

# **KORIŠTENJE VODNIH SNAGA**

**šk.god. 2013/2014**

## **SEPARAT S MATERIJALIMA ZA JEDNOSTAVNIJU IZRADU PROGRAMA 4**

**Izradio: Jadran Berbić**

## 1. Temeljni isput

### 1.1. Pražnjenje akumulacije

Pražnjenje akumulacije je nestacionaran problem.

Proračun pražnjenja akumulacije identičan je proračunu pražnjenja retencije (skripta kolegija Postupci zaštite od voda prof. Kuspilića).

Promjena volumena u akumulaciji u vremenu  $dV/dt$  odgovara razlici dotoka vode u akumulaciju  $Q^{UL}$  i izlaznog protoka iz akumulacije  $Q^{IZ}$ . Jednadžba kontinuiteta može se napisati u obliku:

$$Q^{UL} - Q^{IZ} = \frac{dV}{dt}$$

Jednadžba se diskretizira po vremenu (konačnim razlikama):

$$\frac{Q_{i+1}^{UL} + Q_i^{UL}}{2} - \frac{Q_{i+1}^{IZ} + Q_i^{IZ}}{2} = \frac{V_{i+1} - V_i}{\Delta t}$$

$Q_i^{UL}$  ...dotok vode u akumulaciju u vremenskom inkreментu  $i$

$Q_{i+1}^{UL}$  ...dotok vode u akumulaciju u vremenskom inkreментu  $i+1$

$Q_i^{IZ}$  ...izlazni protok iz akumulacije u vremenskom inkreментu  $i$

$Q_{i+1}^{IZ}$  ...izlazni protok iz akumulacije u vremenskom inkreментu  $i+1$

$V_i$  ...volumen vode u akumulaciji u vremenskom inkreментu  $i$

$V_{i+1}$  ...volumen vode u akumulaciji u vremenskom inkreментu  $i+1$

Ulazni hidrogram ('rubni uvjet')  $Q^{UL}=Q^{UL}(t)$  je poznat (u svrhu programskog zadatka može se uzeti kao konstantan u vremenu). Početni uvjeti (u trenutku  $t_0=0$ ) su također poznati: za poznatu razinu vode  $h_0$  u akumulaciji na samom početku pražnjenja odrede se volumen  $V_0=V(t_0)$  i izlazni protok  $Q^{IZ}_0 = Q(t_0)$ . Funkcionalna povezanost volumena i razine vode je ili zadana programskim zadatkom ili se dobije na temelju poznavanja krivulje ovisnosti razine i površine akumulacije. Ovisnost izlaznog protoka o razini vode u akumulaciji je potrebno odrediti (točka 1.2.).

Preostaju dvije nepoznanice  $Q_{i+1}^{IZ}$  i  $V_{i+1}$ . Može se napisati:

$$\frac{2V_{i+1}}{\Delta t} + Q_{i+1}^{IZ} = Q_i^{UL} + Q_{i+1}^{UL} + \frac{2V_i}{\Delta t} - Q_i^{IZ}$$

(u praktičnom proračunu ova jednakost ne vrijedi "približno").

Unutar svakog vremenskog inkrementa  $i$  provodi se sljedeći postupak. Izračuna se pretpostavljena razina vode u akumulaciji  $h_{i+1}^{pretp}$  pomoću izraza:

$$h_{i+1}^{pretp} = h_i + \frac{Q_i^{UL} \Delta t}{A_i}$$

Za dobivenu pretpostavljenu razinu očita se  $Q_{i+1}^{IZ}$  iz krivulje ovisnosti razine vode u akumulaciji o izlaznom protoku.

