

**PREZIME I IME:**

**GRUPA:**

**MATEMATIKA II**

**1. kolokvij**

**16.5.2012.**

**A**

1. (6 bodova) Riješite diferencijalnu jednažbu:

$$y' = \frac{5xy}{x^2 + y^2}.$$

**RJEŠENJE:**

2. a) (3 boda) Odredite i skicirajte prirodnu domenu funkcije

$$f(x, y) = \ln(x(y - 1)).$$

b) (3 boda) Izračunajte  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(1, 1)$ , ako je

$$f(x, y) = 2 \sin \frac{x^2}{y}.$$

**RJEŠENJE:**

3. (6 bodova) Ispitajte ekstreme funkcije

$$f(x, y) = 3x^2 + 4xy + 2y^2 - 4y + 5.$$

**RJEŠENJE:**

4. (6 bodova) Izračunajte površinu lika omeđenog krivuljama  $x^2 + y^2 = y$ ,  $x^2 + y^2 = 2y$  i  $y = -x$ . Skicirajte lik.

**RJEŠENJE:**

5. (6 bodova) Izračunajte masu tijela određenog plohami  $y = x^2$ ,  $y = 4$ ,  $z = 0$  i  $z = 3$ , ako je gustoća tijela  $\rho(x, y, z) = 2y(z - 1)$ . Skicirajte tijelo.

**RJEŠENJE:**

**PREZIME I IME:**

**GRUPA:**

**MATEMATIKA II**

**1. kolokvij**

**16.5.2012.**

**B**

1. (6 bodova) Riješite diferencijalnu jednažbu:

$$xy' + x^2y = x^4.$$

**RJEŠENJE:**

2. a) (3 boda) Odredite i skicirajte prirodnu domenu funkcije

$$f(x, y) = \frac{y}{\sqrt{x^2 + x - 2}} + \ln(-xy).$$

b) (3 boda) Nađite  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z}$  i  $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ , ako je

$$f(x, y, z) = \frac{x^2 + z}{y - z}.$$

**RJEŠENJE:**

3. a) (3 boda) Odredite stacionarne točke funkcije

$$f(x, y) = 2x^2y + 4x^3 - 2y - 2.$$

b) (3 boda) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu  $z = 2x - y^2$  u točki  $T_0(1, 2, -2)$ .

**RJEŠENJE:**



4. (6 bodova) Pomoću dvostrukog integrala izračunajte volumen tijela omeđenog plohama  $z = 4 - x^2 - y^2$ ,  $z = 0$  i  $x = 0$ . Skicirajte tijelo.

**RJEŠENJE:**

5. (6 bodova) Prelaskom na cilindrične koordinate izračunajte integral

$$\int \int \int_V 2(x^2 + y^2) dx dy dz,$$

ako je  $V = \{(x, y, z) \in R^3 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2 - x^2 - y^2\}$ . Skicirajte tijelo  $V$ .

**RJEŠENJE:**

**PREZIME I IME:**

**GRUPA:**

**MATEMATIKA II**

**1. kolokvij**

**16.5.2012.**

**C**

1. (6 bodova) Riješite diferencijalnu jednažbu:

$$y'' + 2y' - 3y = e^x.$$

**RJEŠENJE:**

2. a) (3 boda) Odredite i skicirajte prirodnu domenu funkcije

$$f(x, y) = \arcsin \frac{2x}{x^2 + y^2}.$$

b) (3 boda) Izračunajte  $\frac{\partial f}{\partial y}(2, 1, 0)$ , ako je

$$f(x, y, z) = \operatorname{arctg} \frac{z + 1}{x + y}.$$

**RJEŠENJE:**

3. (6 bodova) Napišite jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu  $z = x^2 + 2xy$ , koja je okomita na pravac  $p$ ..  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{2}$ .

**RJEŠENJE:**

4. (6 bodova) Skicirajte područje integracije i zamijenite poredak integriranja u integralu

$$\int_1^{e^2} dx \int_{1-x}^{\ln x} f(x, y) dy.$$

**RJEŠENJE:**

5. (6 bodova) Prelaskom na sferne koordinate izračunajte integral

$$\int_0^\pi d\phi \int_0^1 d\rho \int_0^{\sqrt{1-\rho^2}} \rho^2 z dz.$$

Skicirajte područje integracije.

**RJEŠENJE:**

**PREZIME I IME:**

**GRUPA:**

**MATEMATIKA II**

**1. kolokvij**

**16.05.2012.**

**D**

1. (6 bodova) Odredite ono rješenje diferencijalne jednačbe

$$2xyy' - x^2 - y^2 = 0$$

koje zadovoljava početni uvjet  $y(1) = 2$ .

**RJEŠENJE:**



2. a) (2 boda) Skicirajte domenu funkcije  $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2} \arcsin(y - 1)$ .
- b) (4 boda) Odredite koordinate dirališta one tangencijalne ravnine na graf funkcije  $f(x, y) = x^2 + y^2 + 4y$  koja je okomita na pravac  $x = y = z$ .

**RJEŠENJE:**

3. (6 bodova) Zadana je funkcija  $f(x, y) = (x^2 + y)\sqrt{e^y}$ . Ispitajte i odredite ekstreme funkcije ako postoje.

**RJEŠENJE:**

4. (6 bodova) Izračunajte  $\iint_D x \, dx \, dy$  gdje je  $D$  omeđeno pravcima  $2x + y = 2$ ,  $x = 3$  i krivuljom  $y = \ln x$ .

**RJEŠENJE:**

5. (6 bodova) Izračunajte statički moment homogenog tijela  $\Omega$  u odnosu na ravninu  $xy$ , gdje je  $\Omega$  omeđeno cilindrom  $x^2 + y^2 = 4$ , stošcem  $z = 4 - \sqrt{x^2 + y^2}$  i ravninom  $z = 0$ , a nalazi se unutar cilindra. Skicirajte  $\Omega$ .

**RJEŠENJE:**

**PREZIME I IME:**

**GRUPA:**

**MATEMATIKA II**

**1. kolokvij**

**16.05.2012.**

**E**

1. (6 bodova) Riješite diferencijalnu jednačinu  $xy'' - y' \ln \frac{y'}{x} = 0$ .

**RJEŠENJE:**

2. a) (3 boda) Zadana je funkcija  $f(x, y) = (x - y) \cdot \varphi((x - y)^2)$ . Izračunajte

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y).$$

- b) (3 boda) Napišite jednadžbu tangencijalne ravnine na graf funkcije  $f(x, y) = \arctan(y - x)$  u točki  $T(1, 1, ?)$ .

**RJEŠENJE:**

3. (6 bodova) Ispitajte i odredite ekstreme funkcije  $f(x, y) = x + y^2 - y\sqrt{x} - 6y + 1$ .

**RJEŠENJE:**

4. (6 bodova) Izračunajte masu homogenog lika u I. kvadrantu omeđenog kardioidom  $r = 2(1 + \cos \varphi)$ , kružnicom  $(x - 1)^2 + y^2 = 1$  i koordinatnim osima. Skicirajte lik.

**RJEŠENJE:**



5. (6 bodova) Prelaskom na cilindrične koordinate izračunajte:

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^2 r^4 \sin^3 \theta dr.$$

**RJEŠENJE:**

**PREZIME I IME:**

**GRUPA:**

**MATEMATIKA I**

**1. kolokvij**

**16.05.2012.**

**F**

1. (6 bodova) Riješite diferencijalnu jednažbu  $y'' + y = \sin x$ .

**RJEŠENJE:**

2. a) (2 boda) Skicirajte domenu funkcije  $f(x, y) = \sqrt{y} \ln(x^2 + y^2 - 6x)$ .
- b) (4 boda) Odredite koordinate dirališta one tangencijalne ravnine na graf funkcije  $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy$  koja je paralelna s ravinom  $x + y - z = 0$ .

**RJEŠENJE:**

3. (6 bodova) Ispitajte i odredite ekstreme funkcije  $f(x, y) = \frac{8}{x} + \frac{x^2}{y} + y$ .

**RJEŠENJE:**

4. (6 bodova) Izračunajte masu homogenog lika omeđenog kružnicama  $x^2 + (y - 1)^2 = 1$ ,  $(x - \sqrt{3})^2 + y^2 = 3$  i pravcem  $x = 0$ . Skicirajte lik.

**RJEŠENJE:**

5. (6 bodova) Prelaskom na cilindrične koordinate izračunajte integral

$$\iiint_{\Omega} xz \, dx dy dz,$$

ako je  $\Omega$  omeđeno plohama  $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ ,  $x^2 + y^2 = 1$  i  $z = 0$ , a nalazi se izvan cilindra. Skicirajte područje integracije

**RJEŠENJE:**