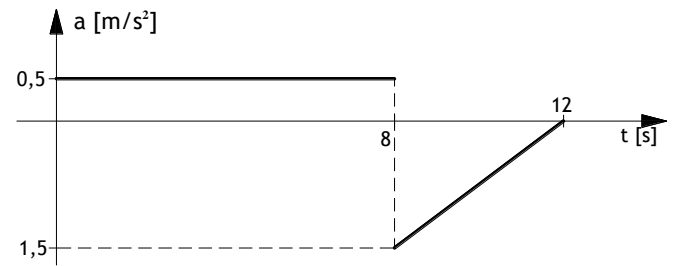


NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **napisati općeniti izraz** koji se koristi. Na kraju svakog zadatka iskazati tražena rješenja.

1. Čestica se giba po osi x prema zadanoj funkciji promjene ubrzanja. U početnom trenutku nalazi se u ishodištu. Potrebno je **napisati diferencijalne i integralne odnose** koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijeđeni put, te koristeći ih uz uvjet da se za $8s$ čestica od početnog položaja udaljila za $8m$, prikazati izračun svih potrebnih veličina. Nacrtati dijagrame $v(t)$ i $s(t)$ za $0s \leq t \leq 12s$ u **mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti**. Odrediti položaj čestice na osi x i iznos ukupno prijeđenog puta za $12s$.

(30 bodova)



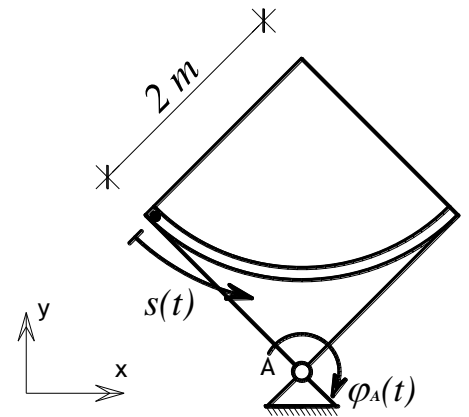
2. U kvadratnu ploču koja je zglobno spojena u točki A urezan je žlijeb u kojemu se giba kuglica. Početni položaj sustava ($t_0=0s$) prikazan je na slici.

Ploča rotira po zakonu: $\varphi_A(t) = \frac{\pi}{8} t^2$ [rad] u prikazanom smjeru.

Gibanje kuglice u žlijebu zadano je zakonom: $s(t) = \frac{\pi}{2} t$ [m]

Treba odrediti apsolutnu brzinu i apsolutno ubrzanje kuglice (iznos i vektor) u trenutku $t_1=2s$. Sve vektore potrebno je prikazati na crtežu i iskazati u **zadanom** koordinatnom sustavu.

(35 bodova)



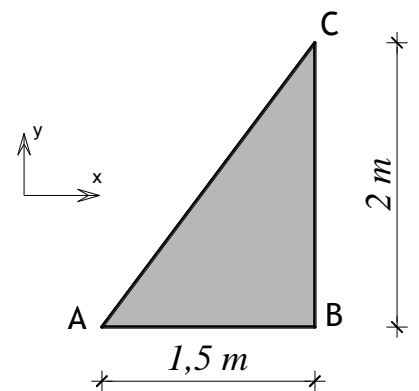
3. Ploča ABC giba se u ravnini XY, tako da je za prikazani položaj poznato:

$$v_{Ay} = 1,5 \text{ [m/s]}$$

$$\vec{v}_B = 6\vec{i} + 6\vec{j} \text{ [m/s]}$$

Potrebno je odrediti vektore i iznose brzina svih označenih točaka, kutnu brzinu ploče i položaj pola brzina.

(10 bodova)



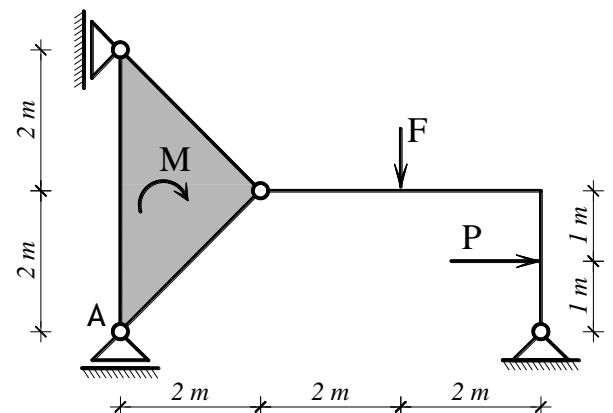
4. Za zadani statički sustav potrebno je metodom virtualnog rada odrediti reakciju u ležaju A. **Na crtežu prikazati polove, planove pomaka oba tijela i veličine svih potrebnih pomaka**. Provjeriti točnost pomoću jednadžbi ravnoteže.

$$F = 2 \text{ kN}$$

$$P = 5 \text{ kN}$$

$$M = 3 \text{ kNm}$$

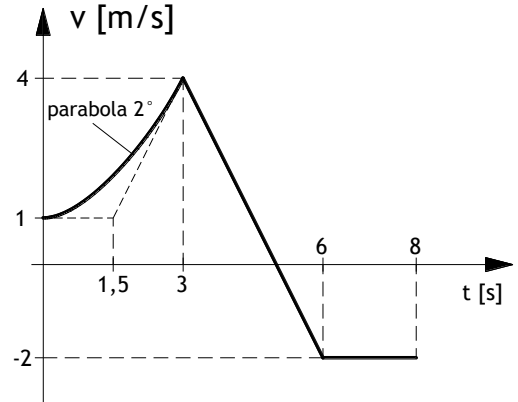
(25 bodova)



NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **napisati općeniti izraz** koji se koristi. Na kraju svakog zadatka iskazati tražena rješenja.

5. Čestica se giba po osi x prema zadanoj funkciji promjene brzine. U početnom trenutku nalazi se u ishodištu. Potrebno je **napisati diferencijalne i integralne odnose** koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijeđeni put, te koristeći ih prikazati izračun svih potrebnih veličina. Nacrtati dijagrame $a(t)$ i $s(t)$ za $0s \leq t \leq 8s$ u **mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti**. Odrediti položaj čestice na osi x i iznos ukupno prijeđenog puta za 8s.

(24 boda)



6. Položaj čestice određen je vektorskom funkcijom:

$$\vec{r}(t) = (3 + \cos 2t)\vec{i} + \sin 2t\vec{j} \quad [\text{m}].$$

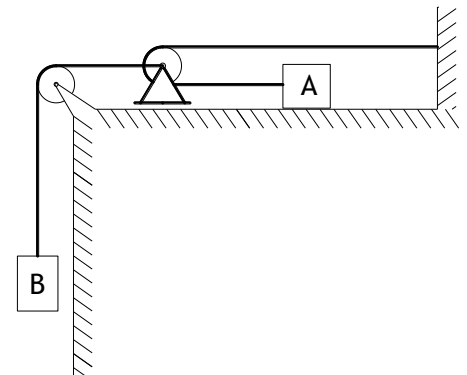
Potrebno je odrediti:

- Jednadžbu trajektorije, nacrtati trajektoriju i položaj čestice za $t_0=0$ [s] te označiti smjer gibanja čestice po trajektoriji.
- Vektorsku funkciju promjene brzine i ubrzanja čestice.
- Skalarnu funkciju promjene brzine i ubrzanja.
- Skalarnu funkciju zakona gibanja po trajektoriji.
- Vektore i iznose brzine i ubrzanja za trenutak $t_1 = \frac{3\pi}{8}$ [s] (prikazati na crtežu).
- Položaj čestice na trajektoriji u trenutku t_1 (prikazati na crtežu).
- Normalnu i tangencijalnu komponentu ubrzanja u trenutku t_1 (prikazati na crtežu).
- Radius trajektorije pomoću kinematičkih veličina u trenutku t_1 .

