1. U V O D

1.1 Fluidi i njihovo značenje

Kibernetička zakonitost kaže da se svi fenomeni svijeta mogu u tehničkim sustavima prikazati ili kao materija ili kao energija ili kao informacija. Hidrauliku ćemo stoga promatrati kao prikupljanje informacija o ponašanju materije (uglavnom vode) i o njenoj energiji te o silama koje na nju djeluju.

Hidraulika je podloga za sagledavanje (opisivanje) tečenja vode u vodovodnim i kanalizacionim mrežama, hidromelioracijama, obrani od poplava, prometu vodotocima i morem, pročišćavanju otpadnih voda i kondicioniranju vode za piće, hidroenergetici, industrijskoj hidraulici, uređenju i zaštiti okoline, temeljenju građevinskih objekata i drugdje. Iz tog razloga će pojedina poglavlja biti obrađena i u okviru tečaja iz hidraulike i u okviru nekih drugih stručnih predmeta.

U posljednje vrijeme se sve češće spominje ekologija. Ekologija je znanost koja proučava međusobne odnose subjekata u danom okolišu. U ovom rukopisu će se opisati i utjecaj fluida na pronos tvari.

Do premještaja velikih masa fluida u prirodi dolazi pod utjecajem razlike energije kojom mase fluida raspolažu. Osnovni izvor energije u biosferi je toplina koju zrači Sunce. Složenim ali poznatim fizikalnim procesima dio toplinske energije transformira se u mehaničku energiju. Kako se intenzitet toplinskog zračenja Sunca koje Zemlja prima mijenja u prostoru i vremenu, zbog njene zaobljenosti i rotacije, to se između pojedinih područja Zemlje javljaju energetski gradijenti, posljedica kojih je prijenos masa i energije. Ovaj prijenos se vrši kondukcijom (provođenjem), radijacijom (zračenjem) i konvekcijom (pronosom). Upravo posljednji način prenošenja omogućuju prvenstveno fluidi.

Prijenos masa vrši se na planetarnoj razini, pa fluidi prenose posljedice prirodnih i ljudskom aktivnosti izazvanih događaja. Kad bi posljedice ostale na mjestu gdje se događaj zbio, ne bi imale veliko ekološko značenje. Značenje prvenstveno daju fluidi koji njegove posljedice prenose svijetom.

U okviru ovog tečaja će se matematičkim modelima opisivati nejednoliko i nestacionarno tečenje u otvorenom koritu, strujanje u vodovodnoj mreži te oscilacije vodnih masa i vodni udar u sistemima pod tlakom. U okviru ovog tečaja će biti prikazani i regionalni modeli toka podzemnih voda kao i modeli kojima se opisuje pronos tvari u vodonosnim slojevima i moru te će biti opisano djeloanje vjetra na građevinske i druge konstrukcije.

1.2 Fluidi i energija

Energija je sposobnost obavljanja rada. Ona se pojavljuje u prirodi u različitim oblicima. Energija se ne može proizvesti ni poništiti (potrošiti), ona se može jedino transformirati tj. prijeći iz jednog oblika u drugi.

Svi oblici energije se mogu svrstati u dvije osnovne skupine: nagomilana ili sakupljena energija u nekom prostoru ili tijelu i u prijelaznu energiju koja se javlja u slučaju kad nagomilana energija prelazi iz jednog u drugi oblik ili kad nagomilana energija prelazi s jednog na drugo tijelo. Nagomilana energija se može u određenom obliku održati po volji dugo dok je prelazna energija kratkotrajna.

Nagomilani oblici energije su: potencijalna, kinetička i unutarnja.

Potencijalna ili energija položaja je zapravo posljedica međusobne privlačnosti Zemljine mase i mase (podignutog) tijela, a ona je ovisna o međusobnom položaju tih dviju masa. U tehničkoj primjeni se usvaja da je gravitacija konstantna i da se energija računa od neke referentne ravnine jer nas u većini problema interesira samo razlika energije.

Kinetička energija je energija koju tijelo ima uslijed gibanja.

Potencijalna i kinetička energija se mogu nagomilati ne samo u tijelima kao cjelini već i u najmanjim elementarnim česticama tijelapa se takova energija naziva *unutarnja energija* . Unutarnja energija može biti na razini molekula, atoma ili jezgra atoma.

Prijelazni oblici energije su npr: mehanički rad (kinetička energija zamašnjaka u potencijalnu energiju utega u dizalu), električna energija, energija toka, toplina...

1.3 Ograničenja transformacije oblika energije

Obzirom na mogućnost transformacija oblika energije postoje tri skupine energija:

a) *eksergija* - energija koja se može neograničeno transformirati u druge oblike energije. Primjeri za eksergiju su potencijalna, kinetička, mehanička i električna energija.

b) energija koja se samo ograničeno može transformirati u druge oblike energije je unutarnja kalorična energija i toplina.

c) *anergija* - energija koja se ne može transformirati u druge oblike energije (energija akumulirana u okolini)

Procesi transformacije energije se mogu podijeliti i na *reverzibilne* te na *ireverzibilne* procese.

Reverzibilni procesi

KINETIČKA	<==>	POTENCIJALNA
inercijalne sile		gravitacione sile
KINETIČKA	<==>	UNUTARNJA
inercijalne sile		elastične sile

Ireverzibilni procesi

KINETIČKA	==>	TOPLOTNA
inercijalna		viskozna
KINETIČKA	==>	TURBULENTNU
inercijalna- translacija		inercijalan-rotacija

1.3.1 Princip održanja energije

Prvi zakon termodinamike kaže da energija nemože iz ničega nastati niti se u ništa pretvoriti. Energija samo može preći iz jednog oblika u drugi. Prilikom strujanja realnog fluida se zbog turbulencije i viskoznosti dio energije nepovratno pretvara u toplinu. Pretvaranje energije nepovratno u toplinu se najčešće naziva *gubici energije*.

Postoji mnogo jednadžbi kojima se opisuju gubici energije duž toka odnosno kojima se definira odnos brzine(v) i gradijenta energije (I) a najvažnije su Manningova, Chezy-eva i Darcy-Weisbachova. Svim navedenim jednadžbama je zajednički generalizirani oblik:

$$v = k\, C\, R^x\, I^y \qquad \text{... (1.1)}$$

pri čemu je:

- v srednja vrijednost brzine
- C faktor otpora (hrapavosti)
- R hidraulički radijus
- I pad linije energije
- x,y eksponenti
- k faktor koji uzima u obzir empirijski dobivene konstante, konverzije mjernih veličina,...