Zatim se izračuna  $V_{i+1}$  koristeći izraz:

$$V_{i+1} = V_i - Q_{i+1}^{IZ} \Delta t$$

Potom se za dobiveni volumen  $V_{i+1}$  očita razina vode  $h_{i+1}$ . (općenito iterativni postupak dok ne vrijedi jednakost  $h_{i+1} = h_{i+1}^{pretp}$ , u izradi programa tražena točnost nije striktno propisana, te je ukoliko razlika nije značajna u postotku moguće odmah nastaviti postupak)

U sljedećem vremenskom inkrementu vrši se isti postupak. Veličine s indeksom  $i+1$  iz prethodnog inkrementa 'dobivaju' indeks  $i$  u sljedećem vremenskom inkrementu.

Vremenski korak može se uzeti po izboru (npr. 30 minuta). Manji vremenski inkrement podrazumijeva veću točnost.

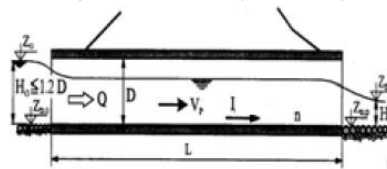
Postupak se provodi dok se izlazni protok ne izjednači s dotokom.

## 1.2. Ovisnost izlaznog protoka i razine vode u akumulaciji

Općenito se krivulja ovisnosti izlaznog protoka o razini vode u akumulaciji sastoji od 3 dijela:

- 1) nepotopljeni tok kroz temeljni ispust. Može se koristiti neki od uvjeta za gravitacijsko tečenje kroz cijev.

*npr. uvjet  $H/D < 1.2$ , gdje je  $H$  dubina vode na ulazu u ispust (mjereno od dna ispusta) a  $D$  promjer ispusta; ovo podrazumijeva da je donji dio ispusta nepotopljen a gornji dio nepotopljen ili potopljen uz uvjet  $H/D < 1.2$  (Slika 1.).*



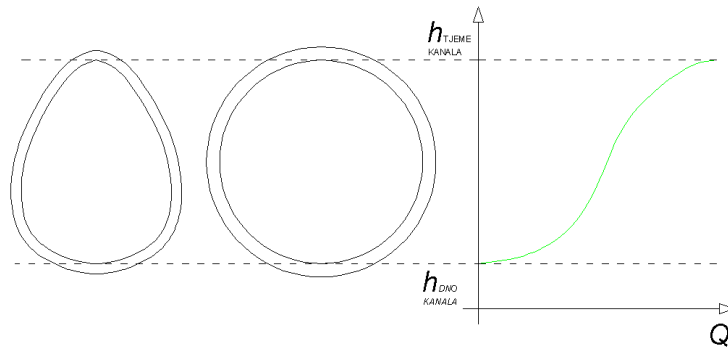
Slika 1. Uvjet za nepotopljeno tečenje

*Nije nužno da se dogodi nepotopljeni tok. Navedeni gornji uvjet ne mora biti ispunjen za odabrani položaj temeljnog ispusta (tj. dotok i izlazni protok se izjednače dok je tok još pod tlakom)*

Za potrebe programskog zadatka, zbog jednostavnosti, može se uzeti da nepotopljeni tok počinje kad se razina vode spusti do razine  $h_{TJEME\ KANALA}$  (kako je prikazano na

slici 2). Kasnije će se vidjeti da se može dogoditi da ta točka nije jasno definirana (slika 5.).

Za odabrani materijal i pretpostavljenu geometriju profila (uglavnom kružni) potrebno je pronaći ovisnosti protoka i visine punjenja u cijevi te izraditi Q-h krivulju (slika 2.).



