

XIII vježba

Pronos tvari podzemnom vodom

Tvari koje u određenim koncentracijama mogu biti štetne po ljudsko zdravlje, često se prenose fluidima. Vjetrovi prenose tvari ispuštene u atmosferu, a morske struje tvari koje su kanalizacijskim sustavima ili na drugi način ušle u more, a slično se može reći i za podzemne vode. Svi ti pronosi s hidrauličkog stanovišta imaju niz zajedničkih komponenti: konvekciju, disperziju uzrokovanu turbulencijom i difuziju. Obzirom da su podzemne vode najčešći izvor vode za vodoopskrbu, u okviru ovog tečaja iz hidraulike se jednadžba hidrodinamičke disperzije rješava za slučaj tečenja podzemnih voda.

Sve češće izražena pojava zagađenja podzemnih voda, nameće potrebu promatranja i odgovarajućeg opisivanja procesa koji se odvijaju u vodonosnicima. U okviru ovih vježbi će se koristiti nekoliko postojećih analitičkih rješenja za sagledavanje prostorne i vremenske raspodjele koncentracije tvari ubačene u vodonosnik međuzrnske poroznosti.

Modeli pronosa tvari nošenih tokom podzemne vode se najčešće koriste prilikom sagledavanja kretanja zagađivala koje se približava crpilištima kao i prilikom analize širenja zagađivala s nekog smetlišta.

Koncentracija tvari u vodi je definirana izrazom:

$$c = \frac{M}{V} \text{ (kg/m}^3\text{), (mg/l)}$$

pri čemu je:

M – masa promatrane tvari (kg), (mg)

V – volumen u kojem se nalazi promatrana tvar (m^3), (l)

U ovim vježbama će se koristiti jednadžbe za pronos u stijenama međuzrnske poroznosti. Pronos tvari se sastoji od konvekcije, difuzije i disperzije.

Konvekcija je pronos tvari uzrokovan postojanjem brzine toka, a pomak čestice promatrane tvari je po iznosu jednak umnošku brzine i vremena. Sama brzina kretanja tvari u se može izračunati na osnovu Darcyve brzine pomoću jednadžbe:

$$u = \frac{v}{n_e}$$

pri čemu je:

u – stvarna brzina kretanja na nivou pora

v – Darcyeva brzina

n_e – efektivna poroznost kao dio geomehaničke poroznosti n s time da treba uzeti u obzir i zakrivljenost strujnica

Difuzija je pronos uzrokovan razlikom u koncentraciji, a opisana je Fickovim zakonom.

Disperzija je posljedica fluktuacija brzina u odnosu na prosječnu brzinu toka do koje dolazi zbog nejednolikog profila brzina u pojedinoj strujnoj cijevi te lokalnih nehomogenosti strukture pora. Intenzitet disperzije bitno ovisi i o dimenzijama prostora u kojem se pronos promatra.

U većini praktičnih problema je efekt molekularne difuzije zanemariv prema disperziji.

Osim spomenuta tri procesa koji uzrokuju pronos tvari (konvekcija, difuzija i disperzija), na pronos tvari podzemnom vodom mogu utjecati sorpcijski procesi (apsorpcija i adsorpcija), kemijske reakcije u kojima dio tvari “nestaje”, radioaktivno raspadanje i niz drugih fizikalnih, kemijskih i bioloških procesa.

Kao posljedica sorpcijskih procesa, javlja se smanjenje koncentracije tvari u vodi, a u slučaju kad se javlja adsorpcija i desorpcija dolazi do retardacije.

Kao posljedica kemijskih reakcija i radioaktivnog raspada, u pravilu se javlja smanjenje ukupne mase upuštene tvari u vodonosniku, što se kod trenutnog upuštanja manifestira kao splašnjavanje “zvona” koncentracije (smanjuje se površina ispod “zvona”). Taj efekt se opisuje koeficijentom raspada $\lambda \geq 0$. Jedinica koeficijenta raspada λ je T^{-1} i označava recipročnu vrijednost vremena (sat^{-1} , dan^{-1} , ...) poluraspada (jakost ireverzibilnog nestajanja). Ako je $\lambda = 0$, nema raspadanja.

Iznijeti pojmovi omogućavaju definiciju idealnog trasera. Idealni traser je tvar koja slijedi kretanje vode i čija masa u vodonosniku ostaje stalna tokom pronosa. Drugim riječima rečeno - nema retardacije niti raspada, pa dakle vrijedi $R = 1$ i $\lambda = 0$.

Jednadžbe pronosa

1. Jednodimenzionalni pronos u slučaju trenutnog upuštanja

Jednodimenzionalni model će dobro opisivati pronos ako su ispunjeni sljedeći uvjeti:

- koncentracija promatrane tvari c je konstanta po vertikali prostora u kojem se odvija pronos
- koncentracija promatrane tvari c je konstanta po širini prostora u kojem se odvija pronos
- osnovni tok je paralelan s osi x
- vodonosnik je pod tlakom i konstantne debljine m (m)

Jednadžba pronosa se tada može pisati u obliku:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{u}{R} \cdot \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{D_L}{R} \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \lambda \cdot c$$

pri čemu je :

$$D_L = \alpha_L \cdot u \quad (\text{m}^2/\text{s})$$

D_L koeficijent longitudinalne disperzije

α_L koeficijent longitudinalne disperzivnosti

R koeficijent retardacije

λ koeficijent raspadanja

Razmatra se trenutno upuštanje mase tvari ΔM , u vodonosnik debljine m i širine w , u trenutku $t = 0$, na mjestu $x = 0$ u tok s međusobno paralelnim strujnicama.

$$\text{početni uvjet: } c(x,0) = c_0 = \frac{\Delta M}{n_e \cdot m \cdot w \cdot 1} \delta(x) \quad \delta(x) = \begin{cases} 1, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{rubni uvjet: } c(\pm\infty, t) = 0$$

Analiitičko rješenje jednodimenzionalnog pronosa uz gore navedene rubne uvijete ima oblik:

$$c(x,t) = \frac{\Delta M}{2 \cdot w \cdot m \cdot n_e \cdot R \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot \alpha_L \cdot u \cdot t}{R}}} \cdot e^{-\frac{(x-ut/R)^2}{4 \cdot \alpha_L \cdot u \cdot t / R}} \cdot e^{-\lambda t}$$

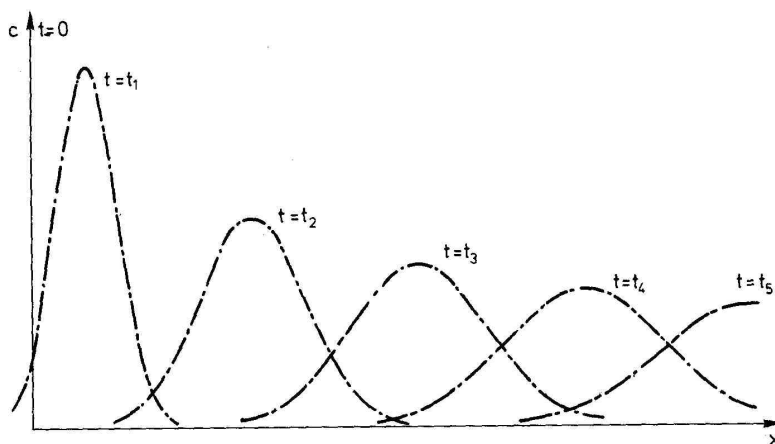
pri čemu je:

w – širina vodonosnika (m)

m – debljina vodonosnika (m)

ova funkcija je zvonolika s maksimumom u $x = ut/R$ te širinom $\sqrt{\frac{2\alpha_L ut}{R}}$ (za dani t)

U slučaju da je $\lambda = 0$ količina tvari se tokom vremena ne mijenja tj. vrijedi ΔM je konstantan te je i površina ispod “zvona” konstantna.



Slika 13.1 Dijagram koncentracija za slučaj jednodimenzionalnog pronosa konzervativnog traser

2. Dvodimenzionalni pronos u slučaju trenutnog upuštanja

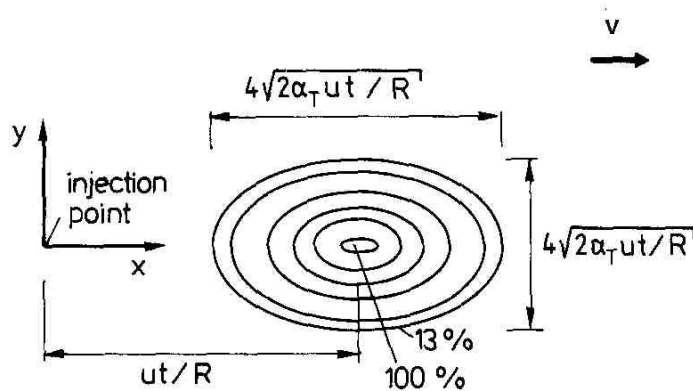
Jednadžba kojom je opisan dvodimenzionalni pronos, što znači da je usvojena pretpostavka da je koncentracija tvari c konstantna po vertikali ima oblik:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{u}{R} \cdot \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{D_L}{R} \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{D_T}{R} \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} - \lambda \cdot c$$

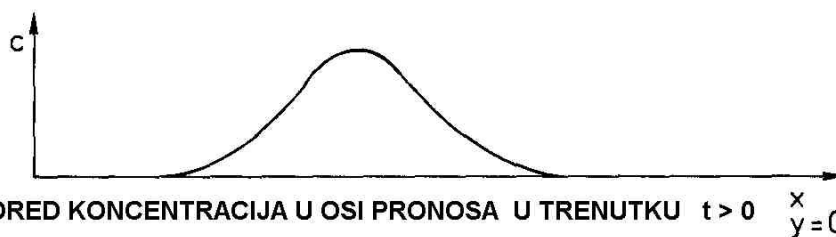
pri čemu je :

$$D_T = \alpha_T \cdot u \quad (\text{m}^2/\text{s})$$

D_T koeficijent transverzalne disperzije



LINIJJE JEDNAKIH KONCENTRACIJA U VREMENU $t > 0$



RASPORED KONCENTRACIJA U OSI PRONOSA U TRENUTKU $t > 0$ $\begin{matrix} x \\ y=0 \end{matrix}$

Slika 13.2 Dvodimenzionalne koncentracije u slučaju trenutnog upuštanja na lokaciji $x = 0, y = 0$ u trenutku $t = 0$

Uz usvajanje pretpostavke da je osnovni tok paralelan s osi x , da je vodonosnik pod tlakom i konstantne debljine m te da se trenutno upusti traser mase ΔM u trenutku $t = 0$, na mjestu $x = 0$ i $y = 0$, za početne i rubne uvjete definirane jednadžbama

$$\text{početni uvjet: } C(x, y, 0) = C_0 = \frac{\Delta M}{n_e \cdot m \cdot l^2} \delta(x) \delta(y)$$

$$\text{rubni uvjet: } C(\pm\infty, \pm\infty, t) = 0$$

postoji analitičko rješenje (Csanady, 1973)

$$C(x, y, t) = \frac{\Delta M}{4\pi \cdot n_e \cdot m \cdot u \cdot t \cdot \sqrt{\alpha_L \cdot \alpha_T}} \cdot e^{-\frac{(x-ut/R)^2}{4\alpha_L \cdot ut/R} - \frac{y^2}{4\alpha_T \cdot ut/R}} \cdot e^{-\lambda t}$$

GRAĐEVINSKI FAKULTET
SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
Diplomski studij

Ak.god.

Predmet: HIDRAULIKA

Student :

Mat.broj :

Zadatak 13: Pronos tvari podzemnom vodom

U paralelni tok podzemne vode trenutno je upuštena količina ΔM (kg) neke tvari (zagađivala), i to na način da se njeno širenje može promatrati jednodimenzionalno u smjeru toka. Odredi koncentraciju zagađivala $c(x,t)$, u trenutku t , na mjestu piezometra udaljenog x od izvora zagađenja (mjestu upuštanja).

Skiciraj distribuciju koncentracije zagađivala nakon vremena t , $2t$ i $3t$, od trenutka upuštanja zagađivala.

Zadani parametri:

Masa upuštene tvari	$\Delta M =$	kg
Darcyeva brzina podzemne vode	$v =$	m/dan
Efektivna poroznost vodonosnika	$n_e =$	(1)
Koeficijent longitudinalne disperzivnosti	$\alpha_L =$	m
Debljina vodonosnog sloja	$m =$	m
Širina vodonosnog sloja	$w =$	m
Koeficijent retardacije	$R =$	(1)
Koeficijent raspadanja	$\lambda =$	dan ⁻¹
Proteklo vrijeme nakon upuštanja zagađivala	$t =$	dan
Udaljenost u smjeru toka od izvora zagađenja	$x =$	m

Zadano:

Pregledao:

Rok predaje:

GRAĐEVINSKI FAKULTET
SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
Diplomski studij

Ak.god.

Predmet: HIDRAULIKA

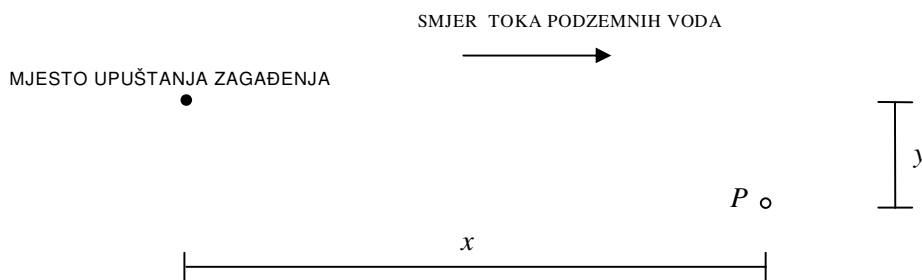
Student :

Mat.broj :

Zadatak 13: Pronos tvari podzemnom vodom

U paralelni tok podzemne vode trenutno je upuštena količina ΔM (kg) neke tvari (zagađivala), i to na način da se njeno širenje može promatrati dvodimenzionalno u horizontalnoj ravnini. Odredi koncentraciju zagađivala $c(P,t)$ u trenutku t na mjestu piezometra P , položajno definiranog u odnosu na mjesto upuštanja zagađivala koordinatama x i y .

Skiciraj "oblak" koncentracije zagađivala koji se formira u horizontalnoj ravnini nakon t vremena od trenutka upuštanja zagađivala.



Zadani parametri:

Masa upuštenog zagađivala	$\Delta M =$	kg
Darcyeva brzina podzemne vode	$v =$	m/dan
Efektivna poroznost vodonosnika	$n_e =$	(1)
Koeficijent longitudinalne disperzivnosti	$\alpha_L =$	m
Koeficijent transverzalne disperzivnosti	$\alpha_T =$	m
Debljina vodonosnog sloja	$m =$	m
Koeficijent retardacije	$R =$	(1)
Koeficijent raspadanja	$\lambda =$	dan ⁻¹
Protoklo vrijeme nakon upuštanja zagađivala	$t =$	dan
Udaljenost u smjeru toka od izvora zagađivanja	$x =$	m
Udaljenost okomito na smjer toka od izvora zagađivanja	$y =$	m

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
Diplomski studij

Ak.god.

Predmet: HIDRAULIKA

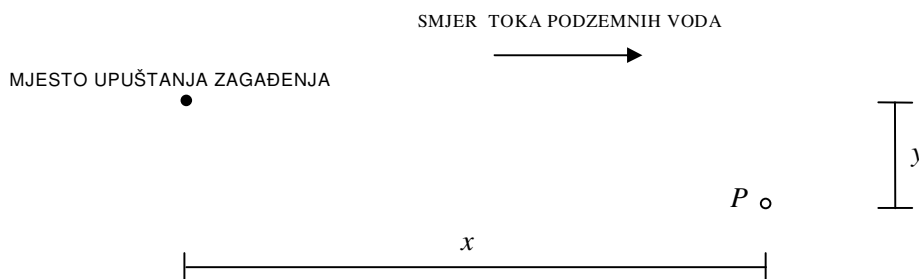
Student :

Mat.broj :

Zadatak 13: Pronos tvari podzemnom vodom

U paralelni tok podzemne vode trenutno je upuštena količina ΔM (kg) neke tvari (zagađivala), i to na način da se širenje zagađivala može promatrati dvodimenzionalno u horizontalnoj ravnini. Odredi koeficijente disperzivnosti ako je u trenutku t , na piezometru P (položajno definiranom u odnosu na mjesto upuštanja zagađivala koordinatama x i y) izmjerena koncentracija $c(P,t)$. Usvoji odnos longitudinalne i transverzalne disperzivnosti $\alpha_l/\alpha_T=10$.

Skiciraj "oblak" koncentracije zagađivala koji se formira u horizontalnoj ravnini nakon t vremena od trenutka upuštanja zagađivala.



Zadani parametri:

Masa upuštenog zagađivala	$\Delta M =$	kg
Darcyeva brzina podzemne vode	$v =$	m/dan
Efektivna poroznost vodonosnika	$n_e =$	(1)
Debljina vodonosnog sloja	$m =$	m
Koeficijent retardacije	$R =$	(1)
Koeficijent raspadanja	$\lambda =$	dan ⁻¹
Protjeklo vrijeme nakon upuštanja zagađivala	$t =$	dan
Koncentracija zagađivanja na piezometru P	$c(P,t) =$	mg/l
Udaljenost u smjeru toka od izvora zagađivanja	$x =$	m
Udaljenost okomito na smjer toka od izvora zagađivanja	$y =$	m