Manningova jednadžba

Manningova jednadžba se najčešće koristi za opisivanje toka u otvorenom koritu, pri čemu se Manningov koeficijent hrapavosti n najčešće usvaja konstantan za sve protoke. Ova jednadžba se nesmije koristiti za opisivanje toka drugih fluida osim vode. Manningova jednadžba glasi:

$$v = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2} \qquad \text{... (1.2)}$$

pri čemu je:

- v srednja vrijednost brzine
- n Manningov koeficijent hrapavosti

Chezy-eva jednadžba

Chezy-eva jednadžba se najčešće koristi za opisivanje toka u kanalizacionim mrežama. Chezy-ev koeficijent C je funkcija hidrauličkog radijusa, pada linije energije i materijala iz kojeg je cijev izgrađena. Chezyeva jednadžba ima oblik:

$$v = C\sqrt{RI} \qquad \text{... (1.3)}$$

pri čemu je C Chezy-ev koeficijent otpora čija vrijednost se za pojedine obloge korita može naći u literaturi. Chezy-ev koeficijent se može izračunati i na osnovu Manningovog koeficijenta uzimajući u obzir hidraulički radius i pad linije energije pomoću jednadžbe:

$$C = \frac{23 + \frac{0.00155}{I} + \frac{1}{n}}{1 + \frac{\left(23 + \frac{0.00155}{I}\right)n}{\sqrt{R}}} \qquad \text{... (1.4)}$$

U praksi se češće koristi izraz

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} \qquad \text{... (1.5)}$$

Darcy-Weisbach-ova jednadžba

Darcy-Weisbachova jednadžba se zasniva na rezultatima teoretskih razmatranja te se često koristi kod modeliranja tečenja u sistemima pod tlakom. Prikladna je za bilo koji protok i za bilo koji fluid te se može koristiti i za modeliranje toka u otvorenom koritu. Koeficijent koji opisuje otpor (λ) je ovisan o materijalu od kojeg je sačinjena stijenka (zapravo o njenoj hrapavosti) i o Reynoldsovom broju koji se mijenja sa brzinom i hidrauličkim radijusom. Darcy-Weisbachova jednadžba se najčešće piše u obliku:

$$v = \sqrt{\frac{8g}{\lambda} RI} \qquad \text{... (1.6)}$$

pri čemu je sa λ označen Darcy-Weisbachov koeficijent trenja koji se za potpuno razvijeni turbulentni režim strujanja može izračunati pomoću Colebrook-White-ove jednadžbe za tečenje sa slobodnim vodnim licem:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{k}{12R} + \frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}}\right) \qquad \text{... (1.7)}$$

a za tečenje u sistemima pod tlakom:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{k}{14.8R} + \frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}}\right) \qquad \text{... (1.8)}$$

pri čemu je sa k označena apsolutna hrapavost [m]. Iterativno računanje koeficijenta hrapavosti λ može zahtijevati dosta vremena pa se za potpuno ispunjene okrugle cijevi može koristiti jednadžba (Swamee i Jaim):

$$\lambda = \frac{1.325}{\left[\log_e\left(\frac{k}{3.7D} + \frac{5.74}{\mathrm{Re}^{0.9}}\right)\right]^2} \qquad \text{... (1.9)}$$

pri čemu je sa D označen promjer cijevi (m).

1.4. Modeliranje hidrodinamičkih procesa

Za potrebe inženjerske prakse je često potrebno predvidjeti djelovanje vode (ili nekog drugog fluida) na građevinski objekt.

Da bi se mogao procijeniti utjecaj promatranog objekta na postojeći sistem, projektant treba alat koje će mu omogućiti da predvidi odgovor sistema na predložene izmjene u sistemu (građevinske zahvate). Najčešći cilj modeliranja je određivanje (predviđanje) prostornog i vremenskog rasprostiranja varijabli (npr. tlak, gustoća, brzina, koncentracija, temperatura) koje opisuju buduće stanje promatranog sistema.

Sredstvo koje omogućuje takvo predviđanje je *model*. Model se može definirati kao pojednostavljena verzija procesa koji se odvija u prirodi, i koji opisujući neki fizikalni proces, uzima u obzir samo dominantne sile.

Modeli se koriste pri rješavanja niza tehničkih dilema u projektiranju kao što su npr. projektiranju luka i marina, dimenzioniranje zaštite od poplava, konsumpcione krivulje na preljevima, konstruiranje aviona, određivanje potrebne snage brodskog motora, ...

Za sagledavanje procesa vezanih za tok vode se mogu koristiti mjerenja u naravi, mjeranja u laboratoriju, hidraulički – fizikalni modeli kao i simbolički (matematički) modeli koji mogu biti analitički i numerički. Neke od svojstava navedenih pristupa su opisani u tablici 1.1

	prednosti	nedostaci
Mjerenje u naravi	Obuhvaća realne procese - stvarna strukturu procesa; zbirni efekt svih postojećih utjecaja ; doprinosi razvoju novih tehnologija	Teško ostvarivo generaliziranje, visoki troškovi; smanjena točnost, nemogućnost ponavljanja mjerenja pod istim uvjetima (slaba ponovljivost)
Mjerenja u laboratorijima - Hidraulički fizikalni modeli	Kontrolirani uvjeti ; ponovljivost ; mogućnost opažanja i vizualizacije, moguće predviđanje budućeg stanja	Moguća netočnost zbog efekta mjerila i efekta modela ; upitna reprezentativnost ;
Analitički modeli	Relativno jednostavna rješenja vladajućih jednadžbi za pojednostavljene uvjete. U ostalim slučajevima služe za grubu ocjenu stanja.	Visoki stupanj idealizacije, zanimarivanje niza utjecaja
Numerički modeli	Mogućnost dobrog opisivanja hidrauličkih i drugih procesa. Potrebno baždarenje modela i iskustvo modelatora.	Usvojen cijeli niz aproksimacija; izuzeće manje važnih procesa prisutnih u prirodi ; eksplicitne parametarske vrijednosti

Tablica 1.1 – prednosti i nedostaci pojedinog izdvojenog pristupa istraživanju (prema HYDROLAB, 2004)

1.4.1 Simbolički modeli

Za ispravno simuliranje treba steći jasnu sliku procesa koji se odvija u prirodi. Na osnovu nje se formira opis koji se sastoji od *konceptualnog* i *matematičkog* modela.

Jedan od najmoćnijih alata koji se primjenjuju u mnogim granama fizike za istraživanje složenih procesa je formiranje konceptualnih modela. Konceptualni model zamjenjuje složenu fizikalnu pojavu, čiji je matematički opis praktički nerješiv, pojednostavljenom (ali nepostojećom) pojavom čiji je opis moguć matematičkim metodama. Pri spomenutom pojednostavljenju je potrebno obuhvatiti glavne čimbenike koje utječu na tôk a zanemariti nedominantne procese. Valja naglasiti da za isti slučaj tečenja razlike u usvojenim pretpostavkama vode do raznih modela koji mogu dat bitno različite rezultate.

Može se zaključiti da konceptualni model verbalno opisuje problem a matematički ga simbolički zapisuje.

Matematički model se sastoji od matematičkog opisa promatrane pojave (jednadžba) te početnih i rubnih uvjeta. Tako se npr. opisivanje pronosa promatrane komponente zagađenja u podzemnim vodama zasniva na primjeni jednadžbe kontinuiteta, energetske jednadžbe koja povezuje odnos raspoložive energije i brzine, konstitutivnih jednadžbi koje opisuju karakteristike svake pojedine faze, opisa izvora (i ponora) promatrane komponente te o početnim i rubnim uvjetima. Sve to promatra se na makroskopskom nivou.

Brzi razvoj računala je omogućio nagli razvoj simboličkih modela. Simbolički modeli se dijele na analitičke i numeričke.