(26 bodova)

7. Dva tereta A i B povezana su sustavom užadi i kolotura prikazanih na slici. Potrebno je odrediti brzinu i smjer gibanja tereta A, ako se teret B giba prema dolje brzinom $v_B = 1,5$ m/s.

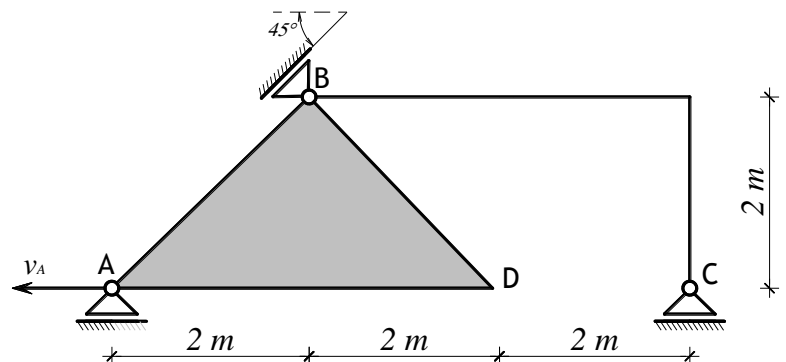
(10 bodova)



8. Prikazani mehanizam giba se u ravnini XY. U položaju prikazanom na slici poznata je brzina točke A:

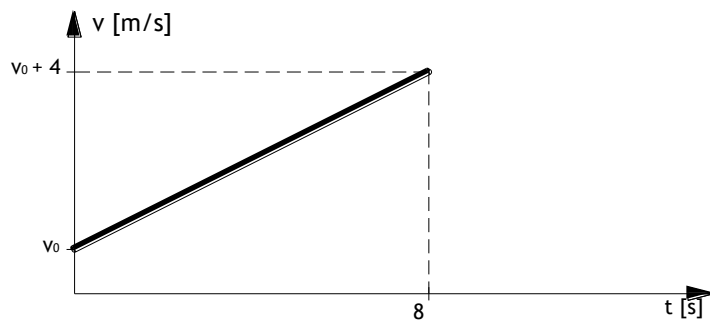
$$v_A = 4 \text{ [m/s]} = \text{const.}$$

Napisati vektorske jednadžbe koje povezuju **brzine i ubrzanja** pojedinih točaka i riješiti ih grafičkim postupkom. Odrediti **vektore i iznose** brzina i ubrzanja svih označenih točaka, kutnih brzina i kutnih ubrzanja tijela.



(40 bodova)

1.

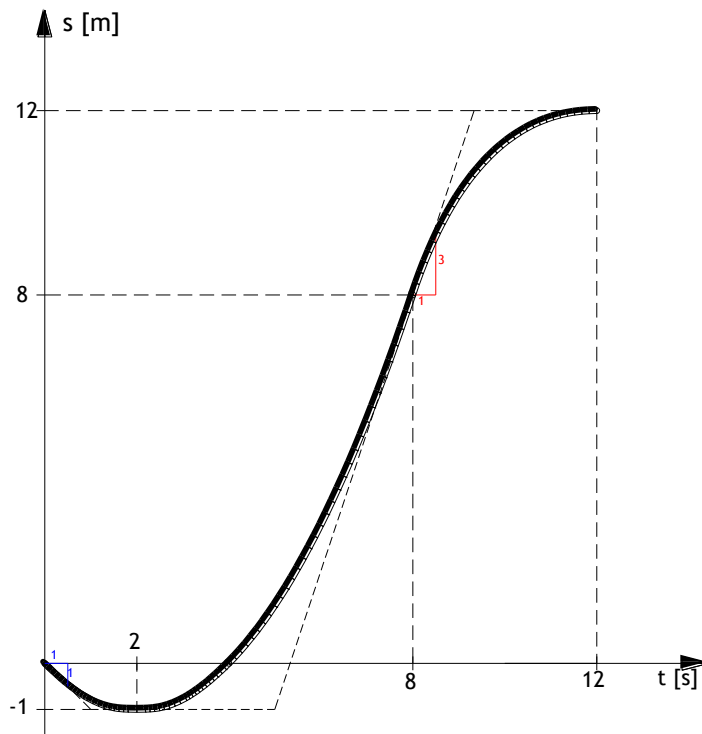
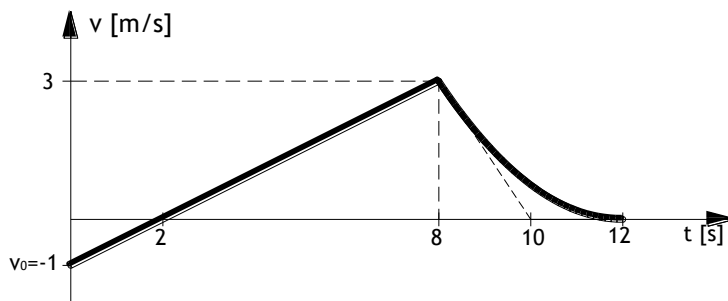


