

GRANIČNA STANJA ELEMENATA DRVENIH

KONSTRUKCIJA prema normi HRN EN 1995-1-1

- PRORAČUN GRANIČNIH STANJA NOSIVOSTI
- PRORAČUN GRANIČNIH STANJA UPORABLJIVOSTI

Prof.dr.sc. Vlatka Rajčić

Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu

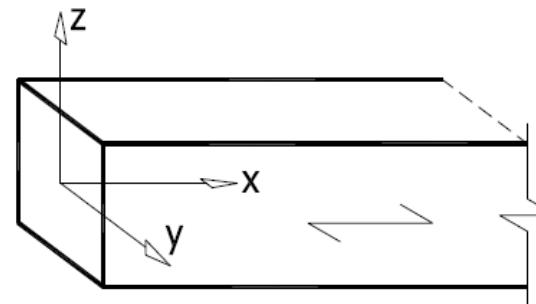


**GRANIČNA STANJA NOSIVOSTI ELEMENATA
DRVENIH KONSTRUKCIJA prema normi HRN EN 1995-1-1**

■ OPĆA NAČELA

- Koordinatni sustav elementa – konvencija u označavanju osi i pravca pružanja vlakana

- Uzdužna os elemenata x-x
- Jača os presjeka y-y
- Slabija os presjeka z-z

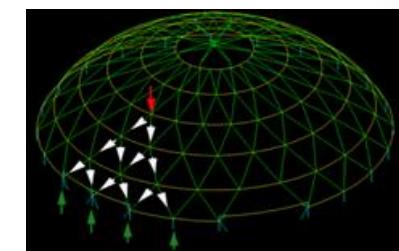


- Provjere graničnih stanja nosivosti treba primjenjivati na elemente od:
 - cjelovitog drva (CD, piljena, rezana i tesana građa)
 - lijepljenog lameliranog drva (LLD),
 - lameliranog furnirskog drva (LVL – gredne i pločasti elementi) s prevladavajuće dužno usmjerenim furnirima
 - drugih materijala i proizvoda od drva / na osnovi drva.

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Provjere graničnih stanja nosivosti elemenata drvenih konstrukcija zasnovane su na:
 - Osnovama projektiranja konstrukcija prema normi HRN EN 1990
 - Posebnostima projektiranja drvenih konstrukcija prema normi HRN EN 1995-1-1 i normama HRN EN* na koje ona upućuje
- Provjere graničnih stanja nosivosti razvrstane prema kriterijima uvjeta primjene u nekoj proračunskoj situaciji:
 - provjere (otpornosti) presjeka napregnutih u jednom glavnom smjeru
 - provjere (otpornosti) kombinirano napregnutih presjeka
 - provjere stabilnosti elemenata
 - zasjećeni elementi
 - čvrstoća sustava
 - grede promjenjive visine i zakriviljenog oblika

- **PRESJECI NAPREGNUTI U JEDNOM GLAVNOM SMJERU:**
- Elementi konstantne visine presjeka napregnuti u pravcu samo jedne glavne osi, smjer vlakana paralelan je s duljinom elementa.
- Presjeci izloženi normalnom naprezanju:
 - **vlačno napregnuti presjeci**
 - presjeci napregnuti vlakom paralelno s vlaknima
 - presjeci napregnuti vlakom okomito na vlakna
 - **tlačno napregnuti presjeci**
 - presjeci napregnuti tlakom paralelno s vlaknima
 - presjeci napregnuti tlakom okomito na vlakna
 - **presjeci napregnuti savijanjem**
- Presjeci izloženi posmičnom i posmičnom torzijskom naprezanju:
 - **posmikom napregnuti presjeci**
 - **presjeci napregnuti torzijskim momentom**



- **KOMBINIRANO NAPREGNUTI PRESJECI:**
- Provjere graničnih stanja nosivosti vrijede za elemente napregnute kombiniranim djelovanjima ili za elemente istovremeno napregnute u smjeru dviju ili više glavnih osi.
- Provjere se primjenjuju na elemente od cjelovitog drva, lijepljenog lameliranog drva ili proizvoda na osnovi drva čiji je poprečni presjek konstantan, a smjer vlakana paralelan s duljinom elementa.
 - presjeci napregnuti tlakom pod kutom na vlakanca
 - presjeci kombinirano napregnuti osnim vlakom i savijanjem
 - presjeci kombinirano napregnuti osnim tlakom i savijanjem

■ PROVJERE STABILNOSTI ELEMENATA:

- stupovi napregnuti tlakom
 - provjera nosivosti s provjerom izvijanja (od tlačne sile; izvijanje oko svake osi presjeka)
- stupovi kombinirano napregnuti tlakom i savijanjem
 - provjera nosivosti s provjerom izvijanja i bočne torzijske stabilnosti pri savijanju oko jače osi presjeka
- grede napregnute savijanjem
 - provjera nosivosti s provjerom bočne torzijske stabilnosti pri savijanju oko jače osi
- grede kombinirano napregnute savijanjem i tlakom
 - provjera nosivosti s provjerom bočne torzijske stabilnosti pri savijanju oko jače osi presjeka i izvijanja

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

■ ZASJEĆENI ELEMENTI:

- elementi čija je visina smanjena kosim / stepenastim zasijecanjem
 - elementi zasjećeni na osloncu
 - učinak popratne koncentracije naprezanja i položaja opterećenog ruba presjeka u provjeri otpornosti na posmik pri savijanju

■ ČVRSTOĆA SUSTAVA:

- čvrstoća elemenata, dijelova ili sklopova, jednoliko razmaknutih i bočno povezanih u sustav koji osigurava kontinuiranu raspodjelu opterećenja može biti uvećana zbog učinka čvrstoće sustava

■ GREDE PROMJENJIVE VISINE I ZAKRIVLJENOG OBLIKA

- lijepljene lamelirane grede posebne geometrije
 - grede s karakterističnom raspodjelom naprezanja duž osi i nelinearnom raspodjelom naprezanja po visini
 - dužni slobodno oslonjeni elementi s geometrijom ploče
 - jednostrane trapezne grede
 - dvostrane trapezne grede
 - sedlaste grede
 - zakrivljene grede



– PROVJERE OTPORNOSTI PRESJEKA
NAPREGNUTIH U JEDNOM GLAVNOM SMJERU –

VLAČNI ELEMENTI

- Ispuna rešetkastih nosača
- Elementi glavni vezača krovnih konstrukcija (npr. zatege trozglobnih okvira, stupovi i zatege u krovištima sustava visulja)



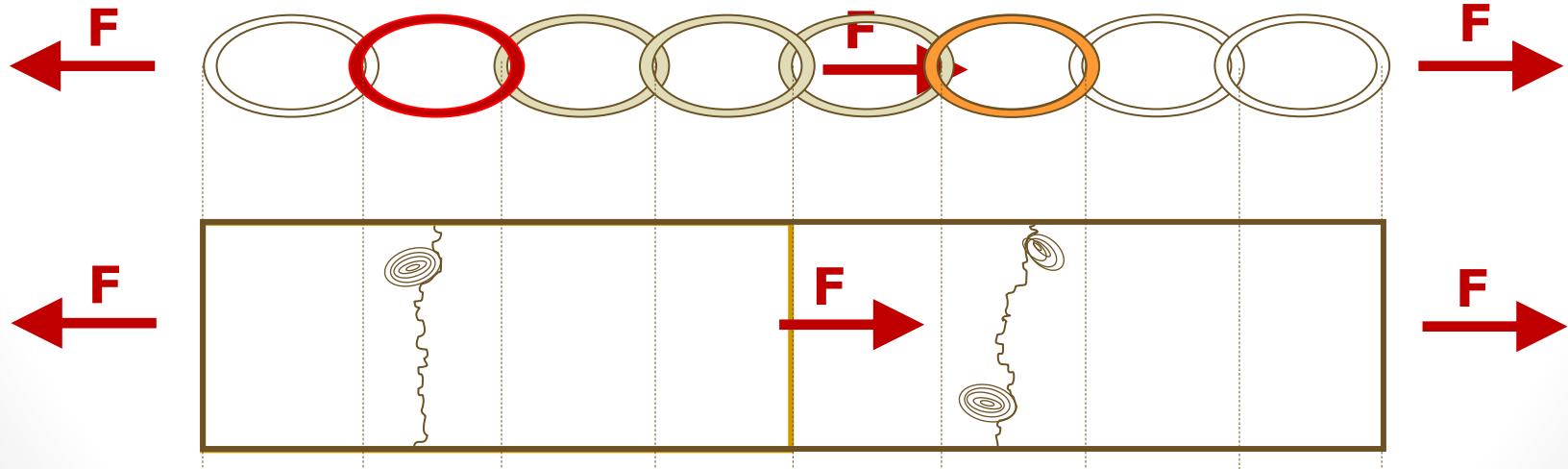
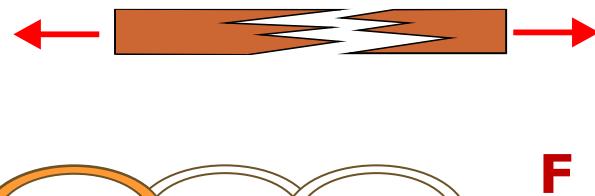
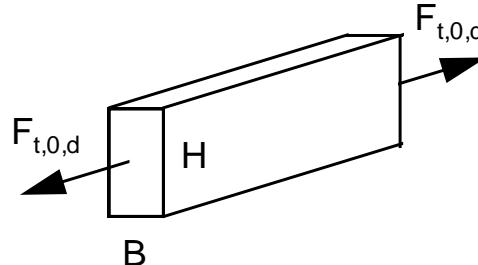
Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

■ VLAK PARALELNO S VLAKANCIMA – OSNI VLAK

- Otpornost vlačnog elementa jednaka je čvrstoći najslabijeg vlakanca

- Čvrstoća krtog materijala:

- funkcija veličine volumena elementa izloženog jednolikom naprezanju

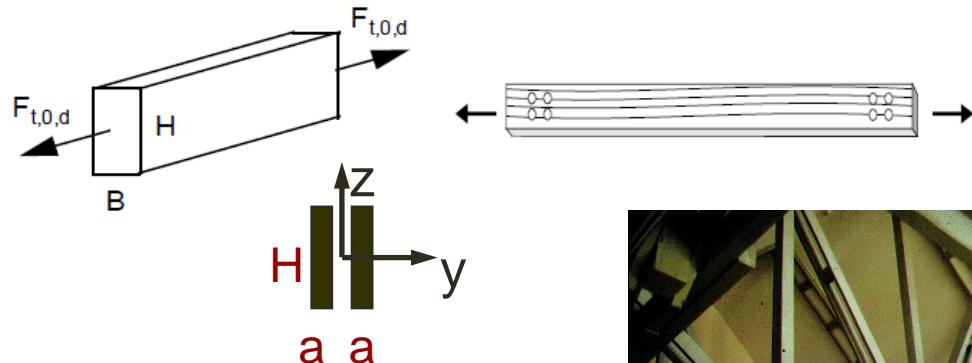


Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

■ OSNI VLAK – VLAK PARALELNO S VLAKANCIMA

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{F_{t,0,d}}{A_{net}} \leq f_{t,0,d}$$

$$f_{t,0,d} = k_{mod} \frac{(k_h) f_{t,0,k}}{\gamma_M}$$



$\sigma_{t,0,d}$ proračunsko osno vlačno naprezanje

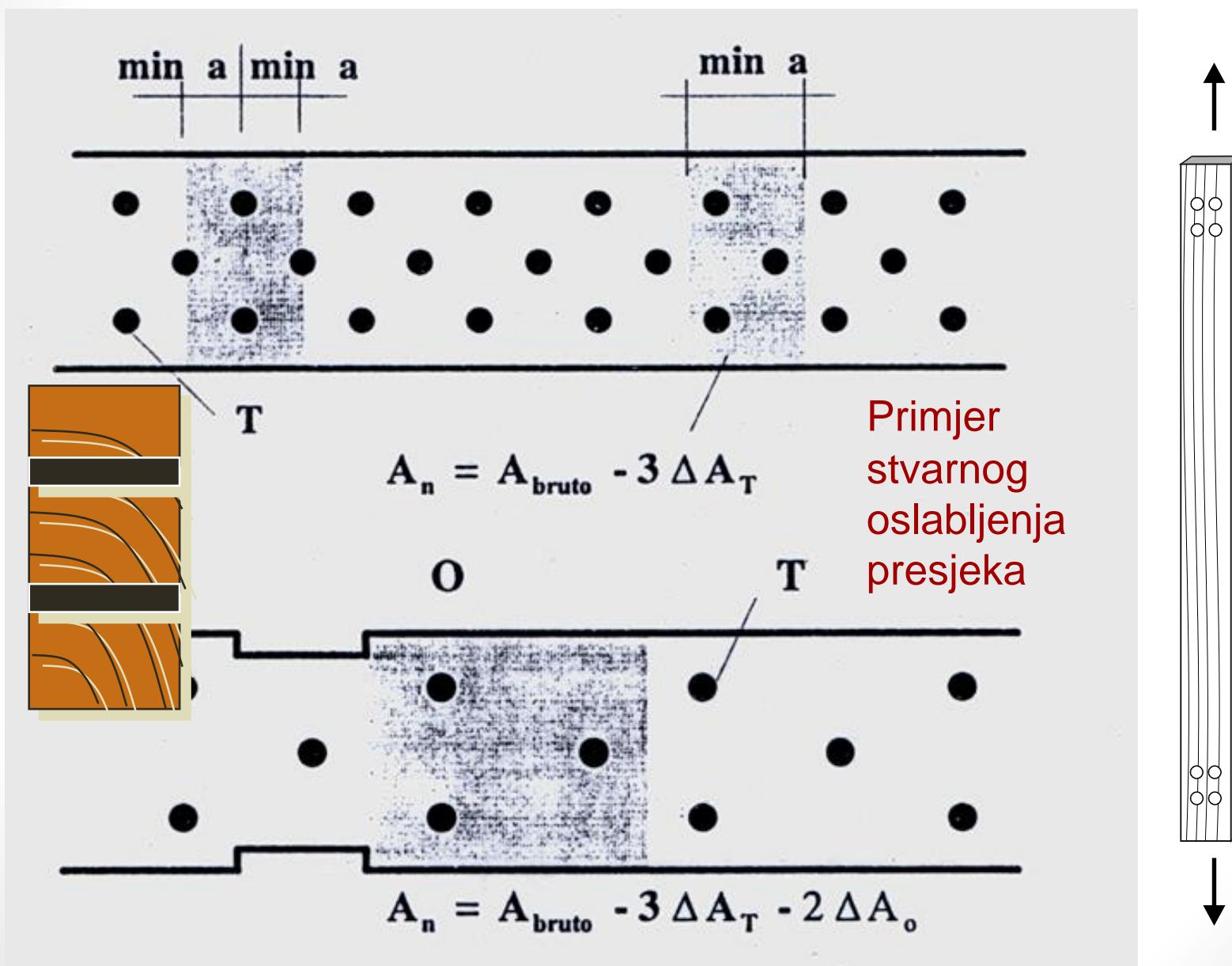
$f_{t,0,d}$ proračunska vlačna čvrstoća
paralelno s vlakancima

$F_{t,0,d}$ proračunska osna vlačna sila (paralelna
s vlaknima, hvatište sile u težištu presjeka)

A_{net} neto ploština poprečnog presjeka
ploštine A , $A_{net} = A - \Delta A$

$\Delta A \approx 0,2A$ približna vrijednost ploštine oslabljenja
za spajala promjera $d \geq 6$ mm koja se
moraju ugraditi s predbušenjem rupa)

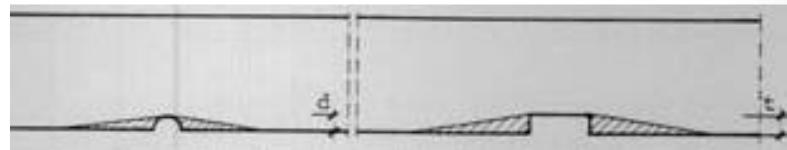
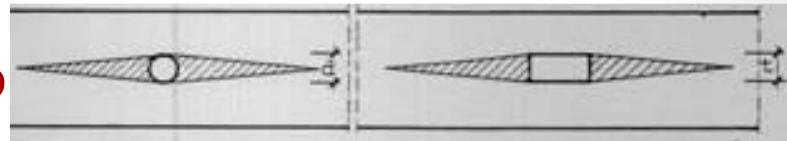




Stvarno oslabljenje presjeka treba odrediti proračunom

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Ako je presjek oslabljen ugradnjom spajala **manjeg promjera** u prethodno bušene rupe, proračun oslabljenja može se i izostaviti (npr. oslabljenja zbog čavala i vijaka za drvo promjera $d < 6 \text{ mm}$ ugrađenih s predbušenjem) zbog smanjene mogućnosti lokalnog cijepanja drva u bliskoj okolini spajala.



- U takvim je slučajevima približna vrijednost ploštine oslabljenja $\Delta A \approx < 0,1A$



Primjeri
oslabljenja
presjeka
spajalima većeg
i manjeg
promjera



Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Utjecaj faktora učinka veličine elementa k_h na karakterističnu čvrstoću paralelno s vlaknima i proračunsku otpornost presjeka:
 - od cjelovitog drva širine $h < 150 \text{ mm}$

$$k_h = \min \left\{ \left(\frac{150}{h} \right)^{0,2}, 1,3 \right\}$$

$k_h = 1$ za presjeke vlačnih elemenata visine $h \geq 150 \text{ mm}$

- od lijepljenog lameliranog drva širine $h < 600 \text{ mm}$

$$k_h = \min \left\{ \left(\frac{600}{h} \right)^{0,1}, 1,1 \right\}$$

$k_h = 1$ za presjeke vlačnih elemenata širine $\geq 600 \text{ mm}$

- od lameliranog furnirskog drva (LVL) duljine $l \neq 3000 \text{ mm}$

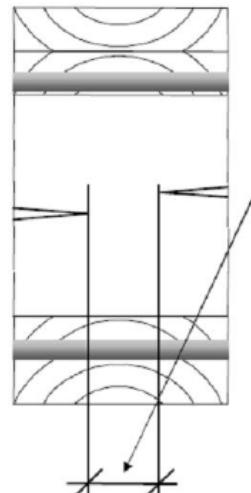
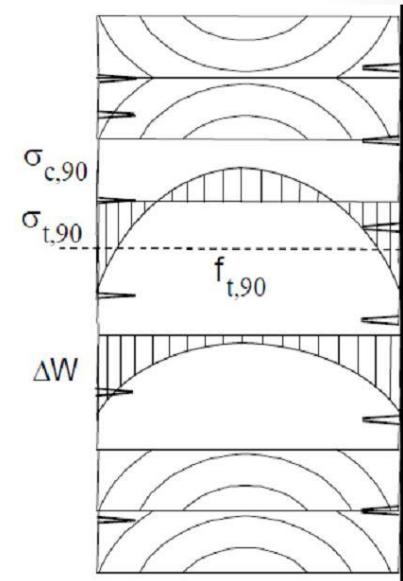
$$k_h = \min \left\{ \left(\frac{3000}{l} \right)^{s/2}, 1,1 \right\}$$

- **VLAK OKOMITO NA VLAKNA**
- Rijedak slučaj naprezanja u ravnim elementima
- Razlozi naprezanja vlakom okomito na vlakna od posrednih djelovanja
 - posljedica promjena vlažnosti (prodor vlage iz vanjskog u unutrašnji dio presjeka),
- Razlozi naprezanja vlakom okomito na vlakna od izravnih djelovanja
 - izvedbe okomitih vlačnih priključaka na opterećenom rubu,
 - stepenastog zasijecanja nosača ili izvedbe otvora, pogotovo kad se oni nalaze u blizini ležaja, a većih su dimenzija i oštih rubova.
- Prekoračenje čvrstoće okomitog vlaka prati stvaranje uzdužnih pukotina u elementu.
 - vrlo mala čvrstoća vlaka okomito na vlakanca
 - za meko cjelovito drvo razreda čvrstoće C24 – $f_{t,90,k} \approx f_{t,0,k} / 30$.

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

■ Razlozi naprezanja vlakom okomito na vlakna od posrednih djelovanja

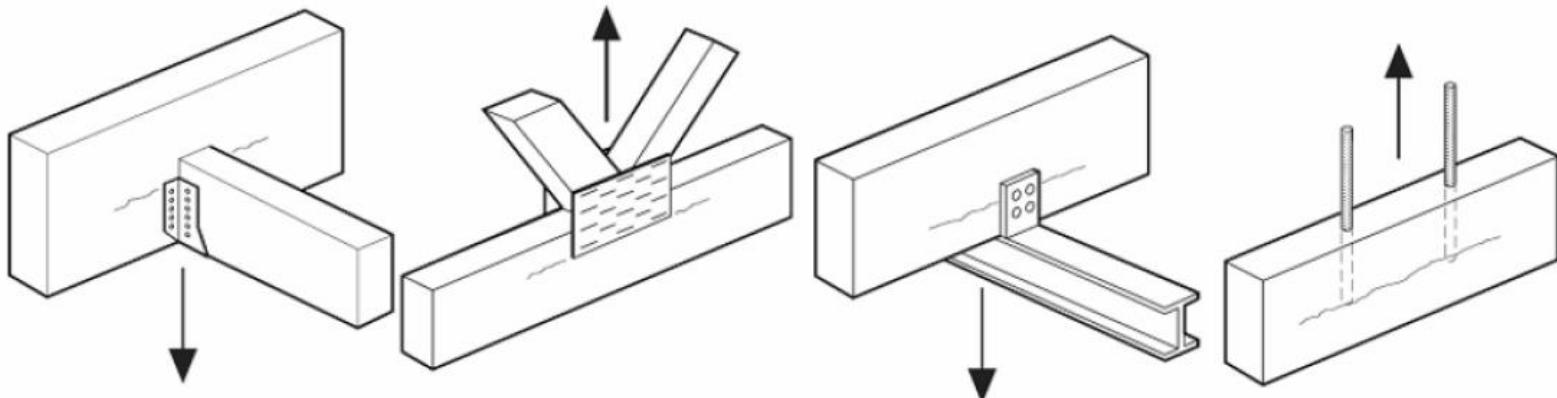
- Razvoj pukotina
 - posljedica prekoračenja čvrstoće okomitog vlaka zbog promjena sadržaja vlage.



Ostatak presjeka za prihvat posmičnih naprezanja i/ili naprezanja okomitog vlaka.

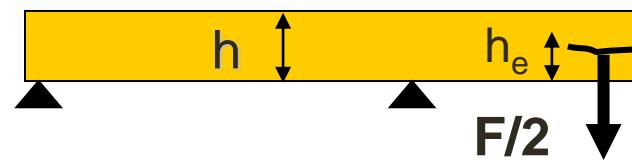
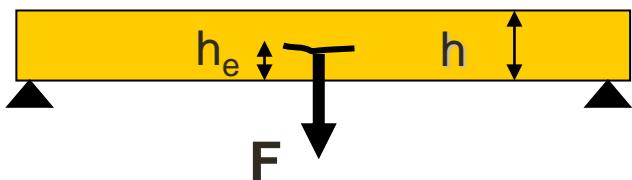
Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Razlozi pukotina – posljedica prekoračenja čvrstoće okomitog vlaka u priključcima okomitih elemenata na vlačnom rubu elementa



- Pojava lokalnog cijepanja u ravnim elementima pri izravnom opterećivanju ravnih elementa

- pretpostavka – prevladavajući oblik sloma tada je posmikom / prekoračenjem posmične čvrstoće
 - za opterećene rubove s $h_e > 0,7h$ nema pojave cijepanja
 - jednostavno oslonjene grede $\leq F$; konzole $\leq F/2$



TLAČNI ELEMENTI

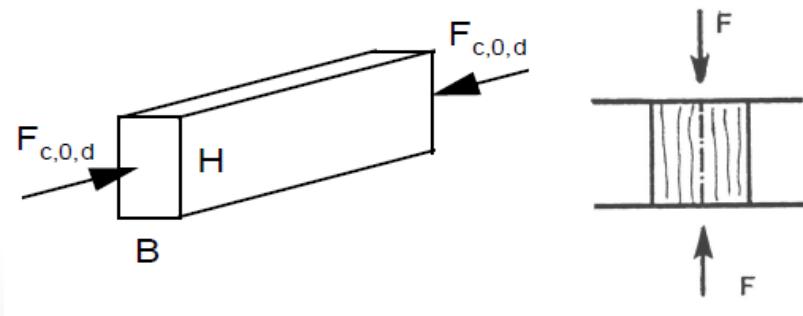


- Ispuna rešetkastih nosača
- Stupovi
- Vertikale i kosnici okvira i veznih sustava



Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

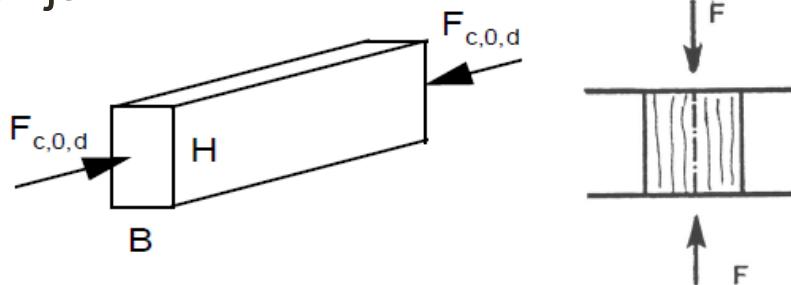
- OSNI TLAK – TLAK PARALELNO S VLAKNIMA
- Provjera otpornosti presjeka elementa napregnutog osnim tlakom
 - tlačna sila je paralelna s vlaknima i ima hvatište u težištu
- Provjera otpornosti presjeka bez izvijanja karakteristična je za:
 - kratke / zdepaste elemente
 - za presjeke na krajevima tlačnih elemenata jer je element u tim presjecima pridržan barem u jednoj ravnini izvijanja.



