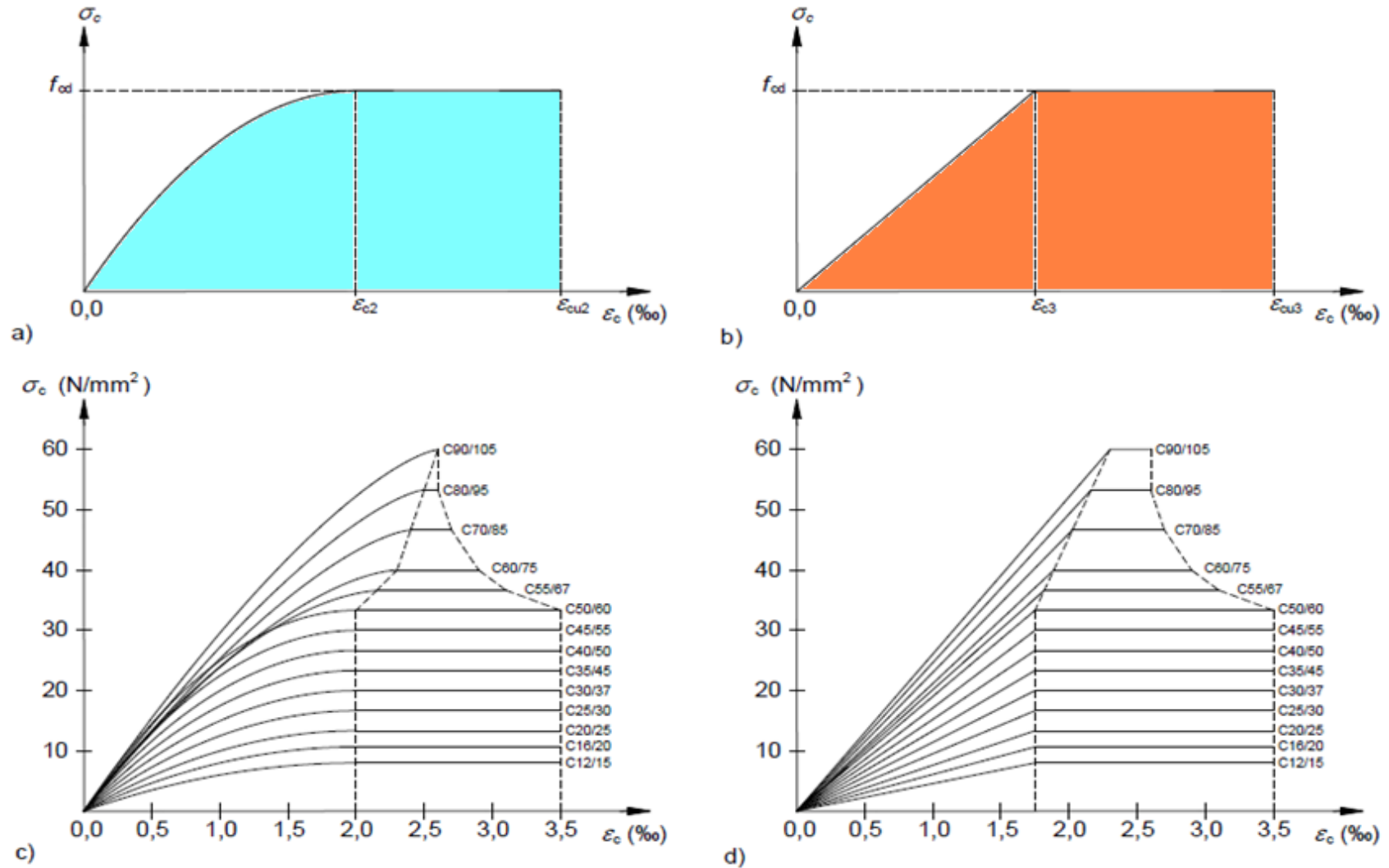


# BETONSKE KONSTRUKCIJE 3 M-1/r dijagrami

Izv. prof. dr. sc. Tomislav Kišiček dipl. ing. građ.

**NBK1.147** Slika 5.4 Proračunski dijagrami betona razreda od C12/15 do C90/105, lijevo: u obliku parabole-horizontalnog pravca; desno: bi-linearni, [4] **NBK1-100**



## NBK1-97, Tablica 4.1 Razredi čvrstoća betona

	Razredi betona													
$f_{ck}$ (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
$f_{ck,cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105
$f_{cm}$ (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98
$f_{ctm}$ (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0
$f_{ctk;0,05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5
$f_{ctk;0,95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6
$E_{cm}$ (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44
$\varepsilon_{c1}$ (‰)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8
$\varepsilon_{cu1}$ (‰)	3,5									3,2	3,0	2,8	2,8	2,8
$\varepsilon_{c2}$ (‰)	2,0									2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
$\varepsilon_{cu2}$ (‰)	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6
$n$	2,0									1,75	1,6	1,45	1,4	1,4
$\varepsilon_{c3}$ (‰)	1,75									1,8	1,9	2,0	2,2	2,3
$\varepsilon_{cu3}$ (‰)	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6

# M-1/r dijagram → primjer

- Potrebno je proračunati i nacrtati točke dijagrama (M-1/r) za neovijeni i ovijeni beton ( $\sigma_2 = 0,10 \cdot f_{ck}$ ) uz korištenje bilinearnog ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) dijagrama betona, za pravokutni presjek  $b/h/d = 35/55/50$  cm, za razred betona C30/37, te čelik B500B i armaturu  $5\phi 22$ .

# M-1/r dijagram → primjer

## □ Ulazni podaci:

□ Dimenzije presjeka:  $b/h/d=35/55/50$  cm

□ Ugrađena vlačna armatura:  $5\phi 22 = 19,01$  cm<sup>2</sup>

□ Beton: C30/37

□ tablica 3.1 iz EN 1992-1-1 ili tablica 4.1 u skriptama NBK1, str. 97.

□  $f_{ck} = 30$  N/mm<sup>2</sup> = 3,0 kN/cm<sup>2</sup>

□  $f_{ctm} = 2,9$  N/mm<sup>2</sup> = 0,29 kN/cm<sup>2</sup>

□  $E_{cm} = 33000$  N/mm<sup>2</sup> = 3300 kN/cm<sup>2</sup>

□  $\varepsilon_{c3} = 0,00175$

□  $\varepsilon_{cu3} = 0,0035$

□ Čelik: B500B

□  $f_{yk} = 500$  N/mm<sup>2</sup> = 50 kN/cm<sup>2</sup>

□  $E_s = 200000$  N/mm<sup>2</sup> = 20000 kN/cm<sup>2</sup>

# Točka (1) – Neovijeni beton

- Pojava prve pukotine u betonu – dosegnuta je vlačna čvrstoća maskimalno napregnutog vlakanca u poprečnom presjeku

$$I_0 = b \cdot h^3 / 12 = 35 \cdot 55^3 / 12 = 485260,42 \text{ cm}^4$$

$$y_{0d} = h / 2 = 27,5 \text{ cm}$$

$$\alpha_e = E_s / E_{cm} = 200000 / 33000 = 6,06$$

- Položaj neutralne osi za stanje naprezanja I (beton + armatura)

$$y_{ld} = \frac{(\alpha_e - 1) \cdot A_s \cdot d_1 + (b \cdot h^2) / 2}{(\alpha_e - 1) \cdot A_s + b \cdot h} = \frac{(6,06 - 1) \cdot 19,01 \cdot 5,0 + (35 \cdot 55^2) / 2}{(6,06 - 1) \cdot 19,01 + 35 \cdot 55} = 26,43 \text{ cm}$$

$$y_{lg} = h - y_{ld} = 55 - 26,43 = 28,57 \text{ cm}$$

# Točka (1) – Neovijeni beton

- Moment tromosti poprečnog presjeka za stanje naprezanja I (beton +armatura)

