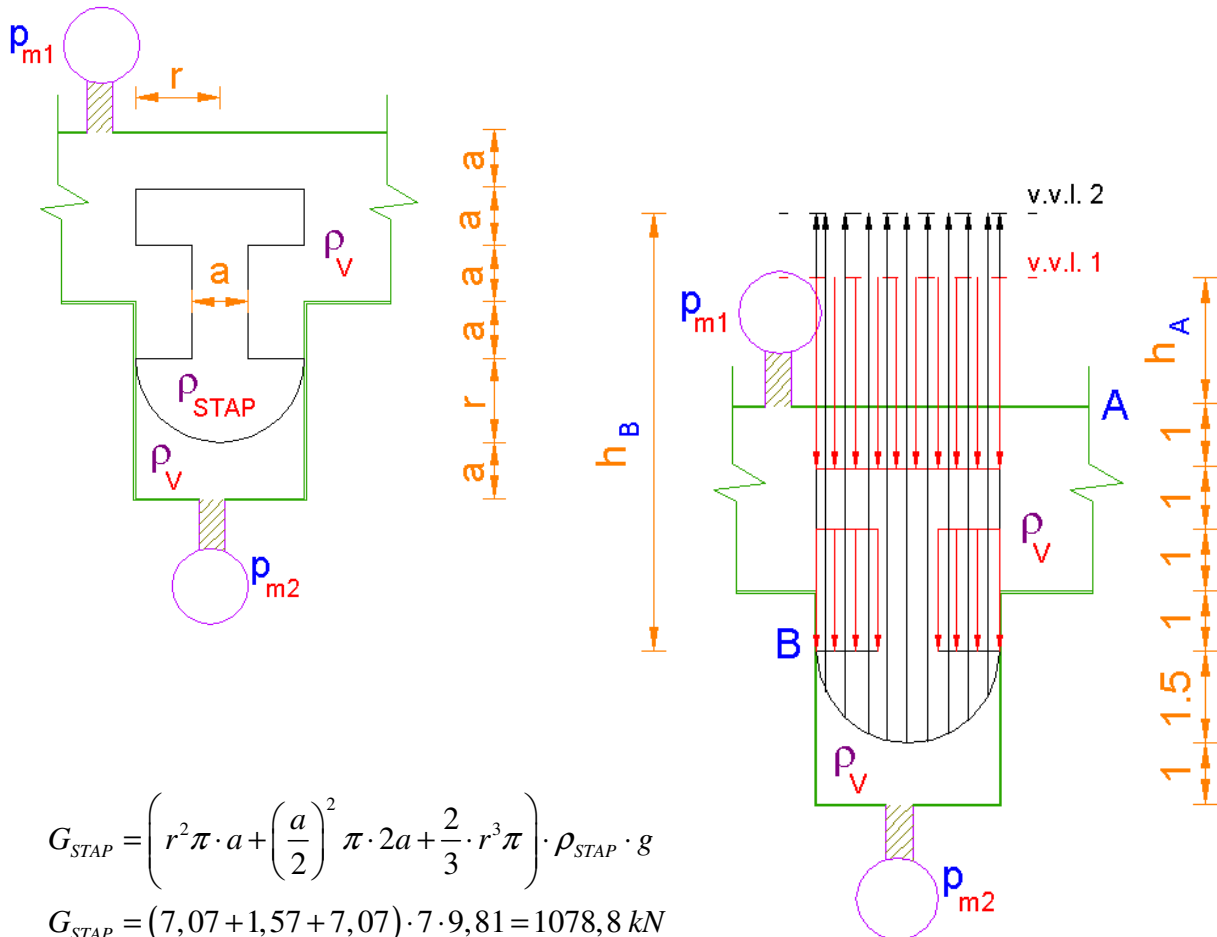
$$G_2 = \frac{4}{3} r^3 \pi \cdot \rho_{K2} \cdot g = 41,1 \rho_{K2}$$

$$164,36 \cdot 1,5 + 41,1 = 41,1 \rho_{K2}$$

$$\rho_{K2} = \frac{287,64}{41,1} = 7,0 \cdot 10^3 \text{ kg / m}^3$$

38. Potrebno je odrediti tlak u manometru p_{m2} ako se štap postavljen kao na slici nalazi u ravnoteži te ako se pretpostavi idealno brtvljenje štapa sa čvrstim konturama kao i odsustvo trenja. Potrebno je nacrtati dijagrame raspodjela tlakova po konturi štapa.

Zadano je: $p_{m1} = 19,62 \text{ kPa}$; $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$; $\rho_{stap} = 7000 \text{ kg/m}^3$; $a = 1 \text{ m}$; $r = 1,5 \text{ m}$



$$G_{STAP} = \left(r^2 \pi \cdot a + \left(\frac{a}{2} \right)^2 \pi \cdot 2a + \frac{2}{3} \cdot r^3 \pi \right) \cdot \rho_{STAP} \cdot g$$

$$G_{STAP} = (7,07 + 1,57 + 7,07) \cdot 7 \cdot 9,81 = 1078,8 \text{ kN}$$

Uvjet ravnoteže: $\sum F_{(y)} = 0$

$$\rho_v \cdot g \cdot (h_A + 1) \cdot r^2 \pi + \rho_v \cdot g \cdot \left(r^2 \pi - \left(\frac{a}{2} \right)^2 \pi \right) \cdot 2a + G_{STAP} - \rho_v \cdot g \cdot \left[h_B \cdot r^2 \pi + \frac{2}{3} r^3 \pi \right] = 0$$

$$h_A = \frac{p_{m1}}{\rho_v \cdot g} = 2 \text{ m}; \quad p_{m2} = \rho_v \cdot g \cdot (h_B + r + a)$$

$$1 \cdot 9,81 \cdot (2 + 1) \cdot 1,5^2 \pi + 1 \cdot 9,81 \cdot (1,5^2 \pi - 0,5^2 \pi) \cdot 2 \cdot 1 + 1078,8 - 1 \cdot 9,81 \cdot \left[h_B \cdot 1,5^2 \pi + \frac{2}{3} 1,5^3 \pi \right] = 0$$