Diferencijalno-integralni odnosi:

$$v(t) = v_0 + \int_0^t a(t) dt \quad a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$s(t) = s_0 + \int_0^t v(t) dt \quad v(t) = \frac{ds(t)}{dt} = \operatorname{tg} \beta$$

Uvjet položaja čestice u 8s: $s_8 = s_0 + \int_0^8 v(t) dt \rightarrow v_0 = -1 \text{ [m/s]}$

Ispravak $v(t)$ dijagrama za v_0 :

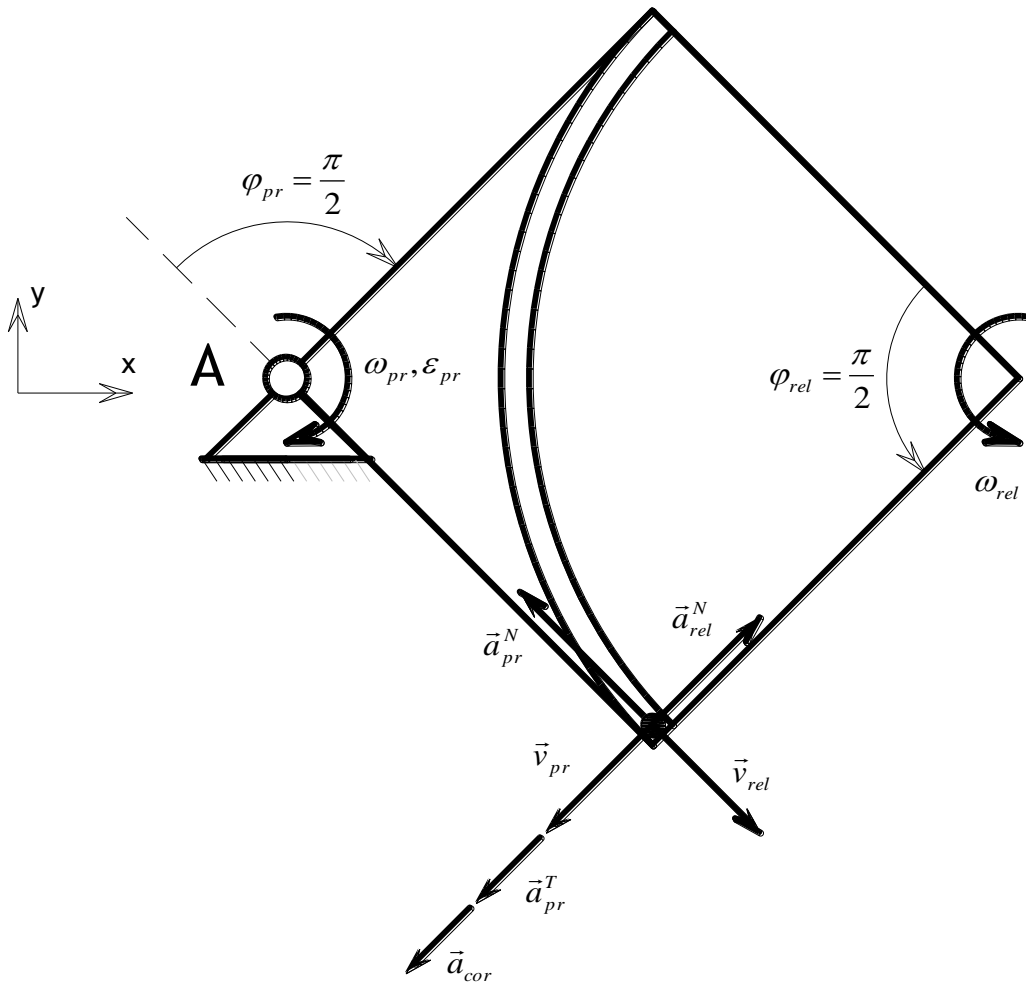
Položaj čestice u 12s:

$$x_{12} = 12 \text{ [m]}$$

Ukupno prijeđeni put za 12s:

$$s_{uk} = 14 \text{ [m]}$$

2.



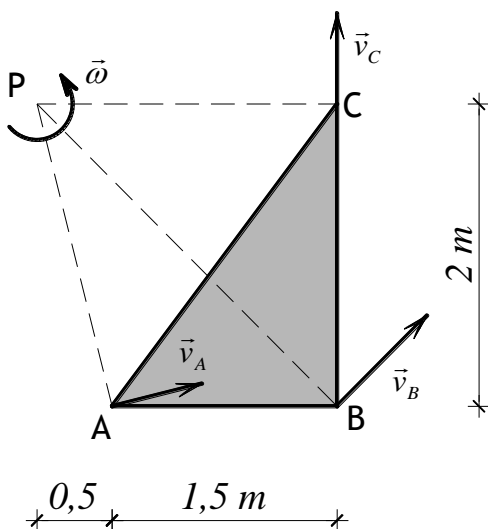
$$\vec{v}_{APS} = \vec{v}_{pr} + \vec{v}_{rel} = -1,1\vec{i} - 3,33\vec{j}$$

$$v_{APS} = 3,51 \text{ [m/s]}$$

$$\vec{a}_{APS} = \vec{a}_{pr} + \vec{a}_{rel} + \vec{a}_{cor} = -7,22\vec{i} + 0,24\vec{j}$$

$$a_{APS} = 7,224 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

3.