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left( \frac{h}{2} - y_{lg} \right)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_s \cdot (d - y_{lg})^2 = \\ &= \frac{35 \cdot 55^3}{12} + 35 \cdot 55 \cdot \left( \frac{55}{2} - 28,57 \right)^2 + (6,06 - 1) \cdot 19,01 \cdot (50 - 28,57)^2 = \\ &= 531644,68 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

- Moment savijanja kod pojave prve pukotine:

$$M_{cr} = \frac{f_{ctm} \cdot I_0}{y_{0d}} = \frac{0,29 \cdot 485260,42}{27,5} = 5117,29 \text{ kNcm} = 51,17 \text{ kNm}$$

- Zakrivljenost:

$$\frac{1}{r_{cr}} = \frac{M_{cr}}{E_{cm} \cdot I_1} = \frac{5117,29}{3300 \cdot 531644,68} = 2,91 \cdot 10^{-6} \text{ 1/cm} = 2,91 \cdot 10^{-4} \text{ 1/m}$$

## Točka (2) – Neovijeni beton

- Pojava popuštanja vlačne armature. Za **bilinearni** proračunski dijagram betona

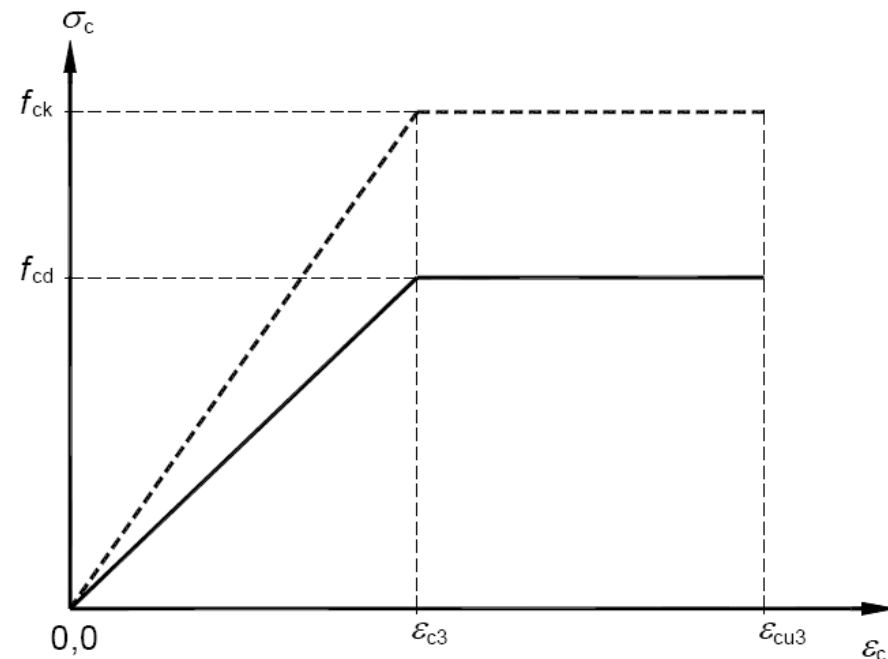
$$\varepsilon_s = \varepsilon_{sy} = f_{yk} / E_s = 500 / 200000 = 0,0025$$

$$\sigma_s = f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2 = 50 \text{ kN/cm}^2$$

- Za beton C30/37:

- $\varepsilon_{c3} = 1,75 \text{ ‰} = 0,00175$

- $\varepsilon_{cu3} = 3,5 \text{ ‰} = 0,0035$

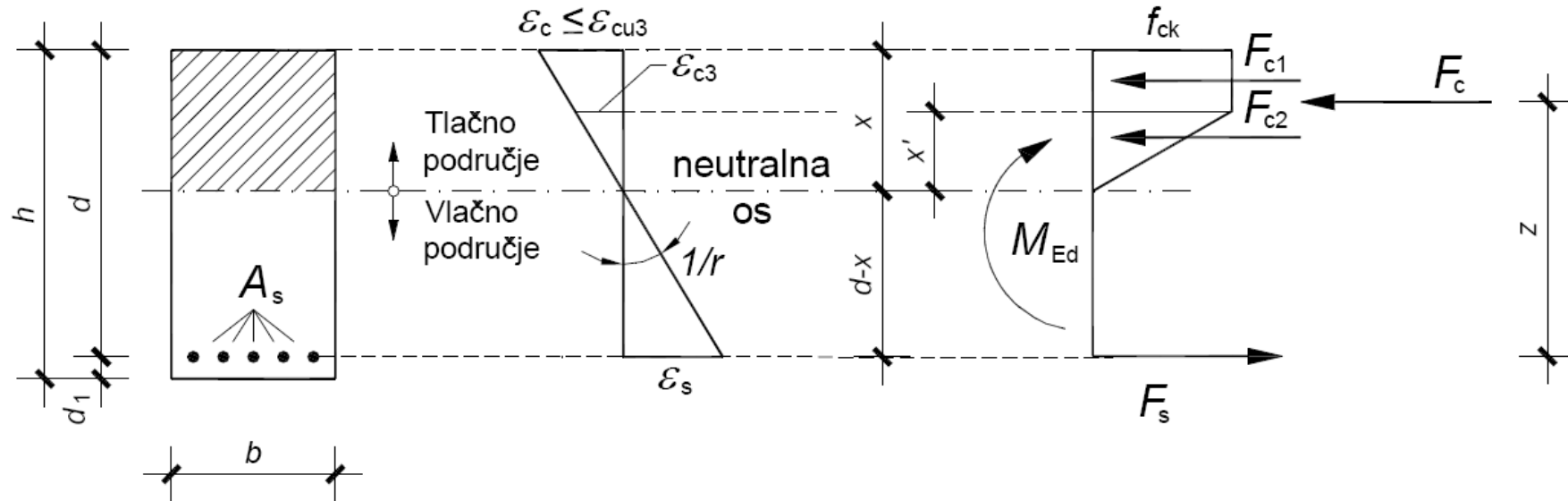




# Točka (2) – Neovijeni beton

## Unutarnje sile u poprečnom presjeku

- Za **bilinearni** proračunski dijagram betona



## Točka (2) – Neovijeni beton

- Sila u vlačnoj armaturi:  $F_s = A_s \cdot f_{yk} = 19,01 \cdot 50 = 950,5 \text{ kN}$
- Iz uvjeta ravnoteže unutarnjih sila u poprečnom presjeku treba proračunati relativnu tlačnu deformaciju betona,  $\varepsilon_c$ .
- Kod određivanja rezultante tlačnih naprezanja u betonu moguća su dva slučaja:
  - $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c3} \rightarrow$  linearna raspodjela naprezanja u tlačnom dijelu betona  $\rightarrow$  1. SLUČAJ
  - $\varepsilon_{c3} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu3} \rightarrow$  bilinearna raspodjela naprezanja u tlačnom dijelu betona  $\rightarrow$  2. SLUČAJ

## Točka (2) – Neovijeni beton

- Za beton C30/37 i armaturu B500B, granični koeficijent armiranja očitano je iz **tablice 1.1, (str. iza)** i iznosi:

$$\rho_{s,gr,2} = 0,012353$$

- Koeficijent armiranja poprečnog presjeka jest:

$$\rho_s = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{19,01}{35 \cdot 50} = 0,010862$$

- $\rho_s = 0,010862 < \rho_{s,gr,2} = 0,012353 \rightarrow$

$\rightarrow \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c3}$  (linearna raspodjela naprezanja u tlačnom dijelu betona)  $\rightarrow$  1. SLUČAJ

# Točka (2) – Neovijeni beton

Tablica 1.1 Granični koeficijenti armiranja bilinearnog dijagrama tlačnih naprezanja u betonu,  $\rho_{s,gr,2}$ , za točku (2) dijagrama, za neovijeni beton prema izrazu (1.27)