1.4.2 Fizikalni modeli

Za dva sistema se kaže da su fizikalno slični ako su odnosi vrijednosti promatranih fizikalnih veličina na oba sistema u svim točkama jednaki. Fizikalnim modelom obično nazivamo geometrijski sličan objekt s prototipom što znači da postoji konstantan omjer odgovarajućih dužina na modelu i prototipu. Geometrijska sličnost je osnova za kinematičku i dinamičku sličnost.

$$\frac{L_M}{L_P} = L_R \qquad \text{... (1.10)}$$

Ovaj omjer se naziva *mjerilo modela*. Pojam mjerilo modela se u literaturi (npr. Novak i Čabelka, 1981) često usvaja i kao vrijednost $L_R = L_P/L_M$ što je u suštini isto samo što se u prvom slučaju kaže da je model u mjerilu npr. 1:300 a u drugom slučaju da je u mjerilu 300.

Iz mjerila modela prozlaze i mjerila za površine i volumene:

$$\frac{A_M}{A_P} = L_R^2 \qquad \frac{V_M}{V_P} = L_R^3 \qquad \text{... (1.11)}$$

U praksi je uobičajeno da se hidrotehnička oprema (npr. zapornice, preljevi, ...) ispituje u mjerilu 1:5 – 1:30, modeli opstrujavanja oko pojedinih građevinskih objekata (npr. lukobrana, burobrana, ...) u mjerilu 1:30 – 1: 100 a za modeliranje utjecaja pojedinih građevinskih objekata na okolinu (npr. modeliranje pronosa efluenta ispuštenih kroz podmorski ispust, širenja poplavnog vala uslijed loma brane,..) modeli u mjerilu 1:100 – 1:1000.

Prilikom zadovoljavanja geometrijske sličnosti često nije dovoljno da postoji sličnost oblika, već i hrapavost površina treba biti u odgovarajućem mjerilu. Za modele koji su umanjeni u odnosu na prototip, hrapavost se često ne može smanjiti u mjerilu modela osim ako se površina modela može izraditi puno glađa od prototipa. U tom slučaju se često pribjegava izradi distorziranih modela na kojima mjerilo za dužine (horizontalne dimenzije) nije jednako mjerilu za visine (vertikalne dimenzije). Strogo gledano, u takovom uvjetima nije zadovoljena geometrijska niti kinematička sličnost ali takovi modeli imaju određene prednosti pri modeliranju toka u otvorenim koritima.

Pored geometrijske sličnosti svaki model na kojem se modelira strujanje fluida mora zadovoljiti i uvjete kinematičke sličnosti, odnosno svaka čestica fluida mora se nalaziti u odgovarajuće vrijeme u odgovarajućim točkama modela i prototipa. To će biti zadovoljeno ako postoji jedno mjerilo za vrijeme pri čemu vrijeme na modelu i na prototipu ne mora prolaziti istim tempom. Model je dakle kinematički sličan sa prototipom ako postoji jedno mjerilo za vrijeme:

$$\frac{T_M}{T_P} = T_R \qquad \text{... (1.12)}$$

Posljedica ovog uvjeta je da će strujne linije na modelu biti slične strujnim linijama na prototipu u odgovarajućim trenucima vremena, odnosno strujanje se odvija sinkronizirano. Za kinematički slične modele vrijede i sljedeći omjeri:

$$\frac{v_M}{v_P} = v_R \qquad i \qquad \frac{Q_M}{Q_P} = Q_R \qquad \text{... (1.13)}$$

Dinamička sličnost podrazumijeva postojanje odgovarajućeg mjerila (omjera) sila:

$$\frac{F_M}{F_P} = F_R \qquad \text{... (1.14)}$$

Kako je sila definirana $F = m\ a = \rho\ V\ a$ može se zaključiti da ako pored geometrijske i kinematičke sličnosti postoji i sličnost gustoće fluida u svim točkama prostora, odnosno ako je u svakoj odgovarajućoj točki modela i prototipa zadovoljeno:

$$\frac{\rho_M}{\rho_P} = \rho_R \qquad \text{... (1.15)}$$

tada postoji i dinamička sličnost između modela i prirode. *Hidrodinamička sličnost* je dakle sličnost u kojoj su zadovoljena geometrijska, kinematička i dinamička sličnost. Kod distordiranih modela nema geometrijske pa tako neće biti niti kinematičke ni dinamičke sličnosti ali se može pokazati da se postoji sličnost između srednjih brzina, protoka i padova vodnog lica te se takova sličnost naziva *hidraulička sličnost*.

Uvrštavajući usvojene omjere u Newton-ov zakon dobiva se opći zakon mehaničke sličnosti čime se osigurava dinamička sličnost modela i prototipa

$$F_R = m_R \cdot a_R \qquad \text{... (1.16)}$$

Za stacionarno strujanje, gdje postoji samo konvektivna komponenta ubrzanja jednadžba (1.16) se može pisati $a_R=L_R/T^2_R$ pa vrijedi

$$F_R = m_R \cdot \frac{v_R^2}{L_R} = \rho_R \cdot L_R^2 \cdot v_R^2 \qquad \text{... (1.17)}$$

pri čemu indeks R označava odgovarajuće mjerilo. Odnos mjerila

$$\frac{F_R}{\rho_R \cdot L_R^2 \cdot v_R^2} = 1 \qquad \text{... (1.18)}$$

odnosno

$$\frac{F_M}{\rho_M \cdot L_M^2 \cdot v_M^2} = \frac{F_P}{\rho_P \cdot L_P^2 \cdot v_P^2} = Ne \qquad \text{... (1.19)}$$

se zove Newton-ov kriterij dinamičke sličnosti i predstavlja osnovu za fizikalno modeliranje strujanja fluida.

Po Newton-ovom kriteriju u dinamički sličnim sistemima mora, među bilo kojim dvjema odgovarajućim silama postojati konstantan odnos $Ne_P=Ne_M$.

Na jednu česticu fluida djeluju u većini slučajeva više od dvije nezavisne sile pa nakon izbora mjerila za dužine i mjerila za gustoće, ostaje još da se izabere mjerilo za vrijeme tako da se zadovolji Newtonov kriterij samo za jedan par nezavisnih sila što znači da se fizikalnim modeliranjem mogu predstaviti strujanja fluida ako na gibanje čestica fluida djeluju dominantno dvije ili najviše tri sile. Ako na gibanje čestica fluida ravnomjerno djeluje više sila potrebno je dijeliti model na više dijelova u kojima su pojedine od tih sila dominantne i parcijalno modelirati strujanje. Od sila koje su najčešće dominantne valja spomenuti:

Sile trenja

$$F_T = \tau \cdot A = \mu \cdot \frac{\partial v}{\partial l} \cdot L^2 = \mu \cdot v \cdot L \qquad \text{... (1.20)}$$

Sile od promjene tlaka

$$F_P = \Delta p \cdot A = \Delta p \cdot L^2 \qquad \text{... (1.21)}$$

Sile gravitacije

$$F_G = m \cdot g = \rho \cdot L^3 \cdot g \qquad \text{... (1.22)}$$

Sile inercije za stacionarno strujanje (inercijalne sile uslijed konvektivnog ubrzanja)

$$F_K = m \cdot v \frac{\partial v}{\partial x} = \rho \cdot L^3 \cdot \frac{v^2}{L} = \rho \cdot L^2 \cdot v^2 \qquad \text{... (1.23)}$$