$$208,03 + 123,28 + 1078,8 - 69,34 h_B - 69,34 = 0$$

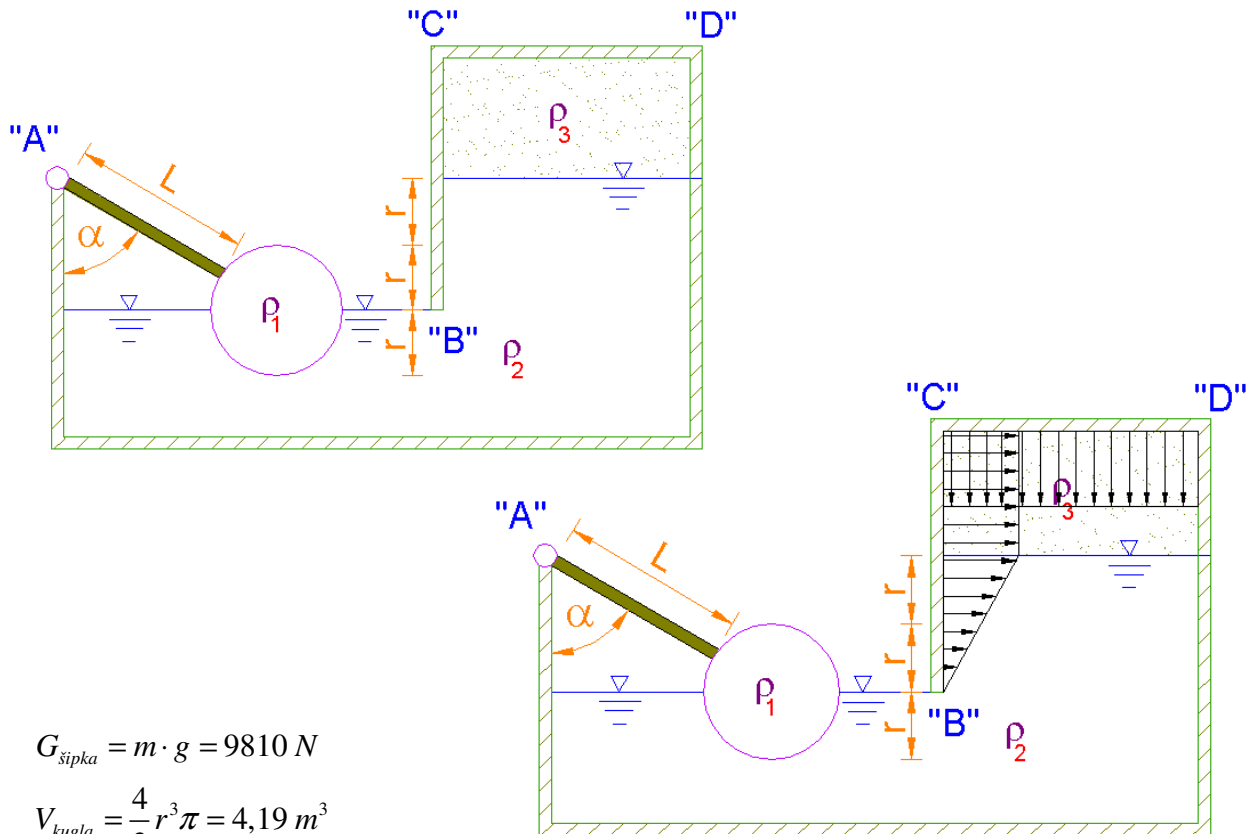
$$1340,77 = 69,34 h_B$$

$$h_B = \frac{1340,77}{69,34} = 19,34 \text{ m}$$

$$p_{m2} = \rho_v \cdot g \cdot (h_B + r + a) = 1 \cdot 9,81 \cdot (19,34 + 1,5 + 1) = 214,25 \text{ kPa}$$

39. Potrebno je odrediti tlak u točki C i gustoću fluida ρ_2 ako se uronjena kugla nalazi u mirovanju i u položaju kao na slici, te ako je pričvršćena na kraju šipke koja ima masu $m = 1000$ kg. Potrebno je nacrtati i dijagrame raspodjela tlakova na konture B-C-D.

Zadano je: $\rho_1 = 800 \text{ kg/m}^3$; $\rho_3 \approx 0$; $L = 2 \text{ m}$; $r = 1 \text{ m}$; $\alpha = 60^\circ$



$$G_{\text{šipka}} = m \cdot g = 9810 \text{ N}$$

$$V_{\text{kugla}} = \frac{4}{3} r^3 \pi = 4,19 \text{ m}^3$$

$$G_{\text{kugla}} = \rho_1 \cdot g \cdot V_{\text{kugla}} = 800 \cdot 9,81 \cdot 4,19 = 32883,12 \text{ N}$$

$$U = \rho_2 \cdot g \cdot \frac{V_{\text{kugla}}}{2} = \rho_2 \cdot 9,81 \cdot \frac{4,19}{2} = 20,55 \rho_2$$

$$U \cdot (L+r) \cdot \sin \alpha = G_{\text{šipka}} \cdot \frac{L}{2} \cdot \sin \alpha + G_{\text{kugla}} \cdot (L+r) \cdot \sin \alpha$$

$$20,55 \rho_2 \cdot (2+1) \cdot 1 = 9810 \cdot \frac{2}{2} \cdot 1 + 32883,12 \cdot (2+1) \cdot 1$$