$$\vec{v}_A = 6\vec{i} + 1,5\vec{j}$$

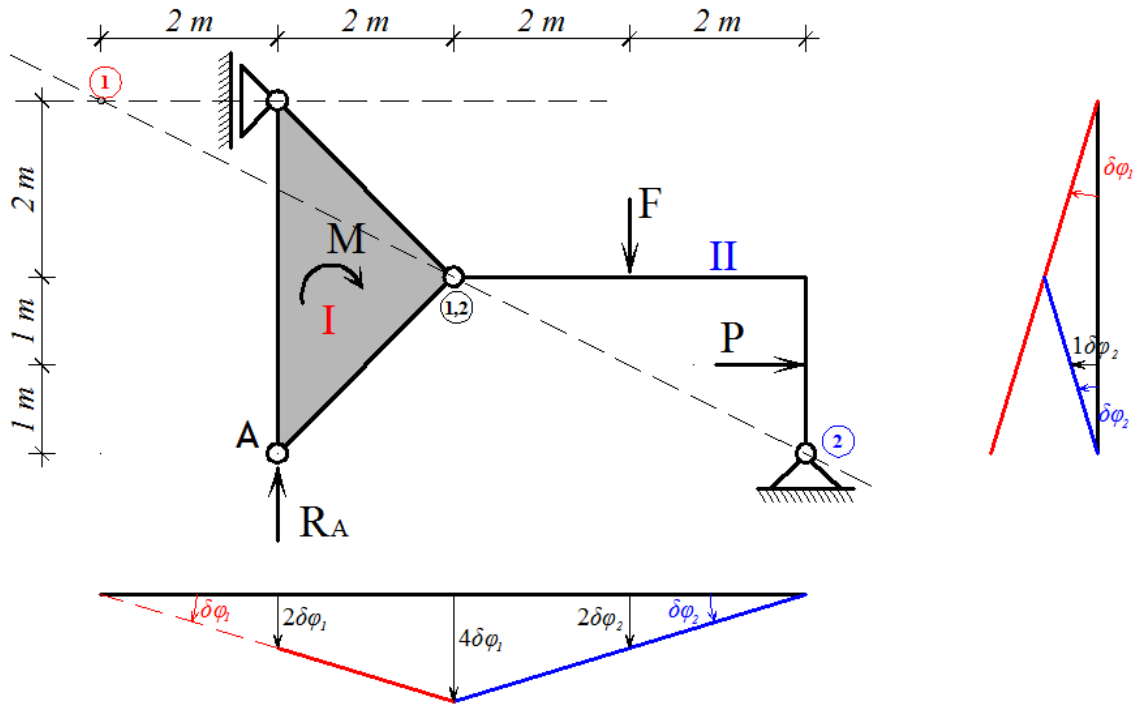
$$v_A = 6,32 \text{ [m/s]}$$

$$\vec{v}_C = 6\vec{j}$$

$$v_C = 6,0 \text{ [m/s]}$$

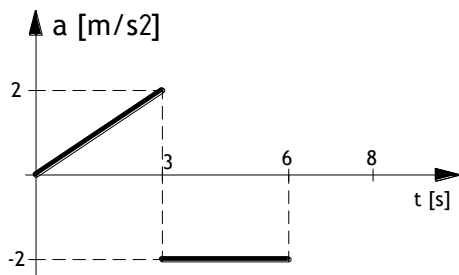
$$\vec{\omega} = 3\vec{k} \text{ [r/s]}$$

4.



$$R_A = 1,0 \text{ kN}$$

1.



Diferencijalno-integralni odnosi:

$$v(t) = v_0 + \int_0^t a(t) dt \quad a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \operatorname{tg} \alpha$$

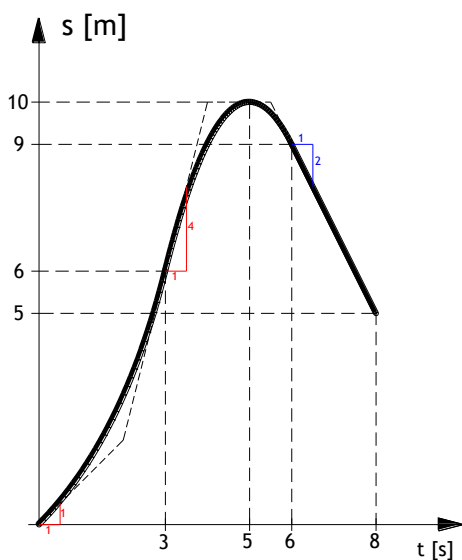
$$s(t) = s_0 + \int_0^t v(t) dt \quad v(t) = \frac{ds(t)}{dt} = \operatorname{tg} \beta$$

Položaj čestice u 8s:

$$x_8 = 5 \text{ [m]}$$

Ukupno prijeđeni put za 8s:

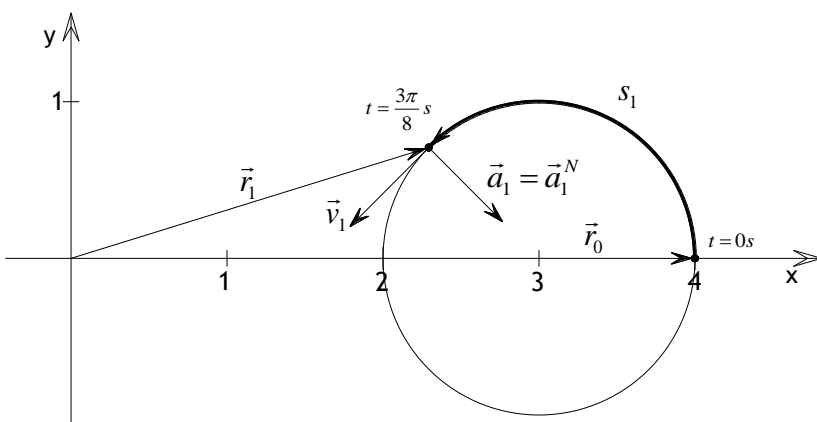
$$s_{uk} = 15 \text{ [m]}$$



2.

