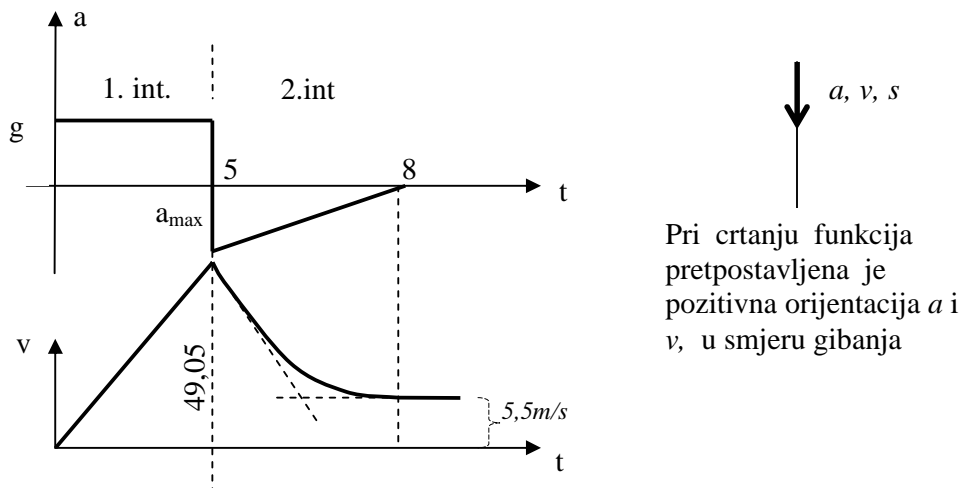


Riješeni zadaci
KINEMATIKA TOČKE

1. Padobranac skoči iz aviona i slobodno pada prvih 5 sekundi, a zatim otvori padobran tako da trenutno naglo uspori. U slijedeće 3 sekunde (mjereno od trenutka otvaranja padobrana), padobranac postigne konstantnu brzinu od 5,5m/s. Koliko je njegovo max. usporenje uz pretpostavku da se mijenja linearno od max. vrijednosti u trenutku otvaranja padobrana do nule (u trenutku postizanja konstantne brzine).



Funkciju brzine odredimo integracijom funkcije ubrzanja:

- Analitičko rješenje:

1. interval ($0 \leq t \leq 5$ s):

$$a_I = g$$

$$v_I = \int_0^t a_I dt + v_0 = gt \quad \rightarrow \quad s_I = \int_0^t v_I dt + s_0 = \frac{gt^2}{2}$$

$$\text{za } t=5 \quad \rightarrow \quad v_I = 9,81 \cdot 5 = 49,05 \text{ m/s}$$

2. interval ($5 \leq t \leq 8$ s)

uvodi se vrijeme $t^* = t - 5$ (t^* se mjeri od pete sekunde)

$$a_{II} = -a_{max} + \frac{a_{max}}{3} t^*$$

Početna brzina u drugom intervalu jednaka je brzini na kraju prvog intervala:

$$v_{02} = v_{I(t=5)} = 49,05$$

U tekstu zadatka zadano je: u trećoj sekundi drugog intervala ($t^*=3$) ubrzanje $a = 0$ m/s², i brzina $v = 5,5$ m/s.

$$v_{II} = \int_0^{t^*} a_{II} dt^* + v_{02} \quad \rightarrow \quad v_{II} = 49,05 - a_{max} t^* + \frac{a_{max} t^{*2}}{3 \cdot 2}$$

$$\text{za } t^* = 3 \text{ s, } v_{II} = 5,5 \text{ m/s} \quad \rightarrow \quad 5,5 = 49,05 - 3 a_{max} + a_{max} \frac{3^2}{6} \quad \rightarrow \quad a_{max} = 29,03 \text{ m/s}^2$$

Maksimalno usporenje padobranca je 29,03 m/s²

a) Grafoanalitičko rješenje (određeni integral jednak je površini ispod integrirane funkcije):

$$v(t=5) = g t = 9,81 \cdot 5 = 49,05 \text{ m/s}$$

$$v(t=8) = v_{(t=5)} - a_{max} \frac{3}{2} = 5,5 \quad \rightarrow \quad 49,05 - 5,5 = a_{max} \frac{3}{2} \quad \rightarrow \quad a_{max} = 29,03 \text{ m/s}^2$$

Riješeni zadaci
KINEMATIKA TOČKE

2. Gibanje materijalne točke određeno je parametarski jednadžbama: $x(t)=3t$, $y(t)=2 \sin 3t$.
Treba odrediti:

- jednadžbu trajektorije, funkciju brzine, funkciju ubrzanja, i komponente a_T , a_N
- polumjer zakrivljenosti trajektorije po kojoj se giba točka u položaju koji odgovara trenutku presjecanja trajektorije i osi x.

