

MATEMATIKA 2, 1. 7. 2020.

1. Riješite diferencijalne jednadžbe:

(a) (16 bodova) $yy' + y^2 + 1 - y' = xy^2 + x, y(0) = 0,$

(b) (4 boda) $y'' + 9y = 0.$

2. (a) (10 bodova) Odredite prirodnu domenu funkcije

$$f(x, y) = \frac{\pi^2}{\arcsin(x - y)}$$

i skicirajte taj skup.

(b) (10 bodova) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu $z = f(x, y)$ u točki $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, z_0)$.

3. (a) (10 bodova) Odredite, ako postoje, minimum i maksimum funkcije $f(x, y) = xy$ na kružnici $x^2 + y^2 = 4$.

(b) (10 bodova) Izračunajte

$$\int_K xy \, dx dy,$$

gdje je K četvrtina kruga $x^2 + y^2 \leq 4$ u prvom kvadrantu.

4. (20 bodova) Izračunajte

$$\int_{\vec{\Gamma}} -\sin y \cos y \, dx + 2x \sin^2 y \, dy,$$

gdje je $\vec{\Gamma}$ pozitivno orijentirana krivulja koja omeđuje skup

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2, x \leq y^2\}.$$

Skicirajte skup D . Uputa: upotrijebite Greenovu formulu.

5. (20 bodova) Izračunajte tok vektorskog polja

$$\vec{a} = x^3 \vec{i} + y^3 \vec{j} + e^z z^2 \vec{k}$$

kroz zatvorenu plohu koja se sastoji od cilindra $x^2 + y^2 = 1, 0 \leq z \leq 1$ i krugova $x^2 + y^2 \leq 1, z \in \{0, 1\}$, orijentiranu vanjskom normalom. Je li polje \vec{a} solenoidalno?

Prvi dio čine prva tri zadatka. **Drugi dio** čine 4. i 5. zadatak.

Za polaganje ispita treba skupiti 50 bodova (od tog barem 24 boda iz prvog dijela i barem 16 bodova iz drugog dijela).