- OSNI TLAK – TLAK PARALELNO S VLAKNIMA
- Provjera otpornosti osnim tlakom napregnutog presjeka u kojem element nema mogućnost izvijanja:

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{F_{c,0,d}}{A} \leq f_{c,0,d}$$

$$f_{c,0,d} = k_{mod} \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M}$$



$\sigma_{c,0,d}$

proračunsko osno tlačno naprezanje

$f_{c,0,d}$

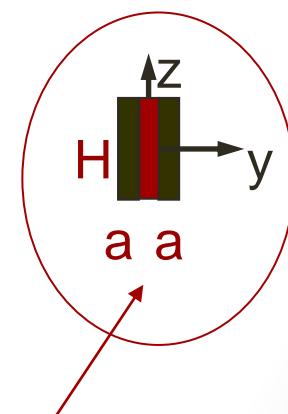
proračunska tlačna čvrstoća
paralelno s vlaknima

$F_{c,0,d}$

proračunska osna tlačna sila (paralelna
s vlaknima, hvatište sile je u težištu presjeka)

A

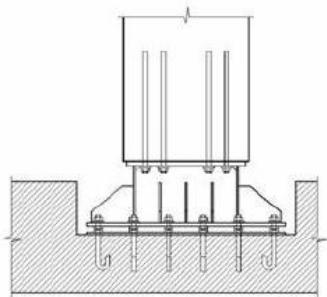
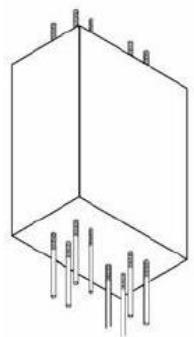
ploština poprečnog presjeka



Razmaknuto sastavljeni
tlačni elementi

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Posljedica priključenja pridržanja na tlačne elemente ili izvedbe oslonaca na krajevima tlačnih elemenata (npr. stupova):
 - sprječavanje izvijanja tlačnog elementa, ali i oslabljenje presjeka na mjestu pridržanja.
 - učinak oslabljenja (spajalima, utisnutim limovima i sl.) na tlačnu otpornost presjeka – nije presudan jer je krutost uzroka oslabljenja (npr. spajala, utisnuti limovi) veća od krutosti drva
 - **učinak oslabljenja može se uzeti u obzir** – proračunsko naprezanje treba odrediti s neto površinom proračunskog presjeka, $A_{\text{net}} = A - \Delta A$.



- **TLAK OKOMITO NA VLAKNA**
- Provjera otpornosti karakteristična je za:
 - presjek na osloncu horizontalne grede
 - presjek na rubu elementa na koji se okomito priključuje element napregnut osnim tlakom



- Na površini dodira elemenata, osna tlačna sila u elementu ₍₁₎ koji se okomito priključuje izaziva okomita tlačna naprezanja u presjeku na rubu elementa ₍₂₎ na koji se priključuje.

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Provjera otpornosti presjeka napregnutog tlakom okomito na vlakna:

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{F_{c,90,d}}{A_{ef}} \leq k_{c,90} f_{c,90,d}$$

$\sigma_{c,90,d}$

proračunsko naprezanje tlaka okomito na vlakna

$f_{c,90,d}$

proračunska čvrstoća tlaka okomito na vlakna

$F_{c,90,d}$

proračunska tlačna sila na površini dodira, okomita na vlakna

A_{ef}

proračunska / efektivna ploština presjeka na površini dodira

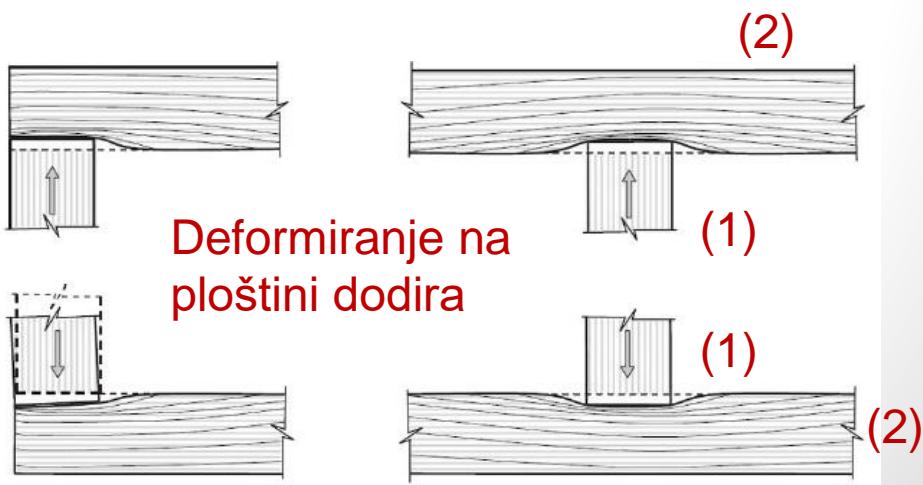
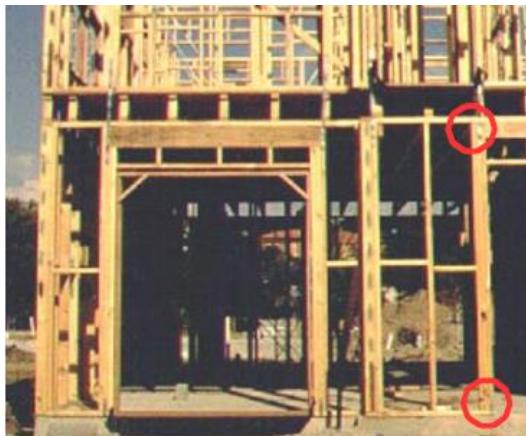
$k_{c,90} \geq 1$

faktor kojim se uzima u obzir:

- a) konfiguracija opterećenja (raspodjela tlačnih okomitih naprezanja na duljini dodira l)
- b) rasprostiranja po dubini h presjeka elementa ${}_{(2)}$ napregnutog okomitim tlakom na proračunskoj ploštini dodira A_{ef}
- c) utjecaj cijepanja vlakana
- d) stupanj tlačnog deformiranja

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Na površini dodira presjeci pripadaju različitim elementima:
 - napregnuti su proračunskim silama jednakih vrijednosti, ali su različiti kutovi sile na vlakna elementa koji se dodiruju: $F_{c,90,d(2)} = F_{c,0,d(1)}$
 - jednake su neto ploštine presjeka: $A_{net(1)} = A_{net(2)}$
 - različito se određuju proračunske ploštine presjeka: $A_{(1)} \neq A_{ef(2)}$
 - različita su proračunska naprezanja: $\sigma_{c,90,d(2)} \neq \sigma_{c,0,d(1)}$
 - različite su otpornosti presjeka: $k_{c,90} \cdot f_{c,90,d(2)} \neq f_{c,0,d(1)}$.



■ Granične i proračunske vrijednosti faktora $k_{c,90}$:

- najmanja granična vrijednost: $\min k_{c,90} = 1,0$.
- najveća granična vrijednost $k_{c,90}$ ovisi o načinu oslanjanja i materijalu:
 - elementi na kontinuiranim osloncima, s pretpostavkom $l_1 \geq 2h$:

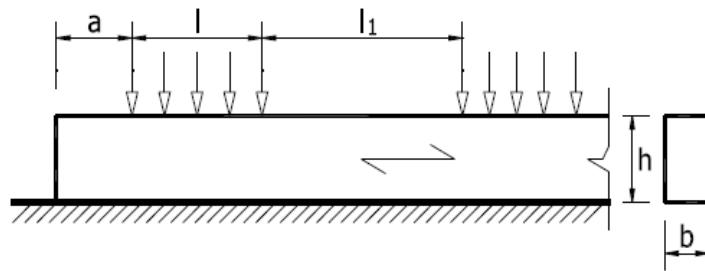
$k_{c,90} = 1,25$ za meko cjelovito drvo

$k_{c,90} = 1,5$ za lijepljeno lamelirano drvo

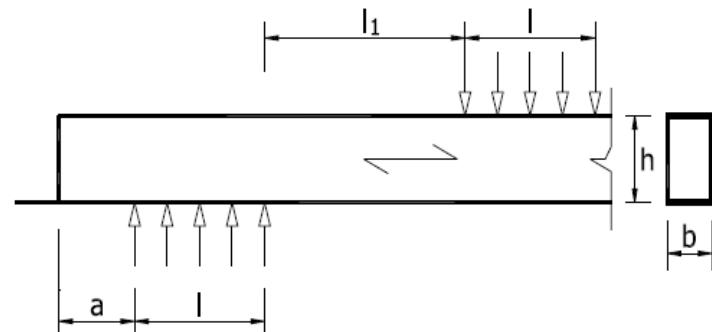
- elementi na diskretnim osloncima, s pretpostavkom $l_1 \geq 2h$:

$k_{c,90} = 1,5$ za meko cjelovito meko drvo

$k_{c,90} = 1,75$ za lijepljeno lamelirano drvo ($l \leq 400 \text{ mm}$)



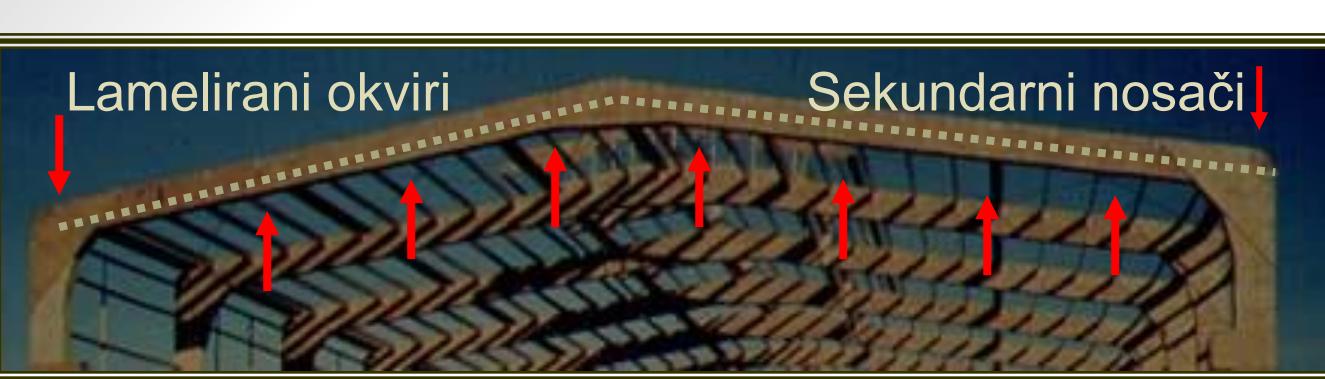
Kontinuirano oslanjanje



Diskretno oslanjanje

Lamelirani okviri

Sekundarni nosači



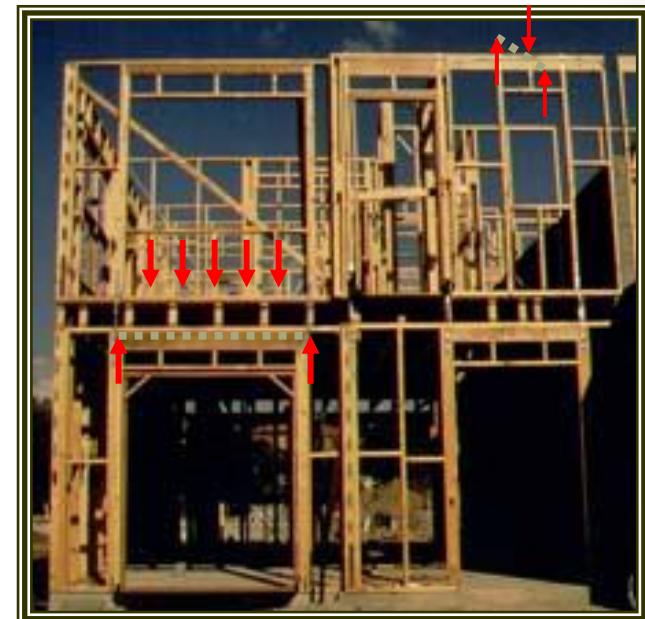
Podrožnice

SAVIJANI ELEMENTI

- Glavni nosači
- Sekundarni nosači
- Nadvoji drvenih zgrada

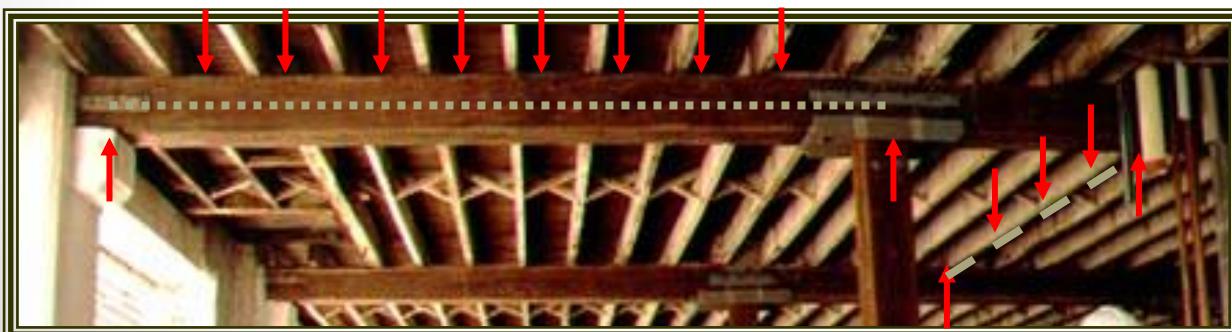


Nadvoji



Glavni nosači

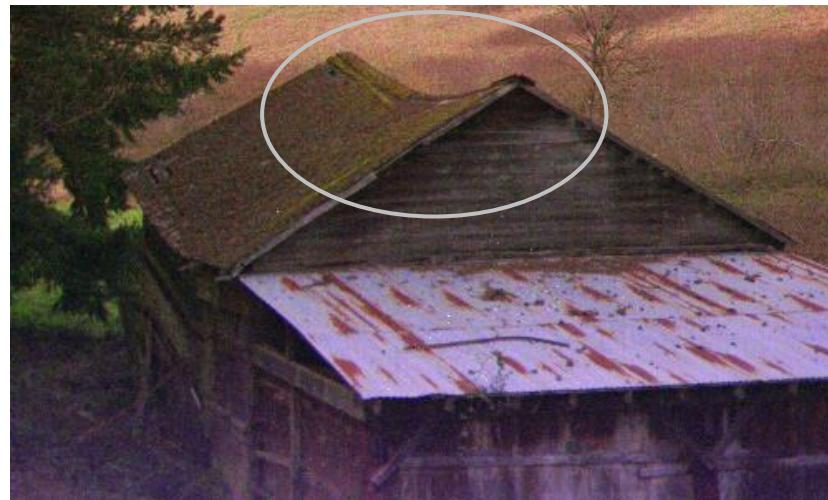
Sekundarni nosači



- Oblik sloma zbog savijanja



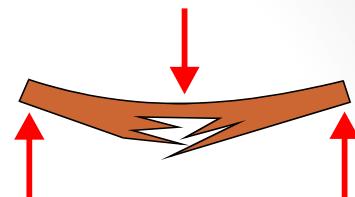
- Deformiranja zbog savijanja pod dugotrajnim opterećenjem



Posljedice
puzanja

■ Usporedba ponašanja savijanih elemenata

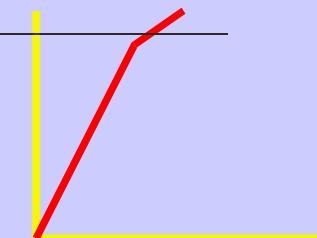
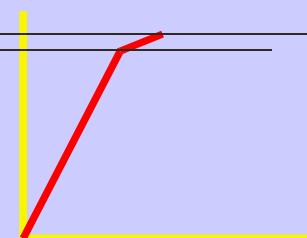
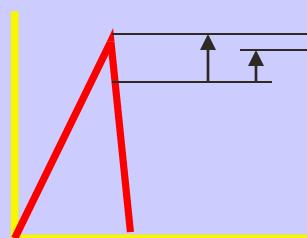
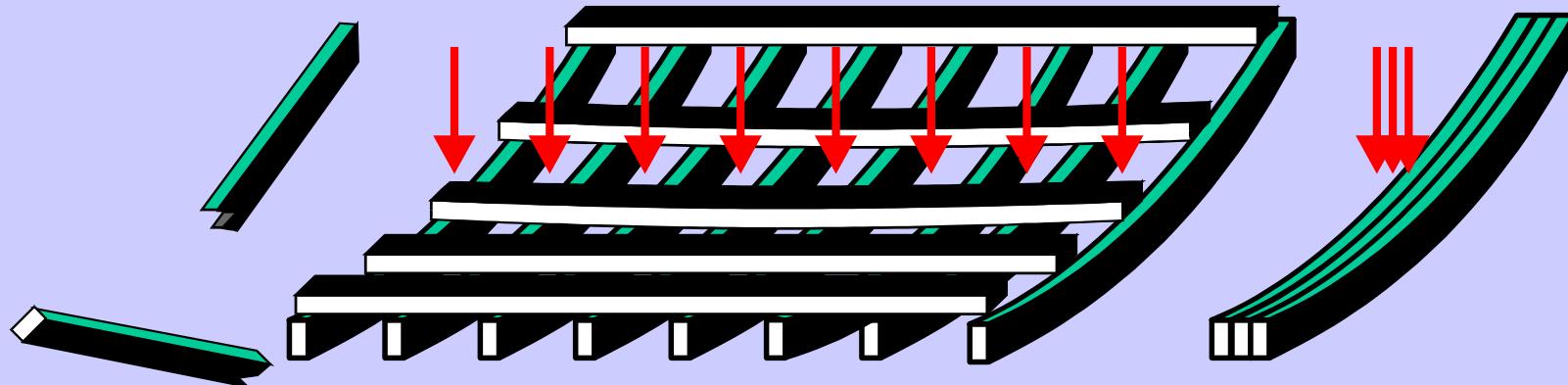
- različiti presjeci i sustavi



Jednostruka greda

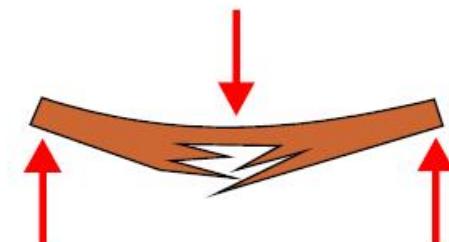
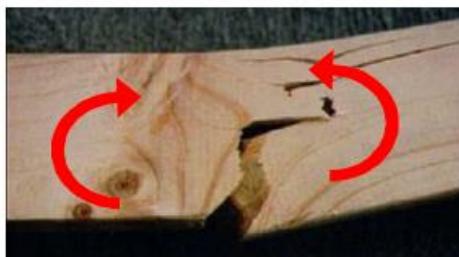
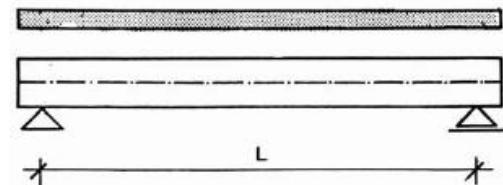
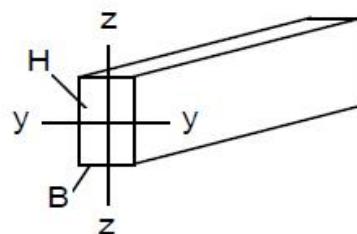
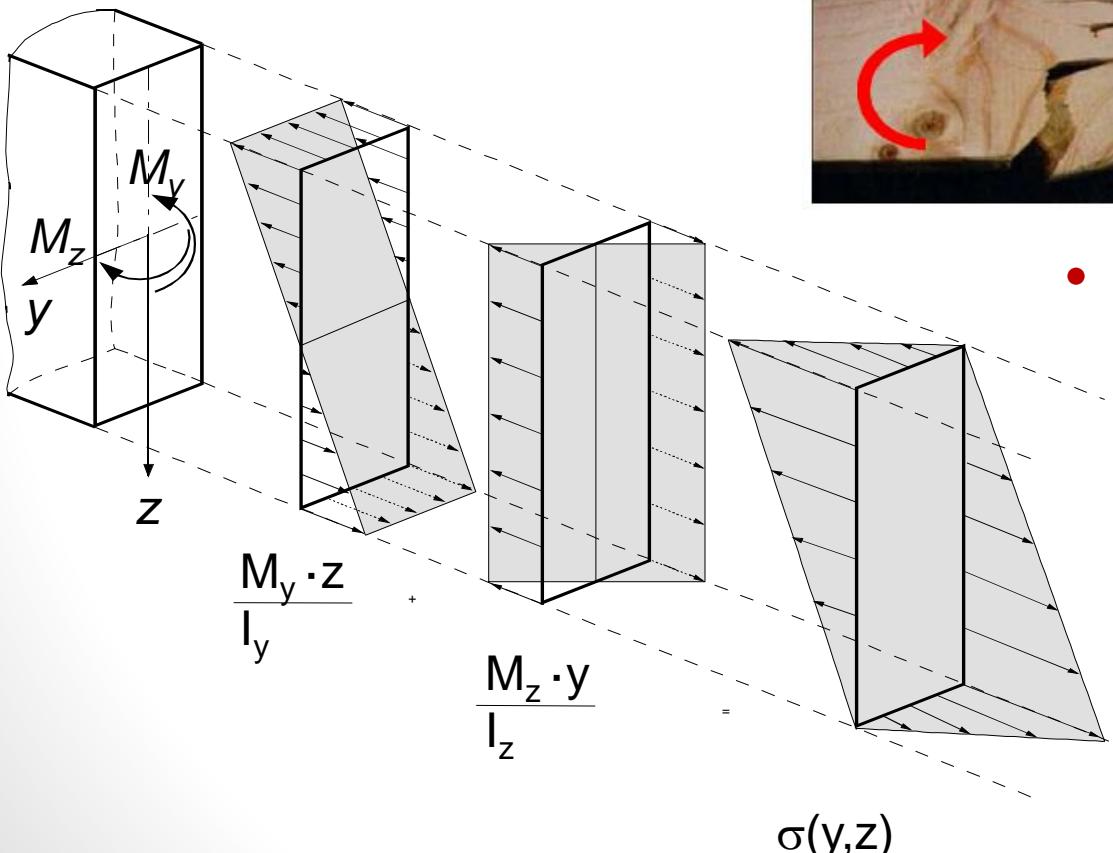
Roštiljni (3D) sustav

Sastavljeni greda



- **PRESJECI NAPREGNUTI NA SAVIJANJE**

- Raspodjela naprezanja u presjeku prema klasičnoj linearnoj teoriji



- Proračunska naprezanja na savijanje i čvrstoće

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_{y,d}} \quad \sigma_{m,z,d} = \frac{M_{z,d}}{W_{z,d}}$$

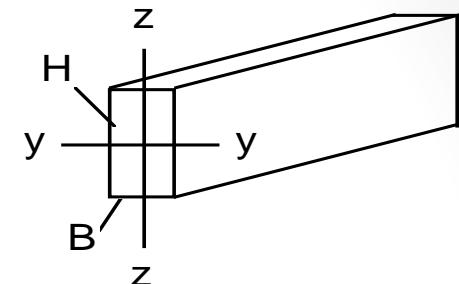
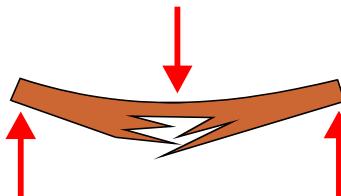
$$f_{m,y,d} = f_{m,z,d} = f_{m,d}$$

$$f_{m,y,d} = k_{\text{mod}} \frac{(k_h) f_{m,k}}{\gamma_M}$$

- Provjera otpornosti dvoosno savijanih presjeka

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$



- Provjera otpornosti presjeka savijanih oko jače osi y-y

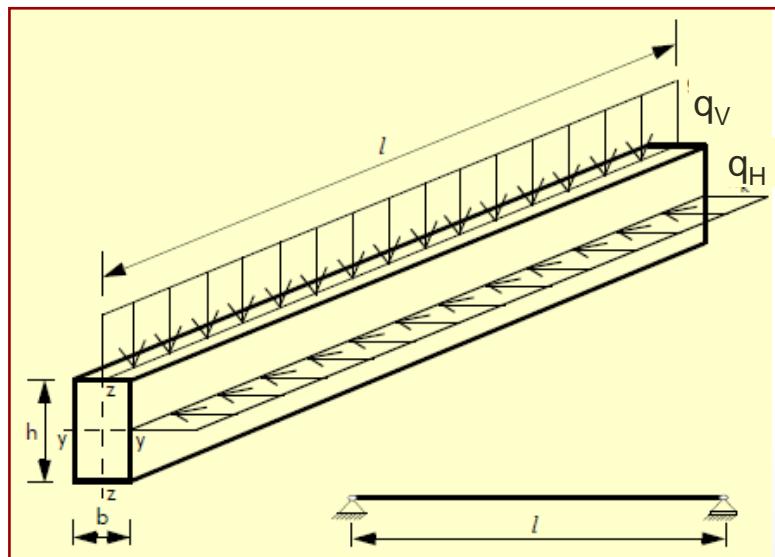
$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1$$

$\sigma_{m,y,d}$

proračunsko naprezanje na savijanje oko jače osi y-y (od vertikalne komponente paralelne s osi z-z)

$\sigma_{m,z,d}$

proračunsko naprezanje na savijanje oko slabije osi z-z (od horizontalne komponente paralelne s osi y-y)



Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Faktor oblika presjeka k_m uzima u obzir učinke nehomogenosti materijala i raspodjele naprezanja u presjeku

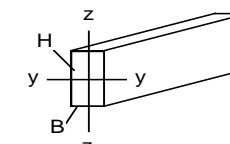
- Za poprečne presjeke od cjelovitog, lijepljenog lameliranog drva i LVL-a:

$k_m = 0,7$ četvrtasti i pravokutni poprečni presjeci

$k_m = 1,0$ ostali oblici poprečnih presjeka

- Za poprečne presjeke od proizvoda / materijala na osnovi drva:

$k_m = 1,0$ svi oblici poprečnih presjeka.