Jednadžba trajektorije $y(x)$ odredi se eliminacijom vremena t iz parametarskih jednadžbi

$$x = 3t \quad y = 2 \sin 3t$$

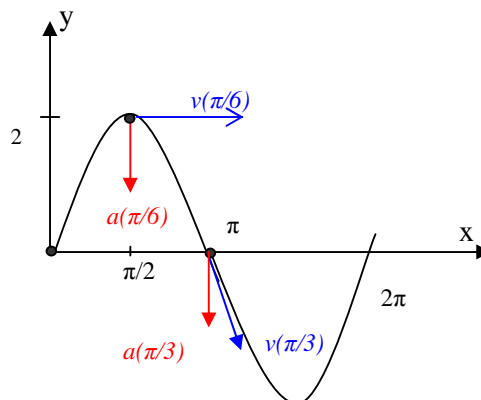
$$t = x/3 \quad \underline{y = 2 \sin x}$$

Gibanje počinje u ishodištu ($t=0$).

- Brzina točke:

$$v_x = \dot{x} = 3 \quad v_y = \dot{y} = 6 \cos 3t$$

$$v(t) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{9 + 36 \cos^2 3t}$$



- Ubrzanje točke:

$$a_x = \ddot{x} = 0, \quad a_y = \ddot{y} = -18 \sin 3t, \quad a^T(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{72 \cdot \cos 3t \cdot (-\sin 3t) \cdot 3}{2\sqrt{9 + 36 \cos^2 3t}} = -\frac{54 \sin 6t}{\sqrt{9 + 36 \cos^2 3t}}$$

$$\underline{a(t) = -18 \sin 3t} \quad a^N = \frac{v^2}{\rho} = \frac{|v \times a|}{v} = \frac{54 \sin 3t}{\sqrt{9 + 36 \cos^2 3t}}$$

kontrola: Provjera veličine ukupnog ubrzanja

$$a = \sqrt{\left(\frac{54 \sin 3t}{\sqrt{9 + 36 \cos^2 3t}}\right)^2 + \left(\frac{54 \sin 6t}{\sqrt{9 + 36 \cos^2 3t}}\right)^2} = \sqrt{\frac{54^2 (\sin^2 3t + \sin^2 6t)}{9 + 36 \cos^2 3t}} =$$

$$a = \sqrt{\frac{54^2 \sin^2 3t (1 + 4 \cos^2 3t)}{9(1 + 4 \cos^2 3t)}} = 18 \sin 3t$$

- Polumjer zakrivljenosti trajektorije: $\rho = \frac{v^3}{|\vec{v} \times \vec{a}|}$, $\vec{v} \times \vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 6 \cos 3t & 0 \\ 0 & -18 \sin 3t & 0 \end{vmatrix} = -54 \sin 3t \vec{k}$

$$\rho(t) = \frac{(9 + 36 \cos^2 3t)^{\frac{3}{2}}}{54 \sin 3t}$$

Presjecište trajektorije po kojoj se točka giba i osi x određeno je jednadžbom $y = 0 \rightarrow 0 = 2 \sin 3t$

$$3t_1 = \pi \rightarrow t_1 = \frac{\pi}{3} \text{ s} \rightarrow \text{brzina: } v_1 = \sqrt{45} = 6,708 \text{ m/s}$$

$$\text{ubrzanje: } a_1 = 0 \text{ m/s}^2$$

$$\text{polumjer zakrivljenosti: } \rho_1 = \infty \text{ m}$$

Riješeni zadaci
KINEMATIKA TOČKE

Gibanje materijalne točke zadano je jednadžbama: $x=3t$, $y=4t-3t^2$.

Treba odrediti polumjer zakrivljenosti trajektorije po kojoj se giba točka, u položaju koji odgovara trenutku presjecanja trajektorije po kojoj se giba točka i osi x.

Jednadžba trajektorije $y(x)$ odredi se eliminacijom vremena t iz parametarskih jednadžbi

$$\begin{aligned}x &= 3t, \\ y &= 4t - 3t^2\end{aligned}$$

$$y = 0 \implies \text{za } t_1=0 \text{ i } t_2=4/3 \text{ s} \quad (\text{trenutak presjecanja osi x})$$