Strujanje na modelu i prototipu će biti dinamički slično ako je odnos dominantnih sila na modelu i prototipu isti u odgovarajućim točkama. Najčešće se promatraju slijedeći odnosi sila:

$$\frac{SILA\ \ INERCIJE}{SILA\ \ TRENJA} = \frac{\rho \cdot L^2 \cdot v^2}{\mu \cdot v \cdot L} = \frac{v \cdot L}{\nu} = \mathrm{Re} \qquad \text{Re}\textit{ynoldsov broj} \qquad \ldots (1.24)$$

Reynoldsova sličnost se koristi kad promjena tlaka zavisi od sile trenja (strujanje kroz hidrodinamički glatke provodnike ili u slučaju laminarnog strujanja). Što je veća vrijednost Reynoldsovog broja to će biti manji utjecaj viskoznosti na strujnice, te će slučaj kad *Re* → ∞ odgovarati strujanju u kojem viskoznost ne utječe na (koeficijente) otpor oblika. S druge strane, što je Reynoldsov broj manji, to je veći utjecaj viskoznosti te slučaj kad *Re* → 0 odgovara strujanju u kojem su inercijalni efekti zanemarivi u usporedbi sa viskoznošću.

$$\frac{SILA\ \ INERCIJE}{SILA\ \ GRAVITACIJE} = \frac{\rho \cdot L^2 \cdot v^2}{\rho \cdot L^3 \cdot g} = \frac{v^2}{g \cdot L} = Fr \qquad \textit{Froudov broj} \qquad \ldots (1.25)$$

Froude-ov kriterij sličnosti se koristi u slučajevima kad su dominantne sile gravitacije i sile inercije - to odgovara strujanju sa slobodnom površinom (istjecanje, preljevanje) u zonama malih gubitaka energije. Takovi objekti se često nazivaju i kratki objekti.

$$\frac{SILA\ \ INERCIJE}{SILA\ \ TLAKA} = \frac{\rho \cdot L^2 \cdot v^2}{p \cdot L^2} = \frac{\rho \cdot v^2}{p} = \frac{1}{Eu} \qquad \textit{Eulerov broj} \qquad \ldots (1.26)$$

Eulerova sličnost se koristi kad promjena tlaka nastaje pod djelovanjem inercijalnih sila - slučajevi lokalnih gubitaka energije ili izrazito turbulentnog strujanja u hidrodinamički hrapavim koritima.

$$\frac{SILA\ GRAVITACIJE}{SILA\ TRENJA} = \frac{\rho \cdot L^3 \cdot g}{\mu \cdot v \cdot L} = \frac{\rho \cdot g \cdot L^2}{\mu \cdot v} = St \qquad \textit{Stoksov broj} \qquad \ldots (1.27)$$

U slučajevima kada su inercijalne sile zanemarljive a sile viskoziteta i sile gravitacije dominantne tada Štoksov broj na modelu i na prototipu treba biti isti da bi postojala dinamička sličnost. (Primjer je taloženje sitnih čestica u fluidu)

$$\frac{POVRŠINSKI\ \ \ NAPONI}{INERCIJALNE\ \ \ SILE} = \frac{v}{\sqrt{\sigma / \rho L}} = W \qquad \textit{Weberov broj} \qquad \ldots (1.28)$$

Kad prevladavaju utjecaji površinskih napona i inercijalnih sila, Weberov broj na modelu i prototipu treba biti isti. Uvjet da bi se javili površinski naponi je postojanje slobodnog vodnog lica pa je Weberov broj važan kod npr. modeliranja kapilarnog kretanja u tlu i kapilarnih valova. Što je vrijednost Weberovog broja manja, to je relativni utjecaj površinskih naprezanja veći i obrnuto.

$$\frac{SILA\ TLAKA}{SILA\ GRAVITACIJE} = \frac{p \cdot L^2}{\rho \cdot L^3 \cdot g} = \frac{p}{\rho \cdot g \cdot L} = I \qquad \textit{Hidraulicki pad} \qquad \ldots (1.29)$$

U udruzi koja okuplja vodeće svjetske hidrotehničke laboratorije (HYDROLAB) budućnosti modeliranja sa fizikalnim modelima u narednih 20 godina vide u modeliranju složenih procesa koje još uvijek nisu u potpunosti sagledani. Kada istraživanja na fizikalnim modelima stvore preduvjete za kvalitativnu nadgradnju numeričkih modela, potrebe za korištenjem fizikalnih modela će se pomaknuti na narednu razinu.

1.4.3 Analogni modeli

U fizici postoji niz pojava koje se mogu opisati jednakim izrazima, odnosno postoji analogija među pojavama. Primjer takve analogije je strujanje podzemnih voda i prolaz struje kroz elektroprovodni papir. Ako se formira model koji ima sličnu geometriju i rubne uvjete kao i prototip, tada modeliranjem na analognom modelu simuliramo i potencijalno strujanje vode.

Rješavanje analognog modela je najčešće eksperimentalno, tj. mjerenjem fizikalnih veličina. Najčešće upotrebljavane analogije su elektroanalogija, viskozna analogija i membranska analogija.

Analogni modeli zahtijevaju izgradnju modela što je često puta vezano uz znatne materijalne troškove. Analogni modelio se praktički više ne koriste.

1.5 Elementi hidrodinamike

1.5.1 Molekularna difuzija

Ako se u odabranoj točci unutar tekućine unese topiva tvar te dobije otopina (traser) tada će uslijed razlike u koncentraciji doći do pronosa tvari. Pronos tvari uzrokovan razlikom u koncentraciji se naziva *molekularna difuzija* i opisana je Fickovim zakonom:

$$q = D_M \, grad \, c \qquad \text{... (1.30)}$$

Koeficijent D_M se naziva koeficijent molekularne difuzije i ovisi o karakteristikama tekućine u kojoj se difuzija odvija (najčešće je to voda), tvari koja se unosi u tekućinu, temperaturi, tlaku a ponekad i o koncentraciji. Sa c je označena koncentracija promatrane tvari koja se pronosi u osnovnoj tekućini.

U idućoj tablici je navedeno nekoliko vrijednosti koeficijenta molekularne difuzije za *NaCl* i glicerin u vodi.

Komponenta koja se širi	Temperatura (^{0}C)	D_M (cm^2/s)
NaCl	0	$0{,}784 \cdot 10^{-5}$
	25	$1{,}61 \cdot 10^{-5}$
	50	$2{,}63 \cdot 10^{-5}$
Glicerin ($C_3H_8O_3$)	10	$0{,}63 \cdot 10^{-5}$

Tablica 1.1 Koeficijenti molekularne difuzije za natrijev klorid i glicerin u vodi.

Promjena koncentracije u funkciji vremena je opisana II Fickovim zakonom (Gorišek,1996)

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \qquad \text{... (1.31)}$$

1.5.2 Osnovne karakteristike turbulentnog toka

Promatrajući tok vode u prirodi uočava se da se on odvija uglavnom u turbulentnom režimu. Za turbulentni režim strujanja je karakteristično postojanje vrtloga. Govorit će se o vrtlozima iako je taj pojam dosta slabo definiran. Često se u stranoj literaturi za vrtloge koristi i pojam mali valovi.

