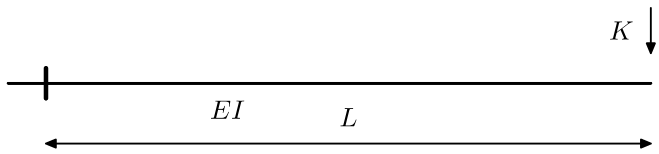
Primjer 4. *Metodom konačnih elemenata odrediti progib w_L na slobodnom kraju konzolne grede raspona L konstantnog poprečnog presjeka I i modula elastičnosti E opterećene koncentriranom silom K na slobodnom kraju grede*



Greda je identična gredi iz prethodnog zadatka. Matrica krutosti ne ovisi o opterećenju nego o fizikalnim i geometrijskim karakteristikama grede. Globalna matrica krutosti, uz jedan konačni element, jednaka je globalnoj matrici krutosti iz prethodnog zadatka

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} & -\frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} \\ -\frac{6}{L^2} & \frac{4}{L} & \frac{6}{L^2} & \frac{2}{L} \\ -\frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} & \frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} \\ -\frac{6}{L^2} & \frac{2}{L} & \frac{6}{L^2} & \frac{4}{L} \end{bmatrix} \quad . \tag{4.1}$$

Vanjsko opterećenje zadano je u čvoru konačnog elementa. Ako je u nepoznatom vektoru pomaka komponenta pomaka u smjeru te sile i-ta komponenta, tada su u globalnom vektoru upetosti sve komponente jednake nuli osim i-te komponente globalnog vektora upetosti koja je jednaka iznosu zadane sile.

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K \\ 0 \end{bmatrix} \quad . \tag{4.2}$$

Uvrštavanjem rubnih uvjeta, upeti rub $x = 0$, $w_0 = \varphi_w = 0$, slijedi sustav jednadžbi

$$\begin{bmatrix} \frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} \\ \frac{6}{L^2} & \frac{4}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \varphi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K \\ 0 \end{bmatrix} \quad . \tag{4.3}$$

Rješenje sustava daje vrijednosti vektora nepoznatih pomaka

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ \varphi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{KL^3}{3EI} \\ -\frac{KL^2}{2EI} \end{bmatrix} \quad . \tag{4.4}$$