a) $(x-3)^2 + y^2 = 1$

$$\vec{r}_0 = 4\vec{i}$$



b) $\vec{v}(t) = -2 \sin(2t)\vec{i} + 2 \cos(2t)\vec{j}$

$$\vec{a}(t) = -4 \cos(2t)\vec{i} - 4 \sin(2t)\vec{j}$$

c) $v(t) = 2 \text{ [m/s]}$

$$a(t) = 4 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

d) $s(t) = 2t$

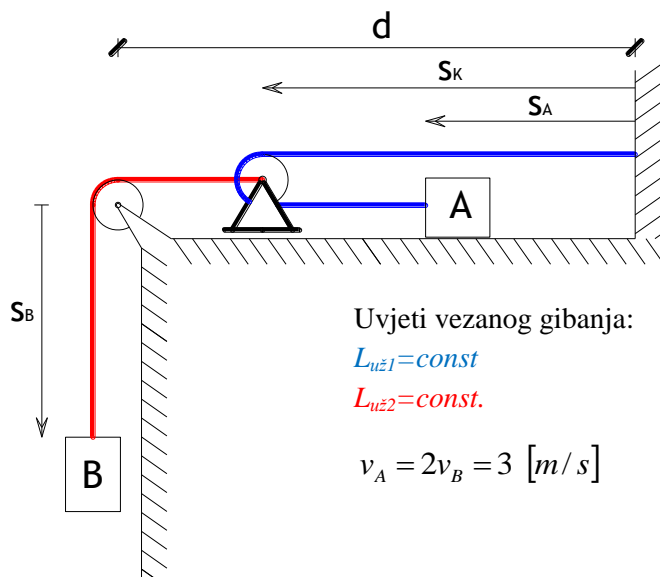
e) $\vec{v}_1 = -1,414\vec{i} - 1,414\vec{j}$ $v_1 = 2 \text{ [m/s]}$
 $\vec{a}_1 = 2,828\vec{i} - 2,828\vec{j}$ $a_1 = 4 \text{ [m/s}^2\text{]}$

f) $\vec{r}_1 = 2,292\vec{i} + 0,707\vec{j}$
 $s_1 = 2,356 \text{ [m]}$

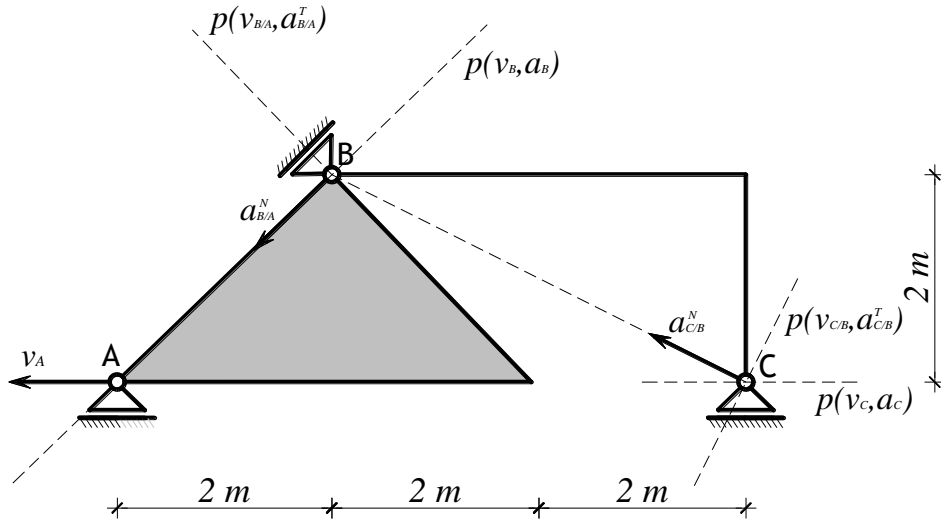
g) $a_1^T = 0 \text{ [m/s}^2\text{]}$
 $a_1^N = 4 \text{ [m/s}^2\text{]}$

h) $R = \frac{v_1^3}{|\vec{v}_1 \times \vec{a}_1|} = \frac{8}{8} = 1 \text{ [m]}$

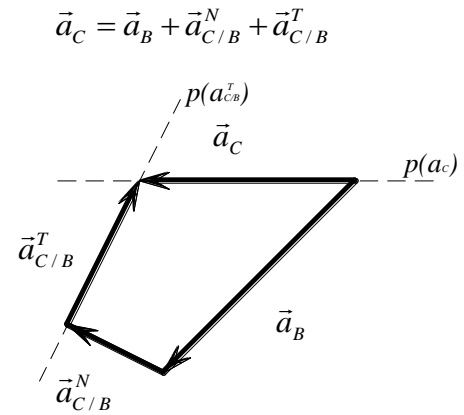
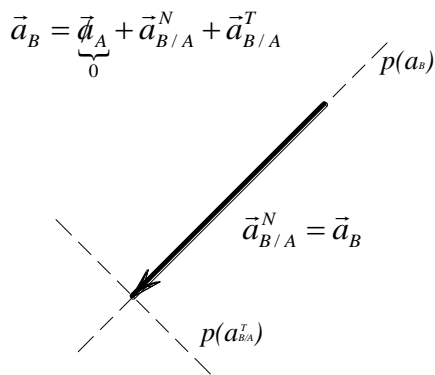
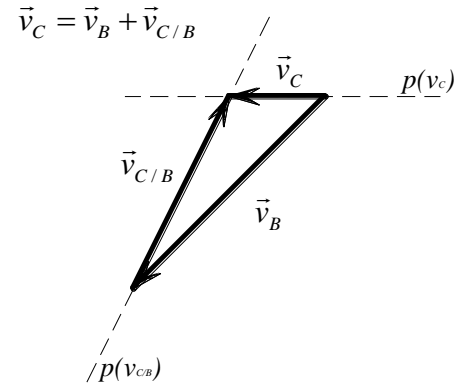
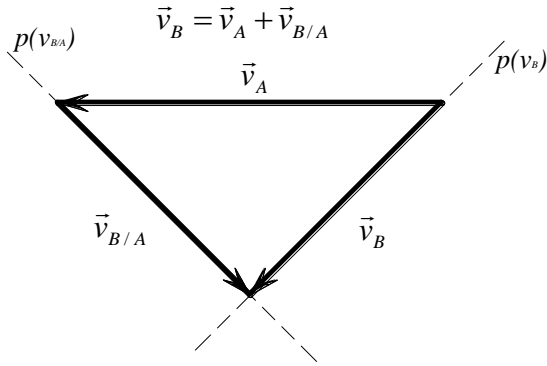
3.



4.



$$v_A = \text{const.} \rightarrow a_A = 0$$



$$\vec{v}_B = -2\vec{i} - 2\vec{j} \quad v_B = 2,83 \text{ [m/s]}$$

$$\vec{v}_C = -\vec{i} \quad v_C = 1,0 \text{ [m/s]}$$

$$\vec{v}_D = -4\vec{i} - 4\vec{j} \quad v_D = 5,65 \text{ [m/s]}$$

$$\vec{a}_B = -2\vec{i} - 2\vec{j} \quad a_B = 2,83 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$\vec{a}_C = -2,25\vec{i} \quad a_C = 2,25 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$\vec{a}_D = -4\vec{i} \quad a_D = 4,0 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$\vec{\omega}_I = -\vec{k} \text{ [r/s]}$$

$$\vec{\omega}_{II} = 0,5\vec{k} \text{ [r/s]}$$

$$\vec{\varepsilon}_I = 0 \text{ [r/s}^2\text{]}$$

$$\vec{\varepsilon}_{II} = 0,375\vec{k} \text{ [r/s}^2\text{]}$$