Turbulenciju je moguće interpretirati kao sustav vrtloga različitih intenziteta i veličina. Osnovni tok (strujanje) generira velike vrtloge čije je mjerilo reda veličine osnovnih geometrija toka (npr. dubine za otvoreni vodotok ili karakteristične dimenzije uvala u morima). Ti veliki vrtlozi su obično «inercioni» vrtlozi u kojima je efekt viskoznosti od zanemarivog značenja. Osnovni (osrednjeni) tok ili strujanje prenosi energiju direktno na te vrtloge zbog čega oni sadrže veliku količinu energije. Veliki vrtlozi transformiraju energiju na sve manje i manje vrtloge, sve dok njihova veličina nije konačno toliko mala da viskozna disipacija energije preuzima glavnu ulogu. Takav pronos energije od velikih vrtloga na sve manje i manje se naziva energetska kaskada.

Energetska kaskada se može opisati sa narednim karakterističnim mjerilima duljina:
- makro mjerilo Λ_M
- Taylor-ovo mikro mjerilo Λ_T, karakteristično za veličine vrtloga za koje viskoznost upravo poprima značajnu ulogu
- Kolmogorovo mikro mjerilo Λ_K, karakteristično za vrtloge čija se energija u potpunosti disipira kroz viskoznost

Ako je strujanje takovo da se može usvoji da je fluid nestlačiv, tada se polje brzina $\mathbf{v}$ $(\mathbf{x},t)$ i tlakova p $(\mathbf{x},t)$ može opisati Navier-Stokesovom jednadžbom u obliku:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j\frac{\partial v_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu\nabla^2 v_i \qquad \text{... (1.32)}$$

pri čemu su na lijevoj strani doprinosi inercijalnih sila, a na desnoj površinkih i sila viskoziteta (Ferzinger, 1996 -pri čemu su zanemarene masene sile) te jednadžbom kontinuiteta za konzervativni tok u obliku:

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \qquad \text{... (1.33)}$$

pri čemu je:

v_i vektor brzine
p tlak
ν kinematski koeficijent viskoznosti

Navedene dvije jednadžbe se za početne i rubne uvijete mogu riješiti. U jednadžbama je usvojeno da je gustoća $\rho = 1$.

Karakter rješenja ovisi o Reynoldsovom broju $Re = vL/\nu$ pri čemu su sa v i L označene karakteristična brzina i dimenzija. Za male Reynoldsove brojeve je tok laminaran te se parametri toka polako mijenjaju u vremenu i prostoru. Turbulantno strujanje se može opisati kao vrtložno, trodimenzionalno i nestacionarno, te se može reći da se mogu formirati vrtlozi različitih veličina. Kombinacija svih navedenih svojstava utječe da je numerička simulacija turbulentnog toka izrazito složena te predstavlja izazov modelatorima.

1.5.3 Reynoldsovo osrednjavanje

Brzina i tlak se mogu pisati kao zbroj srednje vrijednosti i odstupanja od srednje vrijednosti (fluktuirajući dio) te se može pisati:

$$v_i = \overline{v}_i + \delta v_i \qquad \text{... (1.34)}$$
$$p = \overline{p} + \delta p$$

pri čemu je vrijednost označena sa povlakom Reynoldsova osrednjena vrijednost, δv_i odstupanje trenutne vrijednosti brzine od srednje vrijednosti a δp odstupanje trenutne vrijednosti tlaka od srednje vrijednosti.

Ako se ovako usvojeno Reynoldsovo osrednjavanje primjeni na Navier-Stokesovu jednadžbu dobiva se jednadžba oblika:

$$\frac{\partial \overline{v}_i}{\partial t} + \overline{v}_j \frac{\partial \overline{v}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \nu \nabla^2 \overline{v}_i - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \qquad \text{... (1.35)}$$

pri čemu je sa $\tau_{ij} \equiv \overline{\delta v_i \, \delta v_j}$ označen Reynoldsov tenzor naprezanja.

Uvrštavanjem Reynoldsovog osrednjavanja jednadžba kontinuiteta poprima oblik:

$$\frac{\partial \overline{v}_i}{\partial x_i} = 0 \qquad \text{... (1.36)}$$

Ove jednadžbe se često koriste kao početne jednadžba za modeliranje turbulentnog toka. Postoji cijeli niz pristupa modeliranja pronosa što izlazi iz okvira ovog tečaja. Detaljniji opis turbulencije i izvoda Reynoldsovih jednadžbi se može naći u literaturi (npr. French, Jović, 1975)

Za turbulenciju je karakteristično da postoji uzrok turbulenciji i elementi koji smanjuju turbulenciju (disipativne sile).

Osnovni i najčešće zastupljen pristup je K-ε model pri čemu je sa K označen intenzitet turbulencije (eng: *turbulence kinetic energy*)

$$K \equiv \frac{1}{2} \overline{\delta v_i \delta v_i} \qquad \text{... (1.37)}$$

a sa ε intenzitet disipacije energije pri čemu su članovi tenzora disipacije energije definirani (Ferzinger,1996)

$$\varepsilon_{ij} \equiv 2\upsilon \frac{\overline{\partial \delta v_i}}{\partial x_k} \frac{\overline{\partial \delta v_j}}{\partial x_k} \qquad \text{... (1.38)}$$

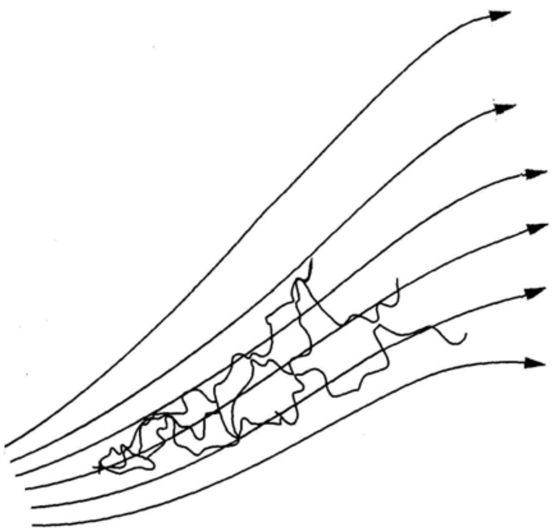
odnosno disipacija energije se često usvaja:

$$\varepsilon \equiv \upsilon \frac{\overline{\partial \delta v_i}}{\partial x_j} \frac{\overline{\partial \delta v_i}}{\partial x_j} \qquad \text{... (1.39)}$$

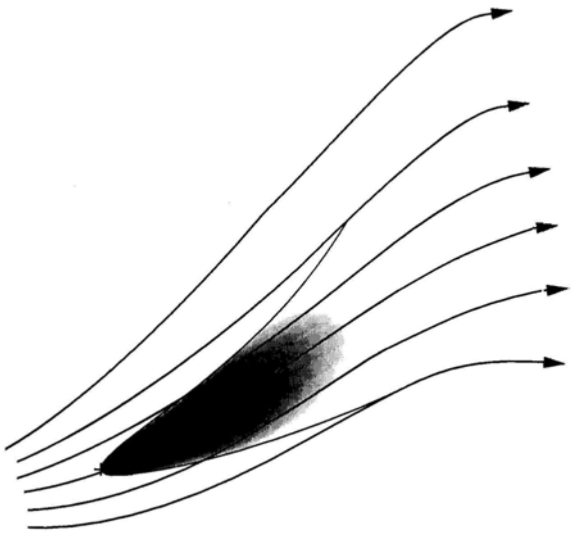
Modeliranje turbulentnog toka može biti interesantno iz dva razloga:

a) u cilju određivanja parametara toka (raspored brzina, tlakova, naprezanja,..) unutar fluida ili na granici sa čvrstom konturom i
b) za potrebe modeliranja pronosa tvari (obično zagađivala) nošenih tokom fluida

U okviru ovog tečaja će se promatrati utjecaj turbulencije na miješanje fluida tj. utjecaj turbulencije na pronos tvari nošenih tokom fluida. Na slikama 1.1 i 1.2 su prikazane putanje čestica u turbulentnom toku odnosno širenje tvari ispuštene u jednoj točci.