$$\rho_2 = 1759,28 \text{ kg/m}^3$$

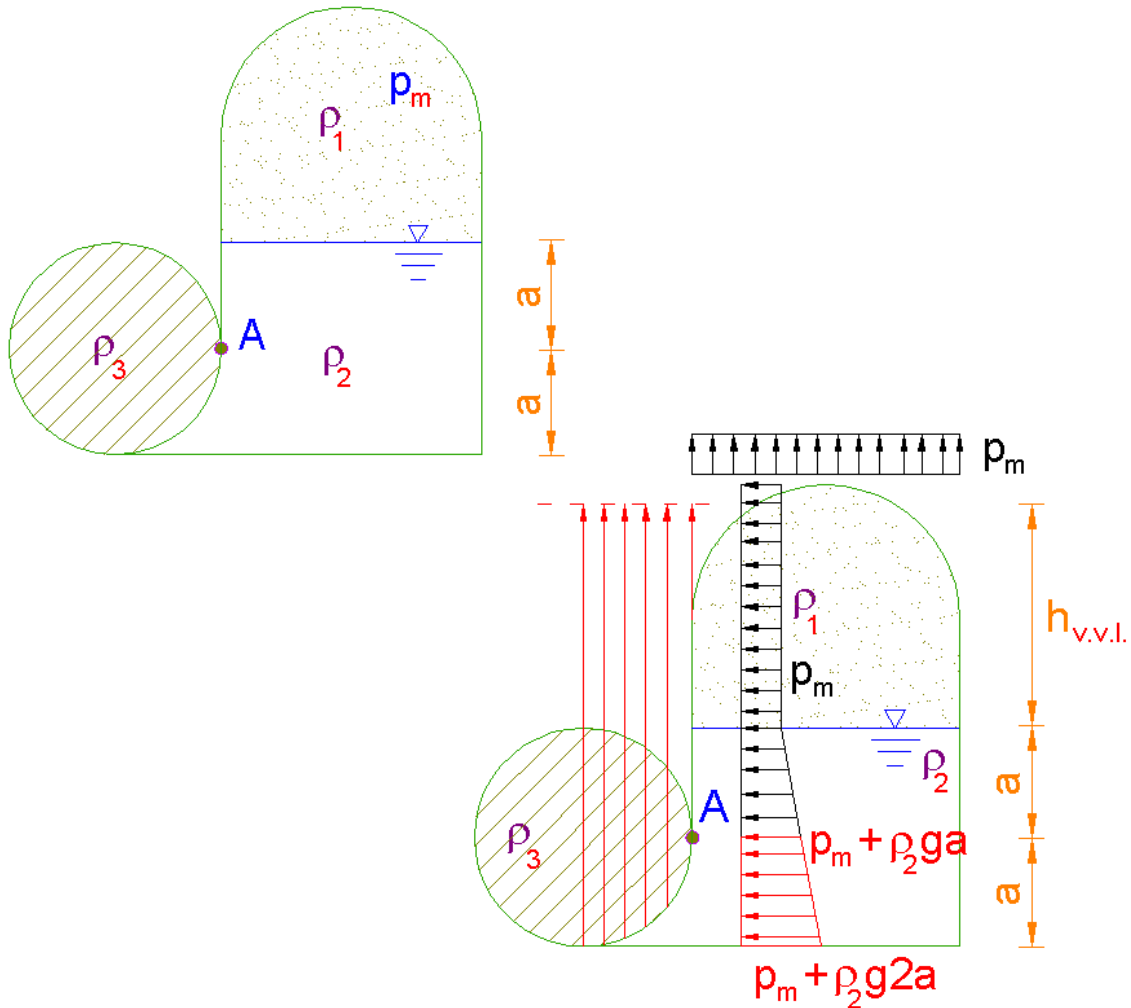
$$p_B = 0 \text{ kPa}$$

$$p_C = 0 - \rho_2 \cdot g \cdot 2r = -34,52 \text{ kPa}$$

$$p_D = p_C$$

40. Potrebno je odrediti minimalnu gustoću cilindričnog zatvarača ρ_3 , tako da ne dođe do njegovog podizanja rotacijom oko točke A. Nacrtati dijagrame hidrostatske raspodjele tlakova po svim konturama posude. Računati za jedan metar širine sustava.

Zadano je: $\rho_1 \approx 0 \text{ kg/m}^3$; $\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$; $p_m = 19,62 \text{ kPa}$; $a = 1 \text{ m}$



$$F_x = F_{x1} + F_{x2} = (p_m + \rho_2 g a) \cdot a + \rho_2 g a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = 29,43 + 4,91 = 34,34 \text{ kN/m}$$

$$F_y = F_{y1} + F_{y2} = \rho_2 g \cdot a \cdot (a + h_{v.v.l.}) + \rho_2 g \cdot \frac{a^2 \pi}{4} = 29,43 + 7,7 = 37,13 \text{ kN/m}$$

$$\sum M_A = 0$$

$$G \cdot a = F_{x1} \cdot \frac{a}{2} + F_{x2} \cdot \frac{3a}{2} + F_{y1} \cdot \frac{a}{2} + F_{y2} \left(a - \frac{4a}{3\pi} \right)$$

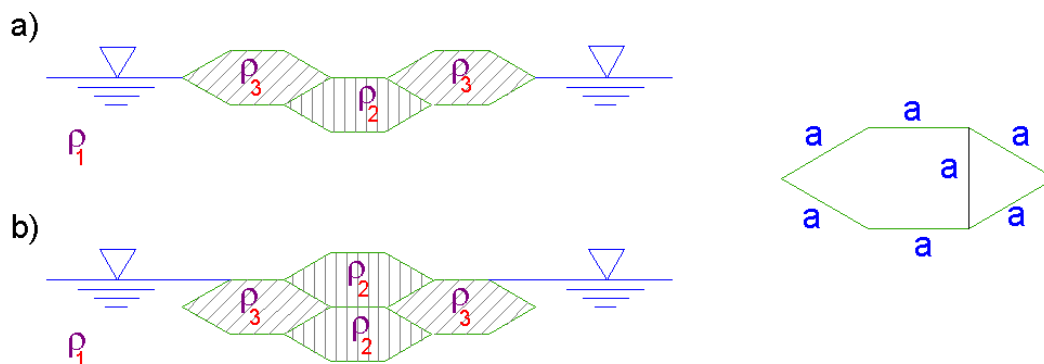
$$(a^2 \pi \cdot \rho_2 \cdot g) \cdot a = F_{x1} \cdot \frac{a}{2} + F_{x2} \cdot \frac{3a}{2} + F_{y1} \cdot \frac{a}{2} + F_{y2} \left(a - \frac{4a}{3\pi} \right)$$

$$30,82 \rho_2 = 14,72 + 7,36 + 14,72 + 4,43$$

$$\rho_2 = 1,34 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

41. Tijela šesterokutnog poprečnog presjeka i jedinične duljine su ispunjena tekućinama gustoća ρ_2 i ρ_3 te međusobno povezana na način a) i b) plutaju na vodi kako je to prikazano na slici. Potrebno je odrediti gustoće ρ_2 i ρ_3 pri kojima je zadovoljen uvjet plutanja za oba slučaja.