Slika 2. Q-h krivulja

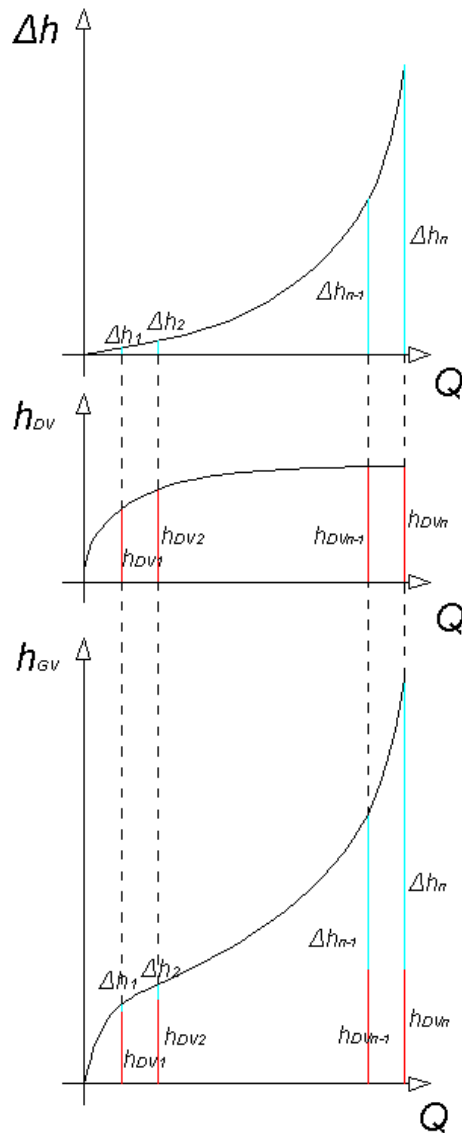
## 2) tečenje pod tlakom kroz temeljni ispust

Za odabrani materijal i pretpostavljeni profil izračunaju se visinske razlike  $\Delta h$  (razlike gornje i donje vode) pri različitim protocima. Za te iste protoke odrede se razine donje vode iz krivulje protoka na mjestu pregrade (koja je zadana programskim zadatkom).

$$Q = \mu F \sqrt{2g\Delta h}$$

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \sum \xi_{LOK} + \xi_{LIN}}}$$

Zbrajanjem donje vode i visinske razlike dobije se razina gornje vode pri različitim izlaznim protocima. Iz dobivenih vrijednosti izradi se krivulja ovisnosti razine gornje vode i izlaznog protoka (slika 3.).