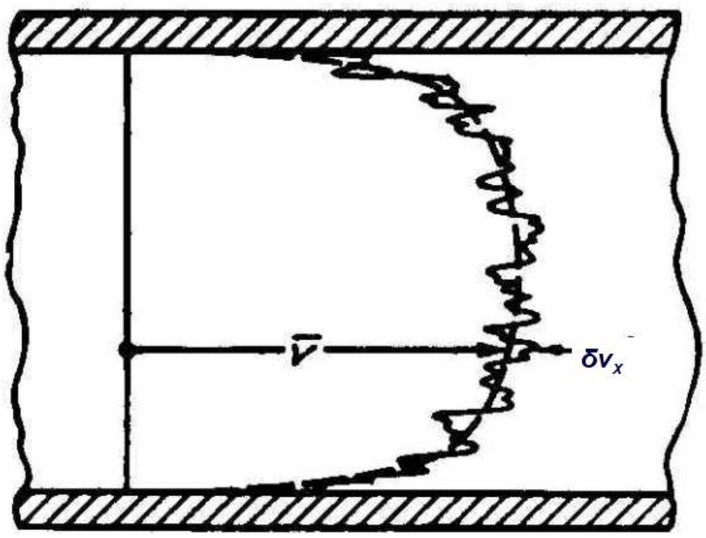
Slika 1. 1 Putanje čestica (trajektorije) u slučaju turbulentnog toka



Slika 1.2. Zona širenja tvari ispuštene iz jedne točke

1.5.4 Vrtložna – turbulentna viskoznost

Za turbulenciju se često kaže da je slična molekularnom gibanju na znatno povećanom mjerilu, pri čemu makroskopsko miješanje uslijed turbulencije odgovara mikroskopskom miješanju molekula.



Slika 1.3 Trenutni raspored brzina u turbulentnom toku

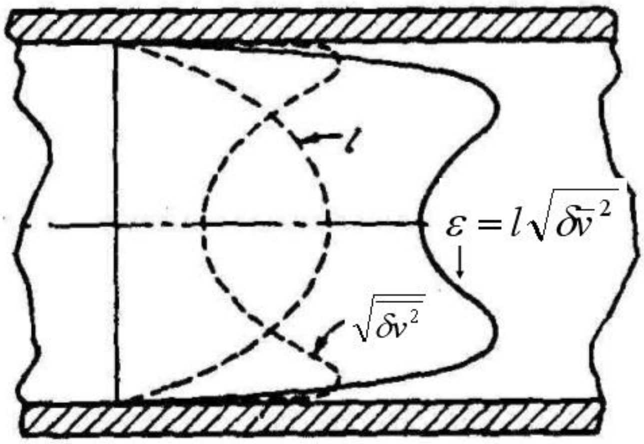
Obzirom da se strujnice u turbulentnom toku kontinuirano mijenjaju u vremenu, poznavanje trenutnog rasporeda brzina je korisno jedino ako su poznate vrijednosti brzina u duljem periodu što je nužno za statističku analizu. Iz tog razloga se često usvaja gruba sličnost (analogija) između molekularnog kretanja i turbulencije zapisivanjem srednje vrijednosti naprezanja zbog turbulencije u obliku:

$$\tau_i = \rho \upsilon_T \frac{d\bar{v}_i}{dx_i} \qquad \text{... (1.40)}$$

Povlaka iznad brzine označava da se radi o srednjoj vrijednosti u nekoj točci a v_T je kinematski koeficijent tzv. vrtložne – turbulentne viskoznosti (eng: *eddy viskosity*) po analogiji sa kinematskim koeficijentom molekularne viskoznosti v. Ovakav pristup eliminira potrebu promatranja trenutnih viskoznih naprezanja unutar vrtloga kroz izražavanje osrednjenog utjecaja naprezanja u ovisnosti o gradijentu srednje vrijednosti brzine i parametra kojim se opisuje turbulencija.

Ako se usvoji analogija između mikroskopskog molekularnog kretanja i makroskopskog vrtložnog kretanja uslijed turbulencije, tada vrtložna viskoznost mora ovisiti o gustoći fluida, srednjoj (karakterističnoj) veličini vrtloga l i nekoj karakterističnoj brzini vrtložnog kretanja, što se često usvaja da je jednaka drugom korijenu iz odstupanja brzine od srednje vrijednosti ($\sqrt{\overline{\delta v_i}^2}$) te se često naziva brzina vrtloženja ili *intenzitet turbulencije* (eng: *eddy velocity*).

Na osnovu mjerenja karakteristika turbulencije se mogu dobiti vrlo interesantni rezultati. Rezultati dobiveni pri mjerenju u okrugloj cijevi su shematski prikazani na slici 1.4.

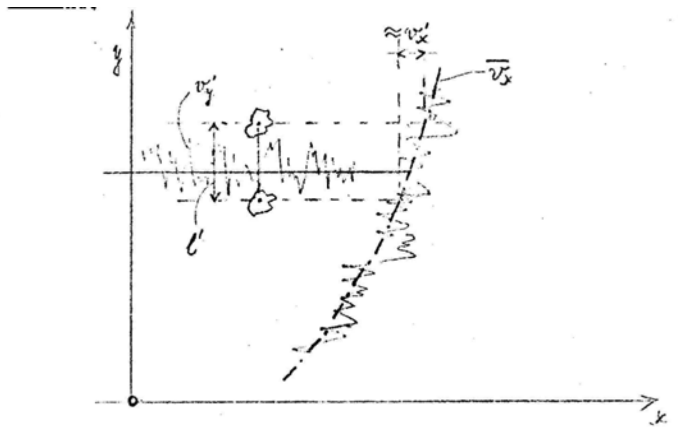


Slika 1.4 Promjene parametara vrtložne viskoznosti u okrugloj cijevi

Iz slike 1.4 se može uočiti da se srednja veličina vrtloga (l) povećava sa vrijednosti nula uz stjenku do maksimuma u osi strujanja. Brzina vrtloženja s druge strane ima najveću vrijednost blizu stjenke i smanjuje se prema osi strujanja a njihov produkt $\varepsilon = l\sqrt{\overline{\delta v}^2}$ ima najveću vrijednost približno na pola puta između stjenke i osi. Očito je da su u toj regiji procesi miješanja najintenzivniji te da se smanjuju na relativno malu vrijednost u osi strujanja i dosežući minimum (praktički nulu) uz stijenku. Ovo saznanje je važno, ne samo za potrebe analize disipacije energije, već i pri izučavanju problema vezanih za pronos topline i tvari nošenih turbulentnim tokom. Obzirom da ε direktno opisuje intenzitet miješanja, često se naziva koeficijent difuzije ili koeficijent turbulentne difuzije (eng: *diffusion coefficient*).

<u>*Prandtlova teorija turbulentnog mješanja*</u>

Da bi se prikazao red veličine intenziteta turbulentnog miješanja, može se navesti Prantlova teorija koja se zasniva na analogiji mehanizama miješanja turbulentnih vrtloga i miješanja molekula pri molekularnoj difuziji. Prandtl je promatrajući vrtloge u bočnom prijenosu količine gibanja pretpostavio da je prijenos količine gibanja proporcionalan dužini miješanja *l* (veličini vrtloga) i gradijentu brzine .



Slika 1.5 Prikaz uzdužne i poprečne raspodjele brzina (na slici je suvišna crtica na *l*)

Po Prantlovoj teoriji je koeficijent turbulentne difuzije jednak:

$$\varepsilon = l^2 \left| \frac{\partial \overline{v}_x}{\partial y} \right| \qquad \text{... (1.41)}$$

te je po ovoj teoriji turbulentni tok određen Prandtlovom dužinom miješanja. Prandtl je pretpostavio da je u području slobodne turbulencije $\varepsilon \approx$ const. po cijelom presjeku toka a u području zidne turbulencije proporcionalna udaljenosti od zida.

Pronos pojedine fizikalne veličine, bila ona definirana kao povećanje topline ili koncentracije, u mjerilu prirode odvija se u turbulentnom režimu strujanja odnosno kroz dinamičko mješanje. Turbulencija je rezultat interakcije viskoznih i inercionih čindbenika zbog čega je i ovisna o Reynolds-ovom broju.

Kod tečenja u otvorenim koritima obično razlikujemo koeficijent disperzije koji definira pronos tvari kao posljedicu naravnomjernosti polja brzina u vodotoku (posljedica formiranja graničnog sloja – manje brzine uz dno i rubove korita a veće u matici) i koeficijent turbulentne difuzije koji je posljedica postojanja malih vrtloga koji uzrokuju mješanje.

1.6 Vladajuće jednadžbe u strujnoj cijevi

Ovaj tečaj je koncipiran na način da se za opisivanje složenih uvjeta strujanja usvaja pristup da moraju biti zadovoljene jednadžba kontinuiteta i dinamička jednadžba. U ovom poglavlju će ove dvije jednadžbe biti opisane na nekoliko načina kako bi se u samom tekstu mogao koristiti pojedini oblik.

Jednadžba kontinuiteta

se najčešće piše u obliku

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{l_i}^{l_{i+1}} A\, dl + Q_{i+1} - Q_i = 0 \qquad \text{... (1.42)}$$

pri čemu je:

$\frac{\partial}{\partial t}\int_{l_i}^{l_{i+1}} A\,dl$ protok koji nastaje radi promjene volumena vode unutar kontrolnog volumena (kod otvorenih vodotoka je to posljedica promjene vodostaja u koritu)

Q_i protok koji ulazi u kontrolni volumen (npr.u razmatrani dio korita)

Q_{i+1} protok koji izlazi iz kontrolnog volumena (npr.iz razmatranog dijela korita)

Integralni oblik jednadžbe kontinuiteta dobije se integriranjem gornje jednadžbe (1.42) po vremenu (između bilo koja dva trenutka t_1 i t_2).

$$\int_{l_i}^{l_{i+1}} A\,dl \Big|_{t_1}^{t_2} + \int_{t_1}^{t_2} Q_{i+1}\,dt - \int_{t_1}^{t_2} Q_i\,dt = 0 \qquad \text{... (1.43)}$$

Diferencijalni oblik jednadžbe kontinuiteta dobiva se približavanjem promatranih (kontrolnih) presjeka tako da je $l_{i+1} - l_i = dl$. Jednadžba kontinuiteta tada poprima oblik:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial l} = 0 \qquad \text{... (1.44)}$$

Primjena pojedinog tipa jednadžbe ovisi o karakteru problema koji se rješava.

Dinamička jednadžba

Bernoulli-eva jednadžba za nestacinarno strujanje glasi:

$$\frac{1}{g}\int_{l_i}^{l_{i+1}} \frac{\partial v}{\partial t}\,dl + \int_{l_i}^{l_{i+1}} \frac{\tau_0 O}{\rho g A}\,dl + \left(h + \frac{\alpha v^2}{2g}\right)_{i+1} - \left(h + \frac{\alpha v^2}{2g}\right)_i = 0 \qquad \text{... (1.45)}$$

pri čemu je:

$\frac{1}{g}\int_{l_i}^{l_{i+1}} \frac{\partial v}{\partial t}\,dl$ - lokalna promjena inercijalnih sila u koritu (promjena tokom vremena), izražena u visinskom obliku

$\int_{l_i}^{l_{i+1}} \frac{\tau_0 O}{\rho g A}\,dl$ - ukupna disipacija energije uslijed otpora trenja

$\left(h + \frac{\alpha v^2}{2g}\right)$ - specifična energija u presjeku i i $i+1$

h - razina vode – kota vodnog lica; $h = z + y$;
z = kota dna, y = dubina vode

v - brzina toka vode

O - omočeni obod

A - površina poprečnog presjeka

τ_0 - tangencijalni naponi po koritu

ρ - gustoća vode

Jednadžba (1.45) je prikladna dok ne postoji strujanje sa diskontinuitetom, tj. dok se ne javlja područje sa gradijentom $\partial v/\partial t \rightarrow \infty$. Tada jednadžba postaje neodređen izraz.

Praćenje diskontinuiranih pojava omogućuje drugi - integralni oblik koji se dobije integracijom Bernoulijeve jednadžbe između dva trenutka t_1 i t_2:

$$\int_{t_1}^{t_2}\left\{\frac{1}{g}\int_{l_i}^{l_{i+1}}\frac{\partial v}{\partial t}dl\right\}dt+\int_{t_1}^{t_2}\int_{l_i}^{l_{i+1}}\frac{\tau_0 O}{\rho g A}dl\,dt+\int_{t_1}^{t_2}\left(h+\frac{\alpha v^2}{2g}\right)_{i+1}dt-\int_{t_1}^{t_2}\left(h+\frac{\alpha v^2}{2g}\right)_{i}dt=0 \qquad ...(1.46)$$

Rubni profili su fiksirani po vremenu (zadani su rubnim uvjetima) pa se primjenom parcijalne integracije na prvi član dobiva:

$$\frac{1}{g}\int_{l_i}^{l_{i+1}}\frac{\partial v}{\partial t}dl\Big|_{t_1}^{t_2}+\int_{t_1}^{t_2}\int_{l_i}^{l_{i+1}}\frac{\tau_0 O}{\rho g A}dl\,dt+\int_{t_1}^{t_2}\left(h+\frac{\alpha v^2}{2g}\right)_{i+1}dt-\int_{t_1}^{t_2}\left(h+\frac{\alpha v^2}{2g}\right)_{i}dt=0 \qquad ...(1.47)$$

Granice prostornog integrala protežu se do mjesta diskontinuiteta.

Treći važan oblik dinamičke jednadžbe je impulsna jednadžba koja se dobiva primjenom zakona održanja količine gibanja.

