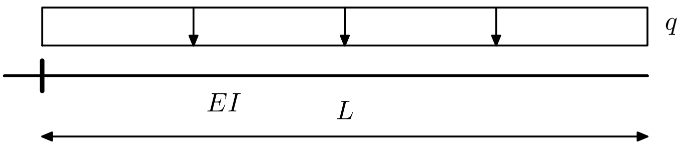
Primjer 3. *Metodom konačnih elemenata odrediti progib w_L na slobodnom kraju konzolne grede raspona L konstantnog poprečnog presjeka I i modula elastičnosti E opterećene jednoliko distribuiranim opterećenjem q*



Cijelu gredu možemo promatrati kao jedan konačni element. Tada su elementarna i globalna matrica krutosti jednake. Globalna matrica krutosti, uz jedan konačni element, jednaka je elementarnoj matrici krutosti uz $L^e = L$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} & -\frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} \\ -\frac{6}{L^2} & \frac{4}{L} & \frac{6}{L^2} & \frac{2}{L} \\ -\frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} & \frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} \\ -\frac{6}{L^2} & \frac{2}{L} & \frac{6}{L^2} & \frac{4}{L} \end{bmatrix} \quad . \tag{3.1}$$

Jednaki su i globalni i elementarni vektori sila upetosti

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \frac{qL}{2} \\ -\frac{qL^2}{12} \\ \frac{qL}{2} \\ \frac{qL^2}{12} \end{bmatrix} \quad . \tag{3.2}$$

Uvrštavanjem rubnih uvjeta, upeti rub $x = 0$, $w_0 = \varphi_w = 0$, slijedi sustav jednadžbi

$$\begin{bmatrix} \frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} \\ \frac{6}{L^2} & \frac{4}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \varphi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{qL}{2} \\ \frac{qL^2}{12} \end{bmatrix} \quad . \tag{3.3}$$

Rješenje sustava daje vrijednosti vektora nepoznatih pomaka

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ \varphi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{qL^4}{8EI} \\ -\frac{qL^3}{6EI} \end{bmatrix} \quad . \tag{3.4}$$