Beton	Čelik		B500A	B500B	B450C
	$\varepsilon_{c3}$	$\varepsilon_{cu3}$	$\rho_{s,gr,2}$	$\rho_{s,gr,2}$	$\rho_{s,gr,2}$
C12/15	1,75	3,5	0,004941	0,004941	0,005833
C16/20	1,75	3,5	0,006588	0,006588	0,007778
C20/25	1,75	3,5	0,008235	0,008235	0,009722
C25/30	1,75	3,5	0,010294	0,010294	0,012153
C30/37	1,75	3,5	0,012353	0,012353	0,014583
C35/45	1,75	3,5	0,014412	0,014412	0,017014
C40/50	1,75	3,5	0,016471	0,016471	0,019444
C45/55	1,75	3,5	0,018529	0,018529	0,021875
C50/60	1,75	3,5	0,020588	0,020588	0,024306
C55/67	1,8	3,1	0,023023	0,023023	0,02716
C60/75	1,9	2,9	0,025909	0,025909	0,030522
C70/85	2	2,7	0,031111	0,031111	0,036601
C80/95	2,2	2,6	0,037447	0,037447	0,043945
C90/105	2,3	2,6	0,043125	0,043125	0,050549

## Točka (2) – Neovijeni beton

□ 1. slučaj:  $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c3}$  → linearna raspodjela naprezanja u tlačnom dijelu betona

□ Izjednačavanjem izraza za sile u betonu i armaturi dobije se kvadratna jednačina,

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{f_{ck}}{\varepsilon_{c3}} \cdot b \cdot d \cdot \varepsilon_c^2 - A_s \cdot f_{yk} \cdot \varepsilon_c - A_s \cdot f_{yk} \cdot \varepsilon_{sy} = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3,0}{0,00175} \cdot 35 \cdot 50 \cdot \varepsilon_c^2 - 19,01 \cdot 50 \cdot \varepsilon_c - 19,01 \cdot 50 \cdot 0,0025 = 0$$

$$1500000 \cdot \varepsilon_c^2 - 950,5 \cdot \varepsilon_c - 2,37625 = 0$$

čije rješenje jest relativna deformacija betona,  $\varepsilon_c = 0,001615$

## Točka (2) – Neovijeni beton

□ 1. slučaj:  $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c3}$  → linearna raspodjela naprezanja u tlačnom dijelu betona

□ Debljina tlačnog područja poprečnog presjeka:

$$x = x_y = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_{sy}} \cdot d = \frac{0,001615}{0,001615 + 0,0025} \cdot 50 = 19,62 \text{ cm}$$

□ krak unutarnjih sila u trenutku popuštanja armature,  $z_y$ :

$$z_y = d - \frac{x_y}{3} = 50 - \frac{19,62}{3} = 43,46 \text{ cm}$$

□ Maksimalno tlačno naprezanje betona:

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot \frac{f_{ck}}{\varepsilon_{c3}} = 0,001615 \cdot \frac{3,0}{0,00175} = 2,77 \text{ kN/cm}^2$$

## Točka (2) – Neovijeni beton

□ 1. slučaj:  $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c3} \rightarrow$  linearna raspodjela naprezanja u tlačnom dijelu betona

□ Sila u betonu:

$$F_c = \frac{1}{2} \cdot \sigma_c \cdot x_y \cdot b = \frac{1}{2} \cdot 2,77 \cdot 19,62 \cdot 35 = 951,08 \text{ kN} \approx F_s = 950,5 \text{ kN}$$

□ Moment savijanja iznosi :

$$M_y = F_s \cdot z_y = 950,5 \cdot 43,46 = 41308,73 \text{ kNcm} = 413,08 \text{ kNm}$$

□ Zakrivljenost poprečnog presjeka:

$$\frac{1}{r_y} = \frac{|\varepsilon_{sy}|}{d - x_y} = \frac{0,0025}{50 - 19,62} = 8,229 \cdot 10^{-5} \text{ 1/cm} = 8,229 \cdot 10^{-3} \text{ 1/m}$$

# Točka (3) – Neovijeni beton

## Slom poprečnog presjeka

### Preko betona

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu3}$$

### Preko armature

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{su}$$

- Hoće li slom nastati preko betona ili armature ovisi o koeficijentu armiranja ugrađene armature i o graničnom koeficijentu armiranja



## Točka (3) – Neovijeni beton

- Za beton C30/37 i armaturu B500B, granični koeficijent armiranja očitano je iz tablice 1.3 i iznosi:

$$\rho_{s,gr,3u} = 0,002944$$

- Koeficijent armiranja poprečnog presjeka jest:

$$\rho_s = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{19,01}{35 \cdot 50} = 0,010862$$

- $\rho_s = 0,010862 > \rho_{s,gr,3u} = 0,002944 \rightarrow$   
 $\rightarrow$  Slom preko betona

# Točka (3) – Neovijeni beton

Tablica 1.3 Granični koeficijenti armiranja bilinearnog dijagrama tlačnih naprezanja u betonu,  $\rho_{s,gr,3u}$ , koji određuje vrstu sloma, za neovijeni beton prema izrazu (1.50)

Beton	Čelik		B500A	B500B	B450C
	$\epsilon_{c3}$	$\epsilon_{cu3}$	$\rho_{s,gr,3u}$	$\rho_{s,gr,3u}$	$\rho_{s,gr,3u}$
C12/15	1,75	3,5	0,002211	0,001178	0,000892
C16/20	1,75	3,5	0,002947	0,00157	0,001189
C20/25	1,75	3,5	0,003684	0,001963	0,001486
C25/30	1,75	3,5	0,004605	0,002453	0,001858
C30/37	1,75	3,5	0,005526	0,002944	0,002229
C35/45	1,75	3,5	0,006447	0,003435	0,002601
C40/50	1,75	3,5	0,007368	0,003925	0,002972
C45/55	1,75	3,5	0,008289	0,004416	0,003344
C50/60	1,75	3,5	0,009211	0,004907	0,003715
C55/67	1,8	3,1	0,008612	0,004557	0,003443
C60/75	1,9	2,9	0,008387	0,004423	0,003338
C70/85	2	2,7	0,008592	0,004516	0,003403
C80/95	2,2	2,6	0,008696	0,004563	0,003436
C90/105	2,3	2,6	0,009457	0,004962	0,003737

## Točka (3) – Neovijeni beton

❑ Slom preko betona tj. kada armature ima više od  $A_{s,max}$  što je nepovoljno

❑ Relativna deformacija betona u tlačnom području je  $\varepsilon_{cu3}$

❑ Proračunava se relativna deformacija armature  $\varepsilon_s$  između vrijednosti  $\varepsilon_{sy}$  i  $\varepsilon_{su}$ , tj.

$$\varepsilon_{sy} = (f_{yk} / E_s) < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su}$$

❑ Za B500A  $\rightarrow \varepsilon_{su} = 25,0\%$

❑ Za B500B  $\rightarrow \varepsilon_{su} = 50,0\%$

❑ Za B450C  $\rightarrow \varepsilon_{su} = 75,0\%$

❑ Za  $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu3} \rightarrow$  bilinearma raspodjela u tlačnom dijelu betona

# Točka (3) – Neovijeni beton

## □ Slom preko betona

- Izjednačavanjem izraza za sile u betonu i armaturi određuje se relativna deformacija armature,  $\varepsilon_s$

$$\begin{aligned}\varepsilon_s &= \frac{f_{ck} \cdot b \cdot d \cdot \left( \varepsilon_{cu3} - \frac{\varepsilon_{c3}}{2} \right) - A_s \cdot f_{yk} \cdot \varepsilon_{cu3}}{A_s \cdot f_{yk}} = \\ &= \frac{3,0 \cdot 35 \cdot 50 \cdot \left( 0,0035 - \frac{0,00175}{2} \right) - 19,01 \cdot 50 \cdot 0,0035}{19,01 \cdot 50} = \\ &= 0,010999\end{aligned}$$

$$\varepsilon_{sy} = 0,0025 < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su} = 0,05$$