Grenzzustand der Tragfähigkeit																		
Nachweis der Biegespannung nach EC 5 Abschnitt 5.1.6																		
POS Koso savijani poprečni presjek																		
Eingabedaten:																		
Baustoff <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="width: 50px;"></td><td style="width: 50px; background-color: #ffffcc;">1</td></tr> <tr><td>Vollholz</td><td>1</td></tr> <tr><td>S10/MS10</td><td>1</td></tr> <tr><td>S 13</td><td>2</td></tr> <tr><td>MS 13</td><td>3</td></tr> <tr><td>MS 17</td><td>4</td></tr> </table>		1	Vollholz	1	S10/MS10	1	S 13	2	MS 13	3	MS 17	4	Querschnittswerte: $B = 160$ mm $H = 200$ mm $W_y = 1,07 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$ $W_z = 8,53 \cdot 10^5 \text{ mm}^3$					
	1																	
Vollholz	1																	
S10/MS10	1																	
S 13	2																	
MS 13	3																	
MS 17	4																	
Brettschichtholz <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="width: 50px;"></td><td style="width: 50px; background-color: #ffffcc;">5</td></tr> <tr><td>BS 11</td><td>5</td></tr> <tr><td>BS 14k</td><td>6</td></tr> <tr><td>BS 14h</td><td>7</td></tr> <tr><td>BS 16k</td><td>8</td></tr> <tr><td>BS 16h</td><td>9</td></tr> <tr><td>BS 18k</td><td>10</td></tr> <tr><td>BS 18h</td><td>11</td></tr> </table>		5	BS 11	5	BS 14k	6	BS 14h	7	BS 16k	8	BS 16h	9	BS 18k	10	BS 18h	11	Querschnittsschwächung: $\Delta W_y = 0,00 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$ $\Delta W_z = 0,00 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$	NKL = 2 <u>u</u> \wedge 12% = 1 <u>u</u> \wedge 20% = 2 20% < <u>u</u> = 3 KLED = 4 ständig = 1 lang = 2 mittel = 3 kurz = 4
	5																	
BS 11	5																	
BS 14k	6																	
BS 14h	7																	
BS 16k	8																	
BS 16h	9																	
BS 18k	10																	
BS 18h	11																	
Bemessungswerte der Schnittgrößen: $M_{y,d} = 15,00 \text{ kNm}$ $M_{z,d} = 3,20 \text{ kNm}$																		
Nachweise: Bedingung (1): $\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$ Bedingung (2): $k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$ Bedingung (1): 0,85 + 0,16 = 1,00 > 1 Nachweis nicht eingehalten! Bedingung (2): 0,59 + 0,23 = 0,82 < 1																		
Rechenwerte: $k_{mod} = 0,90$ $\gamma_M = 1,3$ $k_m = 0,7$ für Rechteckquerschnitte																		
Biegung um die y-Achse $\sigma_{m,y,d} = M_{y,d} / W_{y,\text{netto}} = 14,1 \text{ N/mm}^2$ $f_{m,y,k} = 24,0 \text{ N/mm}^2$ $f_{m,y,d} = k_{mod} \cdot f_{m,y,k} / \gamma_M = 16,6 \text{ N/mm}^2$		Biegung um die z-Achse $\sigma_{m,z,d} = M_{z,d} / W_{z,\text{netto}} = 3,8 \text{ N/mm}^2$ $f_{m,z,k} = 24,0 \text{ N/mm}^2$ $f_{m,z,d} = k_{mod} \cdot f_{m,z,k} / \gamma_M = 16,6 \text{ N/mm}^2$																

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Utjecaj faktora učinka veličine elementa k_h na karakterističnu čvrstoću na savijanje i proračunsku otpornost savijanog presjeka elemenata:
 - od cjelovitog drva visine $h < 150 \text{ mm}$

$$k_h = \min \left\{ \left(\frac{150}{h} \right)^{0,2}, 1,3 \right\}$$

$k_h = 1$ za savijane presjeke visine $h \geq 150 \text{ mm}$

- od lijepljenog lameliranog drva širine $h < 600 \text{ mm}$

$$k_h = \min \left\{ \left(\frac{600}{h} \right)^{0,1}, 1,1 \right\}$$

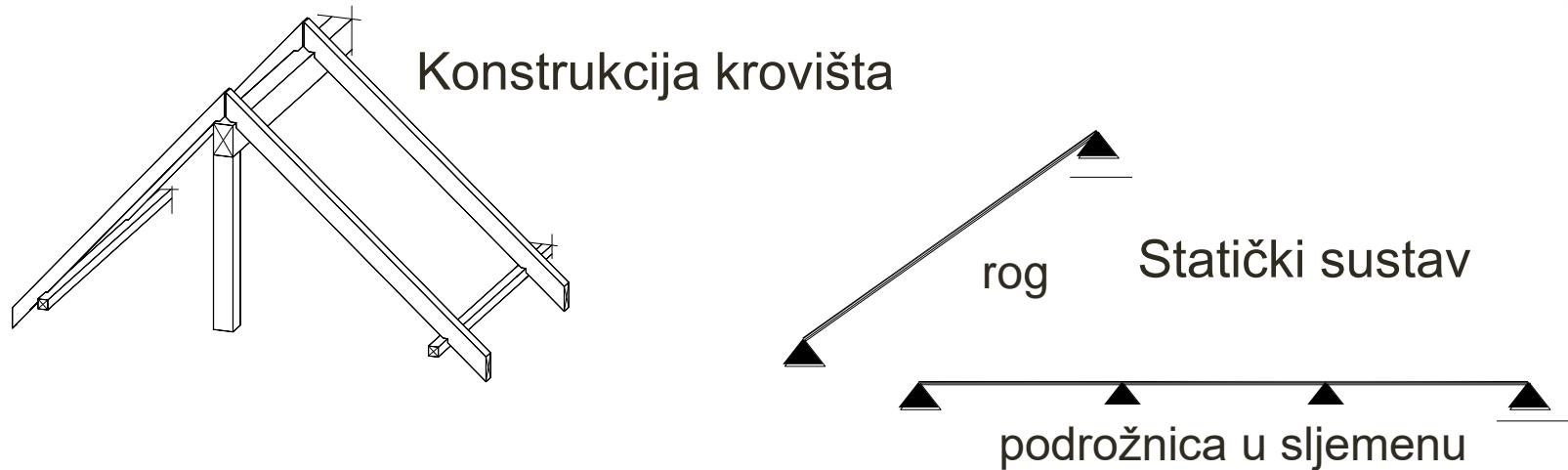
($k_h = 1$ za savijane presjeke visine $h \geq 600 \text{ mm}$)

- od lameliranog furnirskog drva (LVL) visine $h \neq 300 \text{ mm}$

$$k_h = \min \left\{ \left(\frac{300}{h} \right)^s, 1,2 \right\}$$

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Primjer utjecaja faktora učinka veličine elementa k_h na karakterističnu čvrstoću na savijanje i proračunsku otpornost savijanog presjeka:



Jednoosno savijanje:

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_{net,y,d}} \leq f_{m,y,d}$$

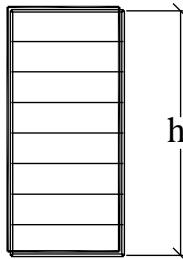
$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} \leq 1$$

$$\sigma_{m,d} = 1000 \frac{M_d}{W_{net}} \leq f_{m,d}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{m,y,d} \text{ [N/mm}^2\text{]} \\ M_d \text{ [kNm]} \\ W_{net} \text{ [cm}^3\text{]} \\ f_{m,d} \text{ [N/mm}^2\text{]} \end{array} \right.$$

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Primjer utjecaj faktora učinka veličine elementa k_h na karakterističnu čvrstoću na savijanje i proračunsku otpornost savijanog presjeka od:
 - lijepljenog lameliranog drva visine $< 600 \text{ mm}$:

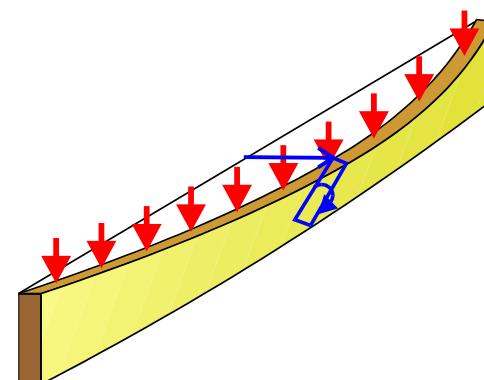
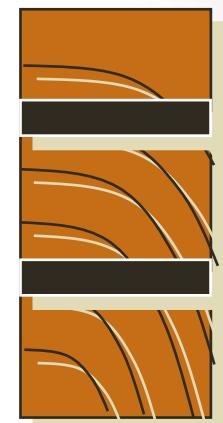
	$600 \text{ mm} < h$	$k_h \cdot f_{m,y,k}$
	$250 \text{ mm} < h < 600 \text{ mm}$	$f_{m,y,k} \cdot \left(\frac{600}{h} \right)^{0,1}$
	$h \leq 250 \text{ mm}$	$f_{m,y,k} \cdot 1,1$

- cjelovitog drva visine $h < 150 \text{ mm}$

$$1,0 \leq f_{m,y,k} \cdot \left(\frac{150}{h} \right)^{0,2} < 1,3$$

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- U provjeri otpornosti presjeka treba uzeti u obzir oslabljenja presjeka (npr. spajalima, utisnutim limovima i sl.) ako postoje.
 - Geometrijske veličine (npr. momenti tromosti, momenti otpora) pri određivanju proračunskih naprezanja tada treba odrediti kao neto veličine ($I_{y,net}$; $W_{y,net}$ i $I_{z,net}$; $W_{z,net}$)
- Za savijane elemente obavezna je i provjera stabilnosti (bočno torzijsko izvijanje elemenata savijanih oko jače osi).
 - Provjerom stabilnosti treba utvrditi mogućnost gubitka ravnoteže elementa prije dostizanja proračunske otpornosti presjeka.



Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- **OTPORNOST PRESJEKA NA POSMIK**
- Razredi čvrstoće cjelovitog mekog drva – norma HRN EN 338

		Poplar and softwood species											
		C14	C16	C18	C20	C22	C24	C27	C30	C35	C40	C45	C50
Strength properties (in N/mm ²)													
Bending	$f_{m,k}$	14	16	18	20	22	24	27	30	35	40	45	50
Tension parallel	$f_{t,0,k}$	8	10	11	12	13	14	16	18	21	24	27	30
Tension perpendicular	$f_{t,90,k}$	0,4	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
Compression parallel	$f_{c,0,k}$	16	17	18	19	20	21	22	23	25	26	27	29
Compression perpendicular	$f_{c,90,k}$	2,0	2,2	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,1	3,2
Shear	$f_{v,k}$	1,7	1,8	2,0	2,2	2,4	2,5	2,8	3,0	3,4	3,8	3,8	3,8
Stiffness properties (in kN/mm ²)													
Mean modulus of elasticity parallel	$E_{0,mean}$	7	8	9	9,5	10	11	11,5	12	13	14	15	16
5% modulus of elasticity parallel	$E_{0,05}$	4,7	5,4	6,0	6,4	6,7	7,4	7,7	8,0	8,7	9,4	10,0	10,7
Mean modulus of elasticity perpendicular	$E_{90,mean}$	0,23	0,27	0,30	0,32	0,33	0,37	0,38	0,40	0,43	0,47	0,50	0,53
Mean shear modulus	G_{mean}	0,44	0,5	0,56	0,59	0,63	0,69	0,72	0,75	0,81	0,88	0,94	1,00

$f_{t,90,k} \approx \frac{1}{30} f_{t,0,k}$

$f_{v,k} \approx \frac{1}{10} f_{m,k}$

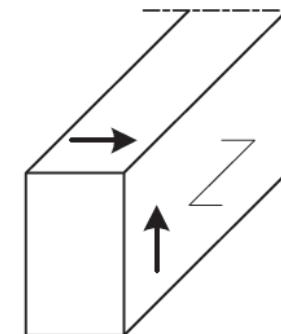
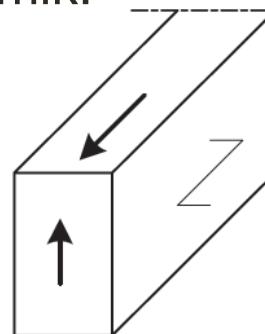
■ OTPORNOST PRESJEKA NA POSMIK

■ Provjera otpornosti presjeka na posmik:

$$\tau_{v,d} \leq f_{v,d}$$

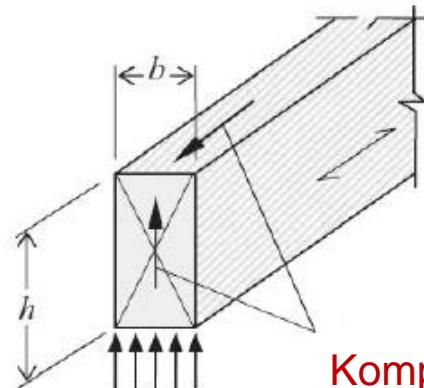
$\tau_{y,d}$ proračunsko posmično naprezanje

$f_{v,d}$ proračunska posmična čvrstoća



- Proračunska čvrstoća posmika kad su obje komponente posmika okomite na vlakna (“rolling shear”):

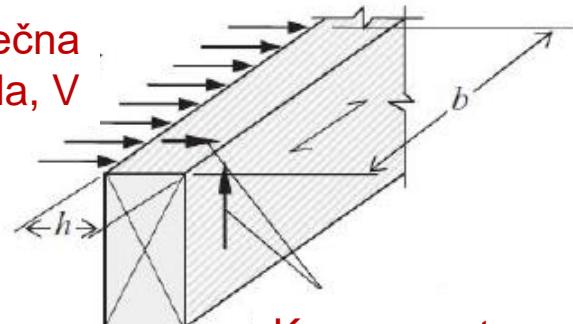
$$f_{v,d} = 2 f_{t,90,d}$$



Poprečna sila, V

Komponente naprezanja posmikom

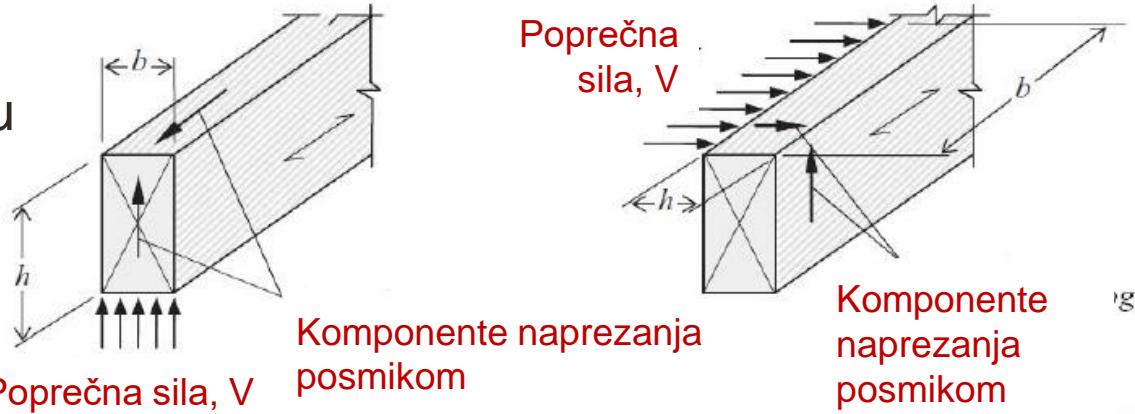
Poprečna sila, V



Komponente naprezanja posmikom

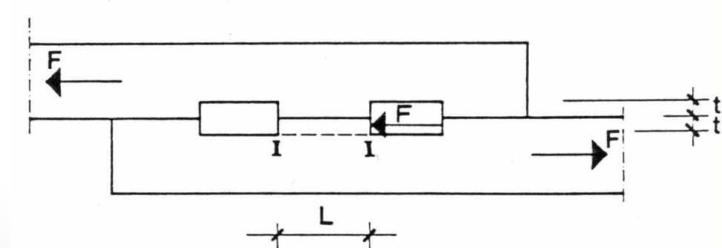
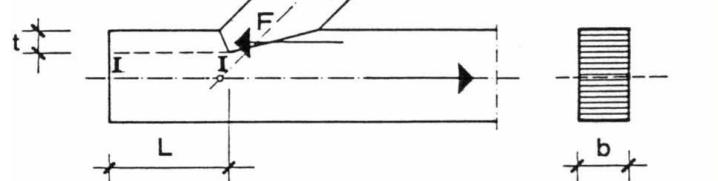
Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Presjeci napregnuti posmikom pri savijanju (posmik paralelno s vlaknima):

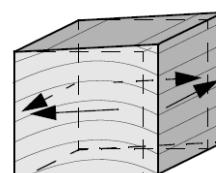


- Presjeci napregnuti posmikom paralelno s vlaknima u priključcima (npr. trenje):

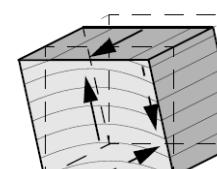
$$\tau_{v,d} = \frac{F}{A_{I-I}} = \frac{F}{b \cdot L}$$
$$\tau_{v,d} = \frac{T}{A}$$



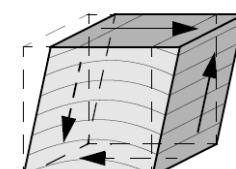
- Moduli posmika i posmično deformiranje presjeka



G_{LT}



G_{RL}



G_{RT}

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Proračunska naprezanja – posmik paralelno s vlaknima:
- Proračunsko naprezanje $\tau_{v,d}$ od poprečne sile pri savijanju oko jače osi poprečnog presjeka za stvarnu širinu presjeka u posmiku, **b**:
 - Opći oblik poprečnog presjeka:
 - Pravokutni poprečni presjek:

$$\tau_{v,d} \leq \frac{V_d \cdot S}{I \cdot b}$$

• Okrugli presjek:

$$\tau_{v,d} \leq \frac{4}{3} \frac{V_d}{A}$$

$$\tau_{v,d} \leq \frac{V_d \cdot S}{I \cdot b} = \frac{V_d \cdot \frac{b \cdot h^2}{8}}{\frac{b \cdot h^3}{12} \cdot b} = 1,5 \frac{V_d}{A}$$

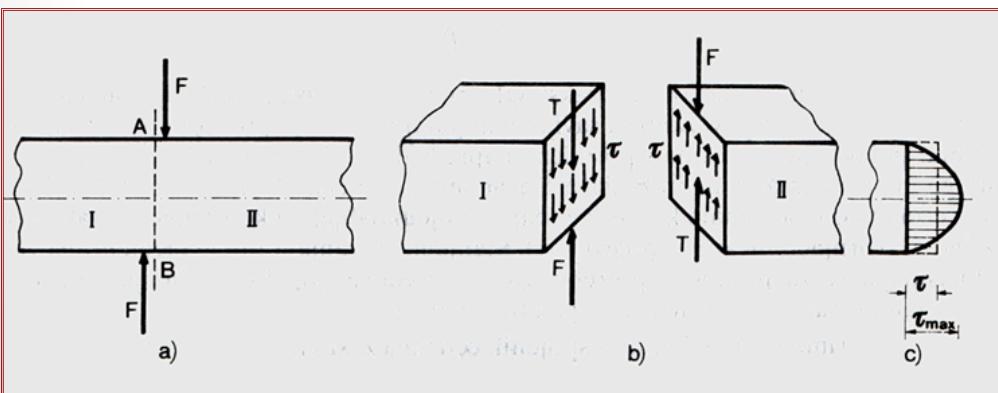
V_d proračunska poprečna sila

S statički moment presjeka

I moment tromosti presjeka

b posmična širina presjeka

A ploština presjeka



Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- U provjeri posmične otpornosti elementa pri savijanju treba uzeti u obzir utjecaj pukotina

- Posmična naprezanja od poprečne sile treba odrediti s proračunskom širinom elementa, b_{ef} :

$$b_{ef} = k_{cr} \cdot b$$

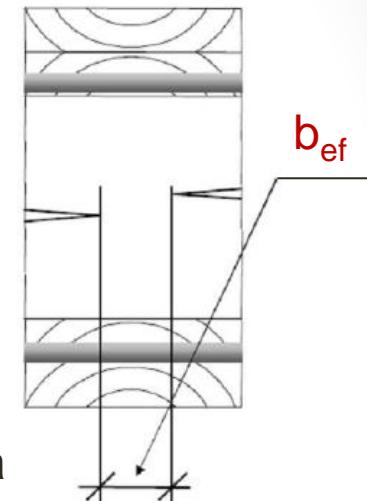
b stvarna širina poprečnog presjeka

b_{ef} proračunska širina poprečnog presjeka smanjena zbog utjecaja pukotina

k_{cr} faktor pukotina

$k_{cr} = 0,67$ za cjelovito i lijepljeno lamelirano drvo

$k_{cr} = 1,0$ za ostale proizvode od drva / na osnovi drva u skladu s normama HRN EN 13986 i HRN EN 14374



Grenzzustand der Tragfähigkeit

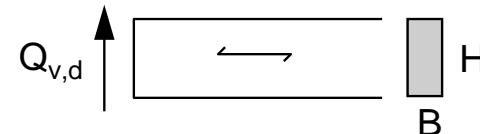
Nachweis der **Schubspannung** nach EC 5 Abschnitt 5.1.7

POS Posmik od poprečne sile

Eingabedaten:

Baustoff	5
Vollholz	1
S10/MS10	2
S 13	3
MS 13	4
MS 17	
Brettschichtholz	
BS 11	5
BS 14k	6
BS 14h	7
BS 16k	8
BS 16h	9
BS 18k	10
BS 18h	11

Querschnittswerte:
 B = 180 mm
 H = 1000 mm
 A = 180000 mm²



Bemessungswert der Schnittgröße:

$$Q_{v,d} = 209,00 \text{ kN}$$

NKL =	1
u Λ 12%	1
u Λ 20%	2
20% < u	3
KLED =	4
ständig =	1
lang =	2
mittel =	3
kurz =	4

Nachweis: $\tau_d = 1,5 \frac{Q_{v,d}}{A} \leq k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = f_{v,d}$

$$\tau_d = 1,74 < 1,87 = f_{v,d}$$

Rechenwerte:

$$f_{v,k} = 2,70 \text{ N/mm}^2$$

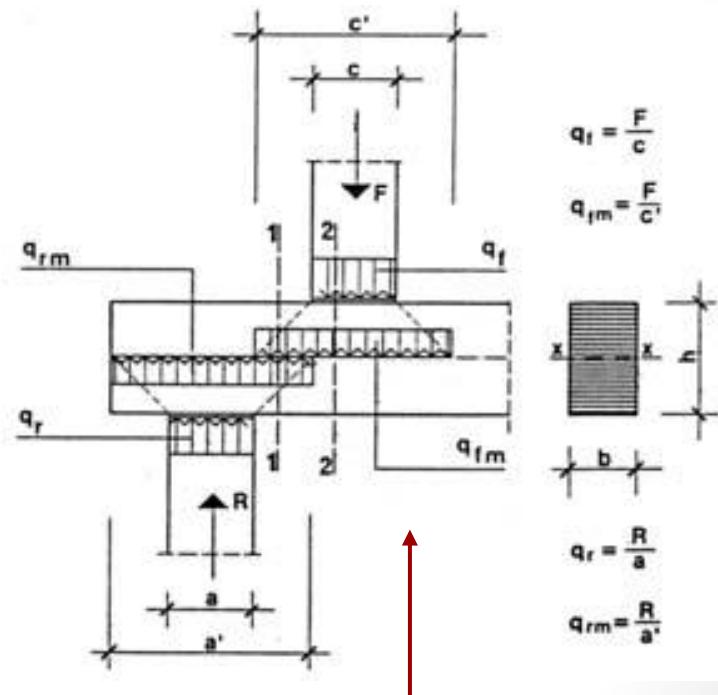
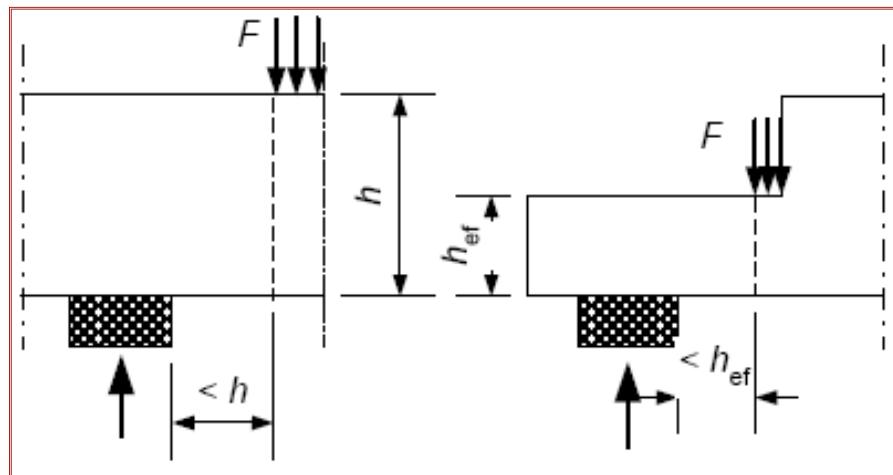
$$k_{mod} = 0,90$$

$$\gamma_M = 1,3$$

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Učinak koncentrirane sile F na proračunsku poprečnu silu u presjeku iznad oslonca može se zanemariti ako je hvatište sila F na gornjem, neopterećenom (tlačnom) rubu presjeka i od ruba oslonca udaljeno:

- $\geq h$ puna visina presjeka iznad oslonca
- $\geq h_{ef}$ visina zasječenog presjeka
u području oslonca



- U suprotnom treba provjeriti pojavu složenog stanja naprezanja okomitim posmikom (presjek 1-1, razlika poprečnih sila $\Delta = R - F$) i posmikom pri savijanju (presjek 2-2, sila F) tj. paralelno s vlaknima. 44

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- **OTPORNOST PRESJEKA NA TORZIJSKU OTPORNOST**
- Provjera otpornosti presjeka napregnutom torzijskim momentom:

$$\tau_{\text{tor},d} \leq k_{\text{shape}} \cdot f_{v,d}$$

$\tau_{\text{tor},d}$ proračunsko torzijsko posmično naprezanje

$f_{v,d}$ proračunska posmična čvrstoća

k_{shape} faktor oblika presjeka napregnutog torzijskim momentom

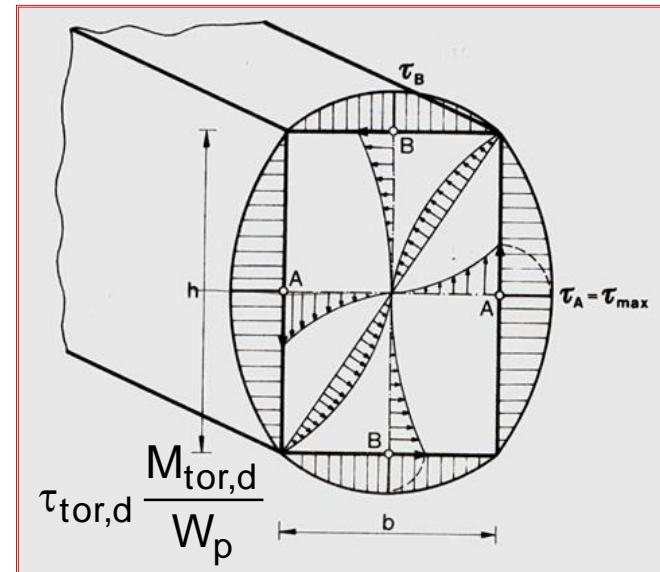
- Vrijednosti faktora oblika presjeka k_{shape} :

- okrugli poprečni presjeci:

$$k_{\text{shape}} = 1,2$$

- četvrtasti i pravokutni presjeci s $h \geq b$:

$$k_{\text{shape}} = \min \left\{ 1,0 + 0,15 \frac{h}{b}, 2,0 \right\}$$



Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Faktor k_{shape} određen je prema rezultatima istraživanja koje su proveli Möhler i Hemner:
 - pokazala su da je otpornost torzijskim momentom napregnutih presjeka veća nego otpornost presjeka napregnutih posmikom.
- Proračunska torzijska naprezanja $\tau_{tor,d}$ i kutove vitoperenja ν po jedinici duljine elementa (prema teoriji elastičnosti i izrazima koje su za različite oblike presjeka odredili Timoshenko i Goodier):
 - Okrugli presjeci polumjera r :

$$\tau_{tor,d} = \frac{2 \cdot M_{tor,d}}{\pi \cdot r^3}$$

$$\frac{\nu}{I} = \frac{2M_{tor,d}}{\pi \cdot r^4 \cdot G}$$

- Približna vrijednost za pravokutne poprečne presjeke s $h \geq b$:

$$\tau_{tor,d} \approx \eta \frac{3M_{tor,d}}{h \cdot b^2} = \left(1 + 0,6 \frac{b}{h}\right) \frac{3M_{tor,d}}{h \cdot b^2}$$

$M_{tor,d}$ torzijski moment

G modul posmika

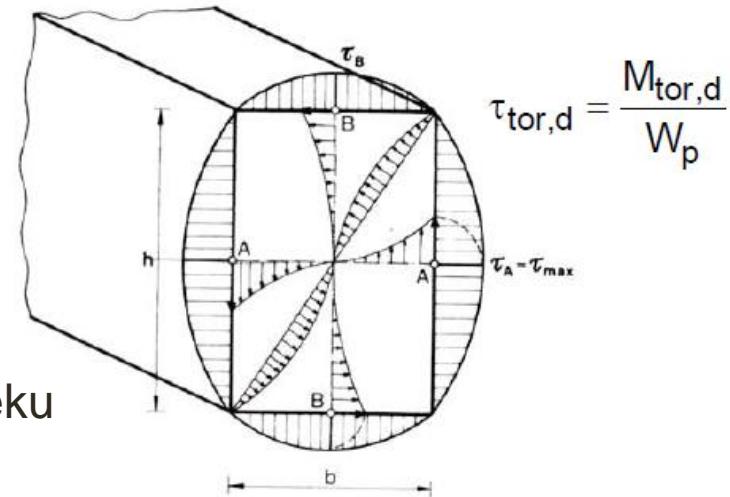
Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Točna vrijednost proračunskog torzijskog naprezanja za pravokutne poprečne presjeke dimenzija b/h ($b \leq h$):

$$\tau_{\text{tor,d}} = \frac{M_{\text{tor,d}}}{k_2 \cdot h \cdot b^2}$$

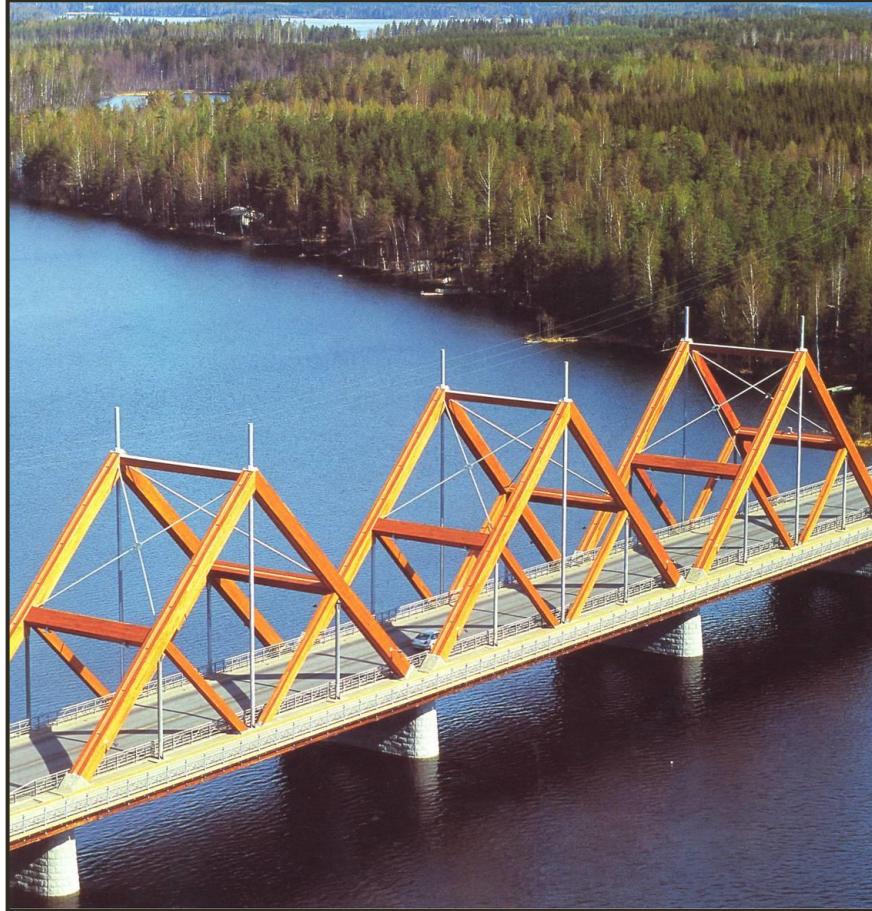
$$\frac{\vartheta}{I} = \frac{2M_{\text{tor,d}}}{k_1 \cdot h \cdot b^3 \cdot G}$$

Raspodjela
torzijskih posmičnih
naprezanja u
pravokutnom presjeku



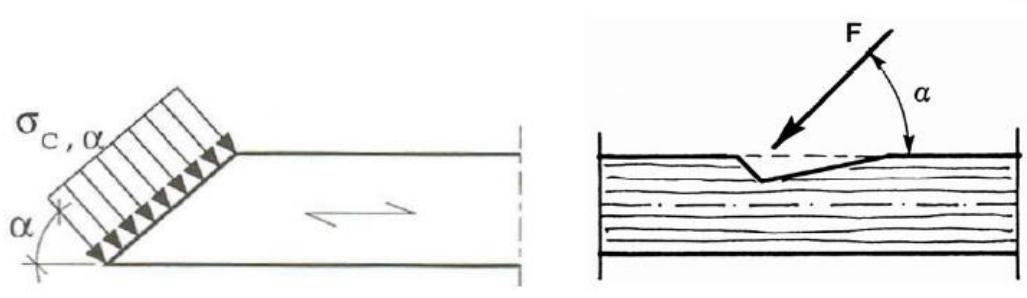
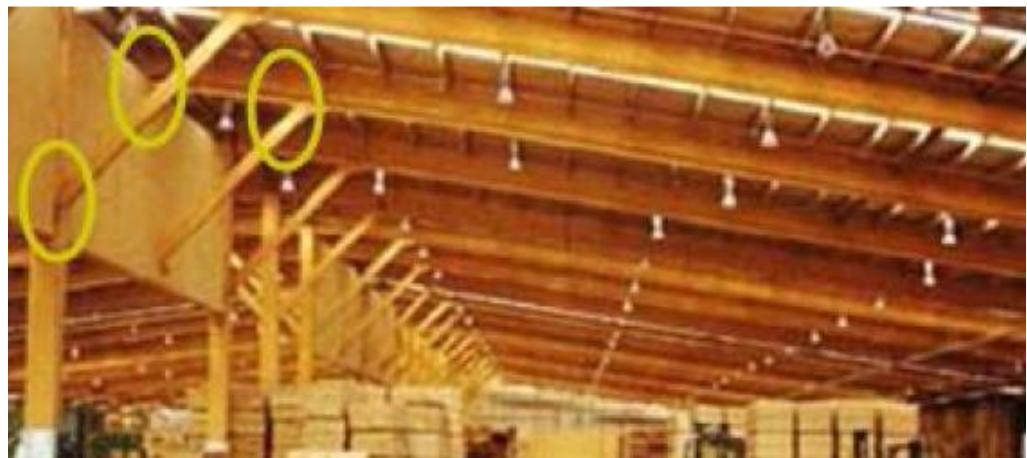
- Vrijednosti faktora k_1 i k_2 za pravokutne presjeke:

h/b	1,00	1,20	1,30	1,50	1,70	2,00	2,50	3,00	4,00	5,00	6,00	8,00	10,00	∞
k_1	0,141	0,166	0,177	0,196	0,211	0,229	0,249	0,263	0,281	0,291	0,298	0,307	0,312	0,330
k_2	0,208	0,219	0,223	0,231	0,237	0,246	0,258	0,267	0,282	0,291	0,298	0,307	0,312	0,333



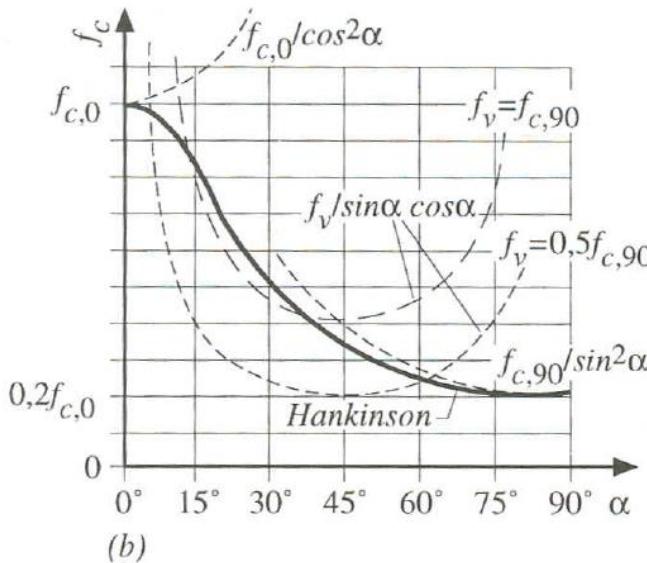
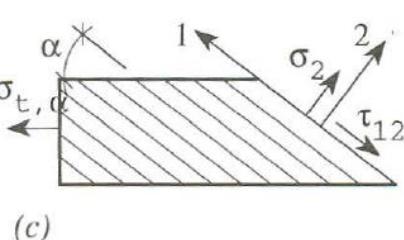
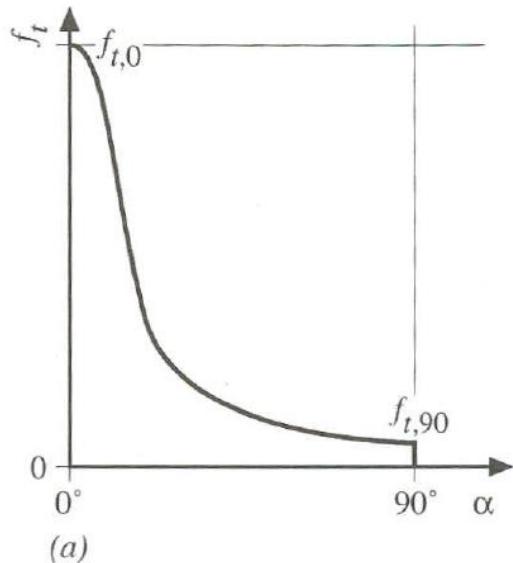
– PROVJERE OTPORNOSTI KOMBINIRANO
NAPREGNUTIH PRESJEKA –

- **OTPORNOST PRESJEKA NAPREGNUTIH TLAKOM POD KUTOM NA VLAKNA**
- Naprezanje tlakom pod kutom na vlakna elementa izazivaju tlačna djelovanja koja istovremeno nastupaju u smjeru dviju ili više glavnih osi presjeka.
- Ovisno o kutu rezultante tlačnih naprezanja prema vlaknima,
 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$,
proračunska se tlačna čvrstoća mijenja od $f_{c,0,d}$ do $f_{c,90,d}$.

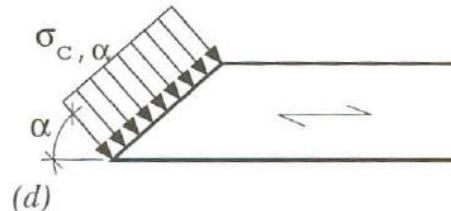


Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Utjecaj kuta sila prema vlaknima na čvrstoće:
 - utjecaj promjene kuta na vlačnu čvrstoću
 - utjecaj kuta sile na tlačnu čvrstoću i Hankinson-ove krivulje (pune linije) i krivulje sloma dostizanjem čvrstoće vlaka, tlaka i posmika (crtkane linije)



$$0 \leq \alpha \leq 90^\circ$$

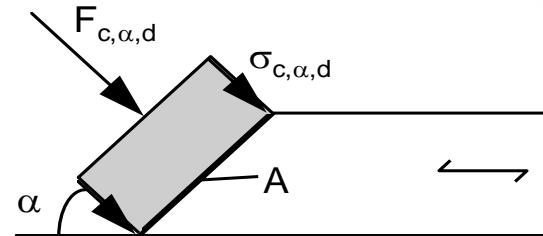


Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Provjera otpornosti presjeka napregnutog tlakom pod kutom na vlakna:

$$\sigma_{c,\alpha,d} = \frac{F_{c,\alpha,d}}{A} \leq k_{c,\alpha} \cdot f_{c,0,d}$$

$$f_{c,0,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M}$$



$\sigma_{c,\alpha,d}$ proračunsko naprezanje tlaka pod kutom na vlakna

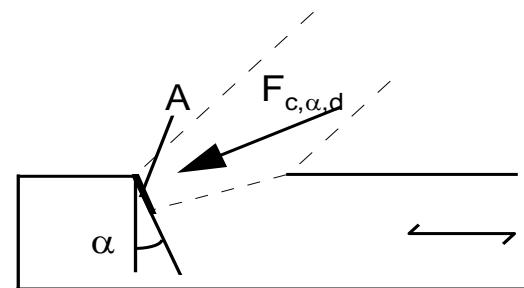
$F_{c,\alpha,d}$ proračunska sila pod kutom na vlakna

A ploština presjeka pod kutom na vlakna

$f_{c,0,d}$ proračunska čvrstoća tlaka paralelno s vlaknima

$k_{c,\alpha,d}$ faktor smanjenja čvrstoće tlaka paralelno s vlaknima ovisan o kutu naprezanja

prema vlaknima i učinku okomitih tlačnih naprezanja (faktor $k_{c,90}$)



$$k_{c,\alpha} = \frac{1}{\frac{f_{c,0,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$$

Grenzzustand der Tragfähigkeit

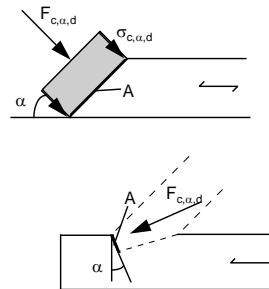
Nachweis der **Druckspannung** unter einem Winkel zur Faserrichtung nach EC 5 Abschnitt 5.1.5

POS Tlak pod kutom na vlakanca

Eingabedaten:

Baustoff	1
Vollholz	
S10/MS10	1
S 13	2
MS 13	3
MS 17	4
Brettschichtholz	
BS 11	5
BS 14k	6
BS 14h	7
BS 16k	8
BS 16h	9
BS 18k	10
BS 18h	11

Querschnittswerte:
 $A = 35200 \text{ mm}^2$
 $\alpha = 70^\circ$



Bemessungswert der Schnittgröße:

$$F_{c,\alpha,d} = 52,20 \text{ kN}$$

NKL =	2
u \wedge 12%	1
u \wedge 20%	2
20% $<$ u	3
KLED =	4
ständig =	1
lang =	2
mittel =	3
kurz =	4

Nachweis: $\sigma_{c,\alpha,d} = \frac{F_{c,\alpha,d}}{A} \leq k_{c,\alpha} k_{mod} \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = k_{c,\alpha} \cdot f_{c,0,d}$

$$\text{mit } k_{c,\alpha} = \frac{1}{\frac{f_{c,0,d}}{f_{c,90,d}} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$$

$$\sigma_{c,\alpha,d} = 1,48 < 3,80 = k_{c,\alpha} \cdot f_{c,0,d}$$

Rechenwerte:

$$f_{c,0,k} = 21,0 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{mod} = 0,90$$

$$\gamma_M = 1,3$$

$$f_{c,0,d} = 14,5 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{c,\alpha} = 0,26$$

$$f_{c,90,k} = 5,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,d} = 3,5 \text{ N/mm}^2$$

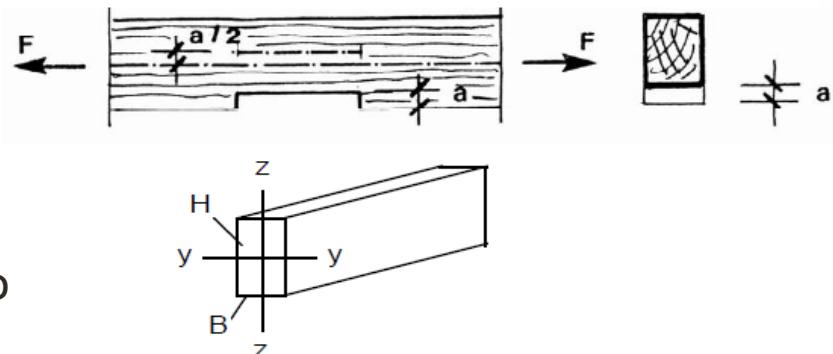
- **OTPORNOST PRESJEKA KOMBINIRANO NAPREGNUTIH OSNIM VLAKOM I SAVIJANJEM**
- Komponente normalnih naprezanja osnog vlaka i savijanja su u linearnoj interakciji pa im se doprinosi mogu zbrojiti.
- Provjera otpornosti presjeka kombinirano napregnutog dvoosnim savijanjem i osnim vlakom (vlak paralelno s vlaknima):

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) \leq 1,0$$

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \left(k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) \leq 1,0$$

$\sigma_{t,0,d}$ proračunsko osno vlačno naprezanje

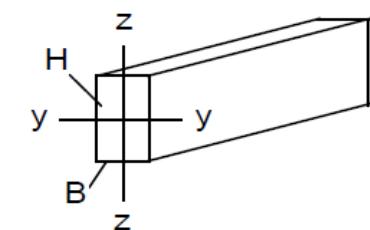
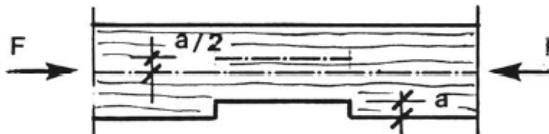
$\sigma_{m,y,d}; \sigma_{m,z,d}$ proračunska naprezanja na savijanje oko osi y-y i z-z

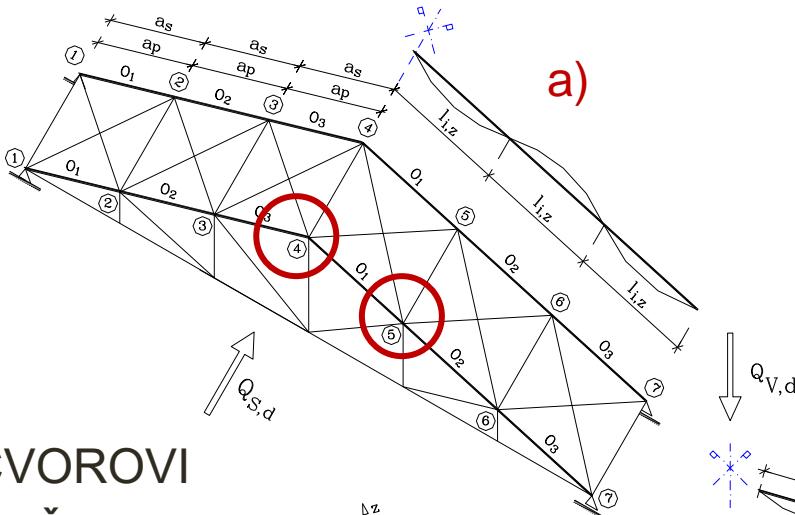


- **OTPORNOST PRESJEKA KOMBINIRANO NAPREGNUTIH OSNIM TLAKOM I SAVIJANJEM**
- Komponente normalnih naprezanja osnog tlaka i savijanja nemaju linearan odnos u interakcijskom izrazu.
 - Posljedica pretpostavke o povoljnom utjecaju osnih tlačnih naprezanja na plastifikaciju presjeka.
- Provjera otpornosti presjeka kombinirano napregnutog dvoosnim savijanjem i osnim tlakom (tlak paralelno s vlaknima):
- Za presjek treba prethodno utvrditi da nema mogućnost gubitka stabilnosti u pravcu glavnih osi tromosti (u tom je presjeku spriječeno izvijanje elementa).

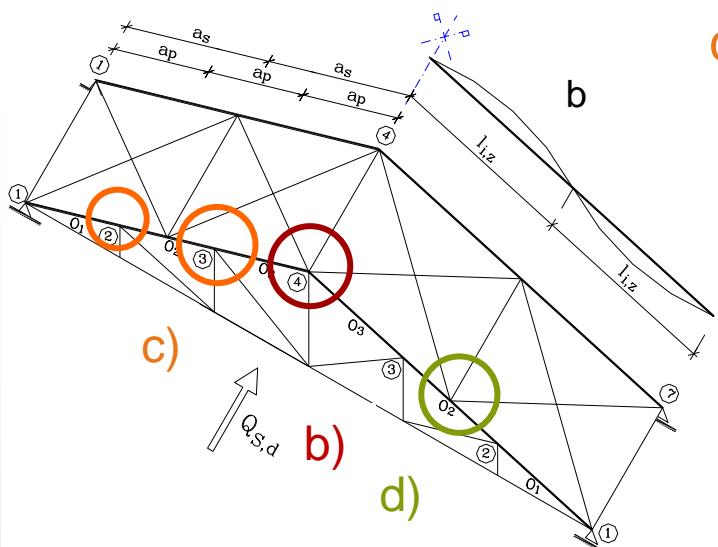
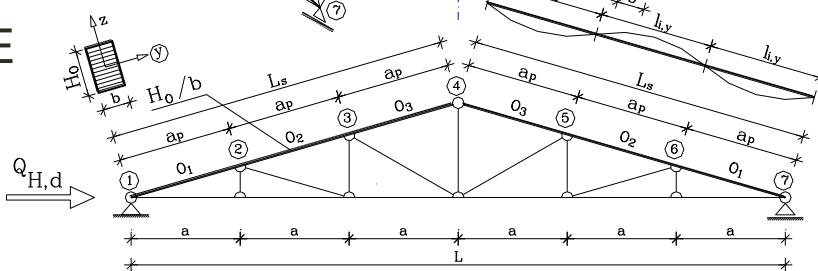
$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) \leq 1,0$$

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \left(k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) \leq 1,0$$





**ČVOROVI
REŠETKASTE
GREDE:**



c) stabilnost na izvijanje samo u smjeru osi y-y

presjeka – nema izvijanja u ravnini

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) \leq 1,0$$

d) stabilnost na izvijanje samo u smjeru osi z-z presjeka – nema bočnog izvijanja / izvan ravnine)

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \left(k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) \leq 1,0$$

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \left(k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) \leq 1,0$$

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) \leq 1,0$$

a) i b) stabilnost na izvijanje u smjeru obiju osi tromosti

c) i d) stabilnost na izvijanje u smjeru jedne osi

Grenzzustand der Tragfähigkeit

Nachweis von Zug und Biegung nach EC 5 Abschnitt 5.1.9

POS Kombinirano naprezanje uzdužnim vlastom i savijanjem

Eingabedaten:

Baustoff	6
Vollholz	
S10/MS10	1
S 13	2
MS 13	3
MS 17	4

Querschnittswerte:

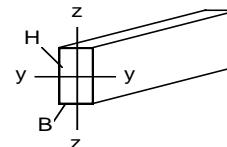
$$B = 160 \text{ mm}$$

$$H = 300 \text{ mm}$$

$$A = 4,80 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$$

$$W_y = 2,40 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

$$W_z = 1,28 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$



Brettsschichtholz	
BS 11	5
BS 14k	6
BS 14h	7
BS 16k	8
BS 16h	9
BS 18k	10
BS 18h	11

Querschnittsschwächungen:

$$\Delta A = 9,60 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$$

$$\Delta W_y = 4,80 \cdot 10^5 \text{ mm}^3$$

$$\Delta W_z = 0,00 \cdot 10^0 \text{ mm}^3$$

Bemessungswerte der Schnittgrößen:

$$F_{t,d} = 50,00 \text{ kN}$$

$$M_{y,d} = 28,00 \text{ kNm}$$

$$M_{z,d} = 5,00 \text{ kNm}$$

NKL	1
u \leq 12%	1
u \leq 20%	2
20% < u	3
KLED	4
ständig	1
lang	2
mittel	3
kurz	4

Nachweise:

$$\text{Bedingung (1): } \frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad \text{Nachweis nicht eingehalten!}$$

$$\text{Bedingung (2): } \frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$0,11 + 0,75 + 0,14 = 1,00 > 1$$

$$0,11 + 0,53 + 0,20 = 0,84 < 1$$

Rechenwerte:

Biegung um die y-Achse

$$\sigma_{m,y,d} = M_{y,d} / W_{y,\text{netto}} = 14,6 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,y,k} = 28,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,y,d} = k_{\text{mod}} \cdot f_{m,y,k} / \gamma_M = 19,4 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{\text{mod}} = 0,90$$

$$\gamma_M = 1,3$$

$$k_m = 0,7 \quad \text{für Rechteckquerschnitte}$$

Biegung um die z-Achse

$$\sigma_{m,z,d} = M_{z,d} / W_{z,\text{netto}} = 3,9 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,z,k} = 28,0 \text{ N/mm}^2$$

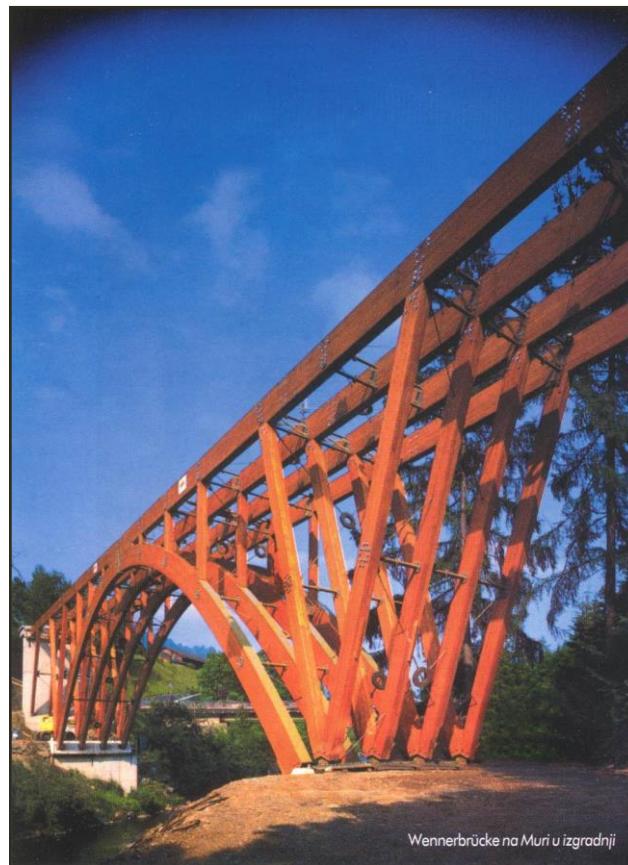
$$f_{m,z,d} = k_{\text{mod}} \cdot f_{m,z,k} / \gamma_M = 19,4 \text{ N/mm}^2$$

Zug

$$\sigma_{t,0,d} = F_{t,d} / A_{\text{netto}} = 1,3 \text{ N/mm}^2$$

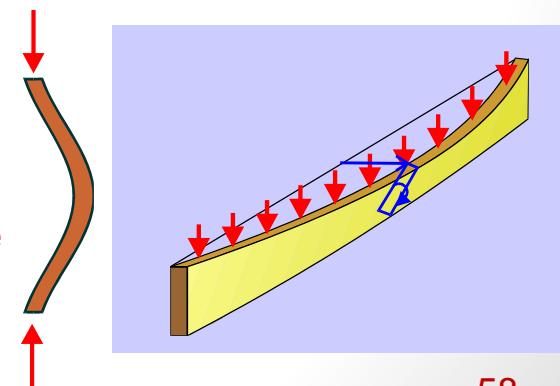
$$f_{t,0,k} = 17,5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,0,d} = k_{\text{mod}} \cdot f_{t,0,k} / \gamma_M = 12,1 \text{ N/mm}^2$$



– PROVJERE STABILNOSTI ELEMENATA –

- **PROVJERE STABILNOSTI ELEMENATA**
- Obavezne su za elemente napregnute:
 - osnim tlakom
 - savijane elemente
 - kombinirano napregnute elemente gdje u kombinaciji normalnih naprezanja tlaka i savijanja prevladava:
 - osni tlak (stupovi)
 - savijanje (grede).
- Provjere otpornosti elemenata od cjelovitog drva, lijepljenog lameliranog drva i proizvoda na osnovi drva napregnutih osnim tlakom, savijanjem i/ili kombinirano moraju uključivati:
 - provjere stabilnosti na izvijanje od **tlačne sile** i/ili
 - provjere bočne torzijske stabilnosti na **savijanje** od vertikalnih djelovanja.

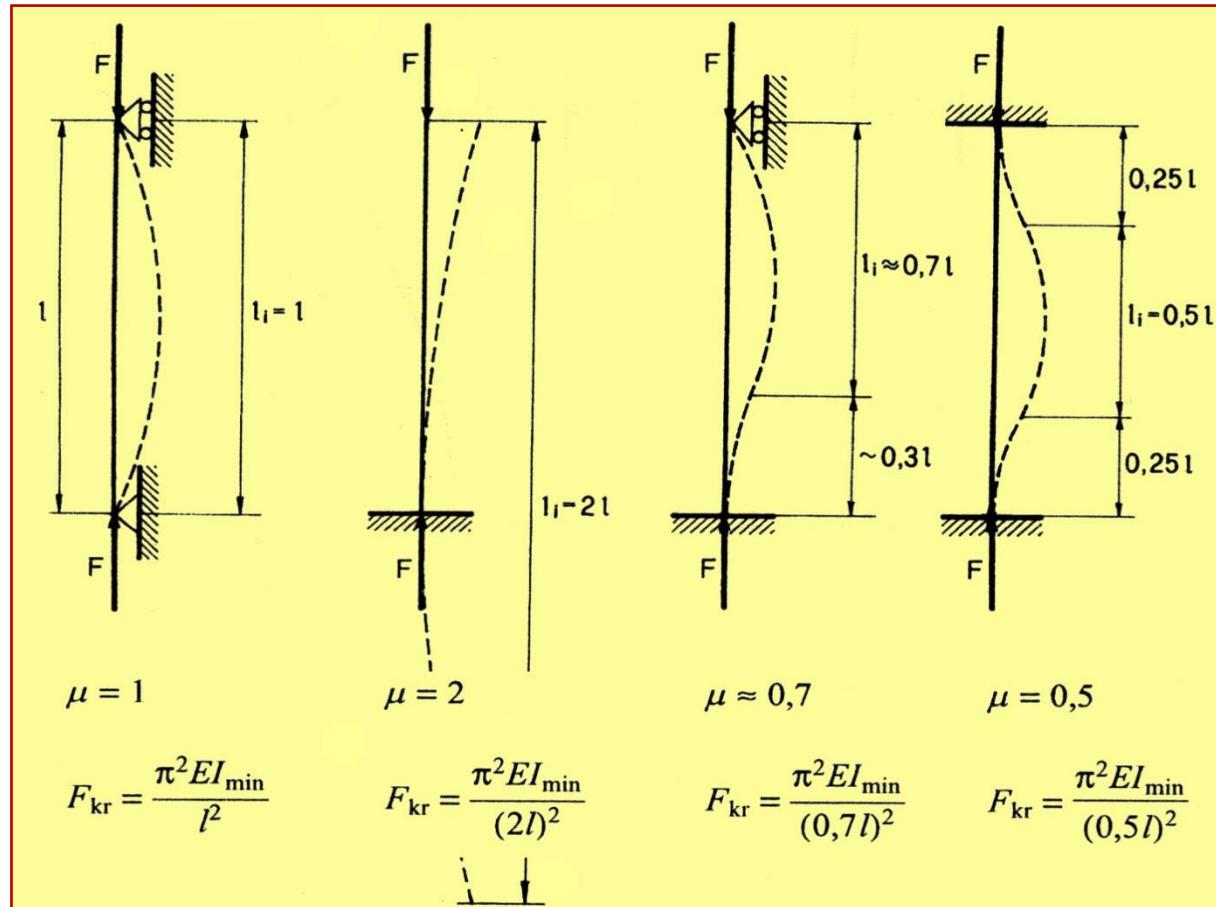


- Prepostavke u provjerama stabilnosti:
- Naprezanjima na savijanje od bočnog opterećenja (horizontalna djelovanja) treba pridodati i nepovoljan učinak dodatnih naprezanja savijanja zbog deformiranja (prema teoriji II. reda), tj. progiba zbog:
 - početne zakrivljenosti elementa
 - početnog ekscentriciteta.
- *Provjerama stabilnosti se u proračunu graničnih stanja nosivosti provjerava mogućnost smanjenja otpornosti presjeka zbog nestabilnosti elementa.*
 - Faktorima smanjenja odgovarajućih čvrstoća uzimaju se u obzir učinci moguće nestabilnosti elementa na otpornost presjeka i učinci II. reda
 - faktori $k_{c,y}$ i $k_{c,z}$ i relativne vitkosti izvijanja $\lambda_{rel,y}$ i $\lambda_{rel,z}$,
 - faktor k_{crit} i relativna vitkost na savijanje $\lambda_{rel,m}$
- Provjere stabilnosti treba provesti s karakterističnim vrijednostima modula krutosti $E_{0,05}$ i $G_{0,05}$.

- **STABILNOST TLAČNIH ELEMENATA**
- Faktori duljine izvijanja tlačnih elemenata μ za osnovne slučajeve izvijanja idealno ravnih elemenata i odgovarajuće vrijednosti kritične sile izvijanja F_{kr} :

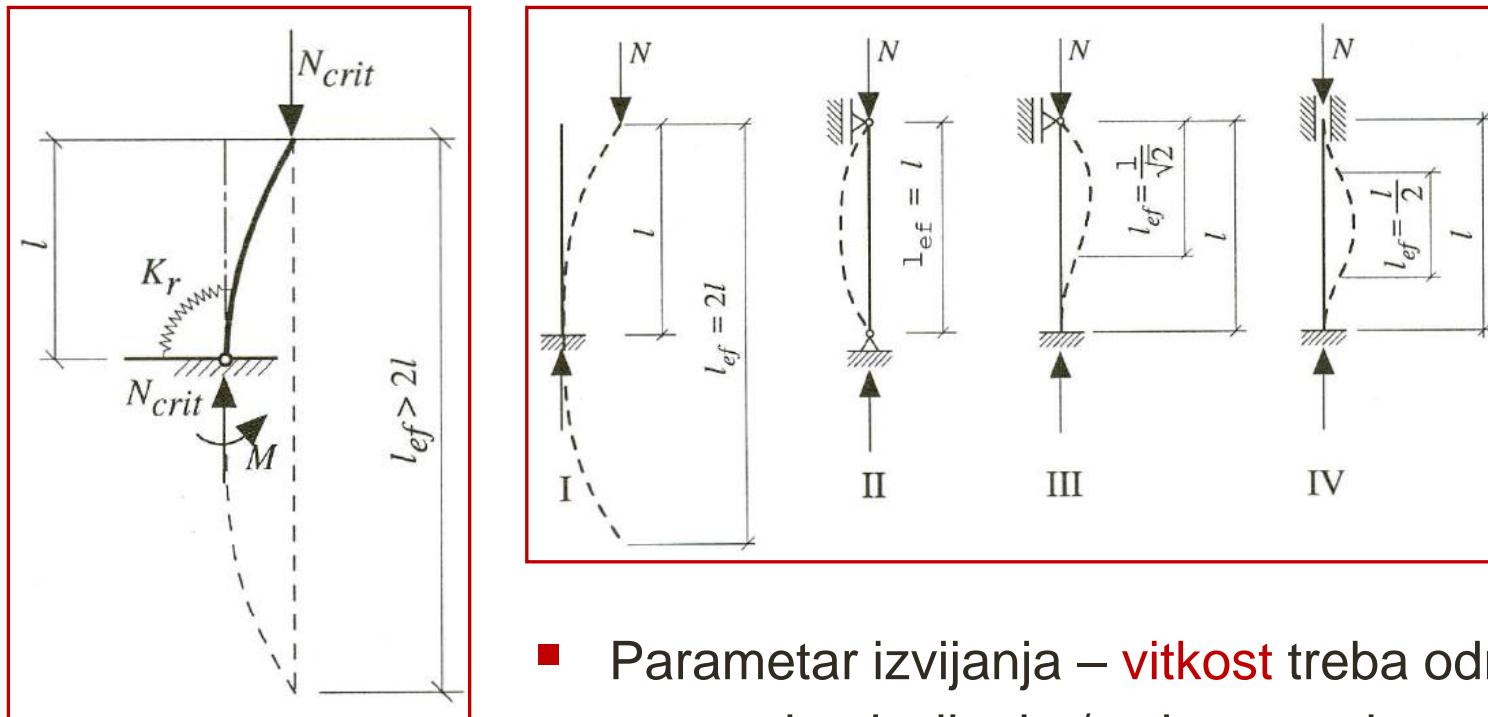
$$F_{kr} = \frac{\pi^2 \cdot EI_{min}}{L_i^2}$$

- Provjeru stabilnosti treba provesti za obje ravnine izvijanja (smjerovi glavnih osi tromosti presjeka) uzimajući u obzir odgovarajuće duljine izvijanja za svaku ravninu.



Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Osnovni Euler-ovi slučajevi izvijanja idealno ravnog tlačnog štapa i utjecaj popustljivosti spajala na duljinu izvijanja u upetim priključcima



- Parametar izvijanja – **vitkost** treba odrediti za ravnine izvijanja / osi tromosti presjeka:

|_i duljina izvijanja elementa

|_i polumjer tromosti

|_i; A moment tromosti i ploština poprečnog presjeka

$$\lambda = \frac{L_i}{r_i} = \frac{L_i}{\sqrt{I/A}}$$

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Vitkosti graničnih vrijednosti nepovoljno utječu na stabilnost elementa.
 - Preporučene granične vitkosti tlačnih elemenata:
 - glavni elementi $\lambda_{\max} = 120$
 - sekundarni elementi $\lambda_{\max} = 150 (120)$
- Za vitke elemente treba dodatno provjeriti odstupanja izvijene osi od ravnosti i usporediti ga s graničnim vrijednostima odstupanja.
 - Odstupanje uzdužne osi tlačnih i savijanih elemenata duljine L od ravnosti treba odrediti u sredini razmaka oslonaca i zadovoljiti sljedeća ograničenja:
 - elementi od cjelovitog drva L/300
 - elementi od lijepljenog lameliranog drva i LVL-a L/500

- Tlačni stupovi u konstrukcijama laganih okvira:
 - Provjere u karakterističnim presjecima duž raspona



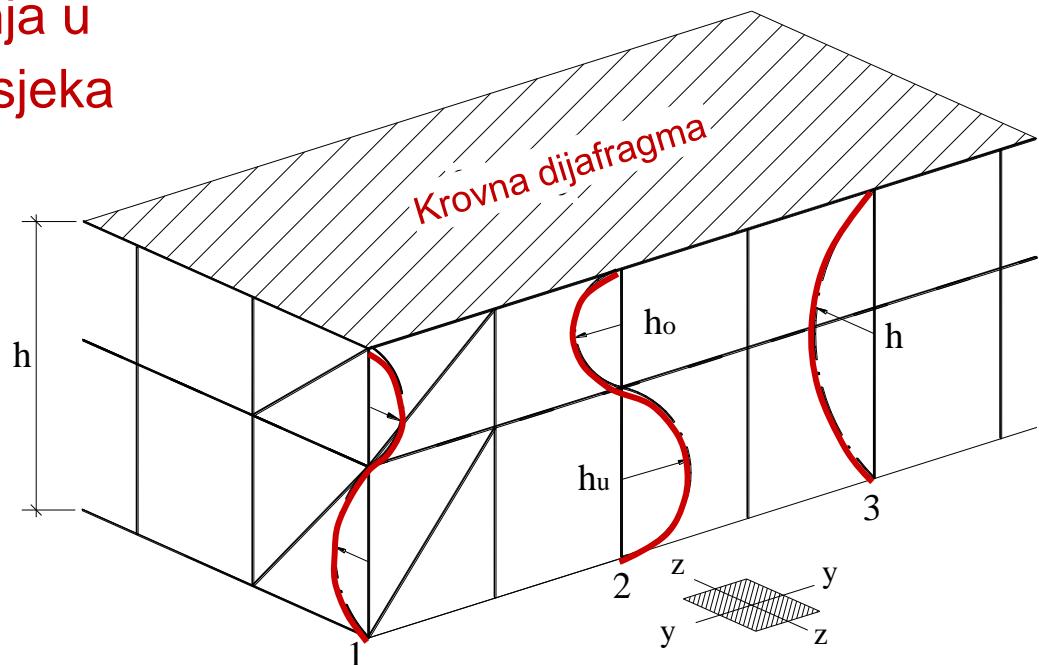
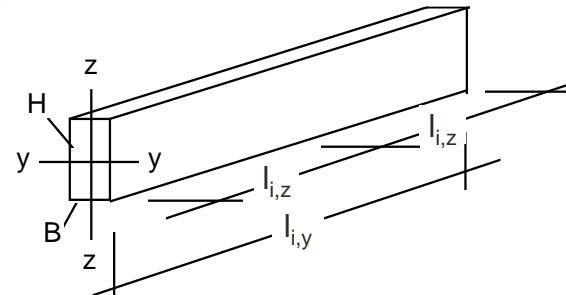
Zglobne veze s gredama (krajevi stupova)

Presjeci na krajevima stupova – provjera otpornosti na osni tlak

Duž raspona / polje – provjera stabilnosti / osni tlak s izvijanjem u obje ravnine⁶³

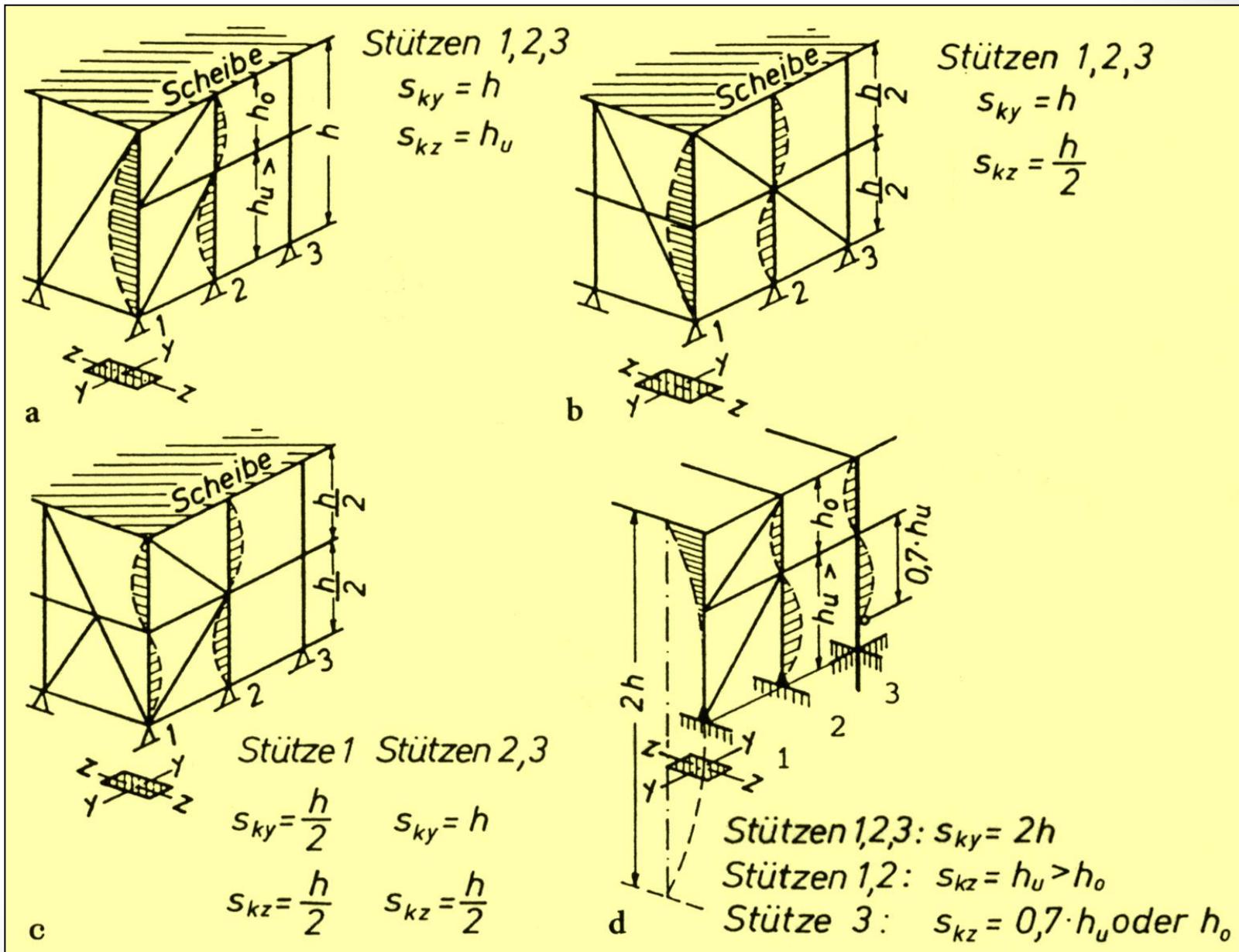
Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Tlačni elementi sa srednjim bočnim pridržanjima (ukrutama) u konstrukcijama laganih okvira (sustavi gradnje drvenih zgrada):
 - Duljina bočnog izvijanja, $l_{i,z}$
 - \approx udaljenost bočnih pridržanja (bočna pridržanja – točke spriječenog izvijanja u smjeru y-y osi presjeka)
 - Duljina izvijanja u ravnini, $l_{i,y}$
 - \approx udaljenost pridržanja u ravnini (pridržanja u ravnini – točke spriječenog izvijanja u smjeru z-z osi presjeka)



Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

■ Primjeri duljina izvijanja stupova u konstrukcijskim sustavima gradnje laganih okvira:



■ PROVJERE STABILNOSTI TLAČNIH STUPOVA I STUPOVA KOMBINIRANO NAPREGNUTIM OSNIM TLAKOM I SAVIJANJEM:

- Provjera stabilnosti tlačnih stupova



$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} \leq 1$$
$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} \leq 1$$

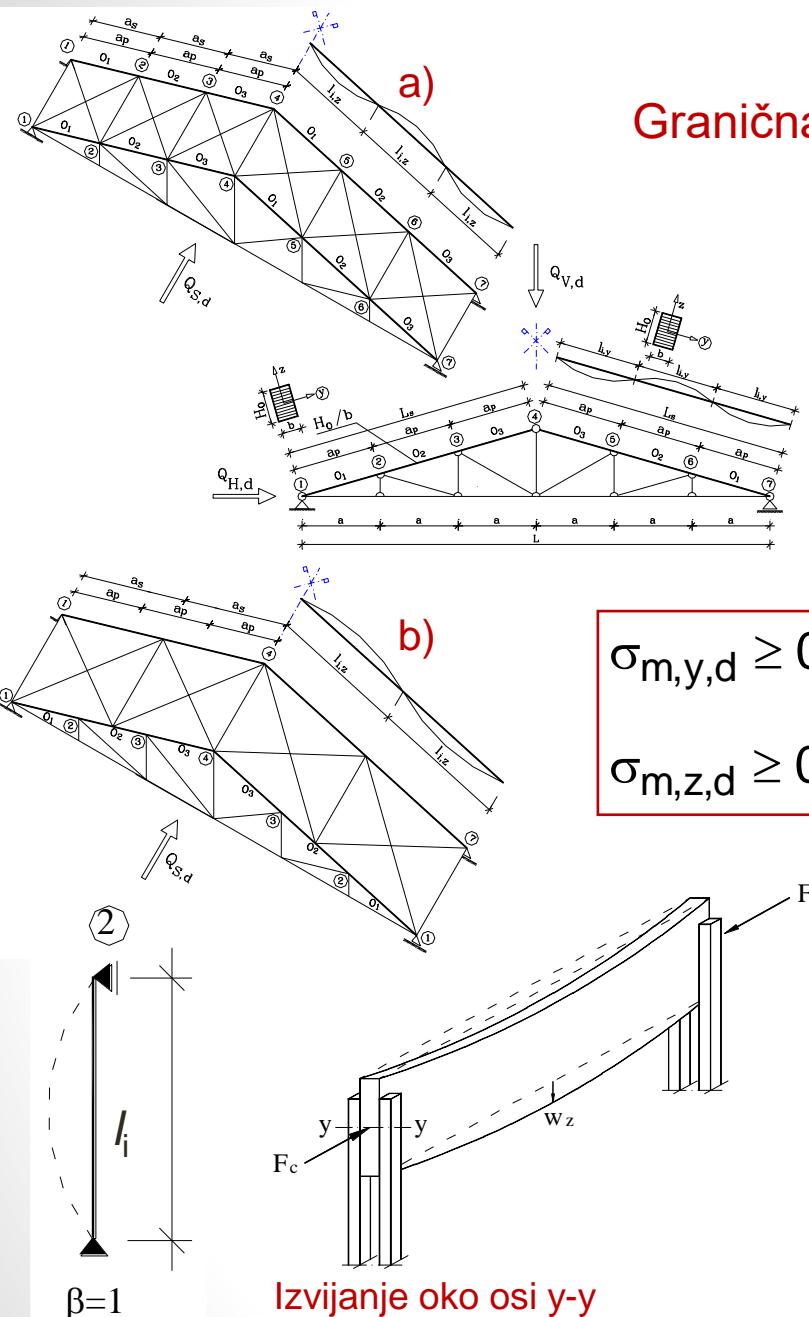
- Provjera stabilnosti stupova kombinirano napregnutih osnim tlakom i savijanjem

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} \right) + \left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) \leq 1$$
$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} \right) + \left(k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) \leq 1$$

- Provjere stabilnosti na izvijanje su obavezne za obje ravnine izvijanja ako su relativne vitkosti izvijanja u području:

$$\lambda_{rel,y} > 0,3 \text{ i } \lambda_{rel,z} > 0,3$$

- Provjere stabilnosti na izvijanje mogu se zanemariti ako su relativne vitkosti izvijanja u području:
 $\lambda_{rel,y} \leq 0,3 \text{ i } \lambda_{rel,z} \leq 0,3$

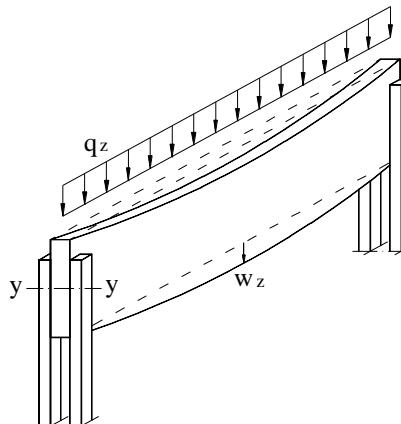


Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

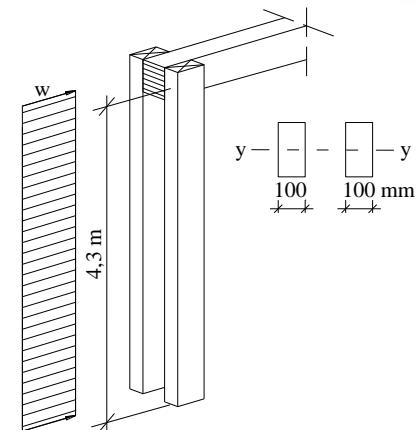
$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} \right) + \left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) \leq 1$$

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} \right) + \left(k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) \leq 1$$

- Provjera stabilnosti stupova



Savijanje oko osi $y-y$ $\rightarrow \sigma_{m,y}$
(progib u smjeru osi $z-z$)



Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Simboli u provjerama stabilnosti na izvijanje (od osne tlačne sile):

$k_{c,y}$

faktor izvijanja, za izvijanje u ravnini – oko jače osi presjeka y-y, u smjeru slabije osi presjeka z-z

$k_{c,z}$

faktor izvijanja, za bočno izvijanje – oko slabije osi presjeka z-z, u smjeru jače osi presjeka y-y

$\lambda_{rel,y}; \lambda_y$

relativna i proračunska vitkost izvijanja, za izvijanje u ravnini – oko jače osi presjeka y-y, u smjeru slabije osi presjeka z-z

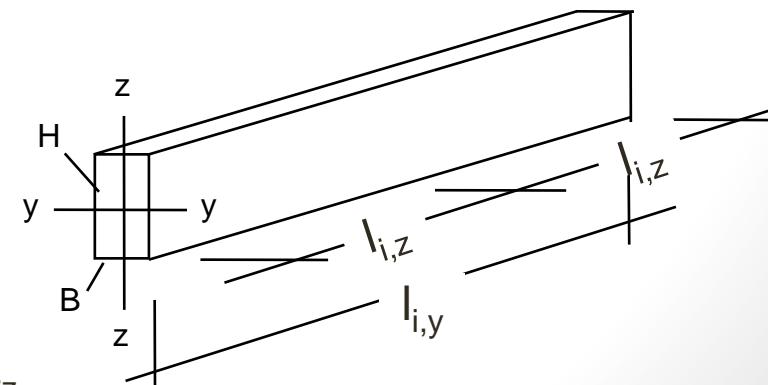
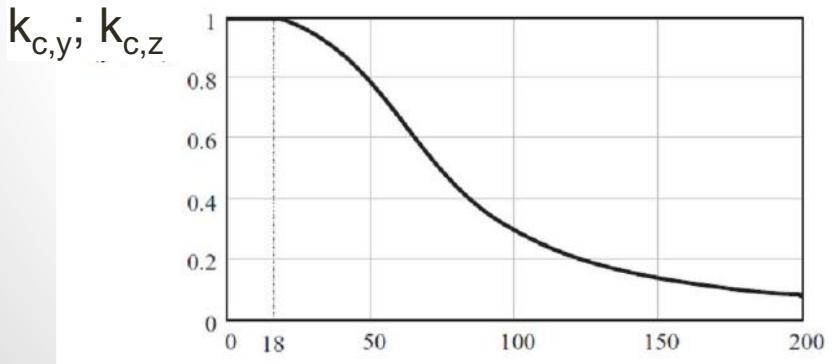
$\lambda_{rel,z}; \lambda_z$

relativna i proračunska vitkost izvijanja, za bočno izvijanje – oko slabije osi presjeka z-z, u smjeru jače osi presjeka y-y

$|l_{i,y}|; |l_{i,z}|$

duljine izvijanja elementa – $|l_{i,y}|$ za izvijanje u ravnini,

$|l_{i,z}|$ za bočno izvijanje (izvan ravnine)



Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

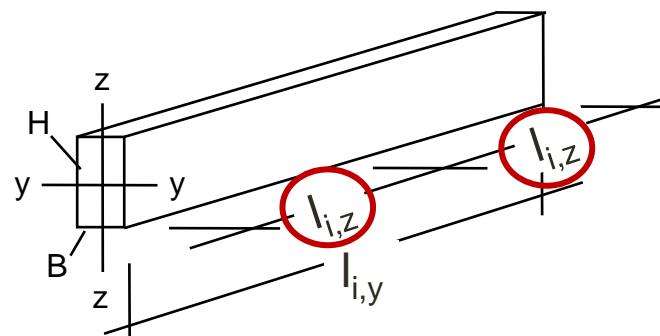
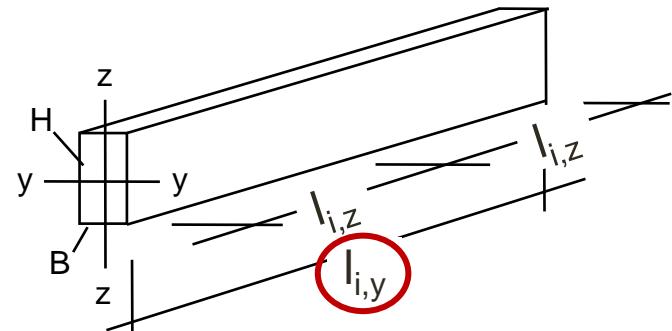
- Faktor izvijanja – $k_{c,y}$ za izvijanje u ravnini i $k_{c,z}$ za bočno izvijanje:

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{\text{rel},y}^2}}$$

$$k_y = 0,5 \cdot (1 + \beta_c \cdot (\lambda_{\text{rel},y} - 0,3) + \lambda_{\text{rel},y}^2)$$

$$k_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{\text{rel},z}^2}}$$

$$k_z = 0,5 \cdot (1 + \beta_c \cdot (\lambda_{\text{rel},z} - 0,3) + \lambda_{\text{rel},z}^2)$$



$k_y; k_z$ pomoćni faktori, za izvijanje u ravnini i bočno izvijanje

β_c faktor kojim se uzima u obzir učinak početnog deformiranja na izvijanje (učinci II. reda)

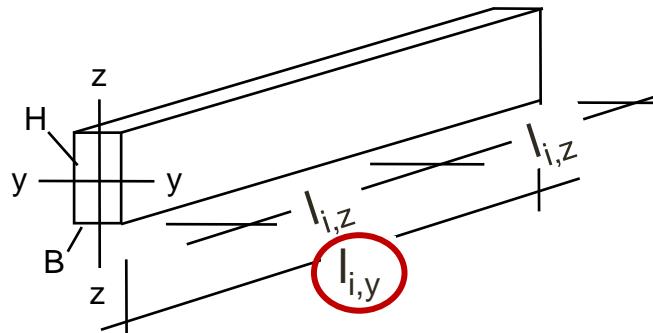
$\beta_c = 0,2$ za cjelovito drvo

$\beta_c = 0,1$ za lijepljeno lamelirano drvo i LVL

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Relativna vitkost izvijanja i vitkost za izvijanje u ravnini:

$$\lambda_{rel,y} = \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{\sigma_{c,crit,y}}} = \frac{\lambda_y}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$$



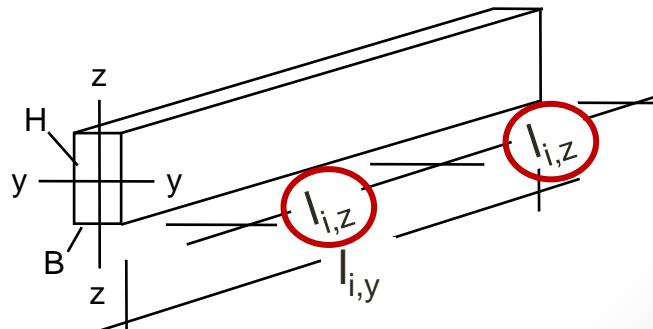
$$\lambda_y = \frac{I_{i,y}}{i_y} = I_{i,y} \sqrt{\frac{A}{I_y}}$$

Vitkosti elementa pravokutnog presjeka

$$\lambda_y = \frac{I_{i,y}}{i_y} = \sqrt{12} \frac{I_{i,y}}{h} = \frac{I_{i,y}}{0,289 h}$$

$$\lambda_z = \frac{I_{i,z}}{i_z} = \sqrt{12} \frac{I_{i,z}}{b} = \frac{I_{i,z}}{0,289 b}$$

$$\lambda_{rel,z} = \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{\sigma_{c,crit,z}}} = \frac{\lambda_z}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$$



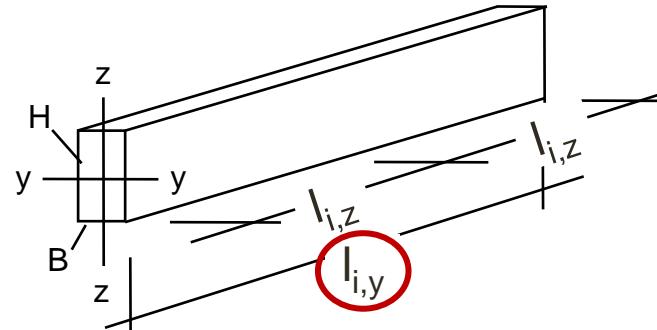
$$\lambda_z = \frac{I_{i,z}}{i_z} = I_{i,z} \sqrt{\frac{A}{I_z}}$$

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Relativna vitkost izvijanja i kritično naprezanje izvijanja za **izvijanje u ravnini**:

$$\lambda_{\text{rel},y} = \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{\sigma_{c,\text{crit},y}}} = \frac{\lambda_y}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$$

$$\sigma_{c,\text{crit},y} = \frac{\pi^2 E_{0,05}}{\lambda_y^2}$$



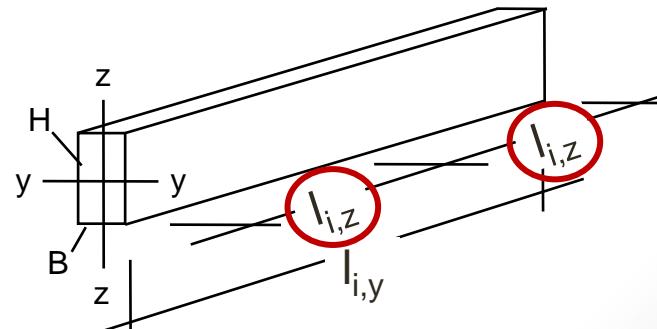
$f_{c,0,k}$ karakteristična čvrstoća tlaka paralelno s vlaknima

- Relativna vitkost izvijanja i kritično naprezanje izvijanja za **bočno izvijanje**:

$$\lambda_{\text{rel},z} = \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{\sigma_{c,\text{crit},z}}} = \frac{\lambda_z}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$$

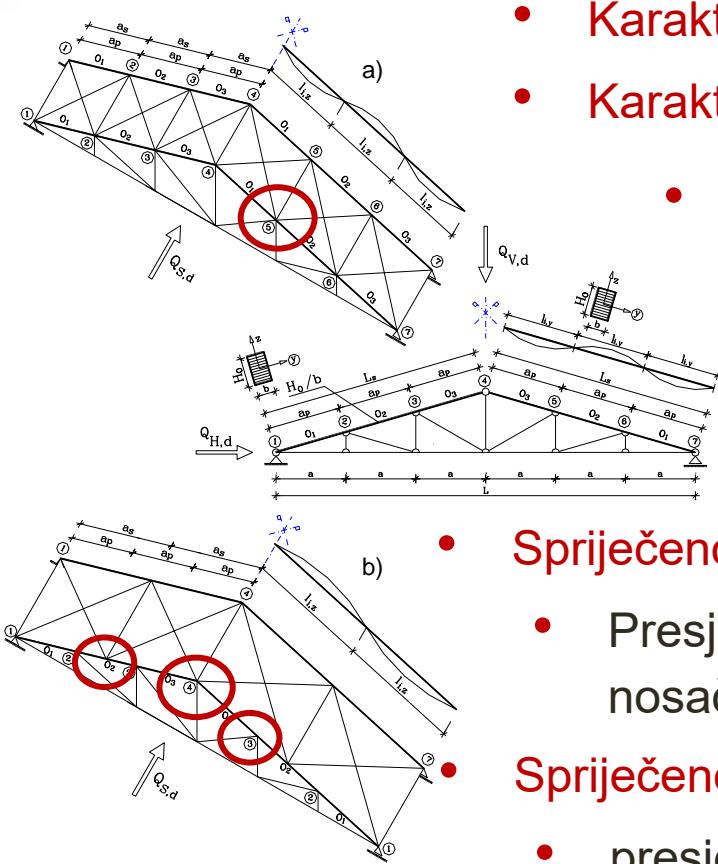
$$\sigma_{c,\text{crit},z} = \frac{\pi^2 E_{0,05}}{\lambda_z^2}$$

$E_{0,05}$ karakteristični modul elastičnosti paralelno s vlaknima (5%-na fraktila)



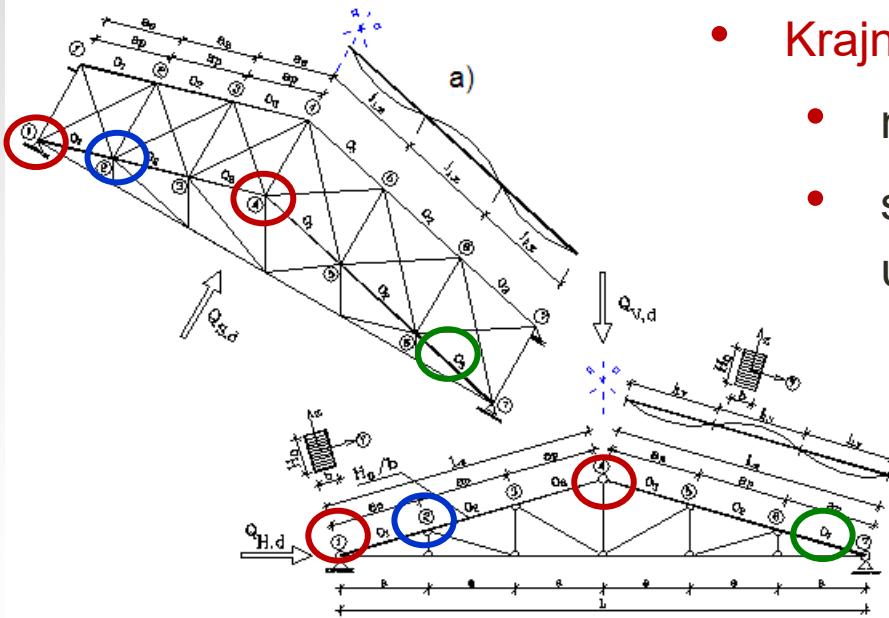
Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Primjeri provjera stabilnosti elementa i otpornosti presjeka za vertikalno opterećen gornji pojas rešetkastog glavnog nosača kombinirano napregnut tlakom i savijanjem:



- Karakteristični presjeci u čvorovima glavnog nosača
- Karakteristična polja gornjeg pojasa glavnog nosača
 - Sprječeno izvijanje gornjeg pojasa u ravnini
 - Presjeci u čvorovima u kojima se gornji pojaz glavnog nosača oslanja na štapove tlačne ispune i donji pojaz

- Sprječeno bočno izvijanje gornjeg pojasa
 - Presjeci u čvorovima u kojima je gornji pojaz glavnog nosača bočno pridržan štapovima ispune sprega
- Sprječeno izvijanje gornjeg pojasa u obje ravnine izvijanja
 - presjeci u čvorovima u kojima je gornji pojaz glavnog nosača istovremeno oslonjen na tlačnu ispunu i donji pojaz i bočno pridržan štapovima ispune sprega



- Krajnji čvorovi gornjeg pojasa:

- naprezanje osnom tlačnom silom
- spriječeno izvijanje u obje ravnine

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{F_{c,0,d}}{A} \leq f_{c,0,d}$$

- provjera otpornosti presjeka oslabljenog presjeka (A_{net})
- Unutrašnji čvorovi i polja gornjeg pojasa

- kombinirano naprezanje osnom tlačnom silom i savijanjem

- Polja gornjeg pojasa

- slobodno izvijanje u obje ravnine
 - provjera stabilnosti na izvijanje

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) \leq 1,0$$

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \left(k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) \leq 1,0$$

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} \right) + \left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) \leq 1$$

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} \right) + \left(k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) \leq 1$$

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

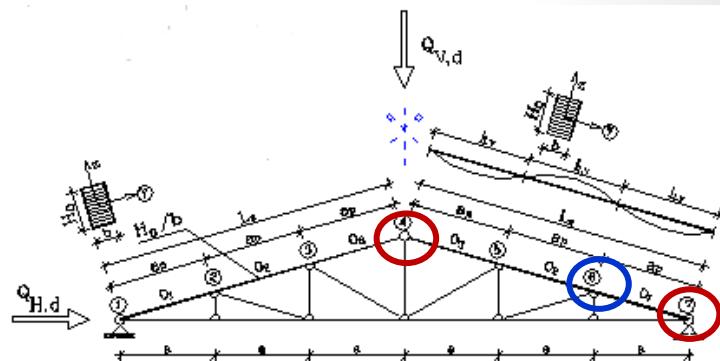
- Krajnji čvorovi gornjeg pojasa:**

- naprezanje osnom tlačnom silom

- spriječeno izvijanje
u obje ravnine

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{F_{c,0,d}}{A} \leq f_{c,0,d}$$

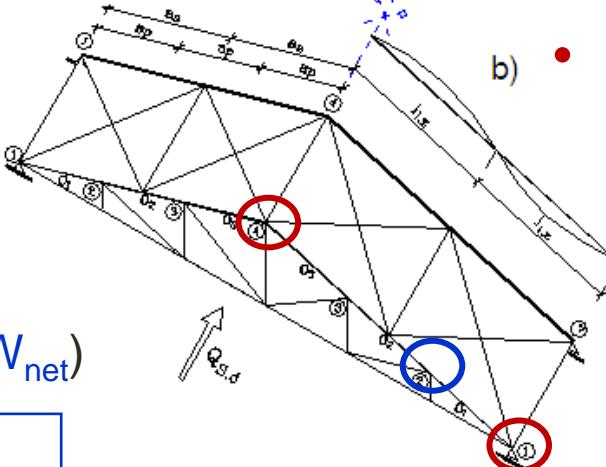
- provjera otpornosti oslabljenog presjeka (A_{net})



- Unutrašnji čvorovi gornjeg pojasa**

- spriječeno izvijanje u ravnini

- provjera otpornosti (za
oslabljeni presjek; A_{net} , W_{net})



$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) \leq 1,0$$

- slobodno bočno izvijanje

- provjera stabilnosti

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} \right) + \left(k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) \leq 1$$

- Unutrašnji
čvorovi i polja
gornjeg pojasa**
- kombinirano
naprezanje
osnom
tlačnom
silom i
savijanjem

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Polja gornjeg pojasa
 - slobodno izvijanje u obje ravnine
 - provjera stabilnosti na izvijanje

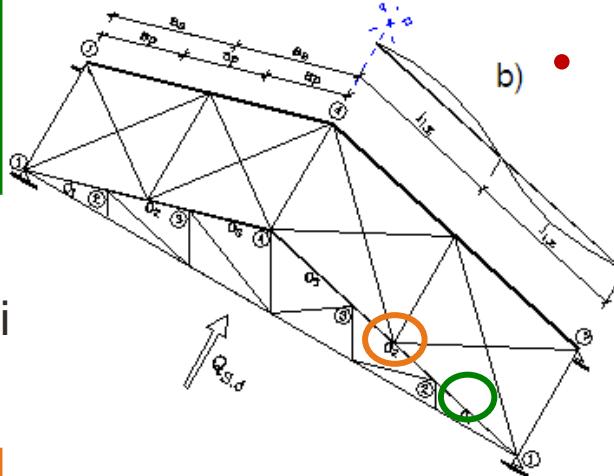
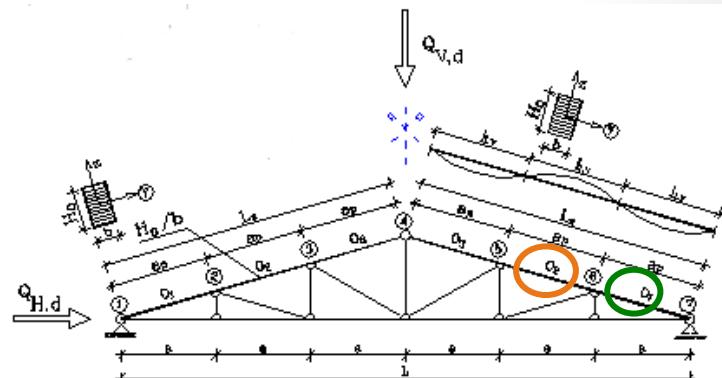
$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} \right) + \left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) \leq 1$$

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} \right) + \left(k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) \leq 1$$

- Polja gornjeg pojasa
 - slobodno izvijanje u ravnini
 - provjera stabilnosti

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} \right) + \left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) \leq 1$$

- spriječeno bočno izvijanje
 - provjera otpornosti (za oslabljeni presjek; A_{net} , W_{net})



• POLJA GORNJEG
POJASA GL.
NOSAČA:

- kombinirano
naprezanje
osnom
tlačnom silom
i savijanjem

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \left(k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) \leq 1,0$$

POS Tlačna dijagonalna rešetke - pridržanja u oba smjera na krajevima

Eingabedaten:

Baustoff	1
Vollholz	
S10/MS10	1
S 13	2
MS 13	3
MS 17	4
Brettschichtholz	
BS 11	5
BS 14k	6
BS 14h	7
BS 16k	8
BS 16h	9
BS 18k	10
BS 18h	11

Querschnittswerte:	
B =	80 mm
H =	200 mm
A =	16000 mm ²
Systemwerte:	
s _{k,y} =	3,50 m Biegung um y-Achse (Knicken in z-Richtung)
s _{k,z} =	3,50 m Biegung um z-Achse (Knicken in y-Richtung)
Bemessungswert der Schnittgröße:	
F _{c,0,d} =	50,00 kN

