

## MATEMATIKA 2, 4.9.2013.

1. Neka je dana funkcija  $f(x, y) = \ln(y - x + 1) - \arcsin(x^2 + y^2 - 4)$ .
  - (a) (8 bodova) Odredite i skicirajte prirodnu domenu funkcije  $f$ .
  - (b) (4 boda) Odredite parcijalnu derivaciju funkcije  $f$  po varijabli  $y$ .
2. Neka je dana funkcija  $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy - 3x - 3y - 3$ .
  - (a) (6 bodova) Odredite lokalne ekstreme funkcije  $f$ .
  - (b) (6 bodova) Odredite tangencijalnu ravninu na graf dane funkcije u točki  $(-1, 2, ?)$ .
3. Riješite sljedeće diferencijalne jednačbe:
  - (a) (7 bodova)  $y'' - y' - 12y = x$ .
  - (b) (5 bodova)  $xy' + y = 3x^2$ .
4. (12 bodova) Izračunajte površnu manjeg lika omeđenog krivuljama  $x^2 + y^2 = 1$  i  $y = \frac{2}{3}x^2$ . Skicirajte lik.
5. (12 bodova) Izračunajte volumen tijela omeđenog plohami  $z = 0$ ,  $z = 2$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$  i  $y = \sqrt{3}x$  u prvom oktantu. Skicirajte tijelo.
6. (a) (7 bodova) Pokažite da je polje  $\vec{a} = \vec{i} + (e^z - \sin y)\vec{j} + ye^z\vec{k}$  potencijalno i odredite mu potencijal.  
(b) (9 bodova) Izračunajte  $\int_{\Gamma} \frac{y}{x} ds$ , gdje je  $\Gamma$  luk krivulje  $y = 2x^2$  između točaka  $A(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$  i  $B(\frac{\sqrt{6}}{2}, 3)$ . Skicirajte  $\Gamma$ .
7. (12 bodova) Izračunajte

$$\int_{\vec{\Gamma}} x dx + y dy + z dz,$$

gdje je  $\vec{\Gamma}$  presjek cilindra  $x^2 + y^2 = 1$  i ravnine  $y + z = 2$ . Skicirajte krivulju.

8. (12 bodova) Izračunajte tok vektorskog polja

$$\vec{a} = 4xy^3\vec{i} - y^4\vec{j} + 4z\vec{k}$$

kroz zatvorenu plohu koja se sastoji od dijelova ploha  $z = -x^2 - y^2$  i  $z = \sqrt{x^2 + y^2} - 6$ . Skicirajte plohu.