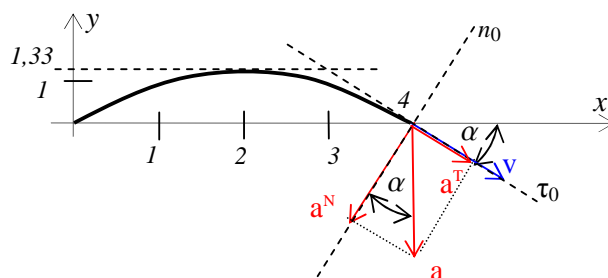
$$x(4/3) = 3 \cdot 4/3 = 4 \text{ m}$$

Trajektorija je parabola:
$$y = \frac{4}{3}x - \frac{x^2}{3}$$

$$\begin{aligned}x &= 3t, & \dot{x} &= 3 & \ddot{x} &= 0 \\ y &= 4t - 3t^2, & \dot{y} &= 4 - 6t, & \ddot{y} &= -6\end{aligned}$$

Zakon promjene brzine i ubrzanja:

$$\begin{aligned}x &= 3t, & \dot{x} &= 3, & \ddot{x} &= 0 \\ y &= 4t - 3t^2, & \dot{y} &= 4 - 6t, & \ddot{y} &= -6\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}v &= \sqrt{3^2 + (4 - 6t)^2} = \sqrt{9 + 16 - 48t + 36t^2} = \sqrt{25 - 48t + 36t^2} \text{ m/s} \\ a &= 6 \text{ m/s}^2\end{aligned}$$

za $t_2=4/3$:

$$v_2 = \sqrt{25 - 18 \cdot 4/3 + 36 \cdot 16/9} = \sqrt{25 - 0} = 5 \text{ m/s}$$

Vektor brzine i vektor tangencijalne komponente ubrzanja su kolinearni vektori (smjer tangente).

$$y' = \frac{4}{3} - \frac{2x}{3} \quad \text{za } x=4 \quad y' = -\frac{4}{3}, \quad y' = \operatorname{tg} \alpha \quad \text{Isti nagib ima i vektor brzine:}$$

$$\cos \alpha = \frac{v_x}{v} = \frac{3}{5}, \quad a^N = a \cos \alpha = \frac{18}{5}, \quad a^T = a \sin \alpha = \frac{24}{5}$$

Polumjer zakrivljenosti:

$$\rho = \frac{v^2}{a^N}$$

$$\rho_2 = \frac{25 \cdot 5}{18} = 6,94 \text{ m}$$

Iz kinematskih podataka polumjer zakrivljenosti trajektorije može se odrediti kako slijedi:

$$\vec{a} = \vec{a}^N + \vec{a}^T$$

$$\vec{v} \times \vec{a} = \vec{v} \times \vec{a}^N + \vec{v} \times \vec{a}^T = \vec{v} \times \vec{a}^N$$

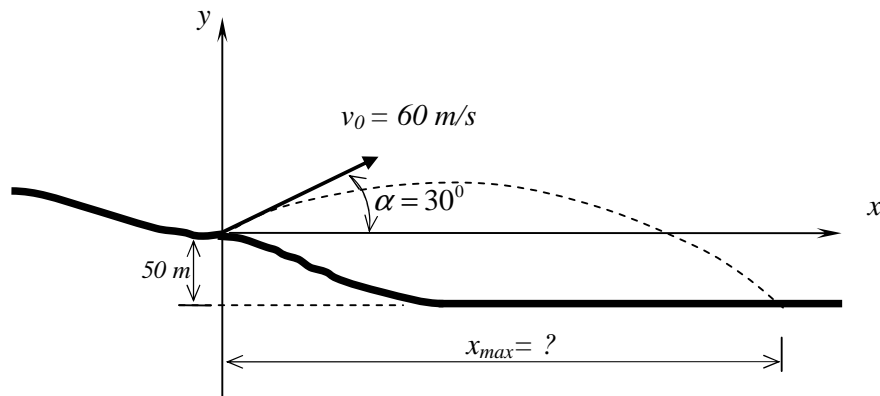
$$|\vec{v} \times \vec{a}| = v a^N = v^3 / \rho$$

$$\rho = \frac{v^3}{|\vec{v} \times \vec{a}|} = \frac{5^3}{|(3\vec{i} - 4\vec{j}) \times (-6\vec{j})|} = 6,94 \text{ m}$$

Riješeni zadaci
KINEMATIKA TOČKE

1. Tane je ispaljeno sa povišenog dijela prikazanog terena sa početnom brzinom $v = 60,0 \text{ m/s}$, pod kutem $\alpha = 30^\circ$ prema horizontali.

Treba odrediti horizontalnu udaljenost do točke u kojoj će tane pasti na tlo i maksimalnu visinu do koje će tane dospjeti, ako zanemarimo otpor zraka ($x_{max}=?$, $y_{max}=?$).



