

MATEMATIKA 2, 7. 9. 2016.

1. Riješite diferencijalne jednadžbe:

(a) (7 bodova) $y'' - 6y' + 5y = 3x + 2$,

(b) (5 bodova) $x^2y^2y' + 1 = y$.

2. Neka je dana funkcija $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 4) + \sqrt{9 - x^2 - y^2} + \ln(xy)$.

(a) (8 bodova) Odredite i skicirajte prirodnu domenu funkcije f .

(b) (4 boda) Izračunajte $\frac{\partial f}{\partial y}(\sqrt{5}, 1)$.

3. (12 bodova) Nađite točke na hiperboli $x^2 - y^2 = 4$ koje su najbliže točki $A(5, 0)$.

4. (12 bodova) Izračunajte površinu lika omeđenog krivuljama $x^2 + y^2 = 2y$, $x^2 + y^2 = 4y$ i $y = \sqrt{3}|x|$. Skicirajte lik.

5. (12 bodova) Izračunajte masu tijela omeđenog plohama $z = 2 - x^2 - y^2$ i $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ako mu je gustoća dana s $\rho(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2}$. Skicirajte tijelo.

6. (a) (9 bodova) Zadano je polje

$$\vec{v} = -e^z \sin x \vec{i} + y \vec{j} + e^z \cos x \vec{k}.$$

Provjerite da je polje potencijalno te mu izračunajte potencijal.

(b) (7 bodova) Izračunajte

$$\int_{\vec{\Gamma}} xy^2 dx + y^5 dy,$$

ako je $\vec{\Gamma}$ dio luka krivulje $y = \sqrt[3]{x}$ od točke $A(0, 0)$ do točke $B(1, 1)$. Skicirajte krivulju.

7. (12 bodova) Izračunajte

$$\int_{\Gamma} x ds$$

ako je Γ dio presječne krivulje ploha $y = 3 - x^2$ i $z = y$ koji se nalazi u 1. oktantu. Skicirajte krivulju.

8. (12 bodova) Izračunajte površinu dijela polusfere $x^2 + y^2 + z^2 = 4, z \geq 0$, koju isijeca ploha $x^2 + y^2 = 1$. Skicirajte plihu.