METODE OPTIMALIZACIJE U GRAĐEVINARSTVU

NELINEARNO PROGRAMIRANJE (NP)

Nelinearno programiranje (NP)

- Spada u grupu determinističkih metoda
- Svaki problem kod kojeg su funkcija cilja F(x) i/ili skup ograničenja (L) definirani nelinearnom relacijom
- Problemi NP ne mogu, se za razliku od problema LP, rješavati primjenom neke univerzalne metode (kao što je simpleks metoda)
- Za svaki slučaj ovisno o matematičkom modelu i karakteru nelinearnosti potrebno je primijeniti različitu metodu
- Za veliki broj problema ne postoji direktno primjenjiva metoda

Sistematizacija metoda nelinearnog programiranja

Algoritmi za funkcije bez ograničenja:

- Metoda direktnog traženja
- Gradientna metoda
- Algoritmi za funkcije sa ograničenjima
- Razlomljno programiranje
- Kvadratno programiranje
- Geometrijsko programiranje
- Stohastičko programiranje
- Metoda linearne kombinacije

Primjer metode direktnog traženja

Traži se optimum $f(x)$ na intervalu $a \leq x \leq b$ za kojeg se zna da sadrži optimalnu točku x^*.

Metoda počinje sa $I_0 = (a,b)$ koji predstavljaju inicijalni interval optimalnog rješenja.

Korak 1:

Neka je $I_{i-1} = (x_L, x_R)$ aktualni interval optimalnog rješenja za iteraciju u kojoj je $x_L = a$, $x_R = b$. Potom definirajmo x_1 i x_2, tako da je $x_L < x_1 < x_2 < x_R$

Sljedeći interval optimalnog rješenja određuje se na sljedeći način:

1. Ako je $f(x_1)>f(x_2)$, tada je $x_L<x^*<x_2$. Stavi $x_R=x_2$ i $I_i = (x_L,x_2)$
2. Ako je $f(x_1)<f(x_2)$, tada je $x_1<x^*<x_R$. Stavi $x_L=x_1$ i $I_i = (x_1,x_R)$
3. Ako je $f(x_1)=f(x_2)$, tada je $x_1<x^*<x_2$. Stavi $x_L=x_1$ i $x_R=x_2$ i $I_i = (x_1,x_2)$

Dvije metode traženja optimuma:

Dihotomna metoda:

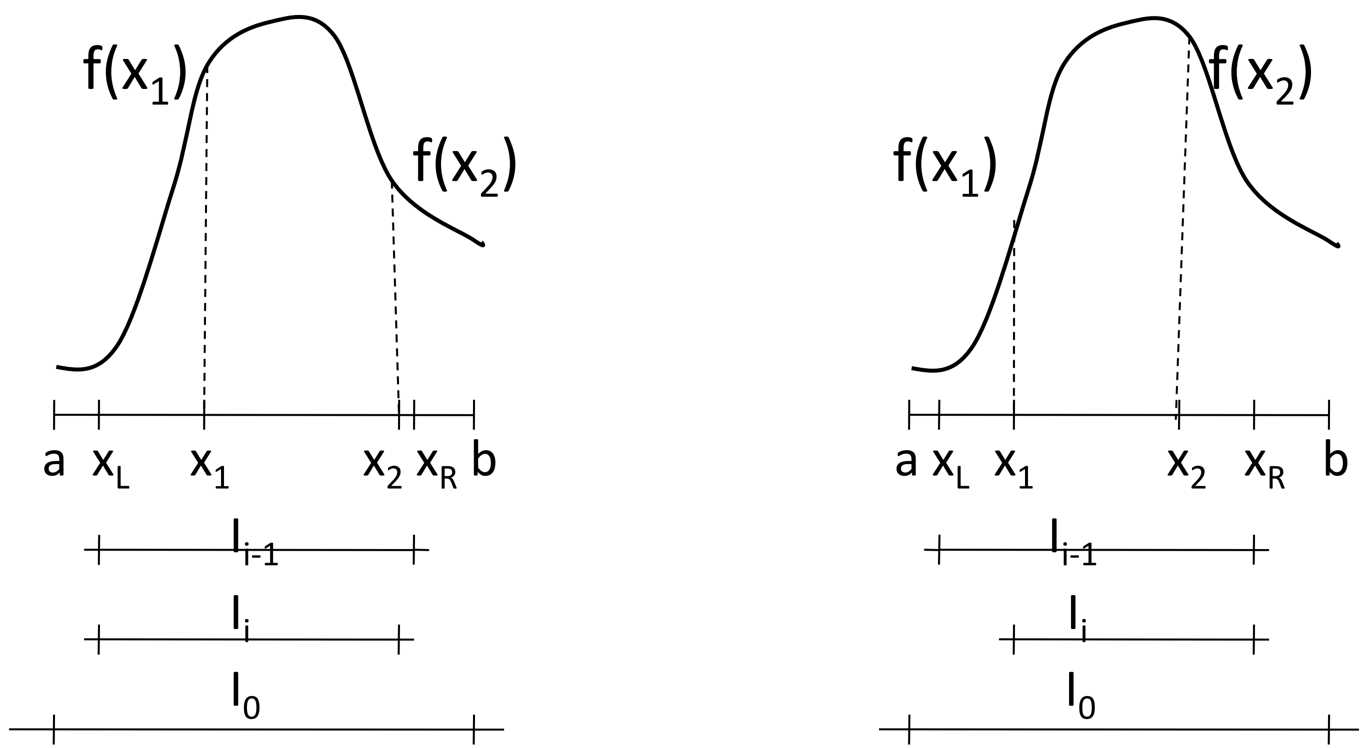
$X_1=1/2(x_R+x_L-\Delta)$

$X_2=1/2(x_R+x_L+\Delta)$

Metoda zlatnog reza:

$x_1=(x_R-(\sqrt{5}-1)/2)(x_R-x_L)$

$x_2=(x_L+(\sqrt{5}-1)/2)(x_R-x_L)$

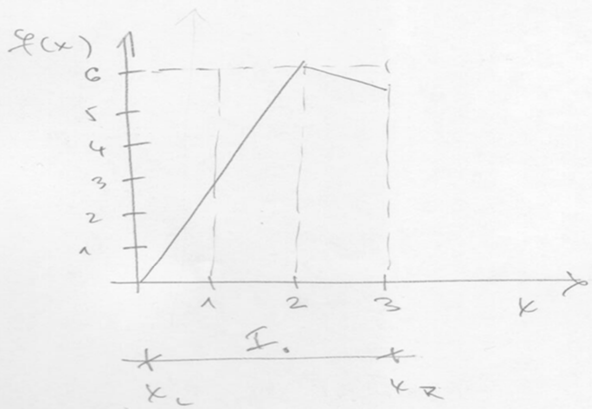


f(x1)
f(x2)
a
xL
x1
x2
xR
b
Ii-1
Ii
I0
f(x1)
f(x2)
a
xL
x1
x2
xR
b
Ii-1
Ii
I0

Primjer

PRIMJER:

$$f(x) = \begin{cases} 3x; & 0 \le x \le 2 \\ \frac{1}{3}(-x+20); & 2 \le x \le 3 \end{cases}$$



RJEŠENJE:

Iteracija 1:

$I_0 = (0,3) = (x_L, x_R)$

$x_1 = 0{,}5\,(3 + 0 - 0.1) = 1{,}45;\quad f(x_1) = 4{,}35$

$x_2 = 0{,}5\,(3 + 0 + 0.1) = 1{,}55;\quad f(x_2) = 4{,}65$

$f(x_1) < f(x_2) \Longrightarrow x_L = 1{,}45,\ I_1 = (1{,}45, 3)$

Iteracija 2:

$I_1 = (1{,}45,\ 3) = (x_L, x_R)$

$x_1 = 0{,}5\ (3 + 1{,}45 - 0{,}1) = 2{,}175, \quad f(x_1) = 5{,}942$

$x_2 = 0{,}5\ (3 + 1{,}45 + 0{,}1) = 2{,}275, \quad f(x_2) = 5{,}908$

$f(x_1) > f(x_2) \Rightarrow x_R = 2{,}275, \quad I_2 = (1{,}45,\ 2{,}275)$

Iteracija 3:

$I_2 = (1{,}45,\ 2{,}275) = (x_L, x_R)$

$x_1 = 0{,}5\ (2{,}275 + 1{,}45 - 0{,}1) = 1{,}8125 \quad f(x_1) = 5{,}4375$

$x_2 = 0{,}5\ (2{,}275 + 1{,}45 + 0{,}1) = 1{,}9125 \quad f(x_2) = 5{,}7375$

$f(x_1) < f(x_2) \Rightarrow x_L = 1{,}8125 \quad I_3 = (1{,}8125,\ 2{,}275)$

Iteracija 4:

$I_3 = (1{,}8125,\ 2{,}275) = (x_L, x_R)$

$x_1 = 0{,}5\ (2{,}275 + 1{,}8125 - 0{,}1) = 1{,}99375 \quad f(x_1) = 5{,}98$

$x_2 = 0{,}5\ (2{,}275 + 1{,}8125 + 0{,}1) = 2{,}09375 \quad f(x_2) = 5{,}91$

$f(x_1) > f(x_2) \Rightarrow x_R = 2{,}09375 \quad I_4 = (1{,}8125,\ 2{,}09375)$