# METODE OPTIMALIZACIJE U GRAĐEVINARSTVU

## SUSTAVI ČEKANJA

Elementi sustava čekanja:

- klijent/customer
- poslužitelj/server
- izvor/source
- konačan/finite source
- beskonačan/infinite source
- red čekanja/queue
- vrijeme međudolazaka/interarrival time
- vrijeme posluživanja/service time
- veličina reda/queue size

Organizacija reda čekanja/queue discipline

- FCFS
- LCFS
- SIRO
- red sa prednoću
- prebacivanje iz reda u red
- odustajanje prije ulaska u red
- odustajanje nakon ulaska u red

# Uloga eksponencijalne distribucije

U najvećem broju situacija čekanja, dolazak klijenata odvija se na potpuno slučajan način, što podrazumijeva da vrijeme pristizanja klijenta ili vrijeme obavljanja usluge uopće ne ovisi o zadnjem prethodnom događaju.

Slučajno vrijeme međudolazaka i posluživanja opisani su eksponencijalnom distribucijom:

broj događaja u jedinici vremena

trajanje

Vjerojatnost da će vremenski Interval između dvaju događaja trajati t $\longrightarrow$ $f(t) = \lambda e^{-\lambda t},\ t>0$

očekivanje trajanja intervala t $\longrightarrow$ $E\{t\} = 1/\lambda$

vjerojatnost pojave događaja u vremenskom intervalu t $\longrightarrow$ $P\{t \leq T\} = {}_0\int^T \lambda e^{-\lambda t} dt$

$= 1 - e^{-\lambda t}$

# Uloga Poissonove distribucije

Slučajan broj dolazaka u promatranom vremenskom intervalu t predstavljen je Poissonovom distribucijom:

| | |
|---|---|
| vjerojatnost odigravanja n događaja u vremenskom intervalu t → | $p_n(t) = (\lambda t)^n e^{-\lambda t}/n!,\ n=0,1,2,...$ |
| očekivanje → | $E\{n\|t\} = \lambda t$ |
| vjerojatnost odigravanja n≤N događaja u vremenskom intervalu t → | $P_{n\leq N}(t) = p_0(t) + p_1(t) + ... + p_N(t)$ |

## Primjer:

Automatska betonara radi s jednim poslužnim mjestom. Mikseri dolaze po Poissonovoj distribuciji s prosjekom od 4 vozila na sat., i u slučaju da je mjesto za punjenje zauzeto, čekaju na parkiralištu. Vrijeme utovara betona u mikser je eksponencijalno s prosjekom od 10 min. Mikseri koji ne mogu ući na parkiralište čekaju na cesti i zaustavljaju promet. Menadžment želi odrediti veličinu parkirališta.

RJEŠENJE:

$\lambda = 4$ — PROSJ. 4 VOZILA NA SAT

$\mu = \frac{60}{10} = 6$ — KAPACITET PROIZVODNJE JE 6 VOZILA NA SAT

60 MIN. U SATU

PROSJEČNO VRIJEME UTOVARA U MIKSER

$C = 1$ — JEDNO POSLUŽNO MJESTO

## QUEUEING OUTPUT ANALYSIS

Title: parking
Scenario 1-- (M/M/1):(GD/infinity/infinity)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Lambda = | 4,00000 | Mu = | 6,00000 |
| Lambda eff = | 4,00000 | Rho/c = | 0,66667 |
| Ls = | 2,00000 | Lq = | 1,33333 |
| Ws = | 0,50000 | Wq = | 0,33333 |

| n | Probability, pn | Cumulative, Pn | n | Probability, pn | Cumulative, Pn |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0,33333 | 0,33333 | 13 | 0,00171 | 0,99657 |
| 1 | 0,22222 | 0,55556 | 14 | 0,00114 | 0,99772 |
| 2 | 0,14815 | 0,70370 | 15 | 0,00076 | 0,99848 |
| 3 | 0,09877 | 0,80247 | 16 | 0,00051 | 0,99899 |
| 4 | 0,06584 | 0,86831 | 17 | 0,00034 | 0,99932 |
| 5 | 0,04390 | 0,91221 | 18 | 0,00023 | 0,99955 |
| 6 | 0,02926 | 0,94147 | 19 | 0,00015 | 0,99970 |
| 7 | 0,01951 | 0,96098 | 20 | 0,00010 | 0,99980 |
| 8 | 0,01301 | 0,97399 | 21 | 0,00007 | 0,99987 |
| 9 | 0,00867 | 0,98266 | 22 | 0,00004 | 0,99991 |
| 10 | 0,00578 | 0,98844 | 23 | 0,00003 | 0,99994 |
| 11 | 0,00385 | 0,99229 | 24 | 0,00002 | 0,99996 |
| 12 | 0,00257 | 0,99486 | 25 | 0,00001 | 0,99997 |