Tane se giba u gravitacijskom polju, dakle poznate su koordinate vektora akceleracije u odabranom koordinatnom sustavu

$$a_x = 0, \text{ i } a_y = -g.$$

Koordinate vektora početne brzine određene su zadanim kutem i brzinom

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha \quad \text{i} \quad v_{0y} = v_0 \sin \alpha.$$

Nakon integracije određene su komponente funkcije brzine

$$v_x(t) = v_0 \cos \alpha \quad \text{i} \quad v_y(t) = v_0 \sin \alpha - gt,$$

i komponente funkcije položaja taneta

$$x(t) = tv_0 \cos \alpha \quad \text{i} \quad y(t) = tv_0 \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}.$$

Trenutku pada taneta na tlo pridružimo vrijeme t_1 , i poznatu koordinatu y_1 u prikazanom koordinatnom sustavu.

$$y_1 = -50 = y(t) \quad \rightarrow \quad -50 = 60 \cdot 0,5 \cdot t - \frac{9,81 \cdot t^2}{2}$$

$$4,9 t^2 - 30 t - 50 = 0 \quad \rightarrow \quad t_{1,2} = \frac{30 \pm \sqrt{900 + 980}}{9,8} = \frac{30 \pm 43,3}{9,8}$$

$$t_1 = 7,48 \text{ s} \quad (\text{rješenje } t_2 < 0 \text{ nije fizikalno realno})$$

$$x_{max} = x(t_1) = 60 \cdot 0,866 \cdot 7,48 = 388 \text{ m}.$$

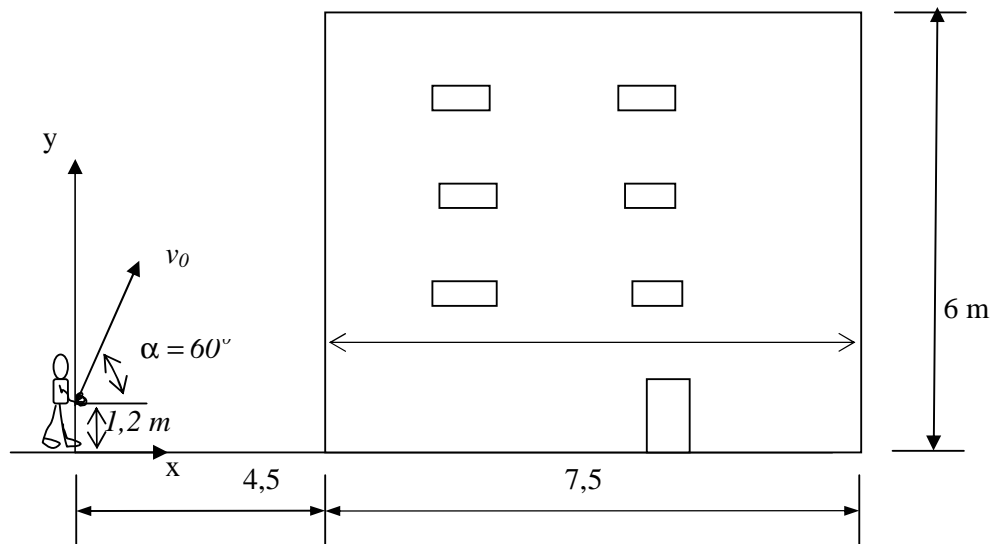
Maksimalna visina y_{max} odgovara položaju u kojem je tangenta horizontalna. Ako tom trenutku pridružimo vrijeme t_3 , vertikalna komponenta brzine iščezava.

$$v_y = 0 = v_0 \sin \alpha - g \cdot t_3 = 30 - 9,81 t_3 \quad \rightarrow \quad t_3 = \frac{30}{9,81} = 3,05 \text{ s}$$

$$y_{max} = y(t_3) = 60 \cdot 0,5 \cdot 3,05 - \frac{9,81 \cdot 3,05^2}{2} = 45,78 \text{ m}.$$

Riješeni zadaci
KINEMATIKA TOČKE

2. Iz vatrogasnog šmrka voda izlazi brzinom 12 m/s pod kutem $\alpha = 60^\circ$ prema horizontali. Treba odrediti mjesto gdje će mlaz pogoditi krov, i granične vrijednosti brzine v_0 tako da mlaz vode dospije na krov.



$$v_0 = 12 \text{ m/s}$$

$$x = t \cdot v_0 \cdot \cos \alpha$$

$$y = y_0 + t \cdot v_0 \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$$

Svakoj točki mlaza vode (sa koordinatama x i y), pridružen je zajednički trenutak - vrijeme t:

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

Trajektorija po kojoj putuju točke mlaza vode je:

$$y = v_0 \sin \alpha \frac{x}{v_0 \cos \alpha} - \frac{g}{2} \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + y_0 = x \cdot \tan \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + y_0$$

Da mlaz dospije na krov mora zadovoljiti uvjete: $y=6\text{m}$, i $4,5\text{m} \leq x \leq 12\text{m}$

$$\text{Za } y = 6 \rightarrow 0,1362x^2 - 1,732x + 4,8 = 0$$

$$x = \frac{1,732 \pm \sqrt{2,999 - 2,61504}}{0,2724} = \frac{1,732 \pm 0,612}{0,2721} \rightarrow x_1 = 3,8 \text{ m}, \underline{x_2 = 8,6 \text{ m}}, \rightarrow \Delta x = 8,6 - 4,5 = 4,1 \text{ m}$$

Mlaz pada na krov u točki udaljenoj za 4,1 m od bližeg ruba krova.

Granične vrijednosti brzine v_0 :

$$y = x \tan \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + y_0$$

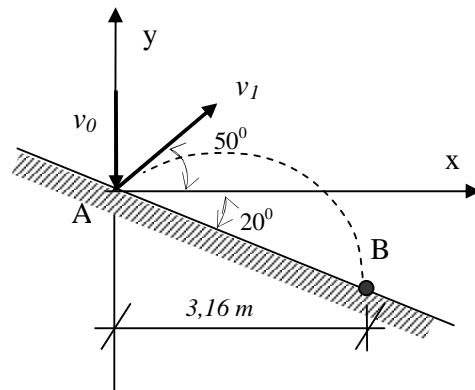
$$\text{- za } x = 4,5 \text{ m} \rightarrow 6 = 4,5 \cdot 1,73 - \frac{9,81 \cdot 4,5^2}{2 \cdot 0,25 v_0^2} + 1,2$$

$$2,985 = \frac{9,81 \cdot 20,25}{0,5 \cdot v_0^2} \rightarrow v_{01} = 11,52 \text{ m/s}$$

$$\text{- za } x = x_2 = 12 \text{ m} \text{ istim postupkom} \rightarrow v_{02} = 13,3 \text{ m/s}$$

$$\underline{11,54 \text{ m/s} \leq v_0 \leq 13,3 \text{ m/s}}$$

3. Kuglica padne vertikalno na kosu podlogu u točki A i odbije se pod kutem 40° mjereno prema vertikali, tako da nakon toga opet udari u podlogu u točki B. Kolika je brzina v_1 i koliko sekundi će proći dok kuglica iz položaja A dospije u položaj B.



Gibanje kuglice nakon odbijanja od podloge u točki A:
Početna brzina:

$$v_{1x} = v_1 \cos 50^\circ$$

$$v_{1y} = v_1 \sin 50^\circ$$

Zakon gibanja kuglice u parametarskom obliku (kosi hitac):

$$x(t) = v_1 t \cos 50^\circ \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$y(t) = v_1 t \sin 50^\circ - 0,5 g t^2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

Kosa podloga definirana je jednadžbom $y(x) = -x \operatorname{tg} 20^\circ \quad \dots\dots\dots(3)$

Kuglica pada na kosinu u točki B: $x_B = 3,16 \text{ m}$.

Iz jednadžbi 1, 2, i 3 za zadani x_B (uvjet da je kuglica dospijela u točku B), odredimo brzinu koju kuglica mora imati u točki A, i vrijeme za prijeđeni put:

$$x_B = v_1 t \cos 50^\circ$$

$$v_1 t \sin 50^\circ - \frac{gt^2}{2} = -x_B \operatorname{tg} 20^\circ$$

$$t = \frac{x_B}{v_1 \cos 50^\circ} = \frac{3,16}{v_1 \cos 50^\circ}$$

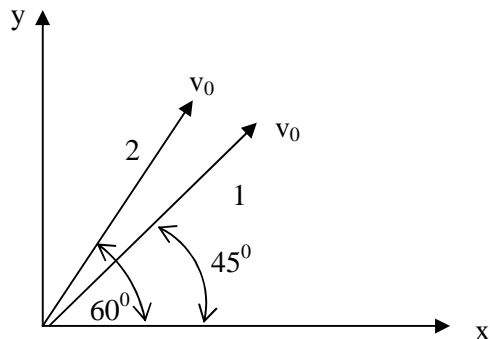
$$-3,16 \operatorname{tg} 20^\circ = v_1 \frac{3,16}{v_1 \cos 50^\circ} \sin 50^\circ - \frac{9,81}{2} \frac{3,16^2}{v_1^2 \cos^2 50^\circ}$$

$$v_1 = 4,91054 \text{ m/s}$$

$$t = 1,00113 \text{ s}$$

Riješeni zadaci
KINEMATIKA TOČKE

4. Top ispali dva projektila sa istog mjesta i sa jednakom početnom brzinom $v_0 = 800\text{m/s}$, usmjerene pod različitim kutevima $\alpha_1 = 45^\circ$ i $\alpha_2 = 60^\circ$. Treba odrediti koliko sekundi mora proći između ispaljivanja da bi se projektili sudarili.



Da bi se projektili sudarili moraju se u jednom trenutku naći na istom položaju. Vrijeme t^* za opis gibanja drugog projektila, počinje se mjeriti Δt sekuni nakon ispaljivanja prvog ($t^* = t + \Delta t$), dakle mora biti:

$$x_1(t) = x_2(t^*) \quad i \quad y_1(t) = y_2(t^*)$$

Jednadžbe za kosi hitac u općem obliku su:

$$x(t) = v_0 \cdot t \cos \alpha$$

$$y(t) = y_0 + v_0 \cdot t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$$

$$x_1(t) = x_2(t^*) \rightarrow v_0 t \cos \alpha_1 = v_0 t^* \cos \alpha_2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$y_1(t) = y_2(t^*) \rightarrow v_0 t \sin \alpha_1 - \frac{gt^2}{2} = v_0 t^* \sin \alpha_2 - \frac{g}{2} t^{*2} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{iz (1)} \rightarrow t^* = \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} t$$

$$v_0 t \sin \alpha_1 - \frac{gt^2}{2} = v_0 \sin \alpha_2 \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} t - \frac{g}{2} \frac{(\cos \alpha_1)^2}{(\cos \alpha_2)^2} t^2$$

$$t = 84,4262 \text{ s}$$

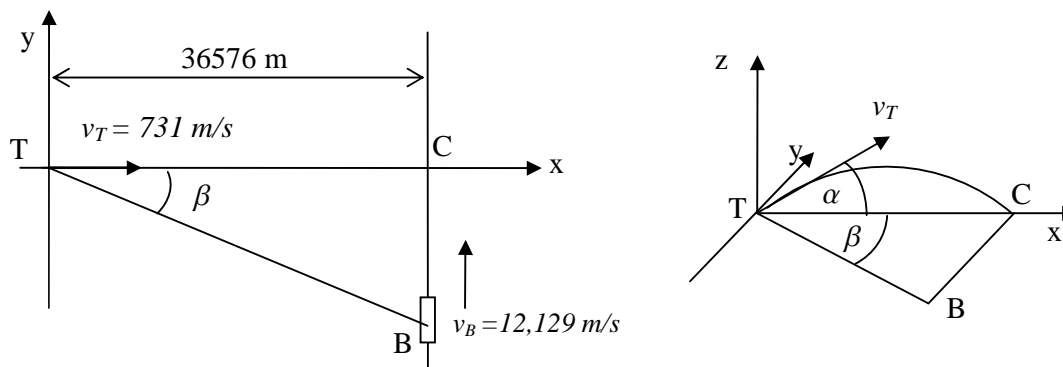
$$t^* = 119,397 \text{ s}$$

$$\underline{\Delta t = 34,9705 \text{ s}}$$

Riješeni zadaci
KINEMATIKA TOČKE

Brod B plovi brzinom $v_B = 12,129 \text{ m/s} = \text{const.}$ prema sjeveru. Top T treba sa obale rijeke pogoditi brod u trenutku kada mu je najbliže. Početna brzina taneta je $v_T = 731 \text{ m/s}$. Položaj topa na obali udaljen je $36,576 \text{ km}$ od linije plovidbe broda. Treba odrediti:

- a) pod kojim kutem α , prema horizontali treba ispaliti tane?
b) u kojem položaju mora biti brod u odnosu na top, da bi ga tane pogodilo?



Tane mora pogoditi brod u točki C, što znači da će za vrijeme gibanja taneta od T do C, brod prijeći put od B do C. Pri tome su trajektorije BC i TC vezane relacijom:

$$d_{BC} = x_C \operatorname{tg} \beta$$

$$x_C = 36576 \text{ m}$$

Brod B plovi konstantnom brzinom po pravcu, pa vrijedi:

$$s_B = d_{BC} = v_B t \quad \dots\dots\dots(1)$$

Za tane vrijede jednačbe kosog hitca u ravnini x-z:

$$x_T = v_T t \cos \alpha$$

$$z_T = v_T \cdot t \cdot \sin \alpha - g \cdot \frac{t^2}{2}$$

U trenutku pogotka je:

$$z_T = 0 \quad \rightarrow \quad v_T \sin \alpha = \frac{g \cdot t}{2} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$x_T = x_C \quad \rightarrow \quad v_T t \cos \alpha = 36576 \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$s_B = d_{BC} \quad \rightarrow \quad v_B t = x_C \operatorname{tg} \beta \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\text{iz (4)} \quad \rightarrow \quad t = \frac{x_C \cdot \operatorname{tg} \beta}{v_B} = \frac{36576 \cdot \operatorname{tg} \beta}{12,129}$$

$$\text{uvrstimo } t \text{ u (2) i (3)} \quad \rightarrow \quad \left. \begin{aligned} 731 \cdot \sin \alpha &= \frac{g}{2} \cdot \frac{36576 \cdot \operatorname{tg} \beta}{12,129} \\ 731 \cdot \frac{36576 \cdot \operatorname{tg} \beta}{12,129} \cos \alpha &= 36576 \end{aligned} \right\}$$

Ovaj sustav jednačbi riješimo po α i β (koristimo transformaciju $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$)

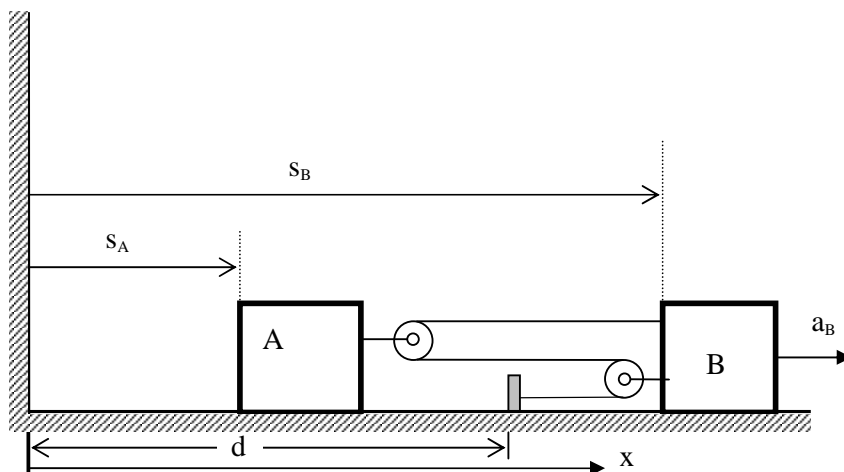
- Moguća su dva rješenja: 1. rjesenje: $\alpha = 21,09^\circ$, $\beta = 1,0188^\circ$, $d_{BC} = 650,453 \text{ m}$
2. rjesenje: $\alpha = 68,91^\circ$, $\beta = 2,640^\circ$, $d_{BC} = 1686,52 \text{ m}$

Riješeni zadaci
KINEMATIKA TOČKE

VEZANA GIBANJA (čestice su povezane narastezljivim užetom prebačenim preko kolotura):

Blok B počne klizati (iz stanja mirovanja) konstantnim ubrzanjem u smjeru osi x. Nakon 4 sekunde, blok A giba se relativno u odnosu na blok B brzinom $v_{A/B} = 60$ m/s u smjeru osi x. Treba odrediti:

- a) veličinu ubrzanja bloka A i bloka B
b) brzinu i pomak bloka B iz početnog položaja, za trenutak $t = 3$ s



Ukupna duljina užeta koje povezuje blokove

$$L = 3s_B - 2s_A - d + L_{\text{nalijeganja}} = \text{const} = C_3.$$

$$d = C_1, \quad L_{\text{nalijeganja}} = C_2$$

$$\frac{dL}{dt} = 3v_B - 2v_A = 0 \quad \rightarrow \quad v_A = 3/2 v_B, \quad a_A = 3/2 a_B$$

Prema definiciji, vektor relativne brzine dviju točaka jednak je razlici vektora njihovih apsolutnih brzina.

Relativna brzina točke A u odnosu točke B, **za $t = 4$ s:**

$$\vec{v}_{A/B} = \vec{v}_A - \vec{v}_B = 60\vec{i}$$

$$\vec{i} \rightarrow \frac{3}{2}v_B - v_B = 60, \quad v_B(4) = 120 \text{ m/s},$$

a) Blokovi se gibaju konstantnim ubrzanjima po pravcu:

$$v_B(t) = a_B t \quad \rightarrow \quad 120 = a_B 4 \quad \rightarrow \quad \underline{a_B = 30 \text{ m/s}^2}$$

$$a_A = 3/2 a_B \quad \rightarrow \quad \underline{a_A = 45 \text{ m/s}^2}$$

$$s_B(t) = \frac{a_B \cdot t^2}{2} + s_0$$

b) Brzina i pomak **za $t = 3$ s:**

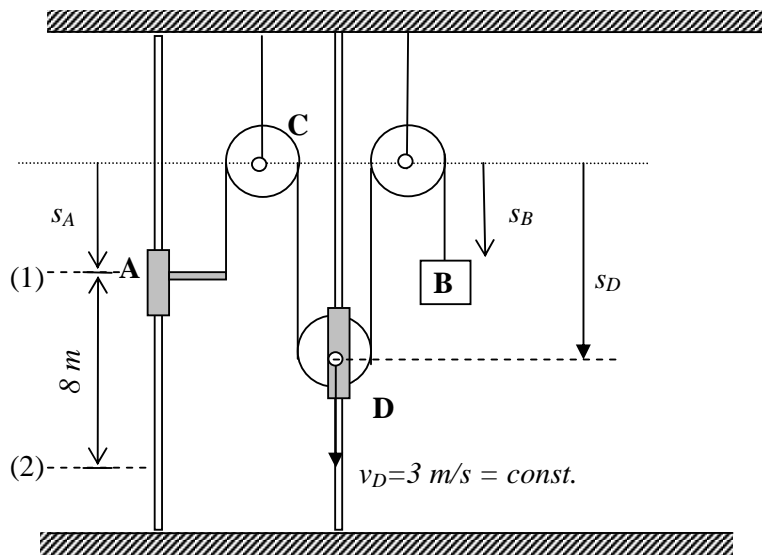
$$v_B(3) = a_B 3 = 30 \cdot 3 = \underline{90 \text{ m/s}} \quad \rightarrow \quad s_B = 30 \cdot \frac{3^2}{2} + s_0 = 135 + s_0$$

$$\underline{v_B(3) = 90 \text{ m/s}}$$

$$\underline{\Delta s_B(3) = 135 \text{ m}}$$

Riješeni zadaci
KINEMATIKA TOČKE

Klizači A i D povezani su užetom prebačenim preko koloture kao što se vidi na slici. Klizač A krene bez početne brzine iz položaja (1) sa konstantnim ubrzanjem a_A tako da u položaju (2) postigne brzinu $v_{A2}=12$ m/s. Klizač D giba se za to vrijeme konstantnom brzinom $v_D=3$ m/s. Treba odrediti koliki je put prošao blok B za vrijeme dok se klizač A gibao iz položaja (1) u položaj (2), te brzinu i ubrzanje bloka B u trenutku prolaza klizača A kroz položaj (2).



Treba definirati ukupnu duljinu užeta L , pomoću dijelova koji mijenjaju svoju veličinu ovisno o položaju zadanih točaka (s_A , s_B , s_D) i dijelova užeta koji naliježu na koloture i koji su konstantne veličine C_1 (nije bitno kolika je njihova duljina). Uže je nerastezljivo (njegova dužina je konstantna C_2). Sve točke gibaju se po pravcu (pretpostavljeno je prema dolje).

$$\text{Duljina užeta: } L = 2s_D + s_B + s_A + C_1 = C_2 \quad / \frac{d}{dt}$$

$$2v_D + v_B + v_A = 0 \quad \rightarrow \quad v_B = -2v_D - v_A$$

$$2a_D + a_B + a_A = 0 \quad \rightarrow \quad a_B = -2a_D - a_A$$

$$\text{Zadano je } v_D = 3 \text{ m/s} = \text{const.} \quad \rightarrow \quad a_D = 0 \quad \rightarrow \quad a_B = -a_A$$

Iz podataka zadanih za gibanje točke A može se odrediti:

$$v_A = a_A t, \quad \text{za položaj (2)} \quad v_A(t_2) = 12 \quad \rightarrow \quad t_2 = 12/a_A$$

$$\Delta s_A = \frac{a_A t^2}{2} \quad \text{za položaj (2)} \quad \Delta s_A(t_2) = 8 \quad \rightarrow \quad 8 = \frac{a_A \cdot 144}{2 \cdot a_A} \quad \rightarrow \quad a_A(t_2) = 9 \text{ m/s}^2$$

$$t_2 = 12/9 = 4/3 = 1,3\bar{3} \text{ s}$$

Gibanje točke B:

$$a_B = -a_A, \quad \text{za } t = t_2 \quad \rightarrow \quad a_B(t_2) = -9 \text{ m/s}^2$$

$$v_B = -2v_D - v_A = -2 \cdot 3 - a_A t, \quad \text{za } t = t_2 \quad \rightarrow \quad v_B(t_2) = -6 - 9 \cdot \frac{4}{3} = -18 \text{ m/s}$$

$$\Delta s_B = -2 \cdot 3 \cdot t - a_A \frac{t^2}{2}, \quad \text{za } t = t_2 \quad \rightarrow \quad \Delta s_B(t_2) = -16 \text{ m/s}^2$$

Predznak je negativan što znači da se blok B iz početnog položaja giba prema gore!

$$\text{Kontrola: } 2\Delta s_D + \Delta s_B + \Delta s_A = 0, \quad \text{za } t = t_2 \quad \rightarrow \quad 2 \cdot 3 \cdot \frac{4}{3} - 16 + 8 = 0$$