

1. a) (8 bodova) Riješite problem stacionarnog provođenja topline kroz štap $[e, e^2]$ ako je temperatura lijeve strane štapa 0, a desne 5. Koeficijent provođenja štapa je x . Riješite problem u slučaju ako je:
 - i) štap izoliran;
 - ii) vanjski prijenos topline $\ln x$.
 - b) (7 bodova) Riješite Laplaceovu jednadžbu za homogenu kružnu membranu radijusa 4 uz rubni uvjet $u|_{r=4} = \cos(2\varphi) + \sin(-3\varphi)$.
2. (10 bodova) Riješite problem slobodnih oscilacija homogene žice duljine 4, linijske gustoće 10 i napete napetošću 360 ako su početni uvjeti dani s: $u(0, t) = 2$, $u(4, t) = 0$, $u(x, 0) = -\frac{1}{2}x + 2$ i $\frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$.

1. a) (8 bodova) Teška žica sastavljena je od dva homogena materijala na $[0, 2]$ i $(2, 5]$ s linijskim gustoćama 1 i 2. Odredite ravnotežni položaj žice napete horizontalno utegom mase 1 na lijevom kraju. Drugi kraj je pričvršćen. (Gravitacijsku konstantu zaokružite na $g = 10$.)
 - b) (7 bodova) Riješite Poissonovu jednadžbu za kružnu membranu radijusa e^3 s rupom radijusa $e^{\frac{1}{2}}$ uz radijalni utjecaj vanjske sile s gustoćom $f(r) = r^{\frac{1}{3}} + r$ ako je membrana napeta s napetošću 3 uz rubni uvjet $u|_{r=e^3} = 0$ i $u|_{r=e^{\frac{1}{2}}} = 1$.
2. (10 bodova) Riješite problem nestacionarnog provođenja topline izoliranog homogenog štapa duljine 3 s koeficijentom provođenja 36 i toplinskim kapacitetom 1 ako su početni uvjeti dani s: $u(0, t) = -1$, $u(3, t) = 1$ i $u(x, 0) = \sin(2\pi x) + \frac{2}{3}x - 1$.