# Točka (3) – Neovijeni beton

## ☐ Slom preko betona

☐ Sila u armaturi:  $F_s = A_s \cdot f_{yk} = 19,01 \cdot 50 = 950,5 \text{ kN}$

☐ Debljina tlačnog područja poprečnog presjeka:

$$x = x_u = \frac{\varepsilon_{cu3}}{\varepsilon_{cu3} + \varepsilon_s} \cdot d = \frac{0,0035}{0,0035 + 0,010999} \cdot 50 = 12,07 \text{ cm}$$

☐ Udaljenost vlakanca sa relativnom deformacijom betona,  $\varepsilon_{c3}$ , od neutralne osi:

$$x'_u = \frac{\varepsilon_{c3}}{\varepsilon_{cu3}} \cdot x_u = \frac{0,00175}{0,0035} \cdot 12,07 = 6,035 \text{ cm}$$

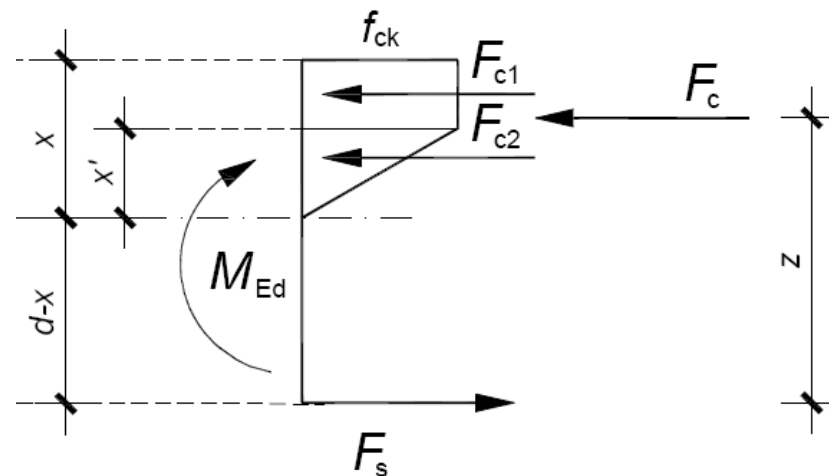
☐ Sila u betonu:

$$F_c = f_{ck} \cdot x_u \cdot b - \frac{1}{2} \cdot f_{ck} \cdot x'_u \cdot b = f_{ck} \cdot b \cdot \left( x_u - \frac{1}{2} \cdot x'_u \right) = 3,0 \cdot 35 \cdot \left( 12,07 - \frac{1}{2} \cdot 6,035 \right) = 950,5 \text{ kN}$$

# Točka (3) – Neovijeni beton

## ☐ Slom preko betona

- ☐ Kako bi se proračunao krak unutarnjih sila u trenutku popuštanja armature,  $z_u$  potrebno je odrediti položaj sile u betonu,  $F_c$ , koja se može rastaviti na dvije komponente,  $F_{c1}$  i  $F_{c2}$ :



# Točka (3) – Neovijeni beton

## ☐ Slom preko betona

- ☐ Komponente sile u betonu i njihova udaljenost od gornjeg ruba poprečnog presjeka:

$$F_{c1} = f_{ck} \cdot (x_u - x'_u) \cdot b = 3,0 \cdot (12,07 - 6,035) \cdot 35 = 633,68 \text{ kN}$$

$$\frac{x_u - x'_u}{2} = \frac{12,07 - 6,035}{2} = 3,08 \text{ cm}$$

$$F_{c2} = \frac{1}{2} \cdot f_{ck} \cdot x'_u \cdot b \text{ ili } F_{c2} = F_c - F_{c1} = 950,5 - 633,68 = 316,82 \text{ kN}$$

$$x_u - \frac{2 \cdot x'_u}{3} = 12,07 - \frac{2 \cdot 6,035}{3} = 8,05 \text{ cm}$$

# Točka (3) – Neovijeni beton

## ☐ Slom preko betona

☐ Udaljenost rezultantne sile u betonu  $F_c$  od gornjeg ruba presjeka,

$x_{Tu}$ :

$$\begin{aligned}x_{Tu} &= \frac{F_{c1} \cdot \frac{x_u - x'_u}{2} + F_{c2} \cdot \left( x_u - \frac{2 \cdot x'_u}{3} \right)}{F_{c1} + F_{c2}} = \\ &= \frac{633,68 \cdot 3,08 + 316,82 \cdot 8,05}{633,68 + 316,82} = 4,74 \text{ cm}\end{aligned}$$

☐ Krak unutarnjih sila:

$$z_u = d - x_{Tu} = 50 - 4,74 = 45,26 \text{ cm}$$



# Točka (3) – Neovijeni beton

## ☐ Slom preko betona

☐ Moment savijanja iznosi:

$$M_u = F_c \cdot z_u = 950,5 \cdot 45,26 = 43019,63 \text{ kNcm} = 430,20 \text{ kNm}$$

☐ Zakrivljenost poprečnog presjeka:

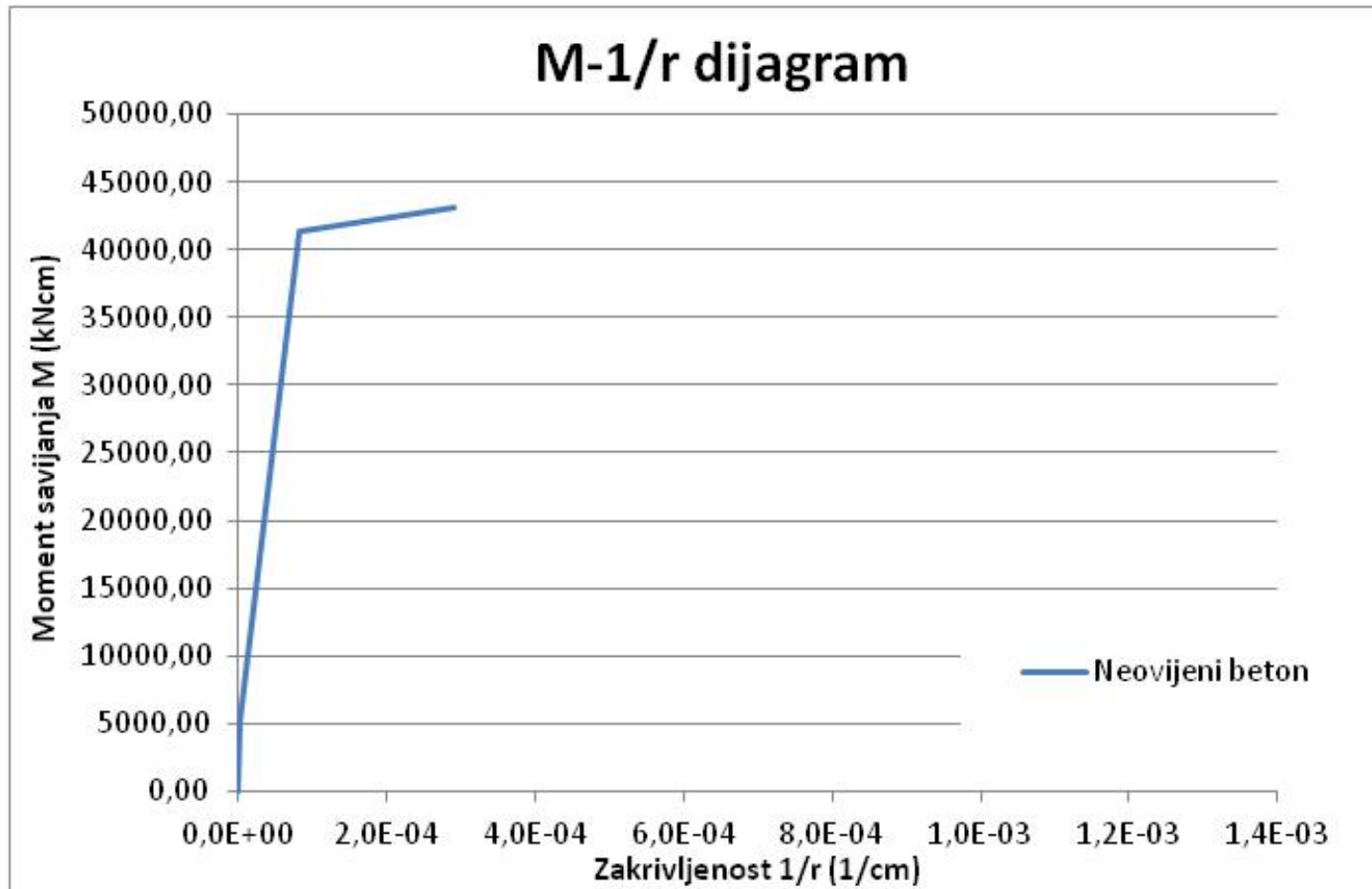
$$\frac{1}{r_u} = \frac{\varepsilon_{cu3}}{x_u} = \frac{0,0035}{12,07} = 2,90 \cdot 10^{-4} \text{ 1/cm} = 2,90 \cdot 10^{-2} \text{ 1/m}$$

☐ Koeficijent duktilnosti:

$$\delta = \frac{\left( \frac{1}{r_u} \right)}{\left( \frac{1}{r_y} \right)} = \frac{2,90 \cdot 10^{-4}}{8,229 \cdot 10^{-5}} = 3,52$$

# Točka (3) – Neovijeni beton

## □ Dijagram M-1/r:



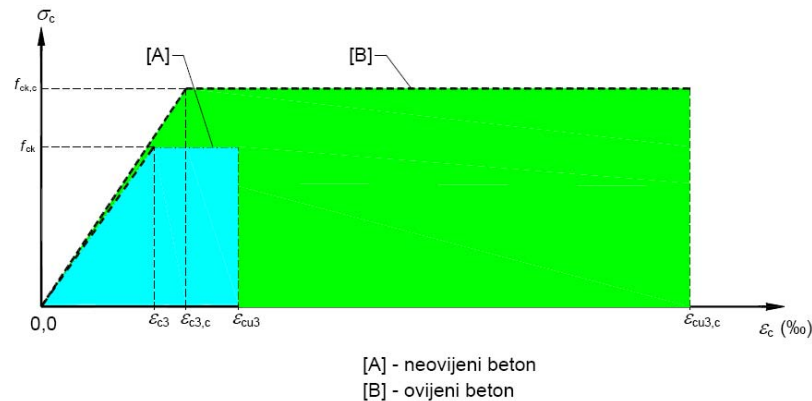
# Ovijeni beton

- Karakteristična tlačna čvrstoća ovijenog betona:

$$f_{ck,c} = f_{ck} \left( 1,125 + 2,5 \sigma_2 / f_{ck} \right) \text{ za } \sigma_2 > 0,05 \cdot f_{ck} \text{ tj. } \sigma_2 = 0,1 \cdot f_{ck} > 0,05 \cdot f_{ck}$$

$$f_{ck,c} = 30 \cdot (1,125 + 2,5 \cdot 3,0 / 30) = 41,25 \text{ N/mm}^2$$

- Relativne deformacije ovijenog betona:



$$\varepsilon_{c3,c} = \varepsilon_{c3} \cdot \left( f_{ck,c} / f_{ck} \right)^2 = 0,00175 \cdot (41,25 / 30)^2 = 0,00331$$

$$\varepsilon_{cu3,c} = \varepsilon_{cu3} + 0,2 \cdot \sigma_2 / f_{ck} = 0,0035 + 0,2 \cdot 3,0 / 30 = 0,0235$$

# Ovijeni beton

❑ Vlačna čvrstoća i modul elastičnosti ovijenog betona:

❑ Srednja vlačna čvrstoća za betone  $f_{ck} \leq 50$  MPa:

$$f_{ctm,c} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck,c}^2} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{41,25^2} = 3,58 \text{ N/mm}^2 = 0,36 \text{ kN/cm}^2$$

❑ Srednja tlačna čvrstoća:

$$f_{cm,c} = f_{ck,c} \cdot \left(1 + \frac{8,0}{f_{ck}}\right) = 41,25 \cdot \left(1 + \frac{8,0}{30}\right) = 52,25 \text{ N/mm}^2$$

Veličine  $f_{ctm,c}$ ;  $f_{ck,c}$ ;  $f_{cm,c}$ ;  $f_{ck}$ ; te brojke 10 i 8 dane su u  $\text{N/mm}^2$

❑ Sekantni modul elastičnosti betona:

$$E_{cm,c} = 22000 \cdot \left(\frac{f_{cm,c}}{10}\right)^{0,3} = 22000 \cdot \left(\frac{52,25}{10}\right)^{0,3} = 36128,4 \text{ N/mm}^2 = 3612,84 \text{ kN/cm}^2$$

$E_{cm,c}$ ,  $f_{cm,c}$  i brojka 10 dani su u  $\text{N/mm}^2$

# Točka (1) – Ovijeni beton

- Pojava prve pukotine u betonu – dosegnuta je vlačna čvrstoća maskimalno napregnutog vlakanca u poprečnom presjeku

$$I_0 = 485260,42 \text{ cm}^4$$

$$y_{0d} = 27,5 \text{ cm}$$

$$\alpha_e = E_s/E_{cm} = 200000/36128,4 = 5,54$$

- Položaj neutralne osi za stanje naprezanja I (beton +armatura)

$$y_{ld} = \frac{(\alpha_e - 1) \cdot A_s \cdot d_1 + (b \cdot h^2) / 2}{(\alpha_e - 1) \cdot A_s + b \cdot h} = \frac{(5,54 - 1) \cdot 19,01 \cdot 5,0 + (35 \cdot 55^2) / 2}{(5,54 - 1) \cdot 19,01 + 35 \cdot 55} =$$
$$= 26,53 \text{ cm}$$

$$y_{lg} = h - y_{ld} = 55 - 26,53 = 28,47 \text{ cm}$$

# Točka (1) – Ovijeni beton

- Moment tromosti poprečnog presjeka za stanje naprezanja I (beton +armatura)

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left( \frac{h}{2} - y_{lg} \right)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_s \cdot (d - y_{lg})^2 = \\ &= \frac{35 \cdot 55^3}{12} + 35 \cdot 55 \cdot \left( \frac{55}{2} - 28,47 \right)^2 + (5,54 - 1) \cdot 19,01 \cdot (50 - 28,47)^2 = \\ &= 527077,73 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

- Moment savijanja kod pojave prve pukotine:

$$M_{cr,c} = \frac{f_{ctm,c} \cdot I_0}{y_{0d}} = \frac{0,36 \cdot 485260,42}{27,5} = 6352,5 \text{ kNcm} = 63,53 \text{ kNm}$$

- Zakrivljenost:

$$\frac{1}{r_{cr,c}} = \frac{M_{cr,c}}{E_{cm,c} \cdot I_1} = \frac{6352,5}{3612,84 \cdot 527077,73} = 3,336 \cdot 10^{-6} \text{ 1/cm} = 3,336 \cdot 10^{-4} \text{ 1/m}$$

## Točka (2) – Ovijeni beton

- Pojava popuštanja vlačne armature. Za **bilinearni** proračunski dijagram betona

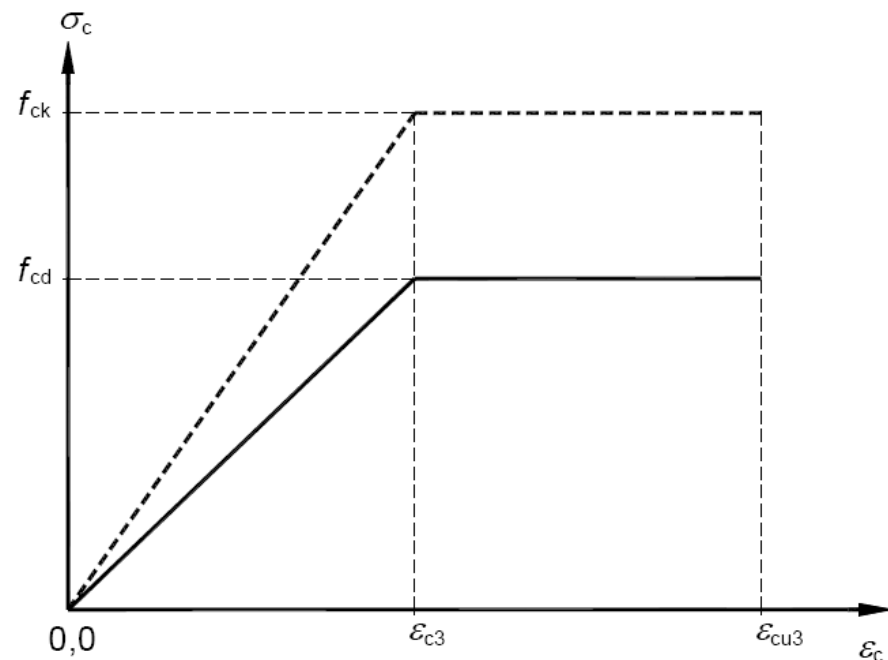
$$\varepsilon_s = \varepsilon_{sy} = f_{yk} / E_s = 500 / 200000 = 0,0025$$

$$\sigma_s = f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2 = 50 \text{ kN/cm}^2$$

- Za ovijeni beton C30/37:

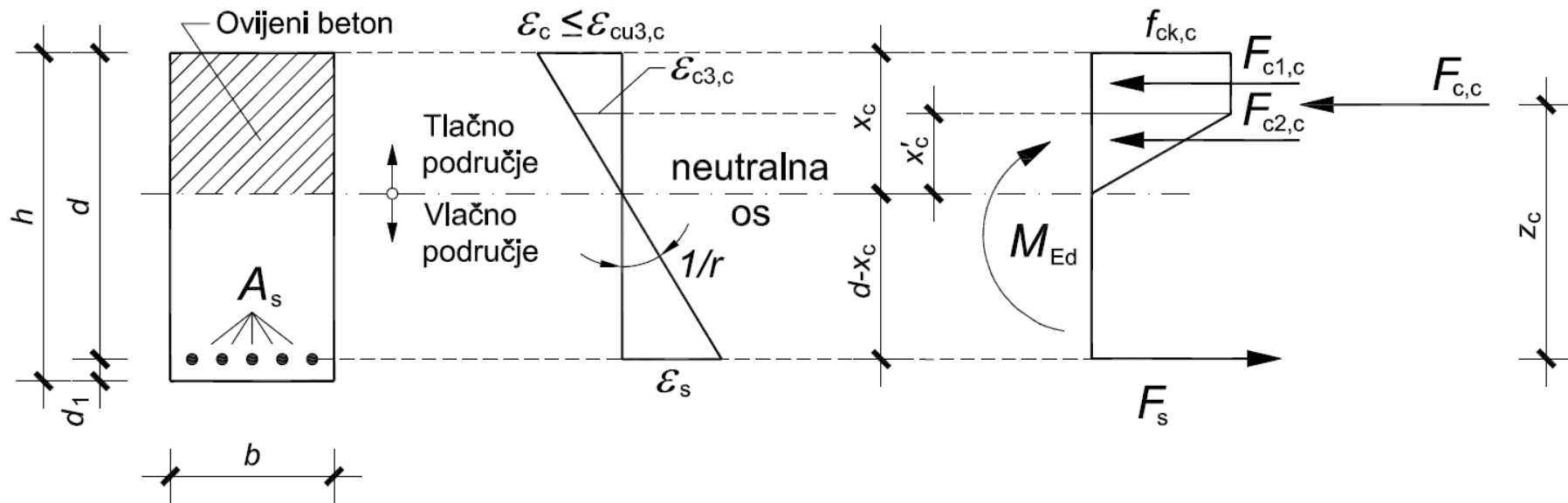
- $\varepsilon_{c3,c} = 3,31 \text{ ‰} = 0,00331$

- $\varepsilon_{cu3,c} = 23,5 \text{ ‰} = 0,0235$



# Točka (2) – Ovijeni beton

## □ Unutarnje sile u poprečnom presjeku





## Točka (2) – Ovijeni beton

- Sila u vlačnoj armaturi:  $F_s = A_s \cdot f_{yk} = 19,01 \cdot 50 = 950,5 \text{ kN}$
- Iz uvjeta ravnoteže unutarnjih sila u poprečnom presjeku treba proračunati relativnu tlačnu deformaciju betona,  $\varepsilon_c$ .
- Kod određivanja rezultante tlačnih naprezanja u betonu moguća su dva slučaja:
  - $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c3,c} \rightarrow$  linearna raspodjela naprezanja u tlačnom dijelu betona  $\rightarrow$  1. SLUČAJ
  - $\varepsilon_{c3,c} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu3,c} \rightarrow$  bilinearna raspodjela naprezanja u tlačnom dijelu betona  $\rightarrow$  2. SLUČAJ

## Točka (2) – Ovijeni beton

- Za ovijeni beton C30/37 i armaturu B500B, granični koeficijent armiranja iznosi:

$$\rho_{s,gr,2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{f_{ck,c}}{f_{yk}} \cdot \left( \frac{\varepsilon_{c3,c}}{\varepsilon_{sy} + \varepsilon_{c3,c}} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4,125}{50} \cdot \left( \frac{0,00331}{0,0025 + 0,00331} \right) = 0,0235$$

- Koeficijent armiranja poprečnog presjeka jest:

$$\rho_s = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{19,01}{35 \cdot 50} = 0,010862$$

- $\rho_s = 0,010862 < \rho_{s,gr,2} = 0,0235 \rightarrow$

$\rightarrow \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c3,c}$  (linearna raspodjela naprezanja u tlačnom dijelu betona)  $\rightarrow$  1. SLUČAJ

## Točka (2) – Ovijeni beton

□ 1. slučaj:  $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c3,c} \rightarrow$  linearna raspodjela naprezanja u tlačnom dijelu betona

□ Izjednačavanjem izraza za sile u betonu i armaturi dobije se kvadratna jednačina,

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{f_{ck,c}}{\varepsilon_{c3,c}} \cdot b \cdot d \cdot \varepsilon_c^2 - A_s \cdot f_{yk} \cdot \varepsilon_c - A_s \cdot f_{yk} \cdot \varepsilon_{sy} = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4,125}{0,00331} \cdot 35 \cdot 50 \cdot \varepsilon_c^2 - 19,01 \cdot 50 \cdot \varepsilon_c - 19,01 \cdot 50 \cdot 0,0025 = 0$$

$$1090445,62 \cdot \varepsilon_c^2 - 950,5 \cdot \varepsilon_c - 2,37625 = 0$$

čije rješenje jest relativna deformacija betona,  $\varepsilon_c = 0,001975$

## Točka (2) – Ovijeni beton

□ 1. slučaj:  $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c3,c}$  → linearna raspodjela naprezanja u tlačnom dijelu betona

□ Debljina tlačnog područja poprečnog presjeka:

$$x = x_{y,c} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_{sy}} \cdot d = \frac{0,001975}{0,001975 + 0,0025} \cdot 50 = 22,07 \text{ cm}$$

□ krak unutarnjih sila u trenutku popuštanja armature,  $z_y$ :

$$z_y = d - \frac{x_y}{3} = 50 - \frac{22,07}{3} = 42,64 \text{ cm}$$

□ Maksimalno tlačno naprezanje betona:

$$\sigma_{c,c} = \varepsilon_c \cdot \frac{f_{ck,c}}{\varepsilon_{c3,c}} = 0,001975 \cdot \frac{4,125}{0,00331} = 2,46 \text{ kN/cm}^2$$

## Točka (2) – Ovijeni beton

□ 1. slučaj:  $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c3,c} \rightarrow$  linearna raspodjela naprezanja u tlačnom dijelu betona

□ Sila u betonu:

$$F_{c,c} = \frac{1}{2} \cdot \sigma_{c,c} \cdot x_{y,c} \cdot b = \frac{1}{2} \cdot 2,46 \cdot 22,07 \cdot 35 = 950,1 \text{ kN} \approx F_s = 950,5 \text{ kN}$$

□ Moment savijanja iznosi :

$$M_{y,c} = F_s \cdot z_{y,c} = 950,5 \cdot 42,64 = 40529,32 \text{ kNcm} = 405,29 \text{ kNm}$$

□ Zakrivljenost poprečnog presjeka:

$$\frac{1}{r_{y,c}} = \frac{|\varepsilon_{sy}|}{d - x_{y,c}} = \frac{0,0025}{50 - 22,07} = 8,951 \cdot 10^{-5} \text{ 1/cm} = 8,951 \cdot 10^{-3} \text{ 1/m}$$

# Točka (3) – Ovijeni beton

## Slom poprečnog presjeka

### Preko betona

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu3,c}$$

### Preko armature

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{su}$$

- Hoće li slom nastati preko betona ili armature ovisi o koeficijentu armiranja ugrađene armature i o graničnom koeficijentu armiranja

## Točka (3) – Ovijeni beton

- Za ovijeni beton C30/37 i armaturu B500B, granični koeficijent armiranja iznosi:

$$\rho_{s,gr,3u} = \frac{f_{ck,c}}{f_{yk}} \cdot \frac{\left( \varepsilon_{cu3,c} - \frac{\varepsilon_{c3,c}}{2} \right)}{\varepsilon_{cu3,c} + \varepsilon_{su}} = \frac{4,125}{50} \cdot \frac{\left( 0,0235 - \frac{0,00331}{2} \right)}{0,0235 + 0,05} = 0,02452$$

- Koeficijent armiranja poprečnog presjeka jest:

$$\rho_s = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{19,01}{35 \cdot 50} = 0,010862$$

- $\rho_s = 0,010862 < \rho_{s,gr,3u} = 0,02452 \rightarrow$   
 $\rightarrow$  Slom preko armature

## Točka (3) – Ovijeni beton

❑ Slom preko armature tj. kada armature ima manje od

$A_{s,max}$  što je povoljno

❑ Relativna deformacija vlačne armature  $\varepsilon_s = \varepsilon_{su}$

❑ Za B500A  $\rightarrow \varepsilon_{su} = 25,0\%$

❑ Za B500B  $\rightarrow \varepsilon_{su} = 50,0\%$

❑ Za B450C  $\rightarrow \varepsilon_{su} = 75,0\%$

❑ Proračunava se relativna deformacija betona  $\varepsilon_c$  između vrijednosti

0 i  $\varepsilon_{cu3,c}$ , tj.:

$$0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu3,c}$$

❑ Sila u vlačnoj armaturi:  $F_s = A_s \cdot f_{yk} = 19,01 \cdot 50 = 950,5 \text{ kN}$



# Točka (3) – Ovijeni beton

## ☐ Slom preko armature

- ☐ Rezultanta tlačnih naprezanja u betonu i krak unutarnjih sila određuju se tako da se iz uvjeta ravnoteže unutarnjih sila u poprečnom presjeku proračuna relativna tlačna deformacija betona,  $\varepsilon_c$ .
- ☐ Kod određivanja rezultante tlačnih naprezanja u betonu moguća su dva slučaja:
  - ☐  $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c3,c}$  → linearna raspodjela naprezanja u tlačnom dijelu betona
  - ☐  $\varepsilon_{c3,c} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu3,c}$  → bilinearna raspodjela naprezanja u tlačnom dijelu betona

## Točka (3) – Ovijeni beton

- Za ovijeni beton C30/37 i armaturu B500B, granični koeficijent armiranja iznosi:

$$\rho_{s,gr,3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{f_{ck,c}}{f_{yk}} \cdot \left( \frac{\varepsilon_{c3,c}}{\varepsilon_{su} + \varepsilon_{c3,c}} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4,125}{50} \cdot \left( \frac{0,00331}{0,05 + 0,00331} \right) = 0,00256$$

- Koeficijent armiranja poprečnog presjeka jest:

$$\rho_s = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{19,01}{35 \cdot 50} = 0,010862$$

- $\rho_s = 0,010862 > \rho_{s,gr,3} = 0,00256 \rightarrow$

$\rightarrow \varepsilon_c > \varepsilon_{c3,c}$  (bilinearna raspodjela naprezanja u tlačnom dijelu betona)  $\rightarrow$  2. SLUČAJ

# Točka (3) – Ovijeni beton

## ☐ Slom preko armature

☐ 2. slučaj:  $\varepsilon_c \geq \varepsilon_{c3,c} \rightarrow$  **bilinearna raspodjela naprezanja u tlačnom dijelu betona**

☐ Relativna deformacija betona:

$$\varepsilon_c = \frac{A_s \cdot f_{yk} \cdot \varepsilon_{su} + f_{ck,c} \cdot b \cdot d \cdot \frac{\varepsilon_{c3,c}}{2}}{f_{ck,c} \cdot b \cdot d - A_s \cdot f_{yk}} = \frac{19,01 \cdot 50 \cdot 0,05 + 4,125 \cdot 35 \cdot 50 \cdot \frac{0,00331}{2}}{4,125 \cdot 35 \cdot 50 - 19,01 \cdot 50} = 0,009488$$

☐ Debljina tlačnog područja poprečnog presjeka:

$$x = x_{u,c} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_{su}} \cdot d = \frac{0,009488}{0,009488 + 0,05} \cdot 50 = 7,97 \text{ cm}$$

# Točka (3) – Ovijeni beton

## ☐ Slom preko armature

☐ 2. slučaj:  $\varepsilon_c \geq \varepsilon_{c3,c} \rightarrow$  **bilinearna raspodjela naprezanja u tlačnom dijelu betona**

☐ Udaljenost vlakanca sa relativnom deformacijom betona,  $\varepsilon_{c3}$ , od neutralne osi:

$$x'_{u,c} = \frac{\varepsilon_{c3,c}}{\varepsilon_c} \cdot x_{u,c} = \frac{0,00331}{0,009488} \cdot 7,97 = 2,78 \text{ cm}$$

☐ Sila u betonu:  $F_c = f_{ck} \cdot x_y \cdot b - \frac{1}{2} \cdot f_{ck} \cdot x'_y \cdot b = \frac{f_{ck} \cdot b \cdot d}{\varepsilon_c + \varepsilon_{sy}} \left( \varepsilon_c - \frac{\varepsilon_{c3}}{2} \right)$

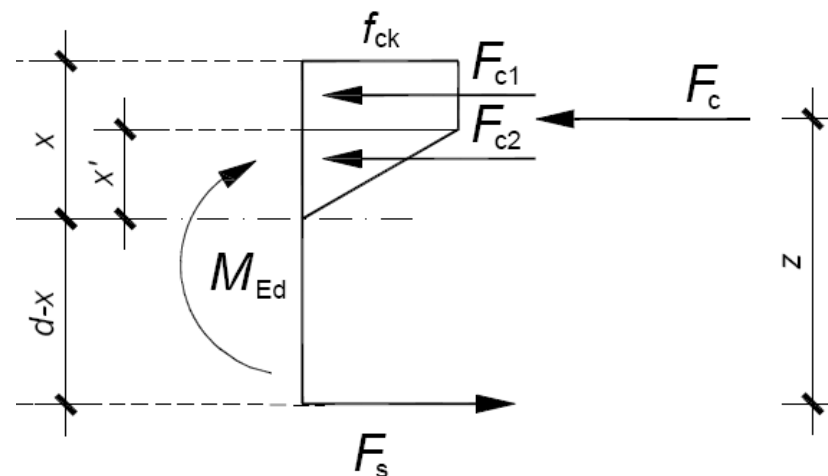
$$F_{c,c} = f_{ck,c} \cdot b \cdot \left( x_{u,c} - \frac{1}{2} \cdot x'_{u,c} \right) = 4,125 \cdot 35 \cdot \left( 7,97 - \frac{1}{2} \cdot 2,78 \right) = 949,99 \text{ kN} \approx 950,5 \text{ kN}$$

# Točka (3) – Ovijeni beton

## ☐ Slom preko armature

☐ 2. slučaj:  $\varepsilon_c \geq \varepsilon_{c3,c} \rightarrow$  **bilinearna raspodjela naprezanja u tlačnom dijelu betona**

☐ Kako bi se proračunao krak unutarnjih sila u trenutku popuštanja armature,  $z_u$  potrebno je odrediti položaj sile u betonu,  $F_{c,c}$ , koja se može rastaviti na dvije komponente,  $F_{c1,c}$  i  $F_{c2,c}$



# Točka (3) – Ovijeni beton

## ☐ Slom preko armature

☐ 2. slučaj:  $\varepsilon_c \geq \varepsilon_{c3,c} \rightarrow$  **bilinearna raspodjela naprezanja u tlačnom dijelu betona**

☐ Komponente sile u betonu i njihova udaljenost od gornjeg ruba poprečnog presjeka:

$$F_{c1,c} = f_{ck,c} \cdot (x_{u,c} - x'_{u,c}) \cdot b = 4,125 \cdot (7,97 - 2,78) \cdot 35 = 749,31 \text{ kN}$$

$$\frac{x_{u,c} - x'_{u,c}}{2} = \frac{7,97 - 2,78}{2} = 2,60 \text{ cm}$$

$$F_{c2,c} = \frac{1}{2} \cdot f_{ck,c} \cdot x'_{u,c} \cdot b \text{ ili } F_{c2,c} = F_{c,c} - F_{c1,c}$$

$$F_{c2,c} = \frac{1}{2} \cdot f_{ck,c} \cdot x'_{u,c} \cdot b = \frac{1}{2} \cdot 4,125 \cdot 2,78 \cdot 35 = 200,68 \text{ kN}$$

$$x_{u,c} - \frac{2 \cdot x'_{u,c}}{3} = 7,97 - \frac{2 \cdot 2,78}{3} = 6,12 \text{ cm}$$

# Točka (3) – Ovijeni beton

## ☐ Slom preko armature

☐ 2. slučaj:  $\varepsilon_c \geq \varepsilon_{c3,c} \rightarrow$  **bilinearna raspodjela naprezanja u tlačnom dijelu betona**

☐ Udaljenost rezultantne sile u betonu  $F_{c,c}$  od gornjeg ruba presjeka,  $x_{Tu,c}$ :

$$\begin{aligned} x_{Tu} &= \frac{F_{c1} \cdot \frac{x_u - x'_u}{2} + F_{c2} \cdot \left( x_u - \frac{2 \cdot x'_u}{3} \right)}{F_{c1} + F_{c2}} = \\ &= \frac{749,31 \cdot 2,6 + 200,68 \cdot 6,12}{749,31 + 200,68} = 3,34 \text{ cm} \end{aligned}$$

☐ Krak unutarnjih sila:

$$z_u = d - x_{Tu,c} = 50 - 3,34 = 46,66 \text{ cm}$$

# Točka (3) – Ovijeni beton

## ☐ Slom preko armature

☐ Moment savijanja iznosi:

$$M_{u,c} = F_s \cdot z_{u,c} = 950,5 \cdot 46,66 = 44350,33 \text{ kNcm} = 443,50 \text{ kNm}$$

☐ Zakrivljenost poprečnog presjeka:

$$\frac{1}{r_{u,c}} = \frac{\varepsilon_{su}}{d - x_{u,c}} = \frac{0,05}{50 - 7,97} = 1,19 \cdot 10^{-3} \text{ 1/cm} = 1,19 \cdot 10^{-1} \text{ 1/m}$$

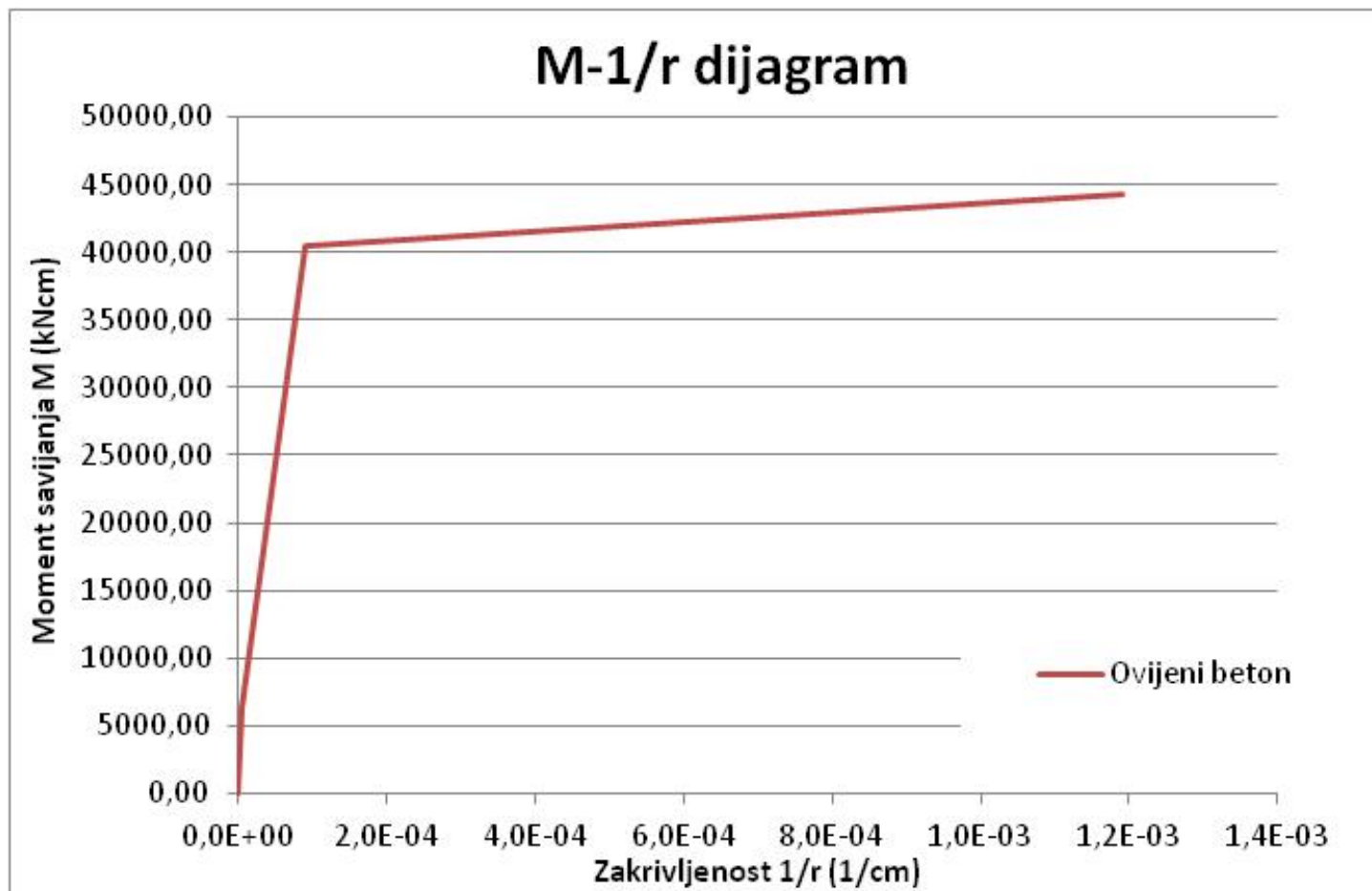
☐ Koeficijent duktilnosti:

$$\delta = \frac{\left( \frac{1}{r_u} \right)}{\left( \frac{1}{r_y} \right)} = \frac{1,19 \cdot 10^{-3}}{8,951 \cdot 10^{-5}} = 13,29$$



# Točka (3) – Ovijeni beton

## □ Dijagram M-1/r:



# Točka (3) – Neovijeni i ovijeni beton

## □ Dijagram M-1/r:

