

Primjer zadatka na drugom dijelu ispita i kolokviju - 2. predavanje:

Čestica se giba po trajektoriji koja je zadana jednačbom  $y(x) = \sqrt{4 - (x - 1)^2}$ . Prijedeni put mjeri se od položaja čestice na trajektoriji u trenutku  $t = 0$ , koji je određen koordinatama  $x_0 = 3(m)$ . Poznato je da se brzina čestice linearno mijenja od nule u početnom trenutku, do  $\vec{v}_2 = -4\pi\vec{j}(m/s)$  u trenutku  $t_2 = 2(s)$ .

Treba nacrtati **trajektoriju**, odrediti funkciju promjene brzine i ubrzanja čestice, odrediti i nacrtati **položaj čestice, vektor brzine i vektor ubrzanja, za trenutak  $t_1 = \sqrt{2}(s)$** .

$$\text{za } t_0 = 0 \quad x_0 = 3, \quad v_0 = 0$$

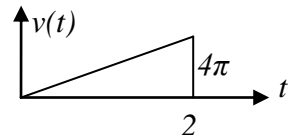
$$y(x) = \sqrt{4 - (x - 1)^2} \quad \rightarrow \quad y(x)^2 = 4 - (x - 1)^2$$

$$(x - 1)^2 + y^2 = 4$$

Dobili smo jednačbu kružnice radijusa  $R = 2m$  sa središtem  $S(1,0)$ .

Zadana je linearna funkcija promjene brzine, te prema crtežu slijedi:

$$v(t) = \frac{4\pi}{2}t = 2\pi t$$



$$s(t) = s_0 + \int_0^t v(t)dt = \frac{2\pi t^2}{2} \Big|_0^t = \pi t^2, \quad \text{gdje je } s_0 = 0.$$

Prijedeni put za  $t_2=2(s)$  iznosi  $s_2 = 4\pi(m)$ , što je jednako opsegu kružnice, dakle čestica je došla u početni položaj. Iz uvjeta da je u tom trenutku vektor brzine  $\vec{v}_2 = -4\pi\vec{j}$  u smjeru negativne osi y, možemo odrediti smjer gibanja čestice (u smjeru gibanja kazaljke na satu).

$$a_T(t) = \frac{dv(t)}{dt} = 2\pi = 6.28m/s$$

$$a_N(t) = \frac{v(t)^2}{R} = \frac{4\pi t^2}{2} = 2\pi^2 t^2 = 19.72t^2$$

$$a(t) = \sqrt{6,28^2 + 19,72^2 \cdot t^4} = \sqrt{47,33 + 388,85 \cdot t^4}$$

Za  $t_1 = \sqrt{2}$  dobivamo:

$$s_1 = 2\pi = \frac{\circ}{2} \quad \text{Prijedeni put jednak je polovini opsega kružnice!}$$

$$v_1 = 2\pi\sqrt{2} = 8.855m/s, \quad \vec{v}_1 = 8.85\vec{j}$$

$$a_{1T} = 6.28m/s^2, \quad \vec{a}_{1T} = 6.28\vec{j}$$

$$a_{1N} = 19.72 \cdot 2 = 39.44m/s^2, \quad \vec{a}_{1N} = 39.44\vec{i}$$

$$\vec{a}_1 = \vec{a}_{1T} + \vec{a}_{1N} = 39,44\vec{i} + 6.28\vec{j}, \quad a_1 = \sqrt{39.44^2 + 6.28^2} = 39.95m/s^2$$

