

1. a) (8 bodova) Riješite problem stacionarnog provođenja topline kroz štap $[0, 1]$ ako je temperatura lijeve strane štapa -10 , a desne 10 . Koeficijent provođenja štapa je e^x . Riješite problem u slučaju ako je:

- i) štap izoliran;
 ii) vanjski prijenos topline xe^x .

- b) (7 bodova) Riješite Laplaceovu jednadžbu za homogenu pravokutnu membranu $[0, 4] \times [0, 2]$ uz rubne uvjete $u(0, y) = u(4, y) = u(x, 0) = 0$ i

$$u(x, 2) = \begin{cases} x, & x \in [0, 2] \\ -x + 4, & x \in [2, 4]. \end{cases}$$

2. (10 bodova) Riješite problem slobodnih oscilacija homogene žice duljine 5, linijske gustoće 1, napete napetošću 25 ako su početni uvjeti dani s: $u(0, t) = 2$, $u(5, t) = -2$, $u(x, 0) = \sin\left(\frac{2\pi}{5}x\right) - \frac{4}{5}x + 2$ i $\frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = 0$.

1. a) (8 bodova) Teška homogena žica mase 1 i duljine 10 horizontalno je napeta utegom mase $\frac{1}{10}$ na desnom kraju i nalazi se u homogenom sredstvu elastičnosti 1. Odredite ravnotežni položaj žice ako je drugi kraj slobodan. (Gravitacijsku konstantu zaokružite na $g = 10$.)

- b) (7 bodova) Riješite Poissonovu jednadžbu za kružnu membranu radijusa 5 uz radijalni utjecaj vanjske sile s gustoćom $f(r) = -r^{\frac{1}{2}} + 1$ ako je membrana napeta s napetošću 1 uz rubni uvjet $u|_{r=5} = 1$.

2. (10 bodova) Riješite problem nestacionarnog provođenja topline izoliranog homogenog štapa duljine 5 s koeficijentom provođenja 125 i toplinskim kapacitetom 5 ako su rubovi izolirani. Početna distribucija topline dana je s

$$g(x) = \begin{cases} \cos(2\pi x) + x, & x \in [0, 2] \\ \cos(2\pi x) - \frac{2}{3}x + \frac{10}{3}, & x \in [2, 5]. \end{cases}$$