NKL =	1
u Λ 12%	1
u Λ 20%	2
20% < u	3
KLED =	4
ständig =	1
lang =	2
mittel =	3
kurz =	4

$$\text{Nachweise: } (1) \quad \sigma_{c,0,d} = \frac{F_{c,0,d}}{A} \leq k_{c,y} k_{mod} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}$$

$$(2) \quad \sigma_{c,0,d} = \frac{F_{c,0,d}}{A} \leq k_{c,z} k_{mod} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}$$

$$(1) \quad \sigma_{c,0,d} = 3,13 < 10,27$$

$$(2) \quad \sigma_{c,0,d} = 3,13 > 2,05 \quad \text{Nachweis nicht eingehalten!}$$

Rechenwerte:

Materialkennwerte

$$f_{c,0,k} = 21,0 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,05} = 7400 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,d} = 14,5 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{mod} = 0,90$$

$$\gamma_M = 1,3$$

$$\beta_c = 0,2 \quad \text{für VH}$$

Knicken um die y-Achse (in z-Ri)

$$\lambda_y = 60,6$$

$$\sigma_{c,crit,y} = 19,87 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,y} = 1,03$$

$$k_y = 1,081$$

$$k_{c,y} = 0,706$$

$$1/k_{c,y} = 1,42$$

Knicken um die z-Achse (in y-Ri)

$$\lambda_z = 151,6$$

$$\sigma_{c,crit,z} = 3,18$$

$$\lambda_{rel,z} = 2,57$$

$$k_z = 4,009$$

$$k_{c,z} = 0,141$$

$$1/k_{c,z} = 7,09$$

Oznake:

Duljina izvijanja u ravnini ($F_{c,0,d}$)

$S_{k,y}$ (DIN) = $I_{ef,y}$ (EN)

Duljina bočnog izvijanja ($F_{c,0,d}$)

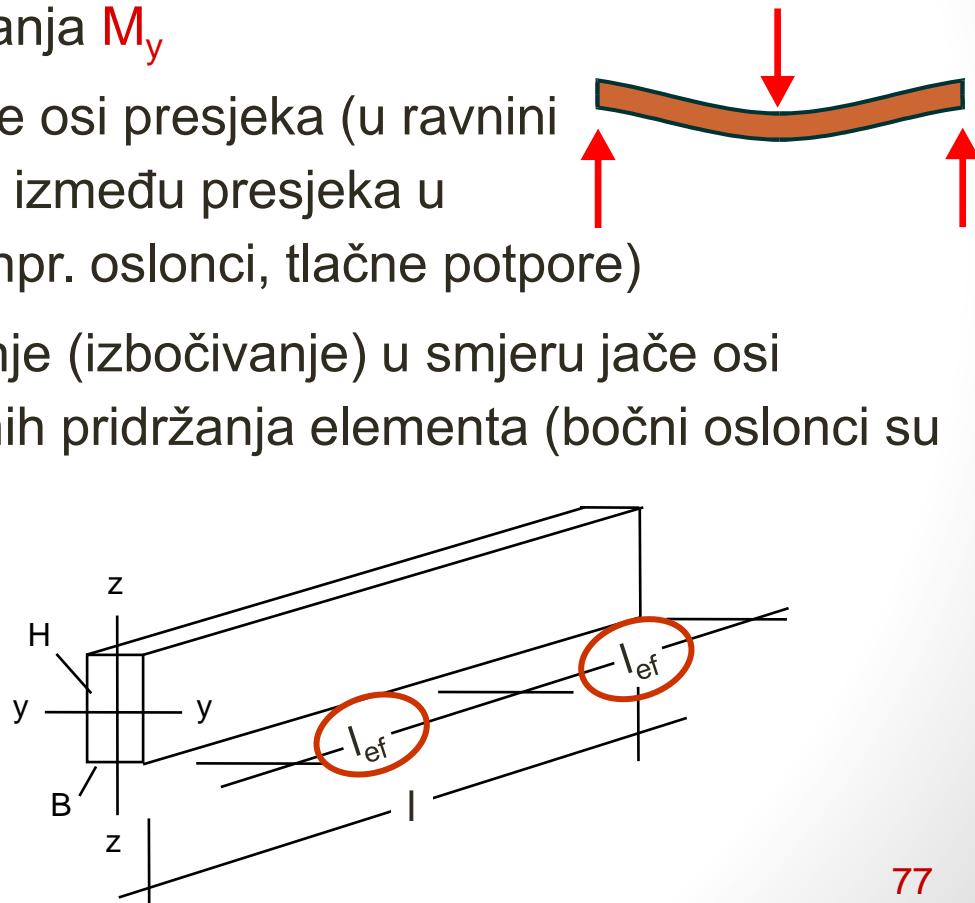
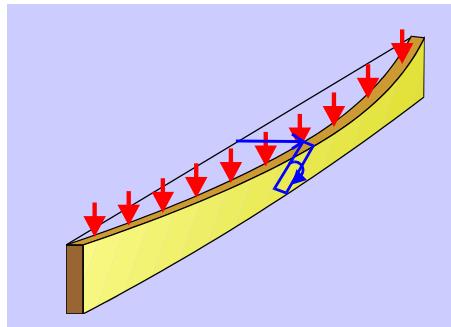
$S_{k,z}$ (DIN) = $I_{ef,z}$ (EN)

Knicken

BAUTEILE.XLS

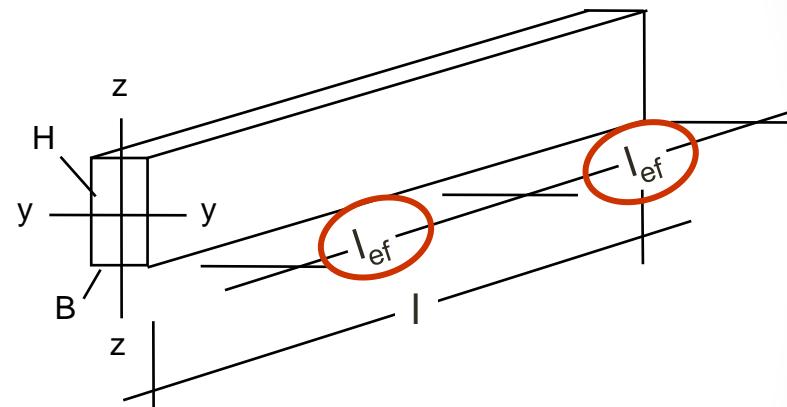
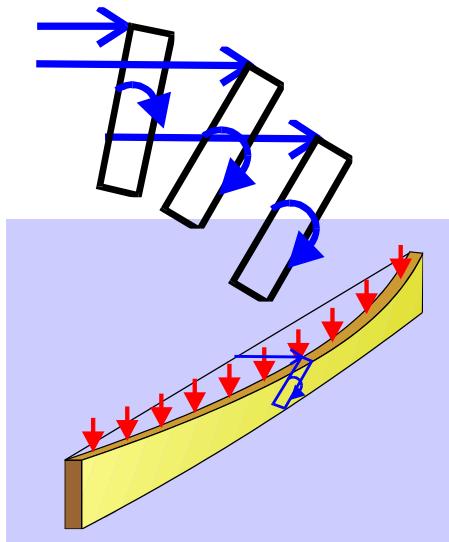
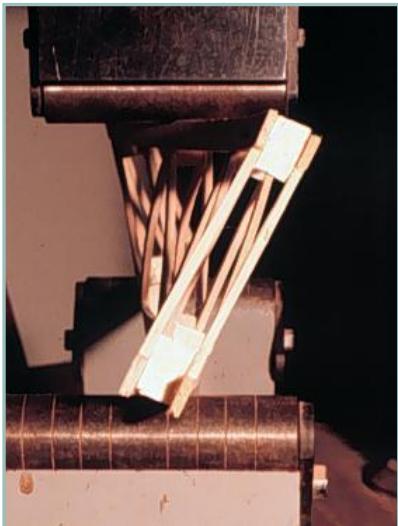
Step

- GREDE NAPREGNUTE NA SAVIJANJE I GREDE KOMBINIRANO NAPREGNUTE SAVIJANJEM I OSNIM TLAKOM
- Elementi napregnuti na savijanje
 - Deformiranje od vertikalnog opterećenja koje presjek savija oko jače osi momentom savijanja M_y
 - Progib u smjeru slabije osi presjeka (u ravnini vertikalnih djelovanja) između presjeka u kojima je spriječeno (npr. oslonci, tlačne potpore)
 - Bočno torzijsko izvijanje (izbočivanje) u smjeru jače osi presjeka između bočnih pridržanja elementa (bočni oslonci su ispuna sprega)

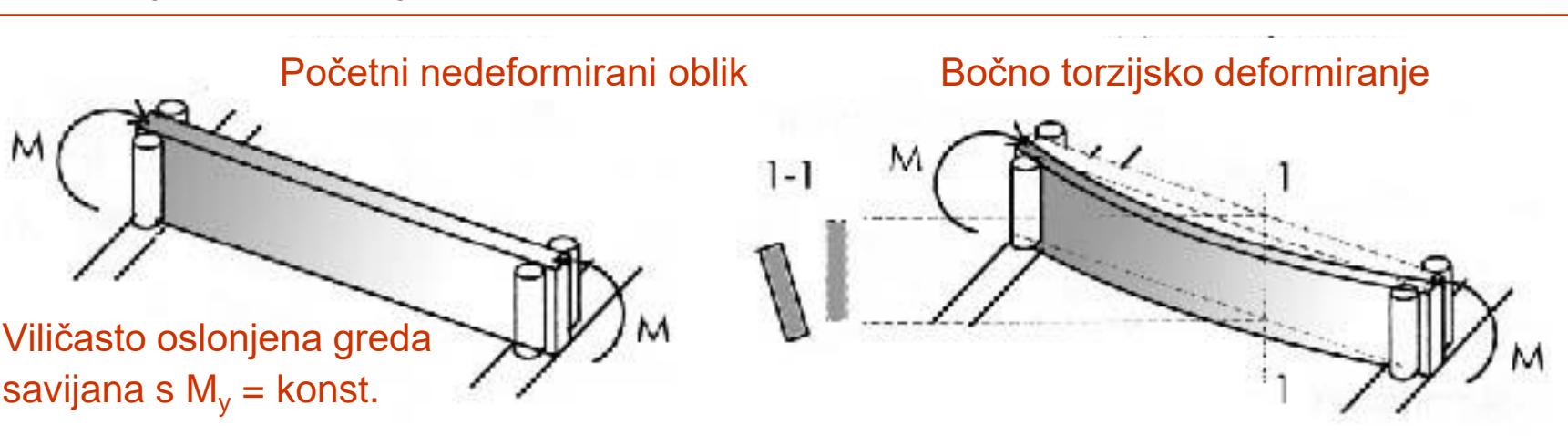


Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

■ Elementi napregnuti na savijanje

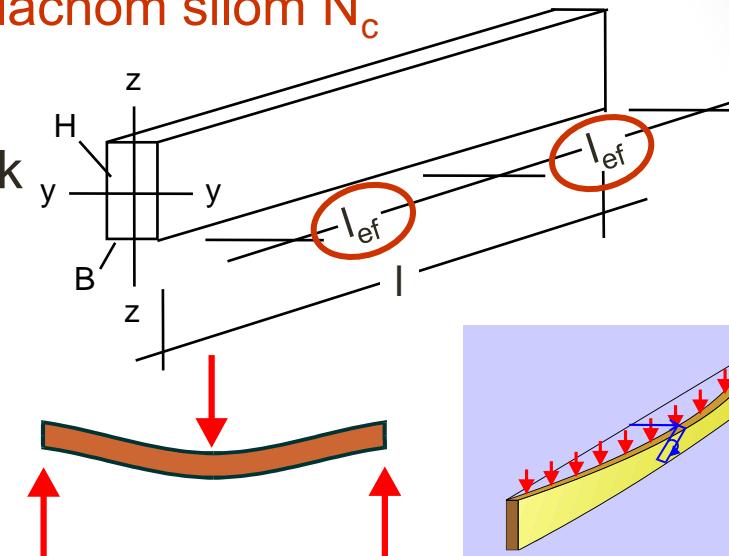


■ Bočno torzijsko izvijanje zbog savijanja oko jače osi presjeka



- Elementi kombinirano napregnuti momentom savijanja M_y (prevladavajuće naprezanje) i osnom tlačnom silom N_c

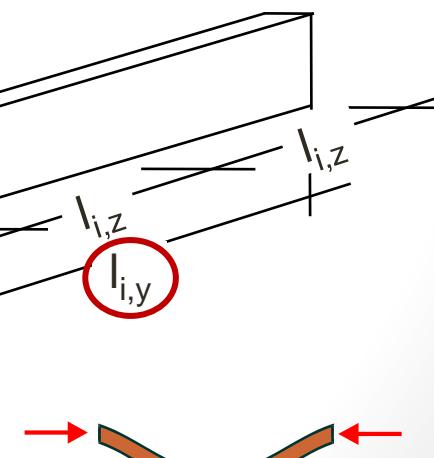
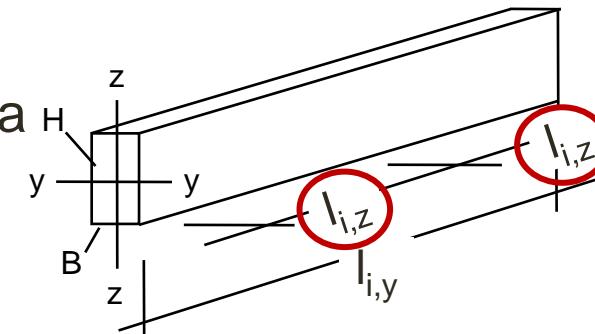
- Deformiranja zbog savijanja od vertikalnog opterećenja koje presjek savija oko jače osi (M_y)



- Dodatna deformiranja od osne tlačne sile N_c

- Izvijanje u ravnini između oslonaca
- Bočno izvijanje između bočnih pridržanja (npr. ispuna ili sprega)

(npr. ispuna ili sprega)



■ PROVJERE STABILNOSTI

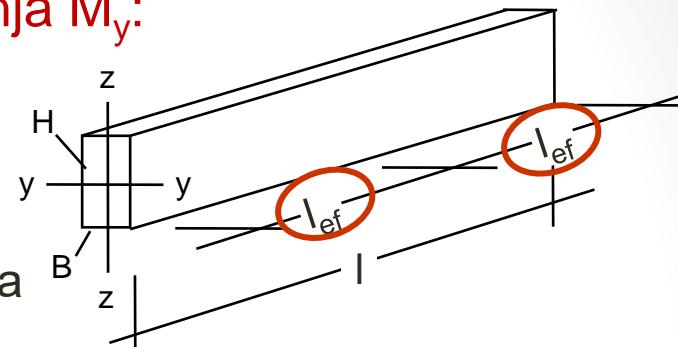
- Grede napregnute momentom savijanja M_y :

$$\sigma_{m,d} \leq k_{crit} \cdot f_{m,d}$$

$\sigma_{m,d}$ proračunsko naprezanje savijanja

$f_{m,d}$ proračunska čvrstoća savijanja

k_{crit} faktor smanjenja čvrstoće savijanja zbog bočnog torzijskog izvijanja



- Greda se može smatrati stabilnom na bočno torzijsko izvijanje ako je ono odgovarajućim mjerama spriječeno na cijeloj duljini grede (npr. spreg), a na osloncima nema torzijske rotacije (npr. viličasti oslonci):

$$k_{crit} = 1$$

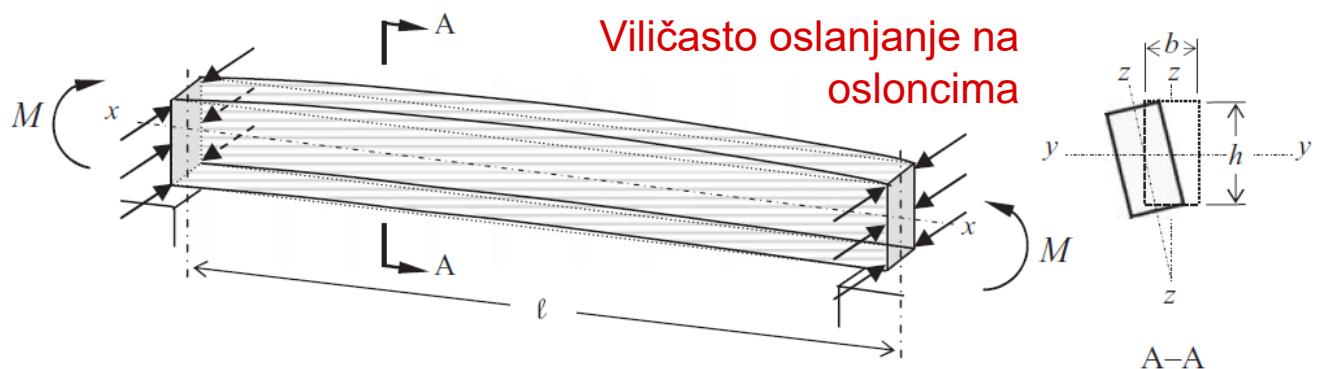
- Bočno torzijsko izvijanje u tom slučaju ne smanjuje otpornost kritičnog presjeka na savijanje.

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

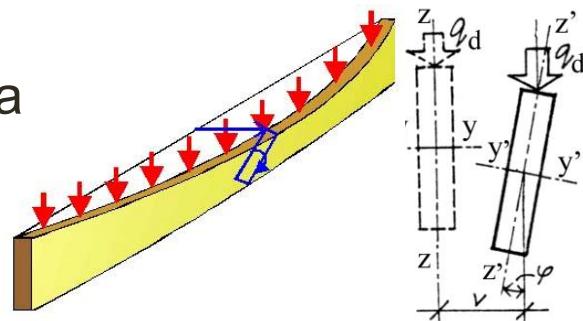
- Faktor smanjenja čvrstoće savijanja zbog bočnog torzijskog izvijanja k_{crit} za grede s početnim odstupanjem osi od ravnosti

- ovisi o relativnoj vitkosti na savijanje, $\lambda_{rel,m}$:

$$k_{crit} = \begin{cases} 1 & \text{za } \lambda_{rel,m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \lambda_{rel,m} & \text{za } 0,75 < \lambda_{rel,m} \leq 1,4 \\ \frac{1}{\lambda_{rel,m}^2} & \text{za } \lambda_{rel,m} > 1,4 \end{cases}$$



- Relativna vitkost na savijanje:
 - $\lambda_{rel,m}$ – parametar bočnog torzijskog izvijanja



Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

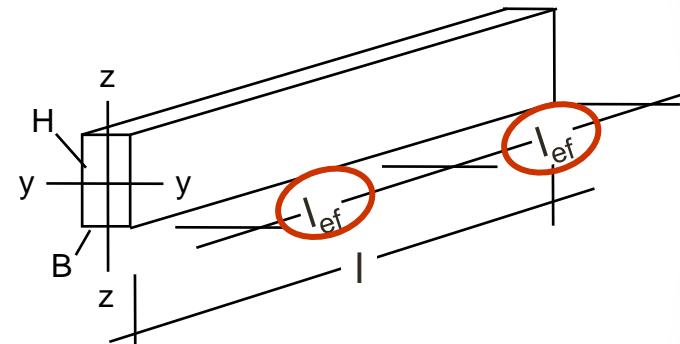
- Relativna vitkost na savijanje, $\lambda_{\text{rel,m}}$:

$$\lambda_{\text{rel,m}} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,\text{crit}}}}$$

- Kritični moment savijanja $M_{y,\text{crit}}$ i kritično naprezanje savijanja, $\sigma_{m,\text{crit}}$ proračunani prema klasičnoj teoriji stabilnosti, s karakterističnim modulima krutosti u pravcu vlakana, $E_{0,05}$ i $G_{0,05}$:

$$\sigma_{m,\text{crit}} = \frac{M_{y,\text{crit}}}{W_y} = \frac{\pi \cdot \sqrt{E_{0,05} \cdot I_z \cdot G_{0,05} \cdot I_{\text{tor}}}}{I_{\text{ef}} \cdot W_y}$$

$$M_{y,\text{crit}} = \frac{\pi}{I_{\text{ef}}} \cdot \sqrt{(E_{0,05} \cdot I_z) \cdot (G_{0,05} \cdot I_{\text{tor}})} \quad W_y$$



moment otpora za savijanje
oko jače osi presjeka y-y

$E_{0,05} \cdot I_z$ krutost presjeka na savijanje oko slabije osi, z-z

$G_{0,05} \cdot I_{\text{tor}}$ torzijska krutost presjeka

$I_{\text{tor}} = \eta \cdot b^3 \cdot h$ torzijski moment tromosti za pravokutni presjek b/h

l_{ef} proračunska duljina savijanja / bočno torzijskog izvijanja

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

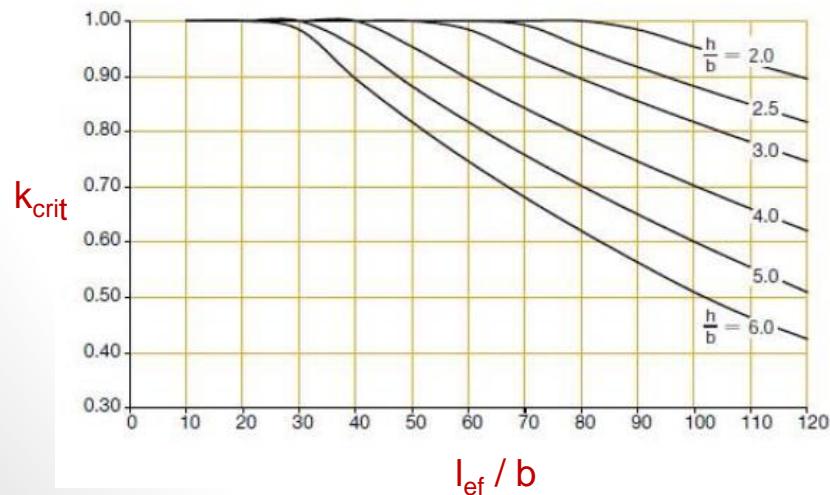
- Vrijednosti torzijske konstante η za pravokutni presjek $b \leq h$:

$$\eta = \frac{1}{3} \cdot \left[1 - 0,63 \cdot \left(\frac{b}{h} \right) + 0,052 \cdot \left(\frac{b}{h} \right)^2 \right]$$

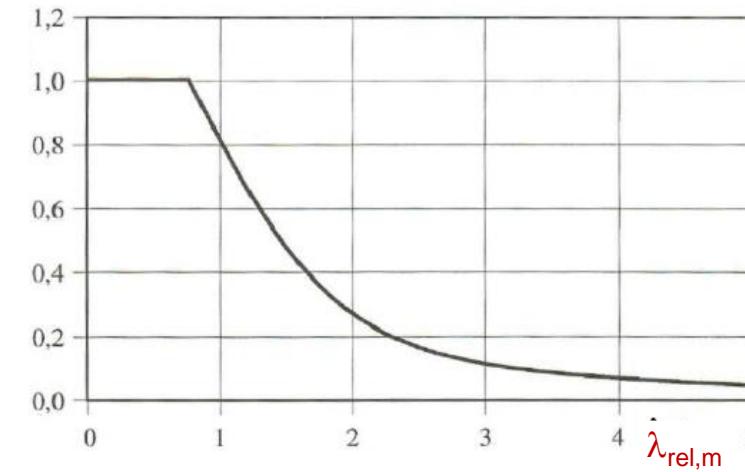
- Vrijednost kritičnog naprezanja na savijanje za pravokutno meko drvo crnogorice:

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot b^2}{h \cdot I_{ef}} \cdot E_{0,05}$$

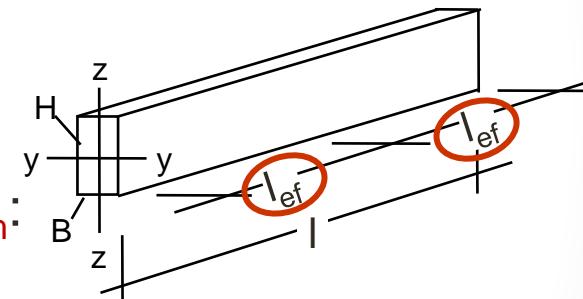
- Približne vrijednosti faktora k_{crit} za LL drvo razreda čvrstoće GL 24k za različite omjere I_{ef} / b i različite relativne vitkosti savijanja, $\lambda_{rel,m}$:



k_{crit}

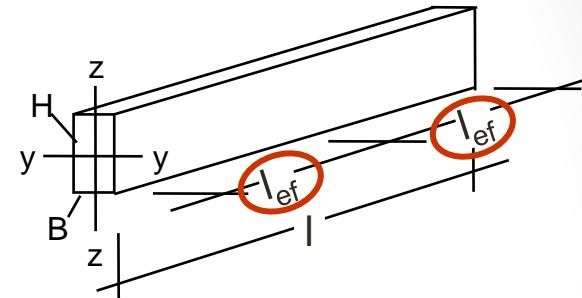


$\lambda_{rel,m}$



Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Proračunska duljina savijanja s bočnim torzijskim izvijanjem l_{ef} ovisi o:
 - konfiguraciji opterećenja (vrsta i položaj opterećenja s obzirom na težište presjeka)
 - uvjetima na **osloncima** (oslonci su bočna pridržanja grede s povoljnim utjecajem na sprečavanje torzijske nestabilnosti / l – osni razmak bočnih pridržanja):



Tip grede	Tip opterećenja	l_{ef} / l ^a
Jednostavno oslonjena	Konstantni moment	1,0
	Jednoliko kontinuirano opterećenje	0,9
	Koncentrirana sila u sredini raspona	0,8
Konzola	Jednoliko kontinuirano opterećenje	0,5
	Koncentrirana sila na slobodnom kraju	0,8

^a Omjer proračunske duljine l_{ef} i raspona l vrijedi za elemente sa spriječenom torzijskom rotacijom na osloncima i opterećene u težištu. Kad opterećenje djeluje na tlačnom rubu grede, smije se l_{ef} povećati s $2h$, a za opterećenje na vlačnom rubu grede smije se umanjiti s $0,5h$.