Zadano je: $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$



Ravnoteža a)

$$2 \cdot \rho_3 \cdot V \cdot g + \rho_2 \cdot V \cdot g = 2 \cdot \rho_1 \cdot V \cdot g \quad / : (V \cdot g)$$

$$2 \cdot \rho_3 + \rho_2 = 2 \cdot \rho_1 \quad \rightarrow \quad \rho_2 = 2 \cdot \rho_1 - 2 \cdot \rho_3$$

Ravnoteža b)

$$2 \cdot \rho_3 \cdot V \cdot g + 2 \cdot \rho_2 \cdot V \cdot g = 3.5 \cdot \rho_1 \cdot V \cdot g \quad / : (V \cdot g)$$

$$2 \cdot \rho_3 + 2 \cdot \rho_2 = 3.5 \cdot \rho_1$$

Iz a) u b)

$$2 \cdot \rho_3 + 2 \cdot (2 \cdot \rho_1 - 2 \cdot \rho_3) = 3.5 \cdot \rho_1$$

$$2 \cdot \rho_3 + 4 \cdot \rho_1 - 4 \cdot \rho_3 = 3.5 \cdot \rho_1$$

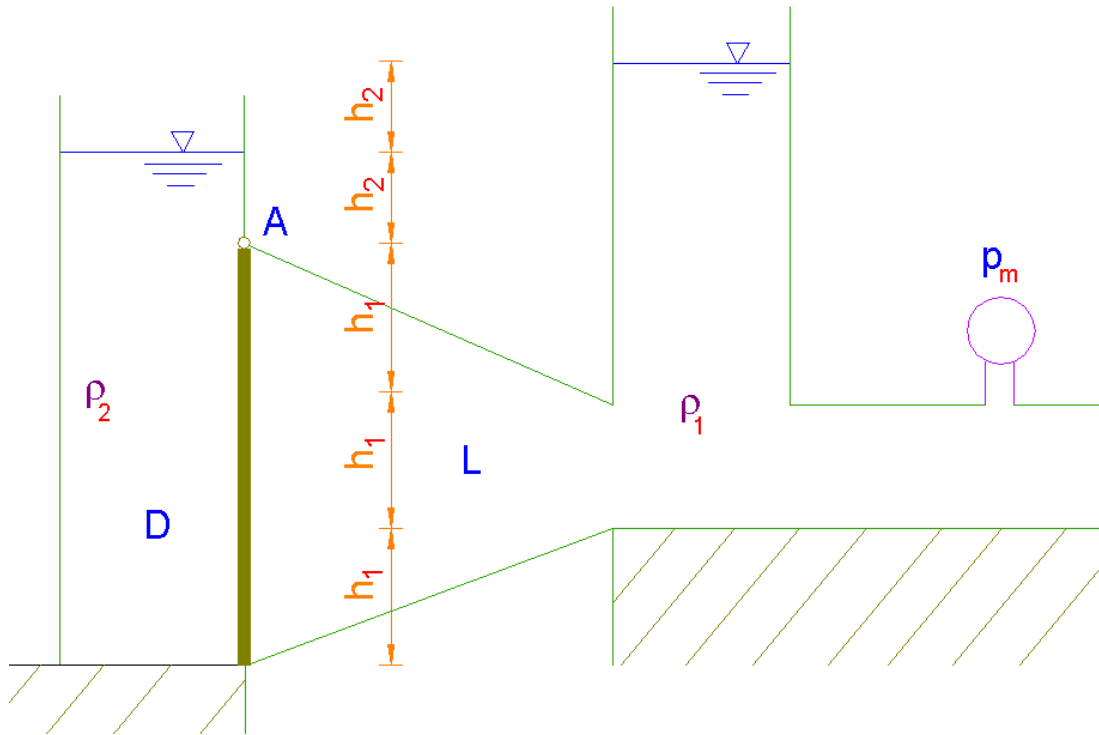
$$0.5 \cdot \rho_1 = 2 \cdot \rho_3$$

$$\rho_3 = 0.25 \cdot \rho_1 = 250 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_2 = 2 \cdot \rho_1 - 2 \cdot \rho_3 = 1500 \text{ kg/m}^3$$

42. Komore D (desna) i L (lijeva) ispunjene su tekućinama gustoće ρ_1 i ρ_2 , a između njih nalazi se poklopac pravokutnog presjeka sa mogućnosti zaokreta oko točke A. Potrebno je odrediti tlak p_m koji mjeri manometar te minimalnu gustoću ρ_2 kojom će se za zadanu geometriju i položaje vodnih lica sa slike onemogućiti okretanje poklopca oko točke A u smjeru kazaljke na satu.

Zadano je: $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$; $h_1 = 1 \text{ m}$; $h_2 = 0,5 \text{ m}$



$$p_m = \rho g (h_1 + 2h_2) = 19,62 \text{ kPa}$$

$$F_H^D = \rho_1 \cdot g \cdot (2h_2 + 1,5h_1) \cdot 3h_1 = 73,575 \text{ kN}$$

$$F_H^L = \rho_2 \cdot g \cdot (h_2 + 1,5h_1) \cdot 3h_1 = \rho_2 \cdot 58,86$$

$$h_c^D = \left(\frac{6 \cdot (2h_2)^2 + 6 \cdot (3h_1) \cdot (2h_2) + 2 \cdot (3h_1)^2}{6 \cdot (2h_2) + 3 \cdot (3h_1)} \right) = 2,8 \text{ m}$$

$$h_c^L = \left(\frac{6 \cdot h_2^2 + 6 \cdot (3h_1) \cdot h_2 + 2 \cdot (3h_1)^2}{6 \cdot h_2 + 3 \cdot (3h_1)} \right) = 2,375 \text{ m}$$