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{l_i}^{l_{i+1}}\rho v A dl+(\rho Q v)_{i+1}-(\rho Q v)_i=\sum F \qquad ...(1.48)$$

pri čemu je:

$\frac{\partial}{\partial t}\int_{l_i}^{l_{i+1}}\rho v A dl$ - integral lokalne promjene količine gibanja u koritu (promjena količine gibanja u vremenu)

ΣF - suma svih površinskih i volumenskih sila, tj. njihovih komponenata u smjeru toka

Integracijom jednadžbe (1.48) u vremenskom intervalu od t_1 do t_2 dobiva se impulsna jednadžba:

$$\int_{l_i}^{l_{i+1}}\rho v A dl\Big|_{t_1}^{t_2}+\int_{t_1}^{t_2}(\rho Q v)_{i+1}dt-\int_{t_1}^{t_2}(\rho Q v)dt=\sum\int_{t_1}^{t_2}F dt \qquad ...(1.49)$$

Diferencijalni oblik dinamičke jednadžbe (četvrti oblik) dobije se na elementarnom koritu dužine $dl=l_{i+1}- l_i$ kada i → i+1 a najprikladnije je direktno upotrijebiti Beroulli-evu jednadžbu (1.45)

$$\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}dl+I_E\cdot dl+d\left(h+\frac{\partial v^2}{2g}\right)=0 \qquad ...(1.50)$$

Koristeći diferencijalne odnose za totalni diferencijal dobiva se:

$$\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}dl+\frac{\alpha}{2g}\frac{\partial v^2}{\partial l}+\frac{\partial h}{\partial l}=-I_E \qquad ...(1.51)$$

odnosno:

$$\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{v}{g}\frac{\partial v}{\partial l}+\frac{\partial h}{\partial l}=-I_E \qquad ...(1.52)$$

Diferencijalna jednadžba (1.52) zajedno sa (diferencijalnom) jednadžbom kontinuiteta (1.44) se zovu Saint-Venant-ove jednadžbe za tečenje u otvorenom koritu.

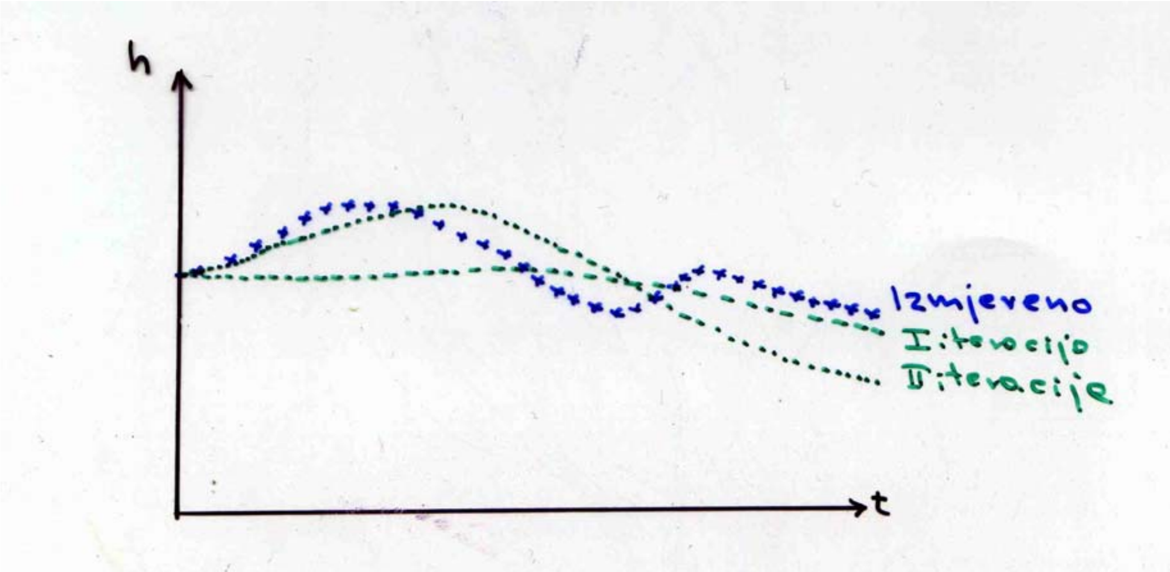
Opisane jednadžbe sadrže dvije nepoznanice ($h(x,t)$ i $v(x,t)$. One su nelinearne obzirom na član od kinetičke energije $\frac{v}{g}\frac{\partial v}{\partial l}$ i na član od trenja $I_{tr}=\frac{v^2}{c^2R}$. Pri tome je pretpostavljeno da je gubitak uslijed trenja pri nestacionarnom strujanju (koje je uvijek i nejednoliko) identičan kao i za jednoliko strujanje pri istoj dubini i brzini. Ova hipoteza je prihvatljiva obzirom na usvojenu pretpostavku o sporo promjenjivom strujanju. Nelinearnost članova otežava analitičko i numeričko rješavanje strujanja vode u otvorenim kanalima. Ove jednadžbe nisu rješive u općem obliku tako da se u praksi koriste približna rješenja.

1.7 Primjena modela

Modeli toka se mogu koristiti za modeliranje direktnim i indirektnim pristupom.

Direktni pristup podrazumijeva modeliranje strujanja kad su poznati svi uvjeti koji utječu na tok (npr. za podzemne vode su to karakteristike vodonosnog sloja, rubni uvjeti, prihranjivanje,....). U takvom modeliranju se predviđa buduće stanje tj. strujna slika nakon izgradnje nekog hidrotehničnog objekta. Najčešća primjena tog pristupa na primjeru modeliranja toka podzemnih voda je sagledavanje utjecaja novoprojektiranog crpilišta na režim podzemnih voda ili sagledavanje utjecaja projektom predviđene akumulacije ili cijelog hidroenegetskog postrojenja (akumulacija, dovodni i odvodni kanal).

Indirektni pristup se koristi kad treba na osnovu izmjerenih vrijednosti baždariti matematički model. Na primjeru modela podzemnih voda ovaj pristup podrazumijeva pretpostavljanje hidrogeoloških karakteristika nekog vodonosnog sloja, modeliranje strujanja te usporedba modelom izračunatih vrijednosti s izmjerenim vrijednostima. Na osnovu analize (usporedbe) izmjerenih i izračunatih vrijednosti provode se korekcije u ulaznim pretpostavkama te se ponavlja postupak modeliranja i usporedba nivograma. Proces se ponavlja dok se ne postigne zadovoljavajuća podudarnost izmjerenih i izračunatih nivograma, a parametri koji su se koristili u konačnoj varijanti se usvajaju kao parametri vodonosnog sloja.



Slika 1.6 Nivogram kod iterativnog pristupa rješavanju inverznog problema

Popis literature:

Jović V., Hidrodinamika, Interna skripta, Split, 1975
Novak ,P., Čábelka,J;Models in Hydraulic Engineering, Pitman Publishing, London, 1981
Rouse,H.; Elementary Mechanics of Fluids, Dover Publication, New York, 1978
Gorišek M.:Diffusion of chemical species dissolved in water in porous medium of fine grain soils, Univeristy of Ljubljana, Faculty of Civil Engineering and Geodesy, Acta hydrotechnica 14/13,1996
Ferzinger,J., Large Eddy simulation, Simulation and Modeling of turbulent Flows, Oxford University Press, 1996
Computer Applications in Hydraulic Engineering, Heasted Methods,2002