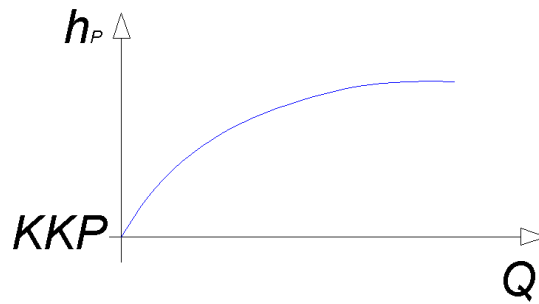


Slika 3. Izrada krivulje ovisnosti protoka i razine gornje vode

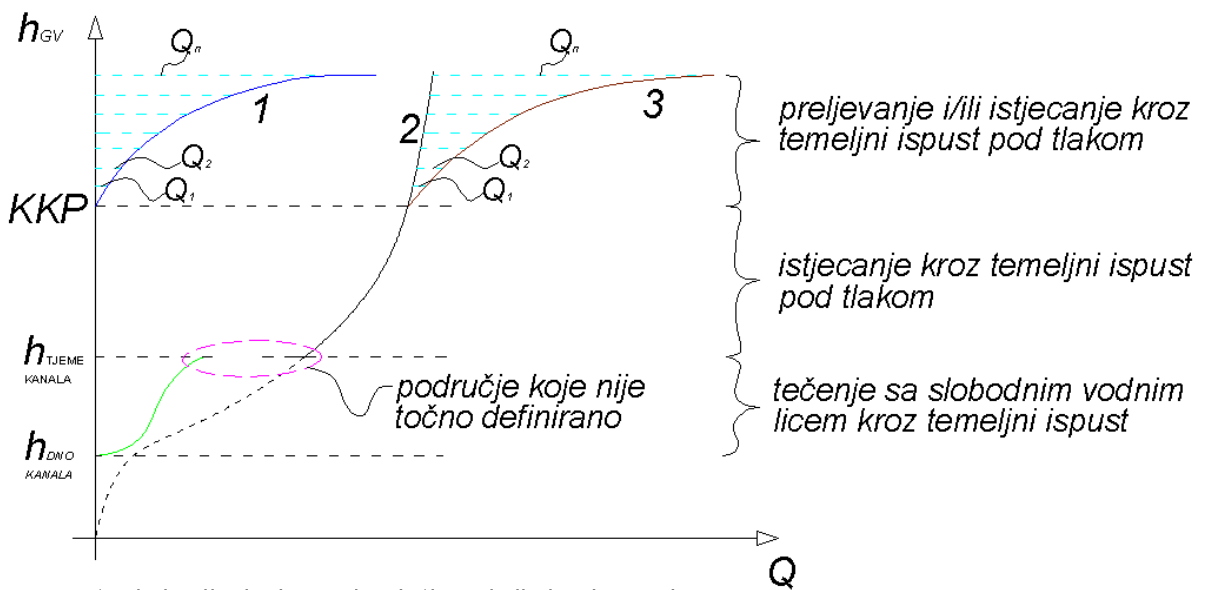
### 3) preljevanje preko preljeva brane

Ovo se može odvijati ili istodobno s tečenjem kroz temeljni ispust ili bez tečenja kroz temeljni ispust. Kako se pražnjenje akumulacije odvija najčešće kod dotoka malih voda, kod programskih zadataka ovaj faktor može se zanemariti. Može se pretpostaviti da pražnjenje akumulacije započinje pri koti krune preljeva (KKP).

Općenito, nakon izrade  $Q-h_p$  krivulje preljeva (slika 4.) konačno se dobije krivulja (u biti, krivulje) ovisnosti razine gornje vode i izlaznog protoka (slika 5.). Teoretski bi se krivulje nepotopljenog tečenja i tečenja pod tlakom trebale spojiti (bez skoka, loma u prijelazu) ali to se ne mora dogoditi. U svrhu programskog zadatka, kad se razina gornje vode spusti do razine na kojoj počinje nepotopljeni tok, odmah će se prijeći na krivulju nepotopljenog toka.



Slika 4. Q-h krivulja preljeva



1...krivulja koja se koristi u slučaju da voda teče samo preko preljeva (vrijedi za  $h_{GV} > KKP$ )

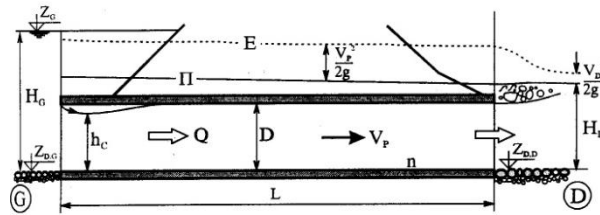
2...krivulja koja se koristi u slučaju da voda istječe samo kroz temeljni ispust ( $h_{GV} > KKP$ )

3...krivulja koja se koristi u slučaju da voda istodobno teče preko preljeva i kroz temeljni ispust ( $h_{GV} > KKP$ )

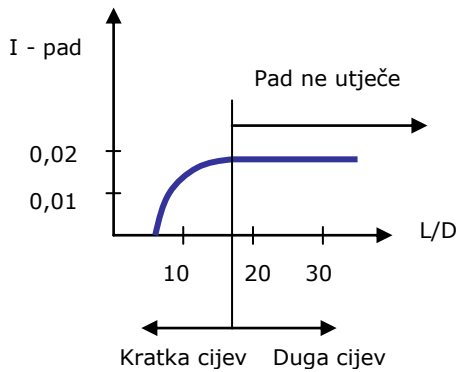
Slika 5. Ovisnost razine gornje vode i izlaznog protoka

Napomena: **Kriteriji za uspostavljanje tečenja pod tlakom odnosno sa slobodnim vodnim licem.**

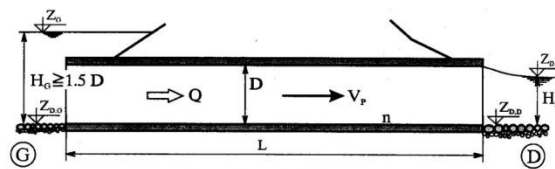
Ako je gornji i donji dio tunela potopljen i  $H/d > 1.5$  tečenje je pod pritiskom.



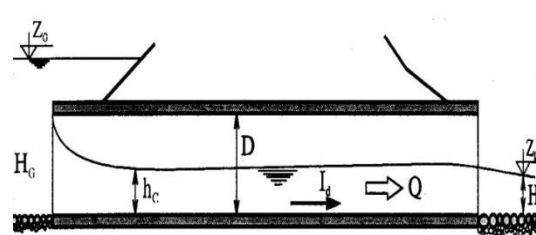
Ako je gornji dio tunela potopljen, a donji nepotopljen i zadovoljeni su uvjeti  $H/d > 1.5$ , ovisno o obliku ulaza, dužini cijevi i padu dna te hrapavosti površine:



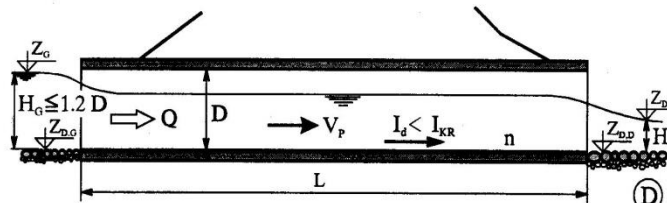
- Dugi tunel - tečenje je pod pritiskom



- Kratki tunel - tečenje je sa slobodnim vodnim licem



Ako je gornji dio tunela nepotopljen ili potopljen uz uvjet  $H/d < 1.2$ , a donji dio nepotopljen, tečenje je sa slobodnim licem.



Ako je gornji dio tunela potopljen pod uvjetom  $1.2 \leq H/d \leq 1.5$ , a donji nepotopljen, tečenje je u nestalnom prijelaznom režimu.

## 2. Istjecanje kroz otvor ispod zapornice na kruni preljeva (I.I.Agroskin, Hidraulika)

Pretpostavka je da je kruna preljeva oblikovana prema obliku slobodnog mlaza na oštrobridnom preljevu. U tom slučaju nema odljepljivanja vode od preljeva pri određenoj razini gornje vode. Također istjecanje kroz otvor je slobodno (to znači da nije potopljeno) i nema bočnog suženja.

Promatra se gibanje na kruni u presjeku 1-1 kao gibanje slobodnog mlaza s tlakom jednakim atmosferskom. Vertikalna kontrakcija mlaza je uzeta u obzir. Brzina nije konstantna po presjeku (ovisi o dubini  $z$ ) pa izraz za protok glasi:

$$Q = \int_{H_0 - \varepsilon a}^{H_0} \varphi b \sqrt{2gz} dz$$

Ako je  $\varphi = \text{konst}$ , integriranjem se dobije:

$$Q = \frac{2}{3} \varphi b \sqrt{2g} \left[ H_0^{\frac{3}{2}} - (H_0 - \varepsilon a)^{\frac{3}{2}} \right]$$

$a$ ...visina otvora ispod zapornice

$b$ ...širina otvora zapornice

$\varepsilon$ ...koeficijent vertikalne kontrakcije mlaza

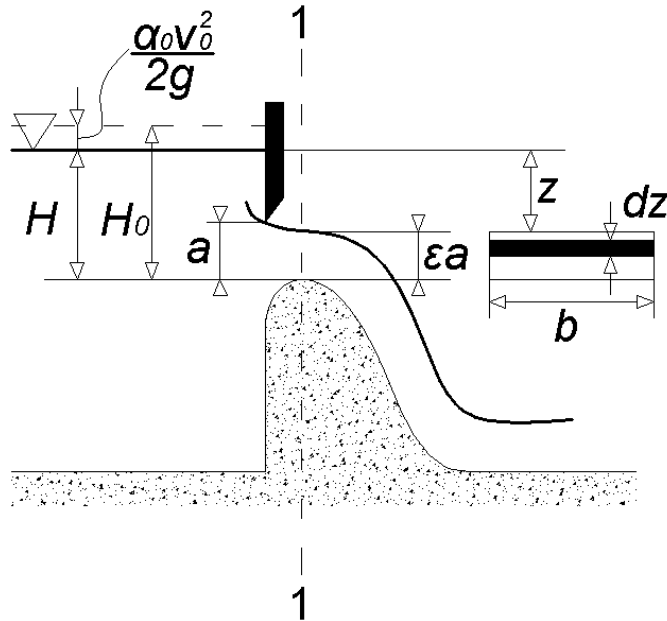
$\varphi$ ...koeficijent brzine istjecanja

Obično se za otvor ispod zapornice na kruni praga praktičnog krivolinijskog profila uzima  $\varphi = 0.95$ . Za koeficijent  $\varepsilon$  se u pravilu uzima ovisno o odnosu  $a/H$  (tablica 1). (pretpostavka je da širina vodotoka (tj.preljeva) jednaka širini zapornice)

Tablica 1. Koeficijent kontrakcije (istraživanje Žukovskog)

$a/H$	$\varepsilon$
0.10	0.615
0.15	0.618
0.20	0.620
0.25	0.622
0.30	0.625
0.35	0.628
0.40	0.630
0.45	0.638
0.50	0.645
0.55	0.650
0.60	0.660
0.65	0.675
0.70	0.690
0.75	0.705





Slika 6. Parametri slobodnog toka ispod zapornice na preljevu

Jednadžba za protok se može napisati i u ovom obliku:

$$Q = \frac{2}{3} \varphi \left[ 1 - \left( 1 - \varepsilon \frac{a}{H_0} \right)^3 \right] b \sqrt{2gH^3}$$

Izraz  $\left( 1 - \varepsilon \frac{a}{H_0} \right)^3$  se može rastaviti u red po Newtonovom binomu. Uzimanjem u obzir prva dva člana binoma, dobije se jednadžba za protok:

$$Q = \varphi \varepsilon \frac{a}{H_0} b \sqrt{2gH_0^3} = \mu \frac{a}{H_0} b \sqrt{2gH_0^3} = \varphi \varepsilon a b \sqrt{2gH_0} = \mu a b \sqrt{2gH_0}$$

(Ova formula je upotrebljiva i za nepotopljeno istjecanje kroz otvor ispod zapornice ispred stepenice, ako je istjecanje bez kontrakcije na dnu)

Koeficijent kontrakcije  $\varepsilon$  se može odrediti po tablici 1. (jer su uvjeti slični onima koje je imao Žukovski svojim istraživanjima). U slučaju potrebe za većom točnošću, koristi se koeficijent  $\mu$  prema istraživanjima Martinova.

### 3. Proračun spajanja preljevnog mlaza s donjom vodom

(I.I. Agroskin, Hidraulika)

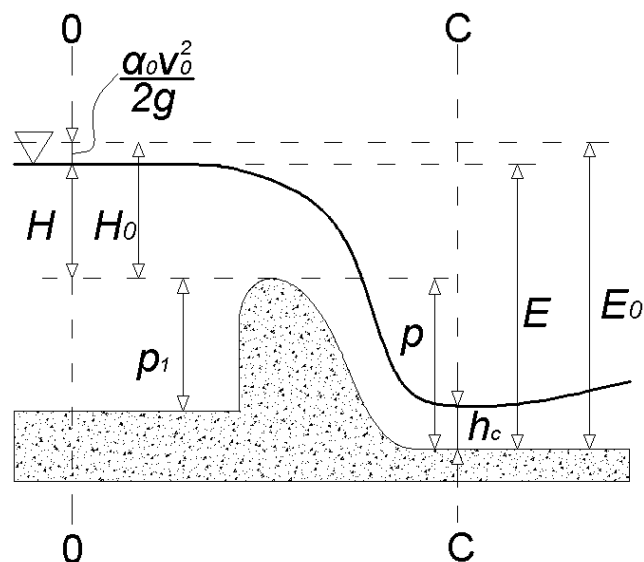
Debljina preljevnog mlaza od krune prema podnožju brane postepeno se smanjuje a najmanja je tamo gdje mlaz ulazi na slapište. Presjek mlaza u kojem je njegova dubina najmanja zove se stisnuti ili kontrahirani presjek. Dubina u stisnutom presjeku  $h_c$  uvijek je manja od kritične dubine  $h_{cr}$  a brzina je maksimalna.

Mlaz u slapište dolazi silovitim tokom dok vodotok nizvodno od brane može imati silovit ili miran tok. Ukoliko je silovit (dubina donje vode  $h_b < h_{cr}$ ) preljevni mlaz s donjom vodom spaja se jednoliko u obliku neprekidne krivulje. Ukoliko je miran ( $h_b > h_{cr}$ ), što je najčešće, prijelaz se može izvršiti samo preko hidrauličkog skoka. Oblik skoka ovisi o kinetičnosti vodotoka nizvodno od brane.

Smještaj hidrauličkog skoka ovisi o veličini specifične energije u kontrahiranom presjeku. Prijelaz iz silovitog u mirno stanje vrši se skokom sa spregnutim dubinama ( $h_c' \text{ i } h_c''$ ). Tri su tipa skoka:

- 1) granični – kad je  $h_b = h_c''$ , odnosno  $h_c' = h_c''$
- 2) odbačen – vrijedi  $h_b < h_c''$  (energija mlaza u stisnutom presjeku veća je od energije vodotoka s normalnom dubinom za veličinu veću od gubitaka energije u skoku)
- 3) potopljen - vrijedi  $h_b > h_c''$  (energija mirnog vodotoka veća je od energije mlaza u kontrahiranom presjeku za veličinu veću od gubitaka energije u skoku)

#### Određivanje dubine u kontrahiranom presjeku i spregnute dubine



Slika 7. Prikaz presjeka 0-0 i presjeka C-C s kontrahiranom dubinom

Za presjeka 0-0 i C-C postavi se Bernoullijeva jednadžba (slika 7.):

$$H + p + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} = E_0 = h_c + \frac{\alpha_c v_c^2}{2g} + h_{tr}$$

Pad tlačne visine:

$$h_{tr} = \Sigma \zeta \frac{v_c^2}{2g}$$

Brzina u kontrahiranom presjeku se izrazi formulom:

$$v_c = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c + \Sigma \zeta}} \sqrt{2g(E_0 - h_c)} = \varphi \sqrt{2g(E_0 - h_c)}$$

Uz pretpostavku da je duljina krune preljeva znatna, problem se promatra kao dvodimenzionalan. Protok po jedinici širine iznosi:

$$q = v_c h_c = \varphi h_c \sqrt{2g(E_0 - h_c)}$$

Da se izbjegniju iteracije, uveden je postupak koji podrazumijeva korištenje reletivnih dubina (postupak Agroskina). Relativna dubina u kontrahiranom presjeku  $\tau_c$  je:

$$\tau_c = \frac{h_c}{E_0}$$

Može se napisati:

$$\frac{q}{\varphi E_0^{3/2}} = \sqrt{2g} \tau_c \sqrt{1 - \tau_c} = \Phi(\tau_c)$$

Postupak proračuna je sljedeći:

Za pretpostavljenu širinu preljeva  $b$  i koeficijent brzine  $\varphi$  izračuna se funkcija  $\Phi(\tau_c)$ . (protok koji treba evakuirati niz preljev  $Q = qb$  je poznat)

$$\Phi(\tau_c) = \frac{q}{\varphi E_0^{3/2}}; \quad E_0 = H_0 + p; \quad q = m \sqrt{2g} H_0^{3/2}$$

Koeficijent protoka  $m$  se može uzeti u vrijednosti 0.49.

Iz tablice 2. se za dane vrijednosti  $\Phi(\tau_c)$  i  $\varphi$  očitaju relativne dubine  $\tau_c$  i  $\tau_c''$ .

Iz relacija  $\tau_c'' = \frac{h_c''}{E_0}$  i  $\tau_c = \frac{h_c}{E_0}$  izračunaju se dubina u kontrahiranom presjeku  $h_c$  (koja je ujedno i prva spregnuta dubina  $h_c'$ ) i druga spregnuta dubina  $h_c''$ .

Usporedbom dubine donje vode  $h_b$  i druge spregnute dubine  $h_c''$  provjeri se tip hidrauličkog skoka.

Obično se traži da je hidraulički skok potopljen. U protivnom potrebno je predvidjeti izgradnju bučnice, preljevog praga, kombinacije bučnice i preljevog praga ili neki drugi način umirenja vode.

Tablica 2.

$\Phi(\tau_c)$	$\tau_c$	$\tau_c''$					$\Phi(\tau_c)$	$\tau_c$	$\tau_c''$				
		$\varphi=0.80$	$\varphi=0.85$	$\varphi=0.90$	$\varphi=0.95$	$\varphi=1.00$			$\varphi=0.80$	$\varphi=0.85$	$\varphi=0.90$	$\varphi=0.95$	$\varphi=1.00$
0,01	0,0230	0,074	0,079	0,084	0,088	0,093	0,55	0,134	0,481	0,515	0,549	0,583	0,617
02	0045	105	105	118	125	132	60	147	497	532	567	602	638
03	0068	128	136	145	153	161	65	160	512	548	585	621	658
04	0090	147	157	166	176	185	70	174	526	563	601	638	676
05	0113	165	175	186	196	207	75	188	538	577	615	654	693
0,06	0,0134	0,179	0,190	0,202	0,213	0,225	0,80	0,202	0,549	0,589	0,629	0,668	0,708
07	0156	193	205	217	230	242	85	217	560	600	641	682	723
08	0178	205	218	232	245	258	90	232	569	611	653	695	736
09	0201	217	231	245	259	273	95	247	579	621	664	707	750
10	0228	227	242	257	272	288	1,00	263	585	629	672	716	759
0,12	0,0274	0,248	0,265	0,281	0,297	0,314	1,05	0,279	0,591	0,636	0,680	0,724	0,768
14	0320	266	284	301	319	336	10	296	596	641	686	732	777
16	0370	283	302	321	340	358	15	313	602	647	693	738	784
18	0418	299	319	339	357	378	20	330	606	652	698	744	790
20	0462	316	336	356	377	397	25	350	608	655	701	748	795
0,22	0,0510	0,324	0,347	0,370	0,392	0,415	1,30	0,370	0,609	0,656	0,704	0,751	0,798
24	0556	341	363	386	409	431	35	391	610	657	704	752	800
26	0596	352	376	400	424	448	40	412	608	656	704	752	800
28	0652	364	389	414	438	463	45	436	605	653	701	749	797
30	0701	375	401	426	452	477	50	461	605	648	696	744	793
0,35	0,0825	0,401	0,428	0,456	0,483	0,515	1,55	0,490	0,552	0,640	0,688	0,736	0,785
40	0950	424	453	472	501	540	60	523	579	627	675	723	771
45	107	445	476	506	537	568	63	546	589	616	664	711	759
50	120	464	491	518	545	573	66	574	553	601	648	696	742

Naravno, dobivene spregnute dubine mogu se provjeriti jednadžbom:

$$h_c'' = 0.5h_c(\sqrt{1+8Fr^2} - 1)$$

gdje je  $Fr = \frac{v_c}{\sqrt{gh_c}}$