■ PROVJERE STABILNOSTI

- Grede kombinirano napregnute momentom savijanja M_y i tlačnom osnom silom N_c :

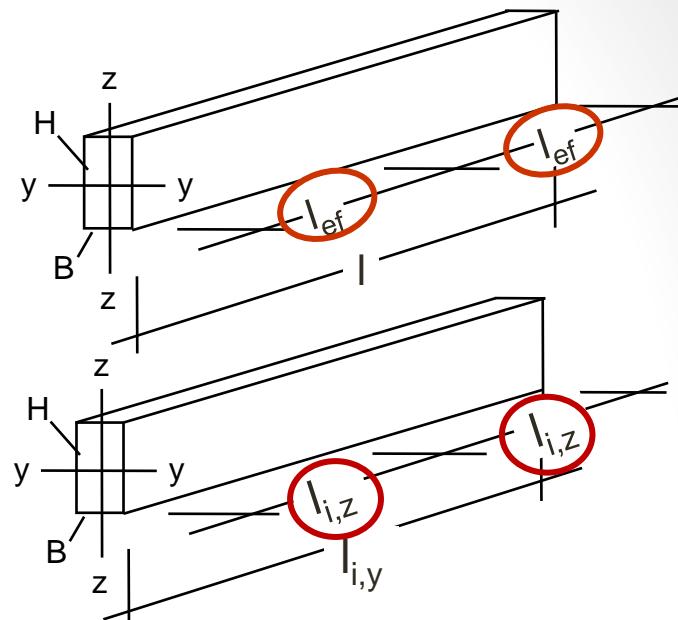
$$\left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} \right) \leq 1$$

$\sigma_{m,d}; f_{m,y,d} = f_{m,d}$ proračunsko naprezanje savijanja i proračunska čvrstoća savijanja

k_{crit} faktor smanjenja čvrstoće savijanja zbog bočnog torzijskog izvijanja

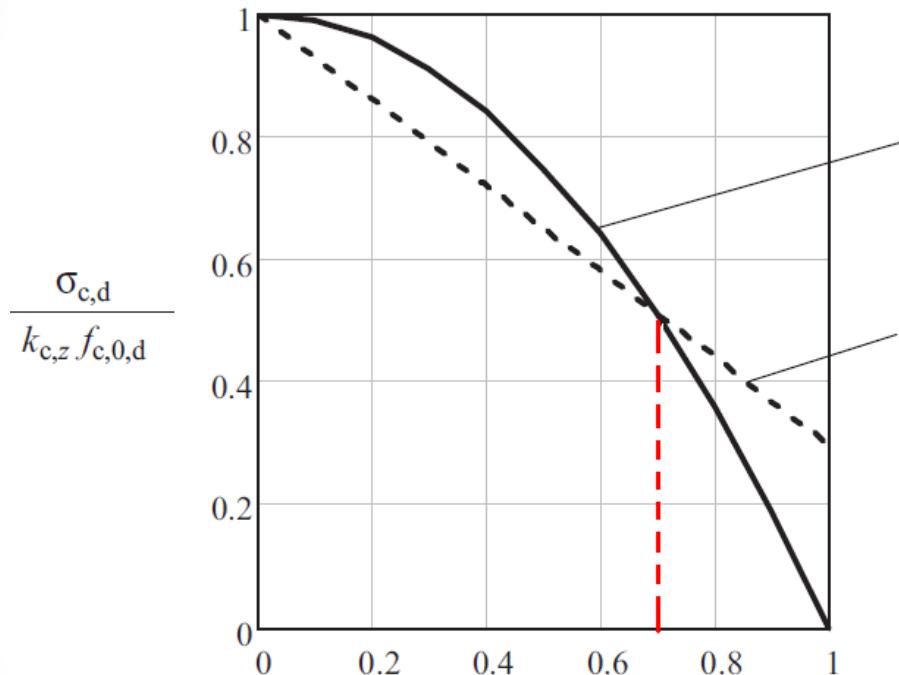
$\sigma_{c,0,d}; f_{c,0,d}$ proračunsko naprezanje osnog tlaka i proračunska čvrstoća tlaka paralelno s vlaknima

$k_{c,z}$ faktor izvijanja, za bočno izvijanje grede (oko osi z-z, u smjeru osi y-y)



Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

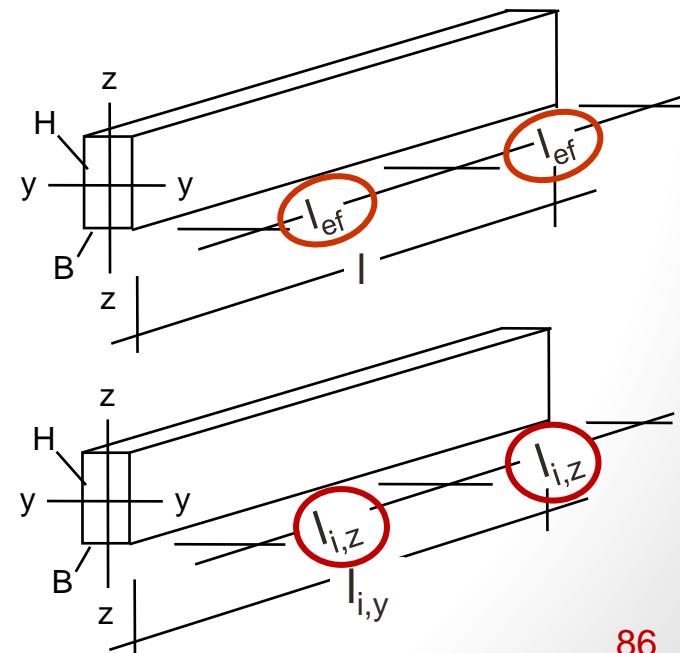
- Usporedba provjera za elemente kombinirano napregnute jednoosnim savijanjem oko jače osi presjeka i osnim tlakom.



$$\left(\frac{\sigma_m}{f_{m,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{c,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} \leq 1$$

$$k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,d}} + \frac{\sigma_{c,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} \leq 1$$

Za $k_{crit} = 1$ i
omjer $\sigma_{m,y,d} / f_{m,d} \leq 0,7$ može se primijeniti elastična teorija interakcije



- Usporedba vrijedi ako je bočno torzijsko izvijanje spriječeno ili se ne može pojaviti: za $\lambda_{rel,m} \leq 0,75$ tj. $k_{crit} = 1$

$$\left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} \right)$$

Stup - izvijanje u polju slobodno u oba smjera, bočna pridržanja na polovici duljine stupa

Eingabedaten:

Baustoff	1
Vollholz	
S10/MS10	1
S 13	2
MS 13	3
MS 17	4
Brettschichtholz	
BS 11	5
BS 14k	6
BS 14h	7
BS 16k	8
BS 16h	9
BS 18k	10
BS 18h	11

Querschnittswerte:

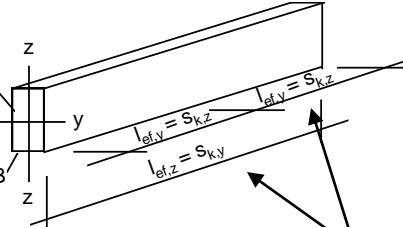
$$B = 160 \text{ mm}$$

$$H = 220 \text{ mm}$$

$$A = 35200 \text{ mm}^2$$

$$W_y = 1,29E+06 \text{ mm}^3$$

$$W_z = 9,39E+05 \text{ mm}^3$$



Systemwerte:

$$s_{k,y} = 6,00 \text{ m}$$

$$I_{ef,y} = 3,00 \text{ m}$$

$$s_{k,z} = 3,00 \text{ m}$$

$$I_{ef,z} = 6,00 \text{ m}$$

Bemessungswerte der Schnittgrößen:

$$F_{c,0,d} = 100,00 \text{ kN}$$

$$M_{y,d} = 8,00 \text{ kNm}$$

$$M_{z,d} = 0,00 \text{ kNm}$$

NKL	=	2
u > 12%	=	1
u > 20%	=	2
20% < u	=	3
KLED	=	4
ständig	=	1
lang	=	2
mittel	=	3
kurz	=	4

Nachweise:

$$(1) \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit,y} f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{k_{crit,z} f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$(2) \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit,y} f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{k_{crit,z} f_{m,z,d}} \leq 1$$

0,57	+	0,37	+	0,00	=	0,94	<	1
0,30	+	0,26	+	0,00	=	0,56	<	1

Rechenwerte:

$$k_{mod} = 0,90$$

$$\gamma_M = 1,3$$

$$k_m = 0,7$$

Materialkennwerte:

$$E_{0,05} = 7400 \text{ N/mm}^2$$

Druck

$$\sigma_{c,0,d} = 2,8 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,k} = 21,0 \text{ N/mm}$$

$$f_{c,0,d} = 14,5 \text{ N/mm}$$

$$\beta_c = 0,2 \text{ für VH}$$

$$f_{m,k} = 24,0 \text{ N/mm}$$

$$f_{m,d} = 16,6 \text{ N/mm}^2$$

Biegung um die y-Achse

Knicken in z-Richtung

$$\lambda_y = 94,5$$

$$\sigma_{c,crit,y} = 8,2 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,y} = 1,60$$

$$k_{c,y} = 1,893$$

$$1/k_{c,y} = 2,90$$

Kippen in y-Richtung

$$\sigma_{m,y,d} = 6,2 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,crit,y} = 225,8 \text{ N/mm}$$

$$\lambda_{rel,m,y} = 0,33$$

$$k_{crit,y} = 1,00$$

Biegung um die z-Achse

Knicken in y-Richtung

$$\lambda_z = 65,0$$

$$\sigma_{c,crit,z} = 17,3 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,z} = 1,10$$

$$k_{c,z} = 1,167$$

$$1/k_{c,z} = 1,55$$

Kippen in y-Richtung

$$\sigma_{m,z,d} = 0,0 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,crit,z} = 293,6 \text{ N/mm}$$

$$\lambda_{rel,m,z} = 0,29$$

$$k_{crit,z} = 1,00$$

Oznake:

Duljina izvijanja u ravnini ($F_{c,0,d}$)

$s_{k,y}$ (DIN) = $I_{ef,y}$ (EN)

Duljina bočnog izvijanja ($F_{c,0,d}$)

$s_{k,z}$ (DIN) = $I_{ef,z}$ (EN)

Duljina bočnog izvijanja ($M_{y,d}$)

$I_{ef,y}$ (DIN) = $I_{ef} = I_{ef,z} \cdot 0,9 + 2h$ (EN),

ali $k_{crit} = 1,0$.

Knicken+Kippen

BAUTEILE.XLS

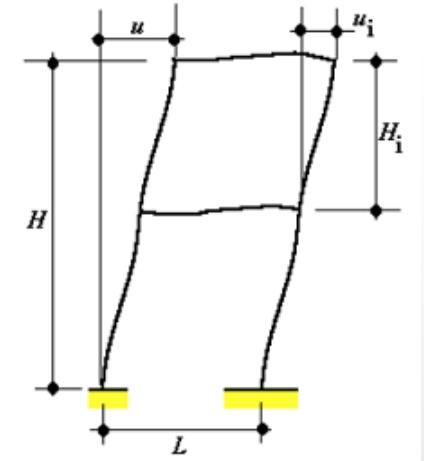
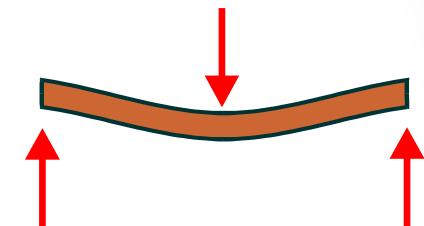
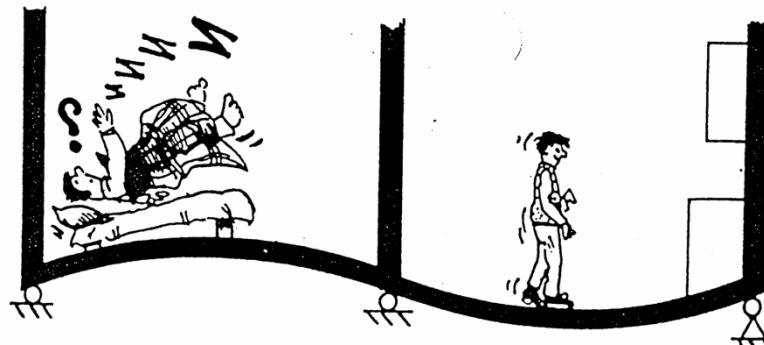
Step



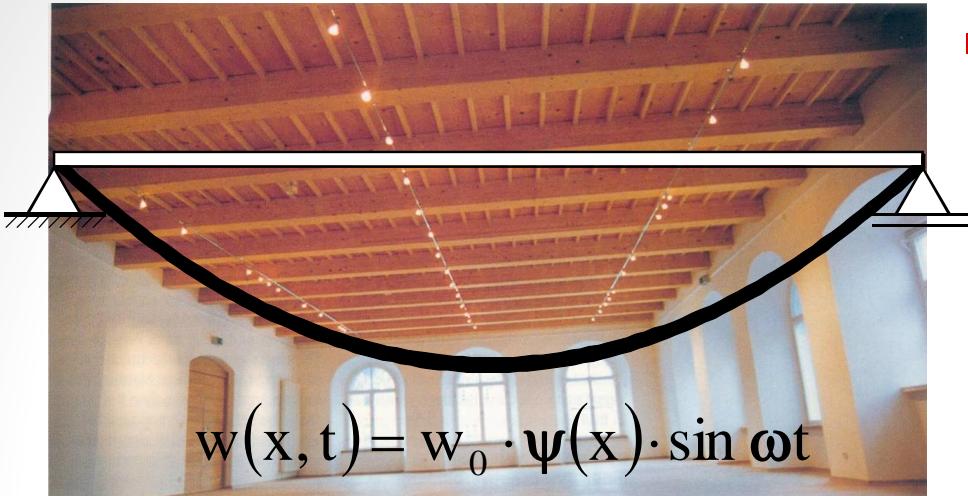
– GRANIČNO STANJE UPORABLJIVOSTI –

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

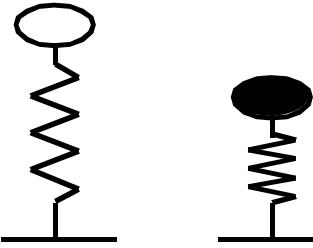
- Sastavni dio provjere graničnih stanja uporabljivosti elemenata:
 - Određivanje proračunskih vrijednosti deformiranja (progib, pomaci, kutovi zaokreta, klizanje u priključcima...)
 - progibi osi elemenata
 - pomaci na osloncima i u čvorovima veznih i okvirnih sustava.
 - Proračun vibracija (stropnih konstrukcija)
 - svojstva drvenih stropova – velika krutost s obzirom na malu masu, veliko prigušenje i ne nužno velika frekvencija



Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1



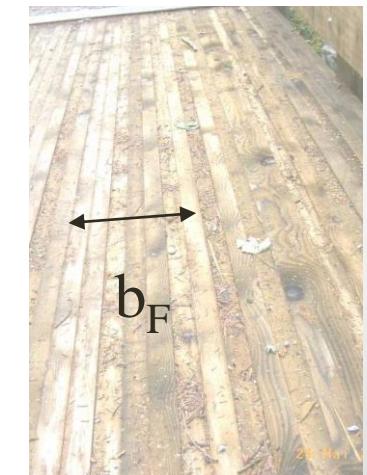
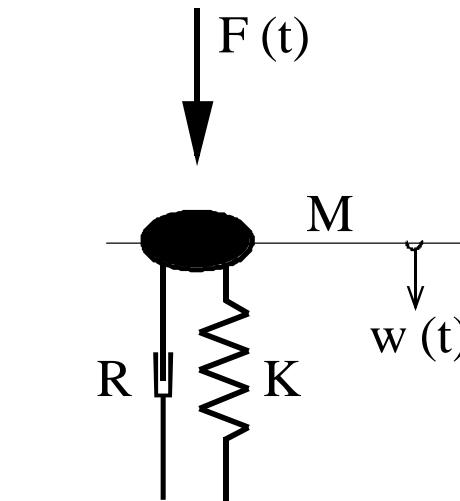
- Vibracije – frekvencija / prigušenje



$$w(t) = w_0 \cdot \sin \omega t$$



- Sustavi s jednim stupnjem slobode – stropne konstrukcije (grede / ploče)



■ PROVJERE PROGIBA ELEMENTA

■ Zahtjevi provjera:

- proračunske vrijednosti deformiranja \leq graničnih vrijednosti.

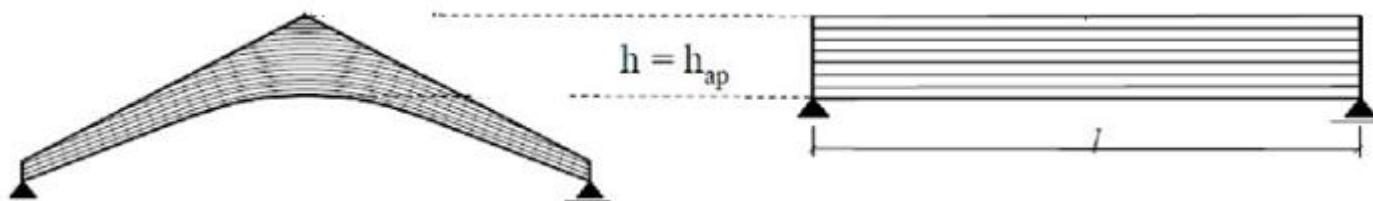
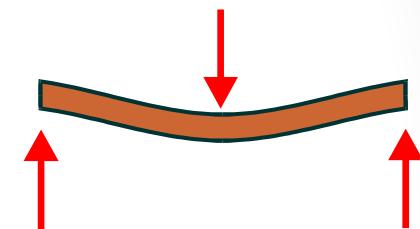
■ Kriteriji u provjerama graničnih stanja uporabljivosti :

- ograničenje početnog progiba, w_{inst}

- ograničenje konačnih progiba proračunanih za:

- nadvišenu os elementa, w_{fin}

- ravnu spojnicu oslonaca (neto konačni progib), $w_{net,fin}$

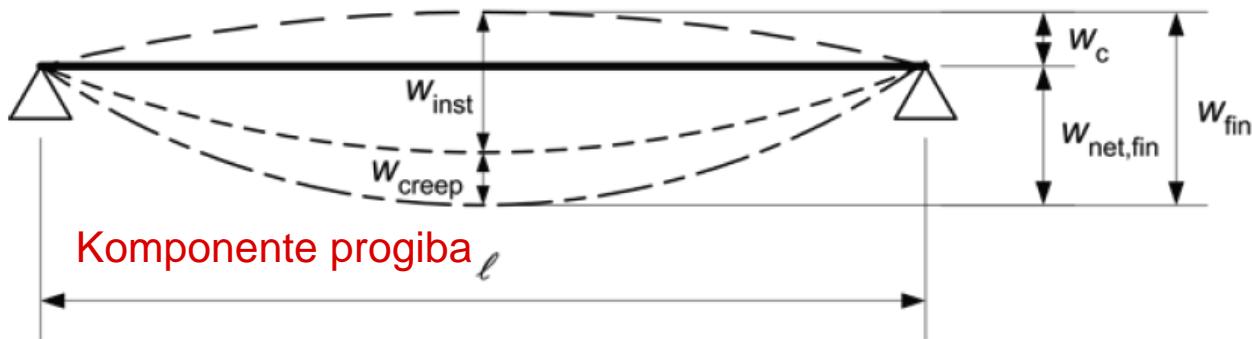


Sedlasta greda – os je nadvišena u odnosu na spojnicu oslonaca

Donji rub grede u razini spojnice oslonaca

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Proračunske i granične vrijednosti progiba elemenata:



- Komponente progiba treba proračunati iz mjerodavnih kombinacija djelovanja
- Konačni neto progib, proračunan u odnosu na ravnu i nadvišenu spojnicu oslonaca:

$$w_{\text{net,fin}} = w_{\text{inst}} + w_{\text{creep}} - w_c = w_{\text{fin}} - w_c$$

w_c

nadvišenje elementa (ako postoji)

w_{inst}

početni progib (u vremenu $t = 0$)

w_{creep}

progib prouzročen puzanjem (u vremenu $t > 0$)

w_{fin}

konačni progib

$w_{\text{net,fin}}$

konačni neto progib (u odnosu na ravnu spojnicu oslonaca) 92

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Proračunske vrijednosti konačnih progiba od stalnog (**G**), vodećeg (Q_1) i pratećeg promjenjivog djelovanja (Q_i) u proračunskoj kombinaciji za elemente istih reoloških svojstava:

$$w_{fin} = w_{fin,G} + w_{fin,Q_1} + w_{fin,Q_i}$$

$$w_{inst} = w_{inst,G} + w_{inst,Q_1} + \psi_{0,i} w_{inst,Q_i}$$

$$w_{fin,G} = w_{inst,G} \cdot (1 + k_{def})$$

$$w_{fin,Q_1} = w_{inst,Q_1} \cdot (1 + \psi_{2,1} k_{def})$$

$$w_{fin,Q_i} = w_{inst,Q_i} \cdot (\psi_{0,i} + \psi_i k_{def})$$

k_{def} faktor deformiranja kojim se uvažava utjecaj vlažnosti i određuje dio progiba od puzanja, w_{creep} , u konačnom progibu

ψ_i kombinacijski faktor učinka promjenjivih djelovanja u proračunskoj kombinaciji

$w_{fin,G}; w_{inst,G}$ konačni i početni progib od stalnog djelovanja G

$w_{fin,Q_1}; w_{inst,Q_1}$ konačni i početni progib od vodećeg promjenjivog djelovanja u proračunskoj kombinaciji, Q_1

$w_{fin,Q_i}; w_{inst,Q_i}$ konačni i početni progib od pratećeg promjenjivog djelovanja u proračunskoj kombinaciji, Q_i ($i > 1$)

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Granične vrijednosti progiba elemenata:
- Primjeri graničnih vrijednosti progiba greda raspona / (prema Tablicama 7.2 norme HRN EN 1995-1-1:2008 i 7.2(HR) nacionalnog dodatka norme HRN EN 1995-1-1:2008/NA:2009)

	w_{inst}	$w_{net,fin}$	w_{fin}
Grede na dva oslonca	/300 – /500	/250 – /350	/150 – /300 ¹⁾
Konzolne grede	/150 – /250	/125 – /175	/75 – /150 ²⁾

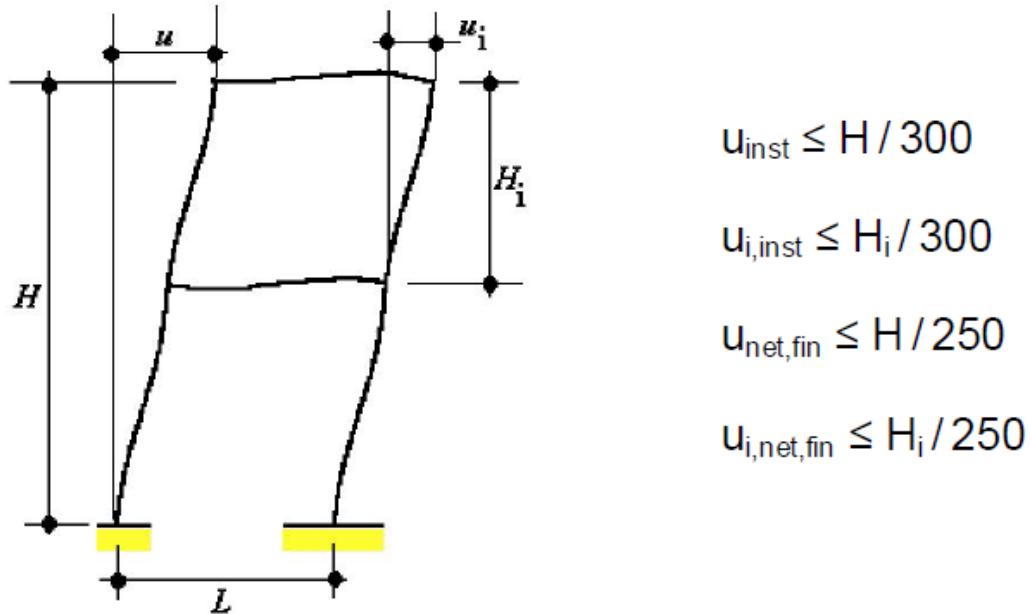
1) Odnosi se na elemente konstrukcije čija je os nadvišena i zakrivljena ili je pod kutom na spojnicu oslonaca. U ostalim slučajevima treba usvojiti graničnu vrijednost $w_{fin} = /250$.

2) Odnosi se na elemente konstrukcije čija je os nadvišena i zakrivljena ili je pod kutom na spojnicu oslonca i kraja konzolne grede. U ostalim slučajevima treba usvojiti graničnu vrijednost $w_{fin} = /125$.

Granična stanja nosivosti elemenata – proračun prema normi HRN EN 1995-1-1

- Granične vrijednosti horizontalnih pomaka za višekatne okvire:
- Prema točki 7.2(HR) nacionalnog dodatka norme HRN EN 1995-1-1:2008/NA:2009)

- Definicije horizontalnih pomaka višekatnih građevina i granične vrijednosti trenutnih i neto konačnih horizontalnih pomaka.



- Kad to zahtijeva specifikacija proizvođača obloge, granične vrijednosti mogu se i dodatno smanjiti.