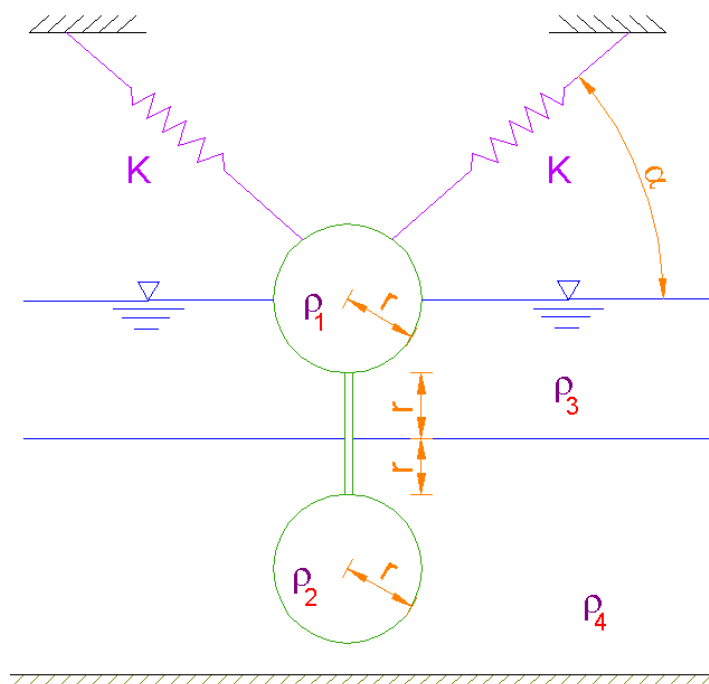
$$\sum M_A = 0$$

$$F_H^D \cdot (h_c^D - 2h_2) = F_H^L \cdot (h_c^L - h_2)$$

$$73,575 \cdot 1,8 = \rho_2 \cdot 58,86 \cdot 1,875 \quad \rightarrow \quad \rho_2 = \frac{73,575 \cdot 1,8}{58,86 \cdot 1,875} = 1,2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

43. Potrebno je odrediti dužinsku deformaciju ΔL opruga krutosti K na koje su pričvršćene kugle. Kugle uronjene u tekućine ρ_2 i ρ_3 su povezane štapom zanemarive težine.

Zadano je: $\rho_1 = 1500 \text{ kg/m}^3$; $\rho_2 = 2500 \text{ kg/m}^3$; $\rho_3 = 1000 \text{ kg/m}^3$; $\rho_4 = 1250 \text{ kg/m}^3$;
 $r = 0,5 \text{ m}$; $K = 10 \text{ kN/m}$; $\alpha = 45^\circ$



$$V = \frac{4}{3} r^3 \pi = 0,524 \text{ m}^3$$

$$G_1 = \rho_1 \cdot V \cdot g = 1,5 \cdot 0,524 \cdot 9,81 = 7,71 \text{ kN}$$

$$G_2 = \rho_2 \cdot V \cdot g = 2,5 \cdot 0,524 \cdot 9,81 = 12,85 \text{ kN}$$

$$U_1 = \rho_3 \cdot \frac{V}{2} \cdot g = 1 \cdot \frac{0,524}{2} \cdot 9,81 = 2,57 \text{ kN}$$

$$U_2 = \rho_4 \cdot V \cdot g = 1,25 \cdot 0,524 \cdot 9,81 = 6,43 \text{ kN}$$

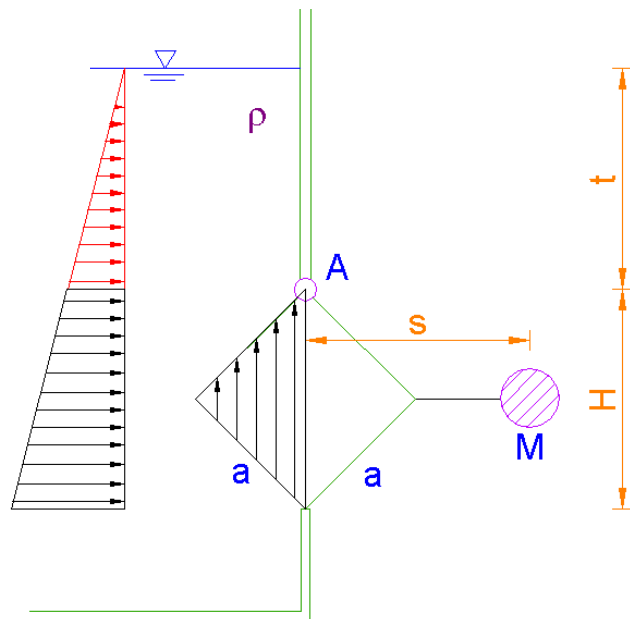
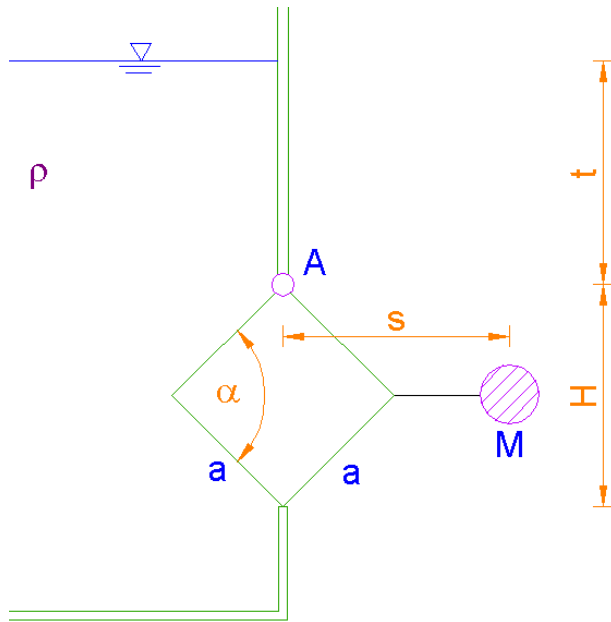
$$R_v = -G_1 - G_2 + U_1 + U_2 = -7,71 - 12,85 + 2,57 + 6,43 = -11,56 \text{ kN}$$

$$F_{\text{OPRUGA}} = \frac{1}{2} R_v \cdot \sin 45^\circ = 4,09 \text{ kN}$$

$$\Delta L = \frac{F_{\text{OPRUGA}}}{K} = \frac{4,09}{10} = 0,409 \text{ m}$$

44. Potrebno je odrediti minimalnu masu kugle M koja će onemogućiti otvaranje zatvarača kvadratnog presjeka jedinične širine zakretanjem oko točke A. Nacrtati dijagrame vertikalne i horizontalne komponente po konturama zatvarača.

Zadano je: $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$; širina zatvarača = 1m; $H = 2 \text{ m}$; $t = 2 \text{ m}$; $s = 2 \text{ m}$;
 $\alpha = 90^\circ$



$$F_H = \frac{\rho g t + \rho g (t + H)}{2} \cdot H = 58,86 \text{ kN}$$

$$h_c = \frac{6t^2 + 6Ht + 2H^2}{6t + 3H} = 3.11 \text{ m}$$

$$F_V = \rho g \left(\frac{H}{2} \right)^2 = 9,81 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0$$

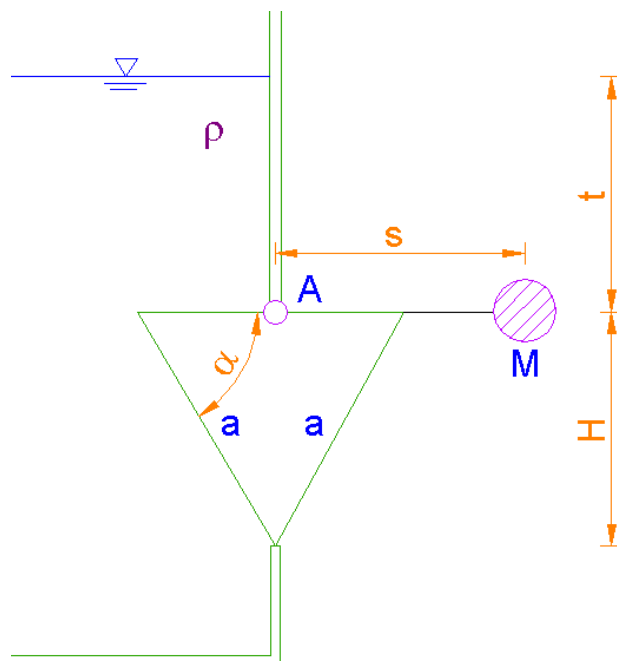
$$F_H \cdot (h_c - t) - F_V \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{H}{2} - M \cdot s = 0$$

$$58,86 \cdot 1.11 - 9,81 \cdot 0.33 - M \cdot g \cdot 2 = 0$$

$$M = 3165 \text{ kg}$$

45. Potrebno je odrediti minimalnu masu kugle M koja će onemogućiti otvaranje zatvarača trokutastog presjeka jedinične širine zakretanjem oko točke A . Nacrtati dijagrame vertikalne i horizontalne komponente po konturama zatvarača.

Zadano je: $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$; $H = 2 \text{ m}$; $t = 2 \text{ m}$; $s = 2 \text{ m}$; $\alpha = 60^\circ$



$$a = \frac{2}{\sin 60^\circ} = 2,31 \text{ m}$$

$$F_H = \frac{\rho g t + \rho g (t + H)}{2} \cdot H = 58,86 \text{ kN}$$

$$h_C = \frac{6t^2 + 6Ht + 2H^2}{6t + 3H} = 3,11 \text{ m}$$

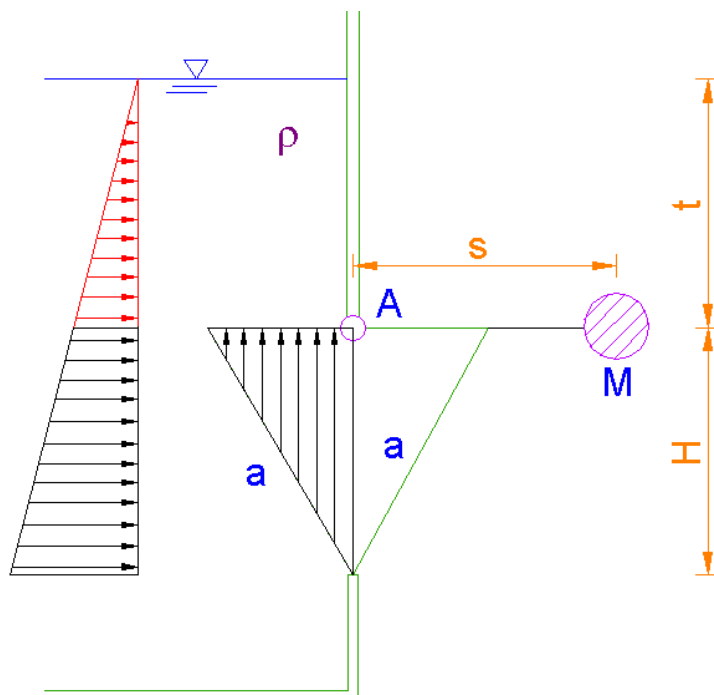
$$F_V = \rho g \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{H}{2} = 11,33 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0$$

$$F_H \cdot (h_C - t) - F_V \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} - M \cdot s = 0$$

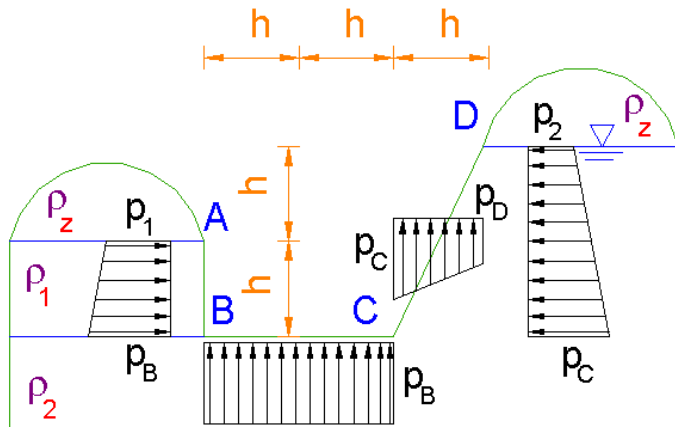
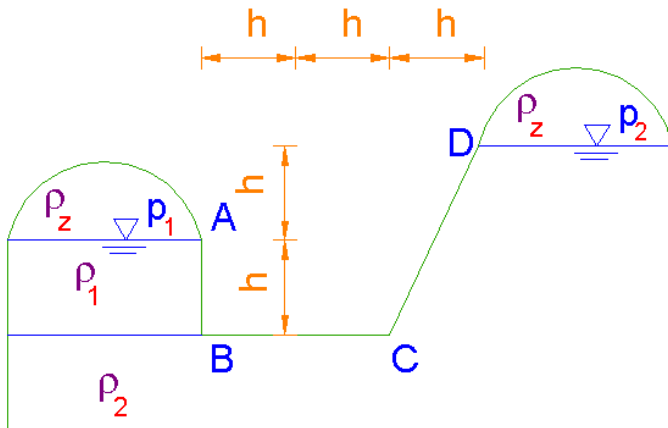
$$58,86 \cdot 1,11 - 11,33 \cdot 0,39 - M \cdot g \cdot 2 = 0$$

$$M = 3105 \text{ kg}$$



46. Za zatvorenu posudu kao na slici, potrebno je odrediti vrijednost tlaka p_2 kojim se omogućava ravnotežno stanje. Tekućine ρ_1 i ρ_2 su nestišljive. Potrebno je izračunati vrijednosti vertikalnih i horizontalnih komponenti sila tlakova po konturama posude AB, BC i CD. Izračunati rezultantnu silu F_{AD} od točke A do točke D te nacrtati dijagrame tlakova za konturu posude od A do D.

Zadano je: $\rho_1 = 600 \text{ kg/m}^3$; $\rho_2 = 900 \text{ kg/m}^3$; $\rho_z = 0 \text{ kg/m}^3$; $h = 4 \text{ m}$; $p_1 = 100 \text{ kPa}$



$$p_A = p_1 = 100 \text{ kPa}$$

$$p_B = p_C = p_A + \rho_1 g h = 123,54 \text{ kPa}$$

$$p_D = p_C - \rho_2 g 2h = 52,91 \text{ kPa}$$

$$p_2 = p_D$$

$$F_{H(AB)} = \frac{p_A + p_B}{2} \cdot h = 447,08 \text{ kN}$$

$$F_{H(CD)} = \frac{p_D + p_C}{2} \cdot 2h = -705,8 \text{ kN}$$

$$F_{V(BC)} = p_B \cdot 2h = 988,32 \text{ kN}$$

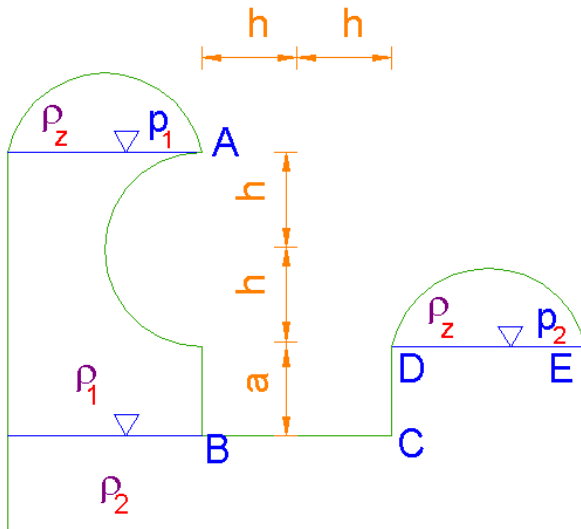
$$F_{V(CD)} = \frac{p_C + p_D}{2} \cdot h = 352,9 \text{ kN}$$

$$F_{H(AD)} = 447,08 - 705,8 = -258,72 \text{ kN}$$

$$F_{V(AD)} = 988,32 + 352,9 = 1341,22 \text{ kN}$$

47. Za zatvorenu posudu kao na slici, potrebno je odrediti vrijednost visine h tako da se omogući ravnotežno stanje. Tekućine ρ_1 i ρ_2 su nestišljive. Potrebno je izračunati vrijednosti vertikalnih i horizontalnih komponenti sila tlakova po konturama posude AB, BC i CD. Izračunati rezultantnu silu F_{AD} od točke A do točke D te nacrtati dijagrame tlakova za konturu posude od A do D.

Zadano je: $\rho_1 = 600 \text{ kg/m}^3$; $\rho_2 = 900 \text{ kg/m}^3$; $\rho_z = 0 \text{ kg/m}^3$;
 $p_1 = 20 \text{ kPa}$; $p_2 = 60 \text{ kPa}$; $a = 5 \text{ m}$



$$p_B = p_C$$

$$p_1 + \rho_1 g (a + 2h) = p_2 + \rho_2 g a$$

$$h = \frac{60 + 0,9 \cdot 9,81 \cdot 5 - 20 - 0,6 \cdot 9,81 \cdot 5}{2 \cdot 0,6 \cdot 9,81} = 4,65 \text{ m}$$

$$p_A = p_1 = 20 \text{ kPa}$$

$$p_B = p_C = p_A + \rho_1 g (a + 2h)$$

$$p_B = 20 + 0,6 \cdot 9,81 \cdot (5 + 2 \cdot 4,65) = 104,17 \text{ kPa}$$

$$p_D = p_C - \rho_2 g a = 104,17 - 0,9 \cdot 9,81 \cdot 5 = 60,02 \text{ kPa}$$

$$F_{H(AB)} = \frac{p_A + p_B}{2} \cdot (2h + a) = 887,82 \text{ kN}$$

$$F_{H(CD)} = -\frac{p_D + p_C}{2} \cdot a = -410,48 \text{ kN}$$

$$F_{V(AB)} = \rho_1 g \frac{h^2 \pi}{2} = 199,92 \text{ kN}$$

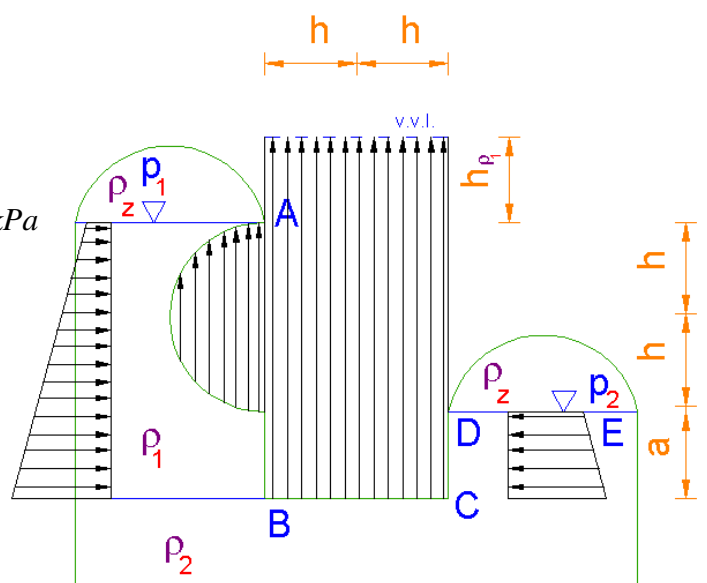
$$F_{V(BC)} = p_B \cdot 2h = 968,78 \text{ kN}$$

$$F_{H(AD)} = 887,82 - 410,48 = -477,34 \text{ kN}$$

$$F_{V(AD)} = 199,92 + 968,78 = 1168,7 \text{ kN}$$

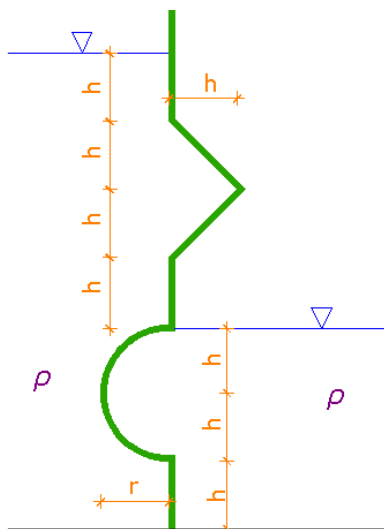
virtualno vodno lice BC svedeno na gustoću ρ_1

$$h_{\rho_1} = \frac{p_1}{\rho_1 g} = \frac{20}{0,6 \cdot 9,81} = 3,4 \text{ m}$$

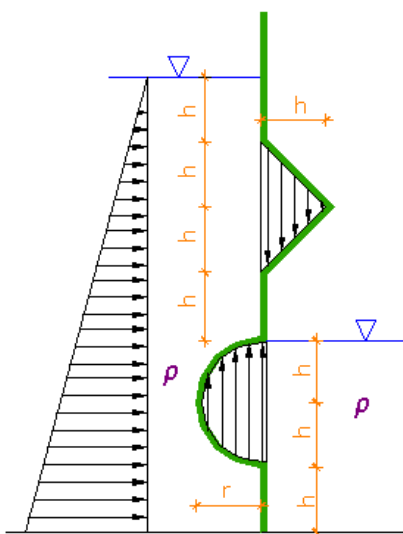


48. Voda se nalazi s desne i lijeve strane profiliranog lima kao na slici. Potrebno je odrediti ukupnu silu kojom voda djeluje na lim. Također treba nacrtati horizontalne i vertikalne komponente dijagrama tlaka posebno s desne i posebno s lijeve strane te resultantne dijagrame horizontalnih i vertikalnih komponenti tlaka.

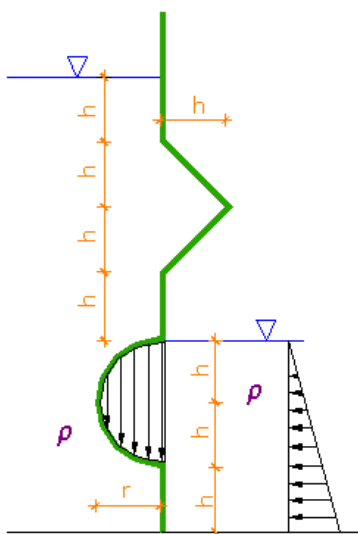
Zadano: $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$; $h = r = 0,5 \text{ m}$



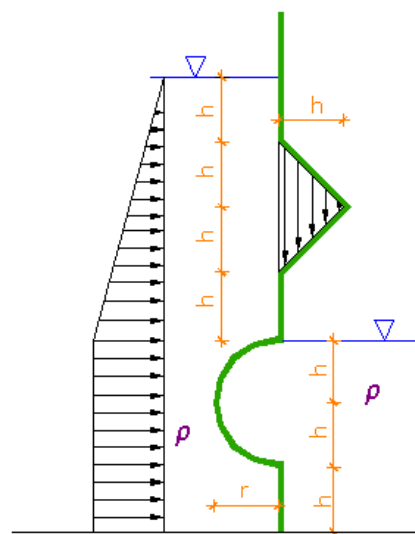
Lijevo



Desno



Rezult.



$$F_H^L = \rho \cdot g \cdot 3,5 \cdot 3,5 \cdot \frac{1}{2} = 60,09 \text{ kN}$$

$$F_V^L = \rho \cdot g \cdot \left(\frac{0,5^2 \pi}{2} - 0,5^2 \right) = 1,4 \text{ kN}$$

$$F_H^D = -\rho \cdot g \cdot 1,5 \cdot 1,5 \cdot \frac{1}{2} = -11,04 \text{ kN}$$

$$F_V^D = -\frac{0,5^2 \pi}{2} \cdot \rho \cdot g = 3,85 \text{ kN}$$

$$F_H^{uk} = 60,09 - 11,04 = 49,05 \text{ kN}$$

$$F_V^{uk} = 1,4 - 3,85 = -2,45 \text{ kN}$$

$$F = \sqrt{49,05^2 + 2,45^2} = 49,11 \text{ kN}$$

49. Tijelo sastavljeno od kocke i polovice valjka ima gustoću ρ_2 i uronjeno je u tekućinu gustoće $\rho_1 > \rho_2$. Ravnotežno stanje se osigurava pridržavanjem užetom s donje strane kako je prikazano na slici. Potrebno je odrediti ukupnu horizontalnu i vertikalnu komponentu sile tlaka koja djeluje na tijelo te silu u užetu. Nacrtati horizontalni i vertikalni dijagram tlaka na konturu prednje stranice tijela koja je istaknuta na slici.

Zadano: $\rho_1 = 800 \text{ kg/m}^3$; $\rho_2 = 200 \text{ kg/m}^3$; $h = 4 \text{ m}$; $a = 1 \text{ m}$; $d = 0,5 \text{ m}$