# Simulacijsko modeliranje

- omogućava sakupljanje podataka o ponašanju sustava u ovisnosti o vremenu, te na bazi toga predstavlja osnovu za mjerenje učinka sustava i njegovu optimalizaciju
- bazira se na statistici
- obično je vezana uz redove čekanja
- najčešće korištena je Monte Carlo simulacija

# Tipovi simulacije

- Kontinuirani modeli
- Diskretni modeli

# Elementi diskretne simulacije

Bitni događaji:

- ***dolazak klijenta***
- čekanje, ako je potrebno
- obavljanje usluge
- ***napuštanje sustava***

Distribucije vjerojatnosti:

- Eksponencijalna distribucija
- Erlangova distribucija
- Poissonova distribucija
- Normalna distribucija
- Beta distribucija

# Generiranje slučajnih brojeva

Slučajni brojevi imaju ključnu ulogu u određivanju slučajnog uzorka pojedinih distribucija.

Generacija slučajnih (pseudoslučajnih) brojeva temeljena na aritmetičkim operacijama:

- zadani su parametri $u_0$, $b$, $c$ i $m$, te se pseudoslučajni broj $R_n$ izračunava:

$$U_n=(bu_{n-1} + c) \bmod(m), n=1,2,...$$

$$R_n=u_n/m, n=1,2,...$$

- inicijalna vrijednost $u_0$ obično se naziva sjeme generatora

Primjer:

Potrebno je generirati tri slučajna broja uz pomoć multiplikativne kongruentne metode koristeći sljedeće inicijalne vrijednosti: $b=9$, $c=5$, $u_0=11$ i $m=12$.

## RISOLUZIONE:

$$u_n = (b\, u_{n-1} + c) \bmod (m), \quad n = 1, 2, \ldots$$

$$R_n = \frac{u_n}{m}, \quad n = 1, 2, \ldots$$

---

$b = 9, \quad c = 5, \quad u_0 = 11, \quad m = 12$

$u_1 = (9 \times 11 + 5) \bmod 12 = 8, \quad R_1 = \frac{8}{12} = 0{,}6667$

$u_2 = (9 \times 8 + 5) \bmod 12 = 5, \quad R_2 = \frac{5}{12} = 0{,}4167$

$u_3 = (9 \times 5 + 5) \bmod 12 = 2, \quad R_3 = \frac{2}{12} = 0{,}1667$

---

---

$u_1 = (9 \cdot 11 + 5) : 12 = 104 : 12; \quad 104 : 12 = 8{,}66$

$(104 - 8) : 12 = 8{,}00$

$u_2 = (9 \cdot 8 + 5) : 12 = 77 : 12; \quad 77 : 12 = 6{,}42$

$(77 - 5) : 12 = 6{,}00$

$u_3 = (9 \cdot 5 + 5) : 12 = 50 : 12; \quad 50 : 12 = 4{,}17$

$(50 - 2) : 12 = 4{,}00$

# Tablica slučajnih brojeva

TABLE 18.1

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| .0589 | .3529 | .5869 | .3455 | .7900 | .6307 |
| .6733 | .3646 | .1281 | .4871 | .7698 | .2346 |
| .4799 | .7676 | .2867 | .8111 | .2871 | .4220 |
| .9486 | .8931 | .8216 | .8912 | .9534 | .6991 |
| .6139 | .3919 | .8261 | .4291 | .1394 | .9745 |
| .5933 | .7876 | .3866 | .2302 | .9025 | .3428 |
| .9341 | .5199 | .7125 | .5954 | .1605 | .6037 |
| .1782 | .6358 | .2108 | .5423 | .3567 | .2569 |
| .3473 | .7472 | .3575 | .4208 | .3070 | .0546 |
| .5644 | .8954 | .2926 | .6975 | .5513 | .0305 |

Primjer manualne simulacije s jednim poslužnim mjestom: