

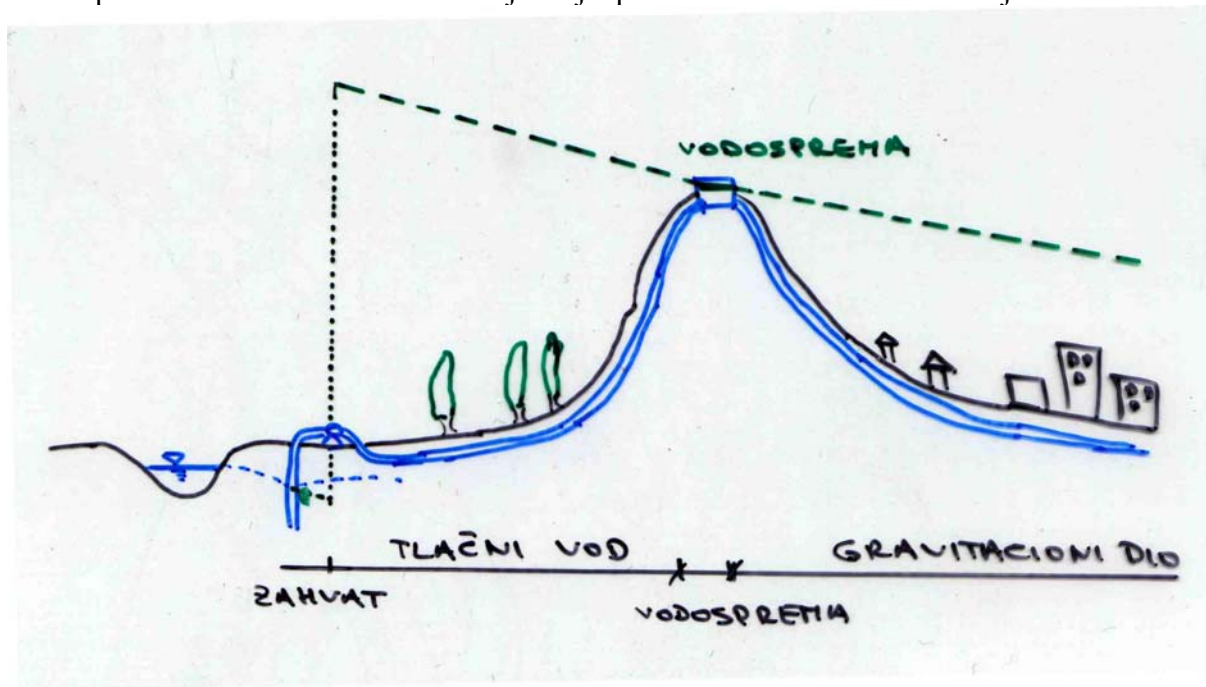
4. HIDRAULIKA SISTEMA POD TLAKOM

4.1 VODOVODNE MREŽE

4.1.1 Uvod

Inženjeri se često susreću s sistemom cijevi ispunjenih vodom (ili nekom drugom tekućinom) spojenih u jednu cjelinu. To su najčešće sustavi za distribuciju vode (vodovodne mreže), plina, toplonske energije i drugi.

Vodoopskrbni sustavi služe za zadovoljavanje potreba stanovništva i industrije vodom.



Slika 4.1 Skica vodoopskrbnog sistema

Vodoopskrbni sustavi se obično sastoje od tri manje ili više odvojena dijela:

- 1) **zahvat i kondicioniranje** koji se obično sastoje od zdenca ili zahvata iz vodotoka, taložnice, crpke i sustava za kondicioniranje (taloženje, filtriranje, kloriranje, ozoniranje,...). Osnovna namjena ovog dijela je zahvat vode i njeno dovođenje u stanje koje sa sanitarnog stanovišta zadovoljava potrebe vodoopskrbe stanovništva ili industrije.
- 2) **transport i skladištenje** koji se sastoji od crpke, zračnog kotlića, jednog ili više cjevovoda i vodospreme. Crpkom se dodaje energiju u tlačni sustav te se voda transportira do vodospreme, koja svojim visinskim položajem osigurava dovoljno veliku piezometarsku visinu u cijeloj mreži, te da svojom zapreminom pokriva varijacija potrošnje u odnosu na prosječni dotok iz crpnog dijela sistema.
- 3) **distribucija** vode do potrošača je omogućena izgradnjom vodovodne mreže. Vodovodna mreža ima osnovni cilj da do svakog pojedinog potrošača dopremi dovoljnu količinu vode uz zadani tlak a da pri tome vodoopskrba bude i ekonomična.

Hidraulički proračuni vodoopskrbnog sistema se najčešće rade za stacionarni režim tečenja pri čemu proračunom treba provjeriti da li su zadovoljene potrebe potrošača po količini i po tlaku te uvjeti ekonomičnosti. Ne ulazeći detaljnije u kriterije za izbor profila u cijevnoj mreži, isprojektirana mreža u hidrauličkom smislu treba zadovoljiti slijedeće uvijete:

- raspored tlakova u mreži mora biti što ravnomjerniji
- tlak na svakom ispusnom mjestu treba i pri najnepovoljnijim uvjetima potrošnje biti veći od usvojenog minimalnog tlaka
- piezometarske kote u mreži moraju biti takove da se kod najvećeg opterećenja mreže tj. najveće potrošnje postoji dovoljna tlačna visina za potrebe gašenja požara, uzimajući vodu iz jednog ili dva hidranta.
- radi izbjegavanja velikih pogonskih troškova maksimalne brzine vode su ograničene na 1-2 m/s

Pri proračunu vodovodne mreže se usvajaju slijedeće pretpostavke:

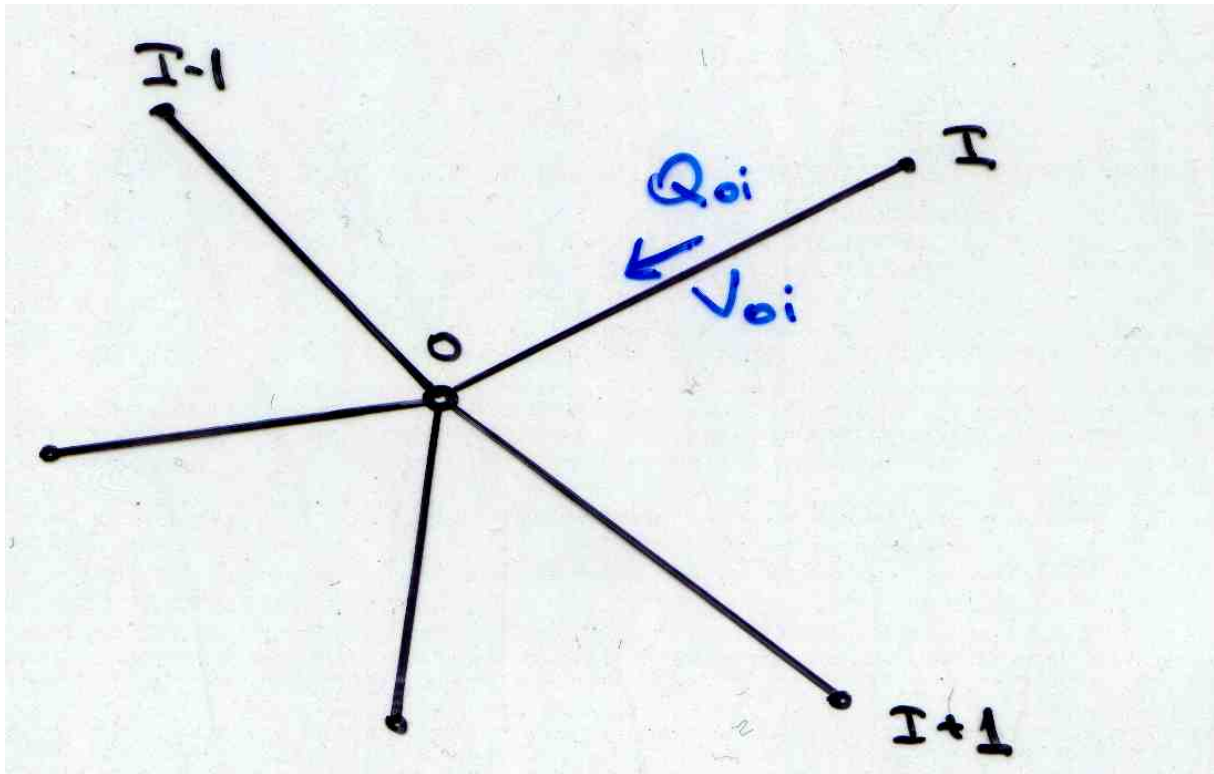
- usvaja se da su dominantne gravitacione sile i sile trenja
- potrošnja vode se obično usvaja kao potrošnja u čvorovima mreže. Pri tome se potrošnja malih potrošača (kućni priključci) sabiru te se tretiraju kao oduzimanje vode u čvorovima mreže
- prosječne brzine vode u mreži su male pa se lokalni gubici na armaturama mogu zanemariti u odnosu na linijske ili se dodaju kao određeni procent od linijskih gubitaka.
- brzinska visina se također može smatrati zanemarivo malom $\frac{v^2}{2g} = \frac{1}{19.62} = 0,05m$
- proračun mreža se obično radi za stacionarno strujanje u mreži pri najnepovoljnijim uvjetima. Nestacionarni proračuni se obično rade za potrebe dimenzioniranja vodosprema i optimalizacije rada crnog postrojenja i sastoje se od niza stacionarnih stanja. Vrlo rijetko se računaju brze nestacionarne pojave u vodovodnoj mreži pri kojima treba uzeti u obzir i efekt stišljivosti vode i cijevi.

Zadaća hidrauličkog proračuna svodi se na provjeru projektirane mreže. U koliko proračun pokaže da pojedini elementi u mreži ne zadovoljavaju, projektant će ih korigirati i ponoviti proračun.

4.1.2 Metoda proračuna

Postoji niz metoda kojima se mogu računati vodovodne mreže. U nastavku će se objasniti princip na vrlo jednostavnim primjerima.

Osnovne jednačbe koje moraju biti zadovoljene u svim čvorovima i u svim cijevima vodovodne mreže su: Bernouilli-eva jednačba i jednačba kontinuiteta.



Slika 4.2 Shematski prikaz karakterističnog čvora vodovodne mreže

Promatrajmo jedan čvor cjevne mreže u kojem se sijeku dvije ili više cijevi. Brzinske visine i lokalni otpori se mogu zanemariti kao vrlo mali u odnosu na otpore trenja. Za svaku cijev se može pisati Bernoullieva jednadžba u obliku:

$$h_i = h_o + \Delta H_{oi} \quad \dots (4.1)$$

pri čemu je:

- h_i piezometarska kota u čvoru i
- h_o piezometarska kota u čvoru o
- ΔH_{oi} gubitak energetske visine uzduž cijevi $o-i$

Pri tome su brzinske visine i lokalni otpori zanemareni kao vrlo mali u odnosu na otpore trenja. Na osnovu gornje jednadžbe (4.1) se pad energetske linije može pisati u obliku:

$$\Delta H_{oi} = h_i - h_o = \lambda_{oi} \frac{L_{oi}}{D_{oi}} \frac{v_{oi}^2}{2g} \quad \dots (4.2)$$

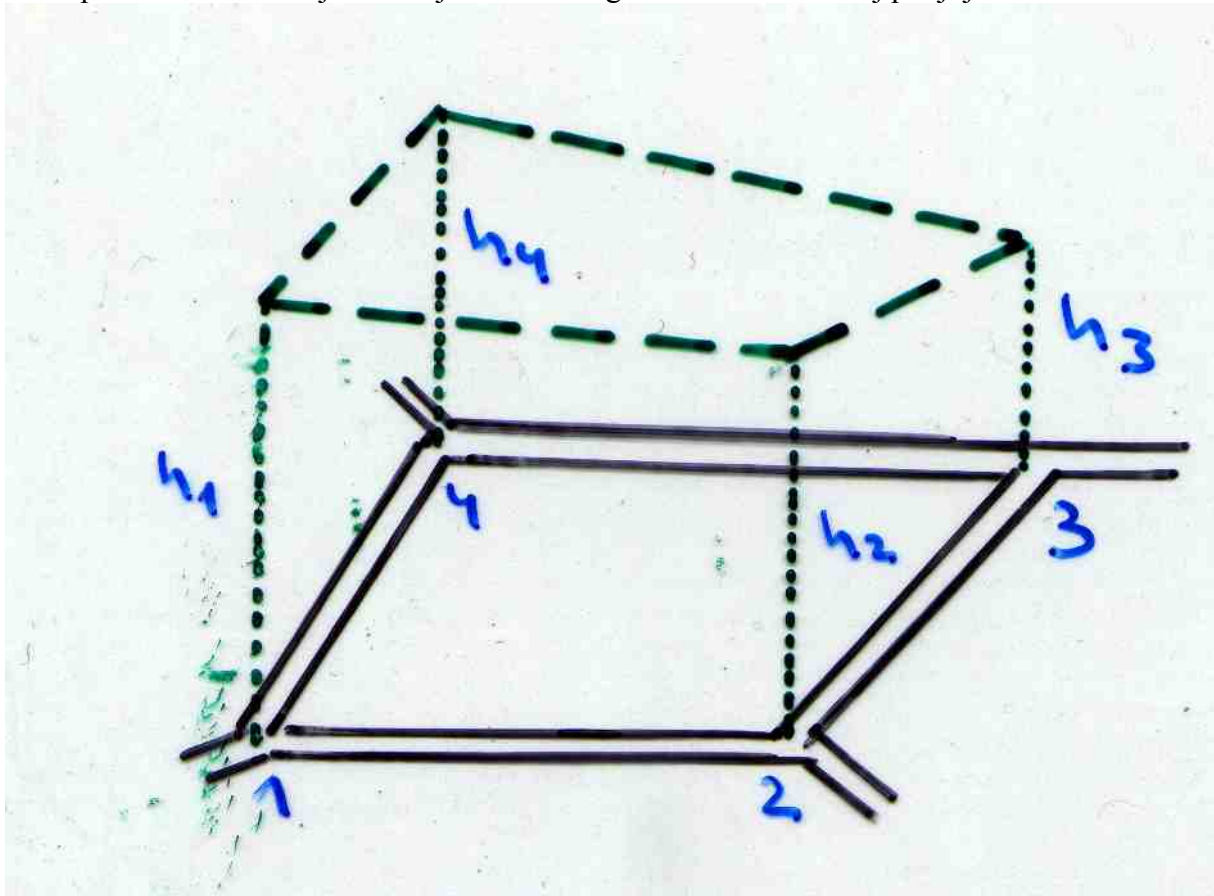
pri čemu je:

- λ_{oi} koeficijent otpora tečenja u cijevi $o-i$ (iz Moodyevog diagrama ili direktno iz odgovarajućih jednadžbi npr. Colebrookove jednadžbe za prelazni režim)
- L_{oi} duljina cijevi $o-i$
- D_{oi} promjer cijevi $o-i$
- v_{oi} brzina u cijevi $o-i$

Za zadovoljavanje Bernoullijeve i jednadžbe kontinuiteta postoji više načina a u okviru ovog tečaja prikazati će se dva:

a) **metoda petlji** – postavljanjem jednadžbi kontinuiteta u svim čvorovima i Bernoullijeve jednadžbe u zatvorenim cjevnim elementima – petljama (Hardy-Cross-ova metoda)

Pristup se zasniva na činjenici da je suma svih gubitaka u zatvorenoj petlji jednaka nuli.



Slika 4.3 Skica "petlje"

Brzina u jednadžbi (4.2) se može izraziti pomoću protoka Q i površine poprečnog presjeka cijevi A :

$$\Delta H_{oi} = \lambda_{oi} \frac{L_{oi}}{D_{oi}} \frac{Q_{oi}^2}{2gA_{oi}^2} = S_{oi} Q^2 \quad \dots (4.3)$$

pri čemu je sa S_{oi} označen koeficijent gubitaka u cijevi oi koji je definiran jednadžbom :

$$S_{oi} = \lambda_{oi} \frac{L_{oi}}{2gD_{oi}A_{oi}^2} \quad \dots (4.4)$$

Linijski gubitci se sada mogu pisati u obliku:

$$\Delta H_{oi} = S_{oi} \cdot Q^2 = S_{oi} \cdot (Q_o + \Delta Q)^2 \quad \dots (4.5)$$

pri čemu je

- Q stvarni protok
- Q_o pretpostavljeni protok
- ΔQ greška u pretpostavljenom protoku

$$\Delta H_{oi} = S_{oi} \cdot (Q_o^2 + 2Q_o\Delta Q + \Delta Q^2) \quad \dots (4.6)$$

Uvjet da je suma svih gubitaka u jednoj petlji jednaka nuli se opisuje jednadžbom:

$$\sum_{i=1}^n \Delta H = \Delta H_{12} + \Delta H_{23} + \Delta H_{34} + \Delta H_{41} = 0 \quad \dots (4.7)$$

Uvrštavanjem izraza za gubitke, jednadžba kontinuiteta za jednu "petlju" poprima oblik:

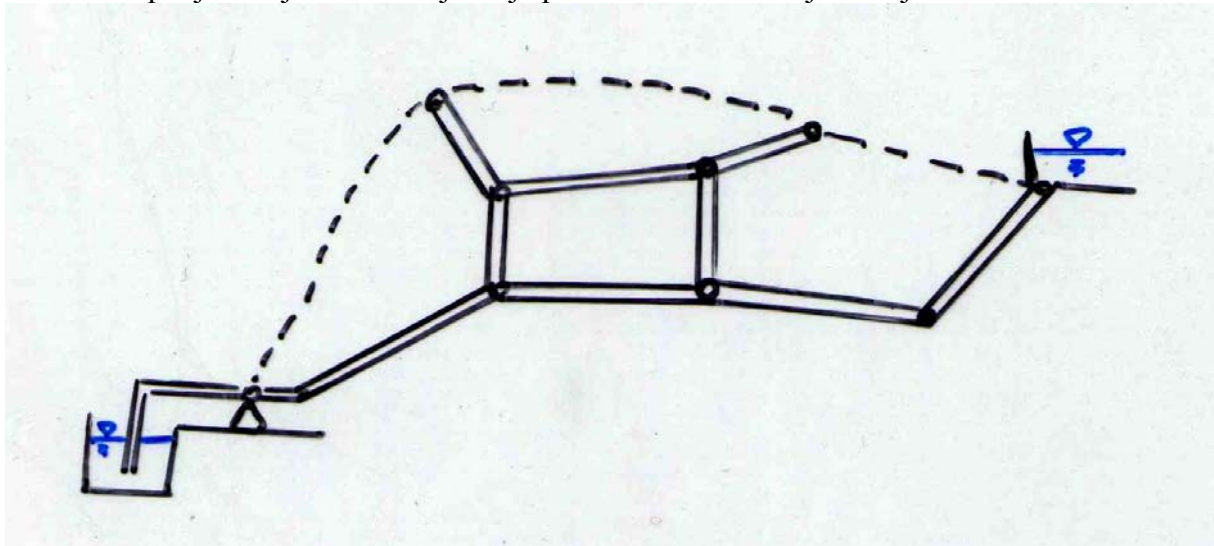
$$\sum_{i=1}^n \Delta H = \sum_i S_i \cdot (Q_i^2 + 2Q_i\Delta Q_i + \Delta Q_i^2) = 0 \quad \dots (4.8)$$

pri čemu je sa indeksom i označena cijev u "petlji". Ako se zanemari ΔQ^2 rješenje jednadžbe po ΔQ poprima oblik:

$$\Delta Q = - \frac{\sum_i S_i \cdot Q_i \cdot |Q_i|}{\sum_i 2S_i \cdot |Q_i|} \quad \dots (4.9)$$

Izračunata greška ΔQ služi za korekciju prvobitno usvojene vrijednosti Q_0 pa se sa novom vrijednosti Q_0 ulazi u novu iteraciju.

U slučajevima kad je mreža razgranata, da bi se mogao provesti ovakav proračun postavljaju se fiktivne petlje u kojima se zadaje da je protok u fiktivnim cijevima jednak nuli.



Slika 4.4 Fiktivne "petlje"

Na osnovu ovog postupka je predviđena izrada programa u sklopu vježbi.

b) **metoda čvorova** - postavljanje jednačbe kontinuiteta u svim čvorovima i Bernoullijeve jednačbe u cijevima

Brzina u svakoj cijevi $o-i$ se može na osnovu jednačbe (4.2) izraziti:

$$v_{oi} = \pm \sqrt{\frac{2gD_{oi}}{\lambda_{oi}L_{oi}}} \sqrt{|h_i - h_o|} = \mu_{oi} \sqrt{|h_i - h_o|} \quad \dots (4.10)$$

pri čemu se brzine čiji je smjer prema promatranom čvoru smatraju pozitivne. U daljnjem proračunu ćemo smatrat da je μ_{oi} konstanta za svaku cijev (valja imati na umu da je λ funkcija Re tj. brzine strujanja tako da ova pretpostavka nije potpuno točna). Predznak brzine se određuje prema predznaku pada piezometarske linije, što se može napisati u obliku:

$$v_{oi} = \frac{h_i - h_o}{|h_i - h_o|} \cdot \mu_{oi} \sqrt{|h_i - h_o|} \quad \dots (4.11)$$

Protok Q_{oi} u svakom ogranku će biti

$$Q_{oi} = A_{oi} \cdot v_{oi} = \mu_{oi} A_{oi} \frac{h_i - h_o}{|h_i - h_o|} \sqrt{|h_i - h_o|} \quad \dots (4.12)$$

Pri čemu je sa A_{oi} označena površina poprečnog profila cijevi u odgovarajućem ogranku. Jednačba protoka u cijevi $o-i$ se može pisati:

$$Q_{oi} = Y_{oi} \cdot (h_i - h_o) \quad \dots (4.13)$$

pri čemu je :

$$Y_{oi} = \frac{\mu_{oi} A_{oi}}{\sqrt{|h_i - h_o|}} \quad \dots (4.14)$$

Jednačba kontinuiteta za svaki čvor o u mreži se može napisati u obliku:

$$\sum_{i=1}^n Q_{oi} = Q_o^v \quad \dots (4.15)$$

pri čemu se vanjski protok Q_o^v smatra pozitivnim kad se radi o oduzimanju iz čvora. Uvođenjem izraza za brzinu u jednačbu kontinuiteta dobiva se jednačba oblika:

$$\sum_{i=1}^n Y_{oi} (h_i - h_o) - Q_o^v = 0 \quad \dots (4.16)$$

Gornja jednačba se može napisati za bilo koji čvor. Kako postoji m čvorova u kojima se može napisati jednačba kontinuiteta (jed. 4.16) i m nepoznatih piezometarskih kota, dobiva se sustav od m jednačbi sa m nepoznanica. Rješavanjem sustava jednačbi rješava se i

raspored tlakova u mreži. Kako su jednadžbe nelinearne uglavnom se koriste iterativni postupci rješavanja sustava jednadžbi.

4.1.3 Ulazni podaci

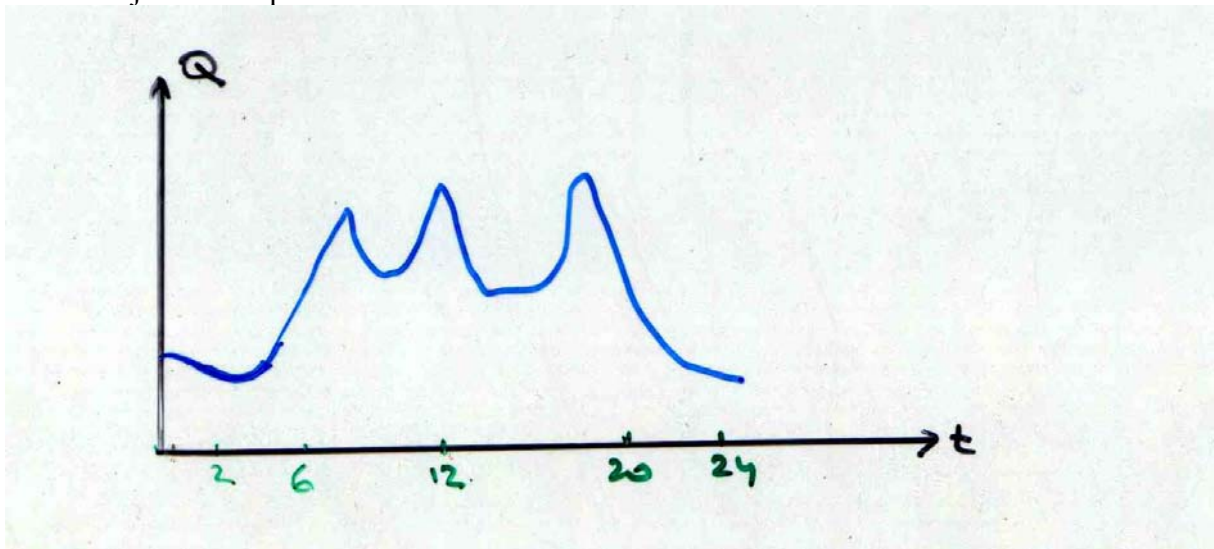
Za modeliranje strujanja u vodovodnoj mreži je potrebno, osim jednadžbi kojima je strujanje opisano poznavati i početne i rubne uvijete.

Potrebno je poznavati:

- skicu mreže sa pretpostavljenim (postojećim) promjerima (i ostalim karakteristikama) cijevi
- položaj vodosprema, položaj crpnih stanica
- karakteristike crpki, vodosprema i cijevi
- raspored potrošnje u svim čvorovima mreže

Proračun se može provesti u stacionarnom i nestacionarnom režimu. Za nestacionarni proračun još treba:

- reprezentativni dijagram potrošnje vode u toku dana i tjedna.
- karakteristike vodospreme (površina, volumen, preljevi)
- uvjeti rada crpke



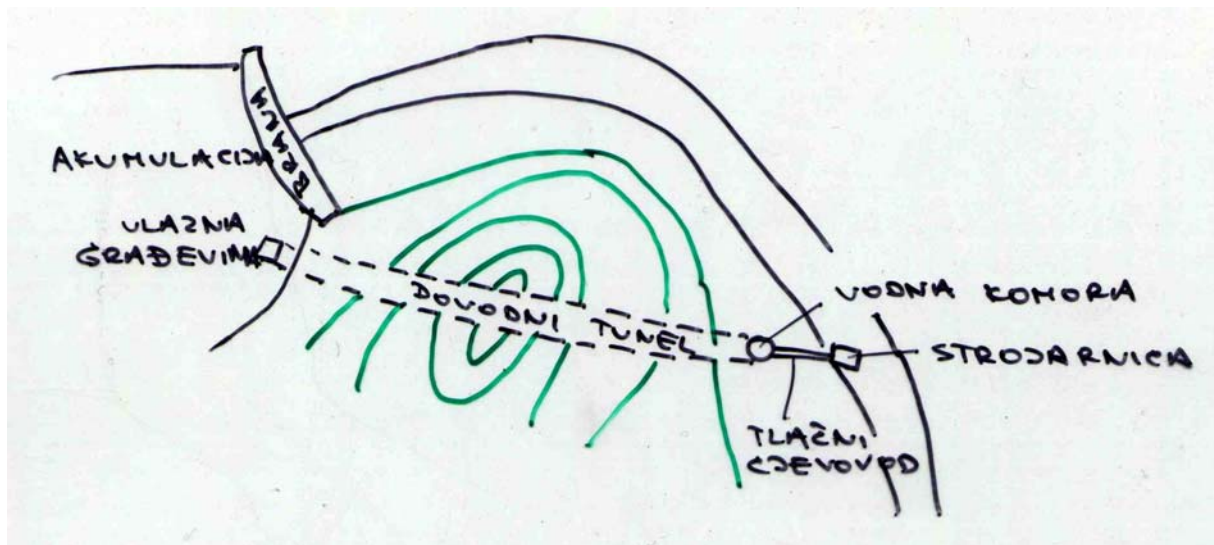
Slika 4.5 Dijagram potrošnje

4.2 Nestacionarno tečenje u cijevima

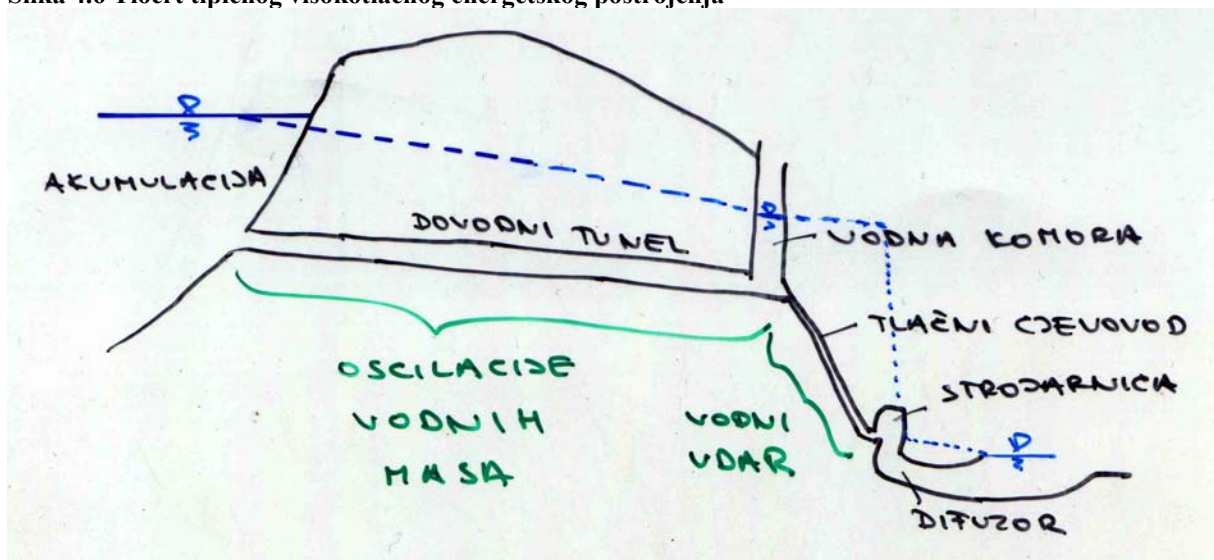
Nestacionarno tečenje se obzirom na karakter nestacionarnosti može podijeliti na

- oscilacije vodnih masa* pri čemu uz gravitacione i sile trenja dominantnu ulogu imaju i inercijalne sile (npr. vodne komore, zračni kotliči) i
- vodni udar* pri kojem uz gravitacione, sile trenja i inercijalne važnu ulogu imaju i elastične sile.

Nestacionarno tečenje u cijevima se najčešće javlja u tlačnim djelovima dovodnog sistema hidroelektrana i u crpkama priključenim na tlačne cjevovode. Na slici 4.6 i 4.7 su prikazani glavni konstruktivni elementi visokotlačne hidroelektrane.



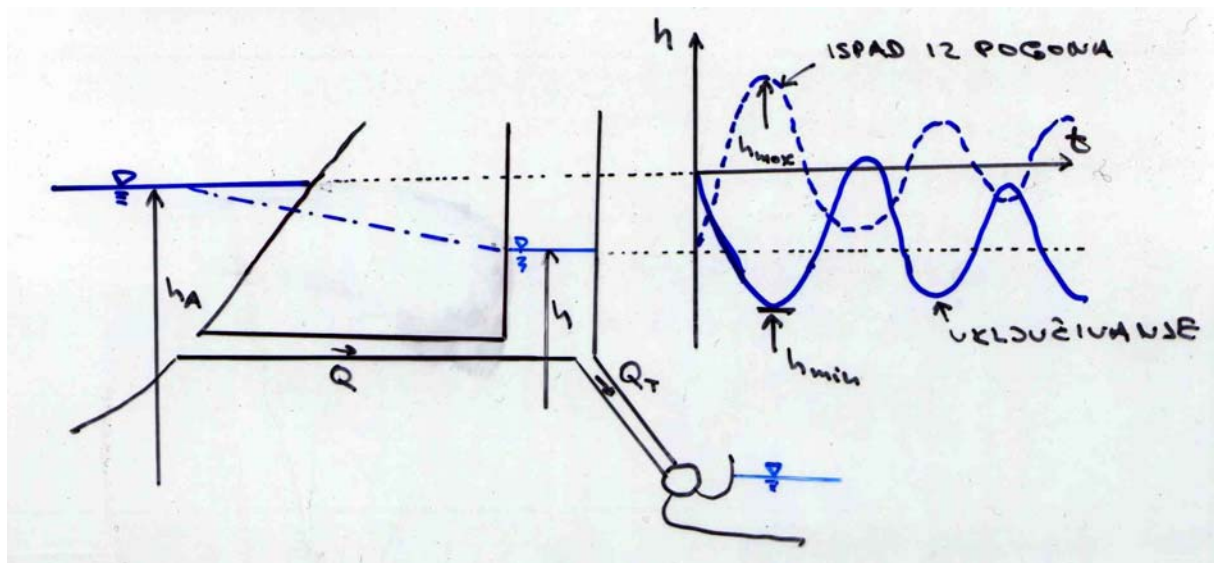
Slika 4.6 Tlocrt tipičnog visokotlačnog energetskeg postrojenja



Slika 4.7 Presjek tipičnog visokotlačnog postrojenja

4.2.1 Vodna komora

U slučaju da je dovodni tunel dugačak (može biti i 10 - 20 km) pri pokretanju elektrane se vodna masa ne može u kratkom roku (10-20 sekundi) pokrenuti i dobiti brzinu da bi se na turbinama formirala dovoljna snaga za proizvodnju električne energije. Da bi se umanjilo neželjeno djelovanje tromosti vode kao i da bi se izbjegli efekti koji nastaju zbog njene stišljivosti (vodni udar) u blizini turbine se grade vodne komore. Osnovna zadaća vodne komore je da se pri ulasku turbine u pogon osigura dio vode prije nego što on poteče u dovoljnoj količini kroz dovodni tunel te da prihvati dio vode koja se kreće dovodnim tunelom pri zaustavljanju turbina. Na taj način se izbjegava nagla promjena brzine u dovodnom tunelu i pojava vodnog udara.



Slika 4.8 Vodna komora

Kada turbina radi u jednolikom režimu (kvazistacionarnom) tada vodna komora predstavlja piezometar. Razina u vodnoj komori odgovara visini piezometarske linije neovisno o površini poprečnog presjeka komore.

Promjena režima rada turbine se prvo osjeća u tlačnom cjevovodu gdje se javlja vodni udar. Vodna komora sprječava napredovanje udara i njegovo širenje u dovodni tunel, što i je glavna funkcija vodne komore. Dužina tlačnog cjevovoda je znatno smanjena vodnom komorom, pa je i veličina hidrauličkog udara u njemu manja, jer se smanjenje protoka može svesti na "postepeno zatvaranje" ($T_z > 2L/a$, L = duljina tlačnog cjevovoda, a = brzina propagacije poremećaja – vidi poglavlje o vodnom udaru).

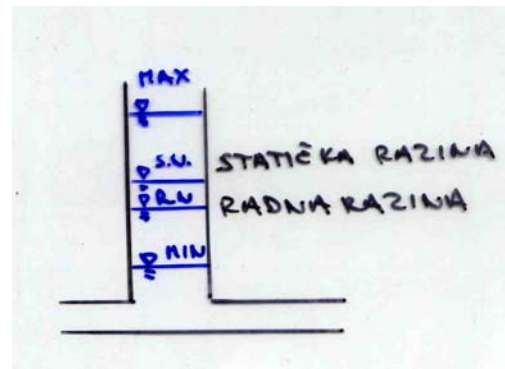
Prilikom ulaska turbine u pogon (pojava protoka Q_T) dolazi do pražnjenja vodne komore, a time i smanjenja tlaka na kraju dovodnog tunela što izaziva pokretanje vode u njemu. Voda se u tunelu ubrzava do te mjere da je protok u dovodnom tunelu Q veći od protoka prema turbinama Q_T pa nivo vode u komori počinje rasti što smanjuje tlak na kraju tunela, a time i protok. Na taj način se uspostavlja oscilacija vodnih masa u sistemu akumulacija - dovodni tunel - vodna komora. Zbog viskoznosti vode i trenja koje se javlja oscilacije se smanjuju. Jedan od zadataka hidrauličkog proračuna je određivanje najniže kote u komori da nebi došlo do uvlačenja zraka u dovodni i tlačni tunel. Prilikom dimenzioniranja vodnih komora treba voditi računa i o njihovoj stabilnosti o čemu će biti više riječi u idućim poglavljima.

Slična pojava se dešava i prilikom zaustavljanja rada turbina. Razina u komori se stacionira na razini vode u akumulaciji.

4.2.1.2 Tipovi vodnih komora

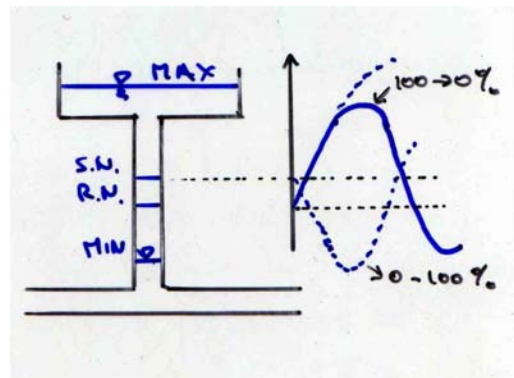
Raspon oscilacija vodostaja u vodnoj komori pri naglom opterećenju ili rasterećenju je znatan, tako da su potrebne velike dimenzije vodnih komora. Kako su vodne komore podzemni objekti, njihova izgradnja je skupa pa je uloženo mnogo truda u iznalaženju optimalnog oblika vodne komore koja bi uz najmanje ulaganje sredstava zadovoljila kriterije stabilnosti. Postoji nekoliko osnovnih tipova vodnih komora:

a) **Cilindrična vodna komora** ima velike dimenzije, ali je zbog jednostavnosti za nju razrađena najbolja teorija. Ovaj tip vodne komore se koristi kod razrade idejnih projekata ali se ne susreće često na izvedenim objektima jer formiraju relativno sporo prigušenje oscilacija vodnih masa te je potreban veliki iskop materijala za njihovu izgradnju. Najčešće se primjenjuju tamo gdje postoji opasnost od progresivnih oscilacija te je potrebna velika površina poprečnog presjeka. U okviru ovog tečaja će biti prikazan proračun za ovaj tip vodne komore. (Slika 4.9)



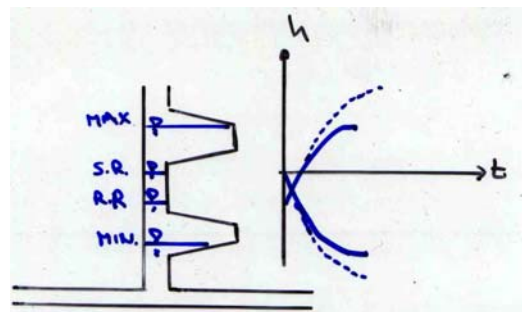
Slika 4.9 Cilindrična vodna komora

b) **Vodna komora sa gornjim proširenjem** ima za cilj da smanji maksimalno dizanje vodostaja čime je dovodni tunel izložen manjim opterećenjima nego u slučaju cilindrične vodne komore. (Slika 4.10)



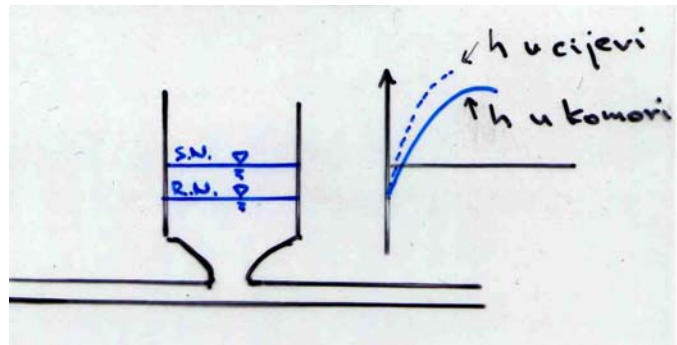
Slika 4.10 Vodna komora sa gornjim proširenjem

c) **Raščlanjena vodna komora** smanjuje maksimalne i minimalne vodostaje čime se štedi prostor vodne komore, smanjuje maksimalni vodostaj i osigurava od uvlačenja zraka u cjevovode. Ovaj tip komore se danas najčešće susreće. (Slika 4.11)



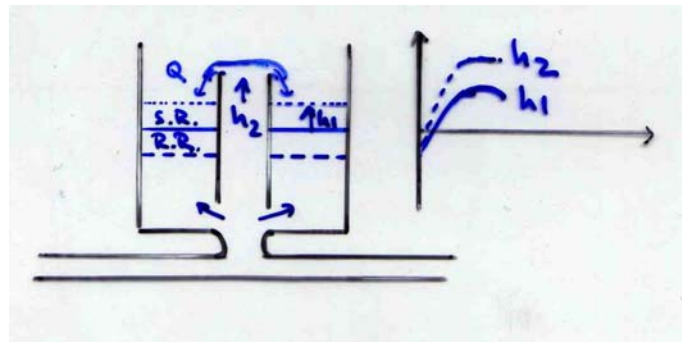
Slika 4.11 Raščlanjena vodna komora

d) vodna komora sa prigušivačem u odnosu na cilindričnu vodnu komoru smanjuje maksimalno dizanje radi disipacije energije toka na prigušivaču. Kod pražnjenja komore prigušivač predstavlja nedostatak jer smanjuje tlakove u cjevovodu tako da ga je potrebno oblikovati asimetrično kako bi u smjeru pražnjenja pružao što manji otpor (Slika 4.12).



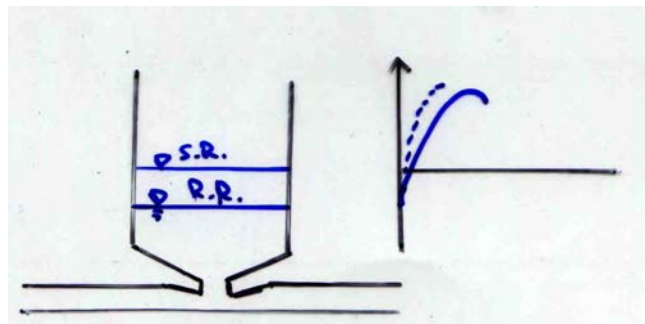
Slika 4.12 Vodna komora sa prigušivačem

e) Diferencijalna ili Johnsonova vodna komora ima oscilacije u užem oknu slične porastu tlaka kod tipa d) što se vidi iz skiciranih dijagrama. (Slika 4.13)



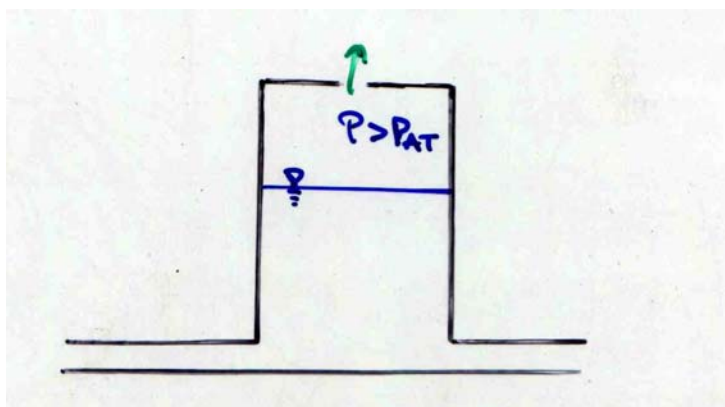
Slika 4.13 Diferencijalna vodna komora

f) Vodna komora na Venturi prolazu koristi se na malim padovima i kratkim dovodnim tunelima gdje se nastoji iskoristiti učinak povećane brzine u suženju na stabilnost vodne komore. Ovaj tip se preporuča ispitati na hidrauličkom modelu (Slika 4.14)



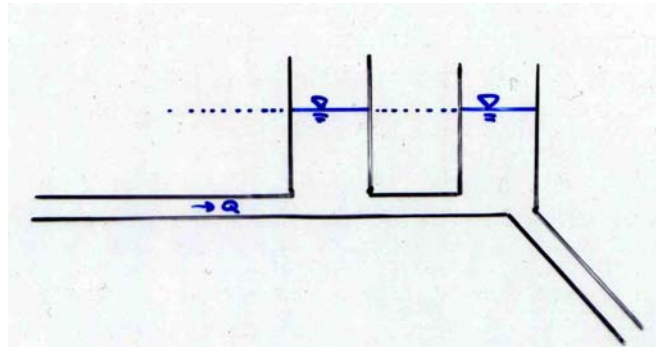
Slika 4.14 vodna komora na Venturi prolazu

g) vodna komora sa zračnim prigušivačem zasniva se na činjenici da sabijeni zrak pri podizanju vodostaja usporava podizanje vode te djeluje kao da je vodna komora većeg poprečnog presjeka. (Slika 4.15)



Slika 4.15 vodna komora sa zračnim prigušivačem

h) dvojna vodna komora se radi da bi se povećao poprečni presjek (Slika 4.16) Ako je dovodni tunel vrlo dugačak može se sagraditi i sistem vodnih komora pri čemu treba posvetiti pažnju rezonanciji sistema.



Slika 4.16 dvojna vodna komora

Osim opisanih vodnih komora može se izraditi i vodna komora pod tlakom tj. vodna komora koja je sa gornje strane potpuno zatvorena a koja funkcioniše kao zračni kotlić.

4.2.1.3 Jednadžba oscilacija razine u cilindričnoj vodnoj komori

Proračun oscilacija vode u vodnoj komori se zasniva na primjeni Bernoulli-eva jednadžbe u nestacionarnom obliku:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + \Delta H_e + \frac{1}{g} \int_{l_1}^{l_2} \frac{\partial v}{\partial t} dl \quad \dots(4.17)$$

pri čemu je:

z, p, v geodetska kota, tlak i srednja brzina, mjereno po osi cijevi

ΔH_e zbroj svih lokalnih i linijskih gubitaka energetske visine između dva profila

$\frac{1}{g} \int_{l_1}^{l_2} \frac{\partial v}{\partial t} dl$ integralna veličina energetske visine između dva presjeka potrebne za promjene brzine tekućine (vode)

Posljednji član na desnoj strani jednadžbe 4.17 sadrži pod integralom promjenu brzine po vremenu, integrirajući je uzduž toka. Obzirom da se može usvojiti da u dovodnom tunelu nema zakašnjenja u promjeni brzine član $\partial v / \partial t$ nije ovisan o stacionari l pa se Bernoulli-eva jednadžba može pisati:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + \Delta H_e + \frac{L}{g} \frac{dv}{dt} \quad \dots(4.18)$$

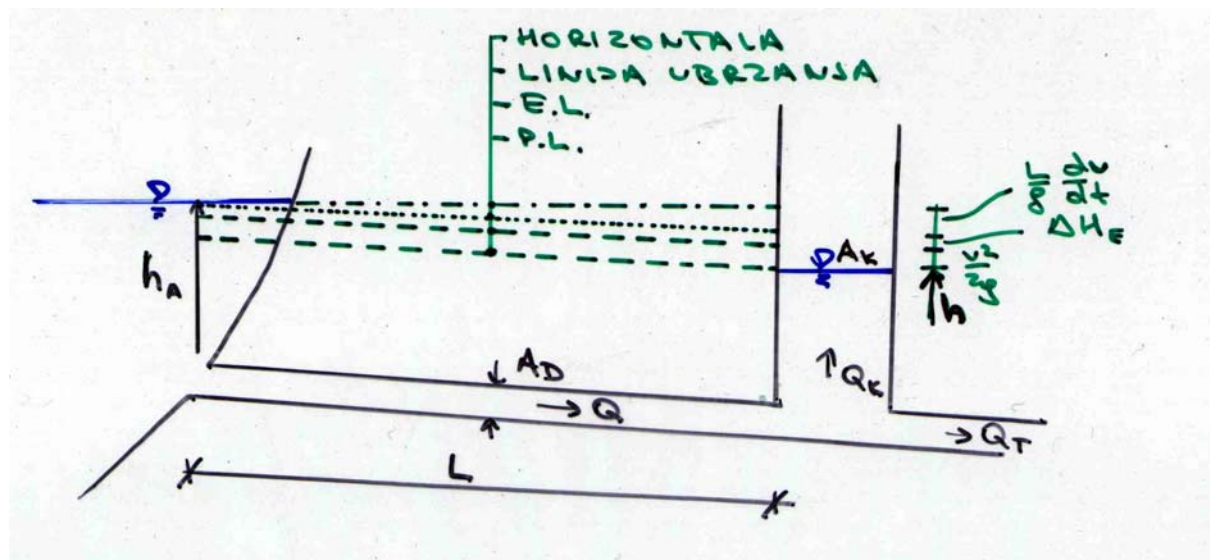
pri čemu je L duljina po osi cijevi između dva profila. Obzirom da je u akumulaciji brzina strujanja zanemarivo mala ($v_l = 0$) Bernoullijeva jednadžba za sistem s vodnom komorom se može pisati u obliku:

$$h_A = h \pm \beta v^2 + \frac{L}{g} \frac{dv}{dt} \quad \dots(4.19)$$

pri čemu je:

h_A vodostaj u akumulaciji
 h vodostaj u vodnoj komori

$\frac{L}{g} \frac{dv}{dt}$ član ubrzanja mase vode u dovodnom tunelu, pozitivan u slučaju ubrzanja
 βv^2 ukupni gubici, pozitivni ako v ima smjer prema komori



Slika 4.17 Prikaz karakterističnih veličina Bernoullijeve jednadžbe

gubici se određuju na uobičajen način, te vrijedi relacija:

$$\Delta H_e = \beta v^2 = \left(\xi_{UL} + \lambda \frac{L}{D} + \xi_{Lz} \right) \frac{v^2}{2g} \quad \dots (4.20)$$

Jednadžba kontinuiteta se zasniva na pretpostavci da razlika između protoka u dovodnom i tlačnom cjevovodu utiče (ili istječe) u vodnu komoru.

$$Q - Q_T = \pm A_K \frac{dh}{dt} \quad \dots (4.21)$$

pri čemu je:

$Q = A_D v$	protok u dovodnom tunelu
A_D	površina poprečnog presjeka dovodnog tunela
Q_T	protok u tlačnom tunelu
$Q_K = A_K \frac{dh}{dt}$	protok kojim se puni vodna komora
A_K	površina poprečnog presjeka vodne komore ($A_K(h)$)
$\frac{dh}{dt}$	brzina rasta vodostaja u komori

Prikazat će se izvod jednadžbe varijacije razina u cilindričnoj vodnoj komori u slučaju trenutnog potpunog zatvaranja dovoda do turbina. Usvojiti će se slijedeće pretpostavke:

- a) gubici od trenja u dovodnom tunelu su u nestacionarnom režimu isti kao i u stacionarnom režimu pri istoj brzini strujanja v
 b) vrijedi Darcy-Weisbach zakon otpora trenja

$$\text{za glatke cijevi: } \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.0 \log \left(\frac{\text{Re} \sqrt{\lambda}}{2.51} \right)$$

$$\text{za prelazno područje Colbrook: } \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2.0 \log \left(\frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} + \frac{k}{3.71D} \right)$$

$$\text{za hidraulički hrapave: } \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \left(\frac{3.71D}{k} \right) \quad \dots (4.22)$$

- c) usvaja se da je dovodni tunel dugačak objekt sa dominantnim utjecajem trenja
 d) zanemaruje se inercija vode u vodnoj komori

U ovom slučaju jednačba kontinuiteta poprima oblik:

$$Q = A_K \frac{dh}{dt} \quad \dots (4.23)$$

odnosno:

$$v = \frac{A_K}{A_D} \frac{dh}{dt} \quad \dots (4.24)$$

Diferenciranjem jednačbe kontinuiteta (4.24) po vremenu se dobiva

$$\frac{dv}{dt} = \frac{A_K}{A_D} \frac{d^2h}{dt^2} \quad \dots (4.25)$$

Energetska jednačba se može pisati u obliku:

$$\frac{L}{g} \frac{dv}{dt} + (h - h_A) \pm \beta v^2 = 0 \quad \dots (4.26)$$

Kad se izraz za promjenu brzine dobiven iz jednačbe kontinuiteta (4.25) uvrsti u energetska jednačbu (4.26) dobiva se jednačba oblika

$$\frac{LA_K}{gA_D} \frac{d^2h}{dt^2} + (h - h_A) \pm \beta v^2 = 0 \quad \dots (4.27)$$

Dobivena diferencijalna jednačba se ne može općenito egzaktno riješiti. Rješenje se traži ili približnim (numeričkim ili grafičkim postupcima) ili pojednostavljivanjima.

U svrhu određivanja orijentacionih vrijednosti rješenja jednačbe (4.27) zanemarit će se utjecaj trenja ($\pm \beta v^2 = 0$). Ako se oscilacije u vodnoj komori mjere od razine u akumulaciji može se uvesti oznaka ($z = h - h_A$) pa se može pisati:

$$\frac{LA_K}{gA_D} \frac{d^2 z}{dt^2} + z = 0 \quad \dots (4.28)$$

Jednadžba (4.28) je linearna homogena diferencijalna jednadžba koja se rješava uvođenjem partikularnog rješenja $z = e^{rt}$. Rješenje ima oblik:

$$z = c_1 \cos\left(\sqrt{\frac{gA_D}{LA_K}} \cdot t\right) + c_2 \sin\left(\sqrt{\frac{gA_D}{LA_K}} \cdot t\right) \quad \dots (4.29)$$

Početni uvjeti definiraju da je za $t = 0$ početna razina $z = 0$ (oscilacije još nisu počele) i da je za $t = 0$ prirast razine definiran protokom u dovodnom cjevovodu prije početka smanjivanja protoka tj. $\frac{dz}{dt} = \frac{dh}{dt} = v_0 \frac{A_D}{A_K}$. Pri tome je pretpostavljeno da je trenutno došlo do potpunog prekida protoka kroz tlačni cjevovod.

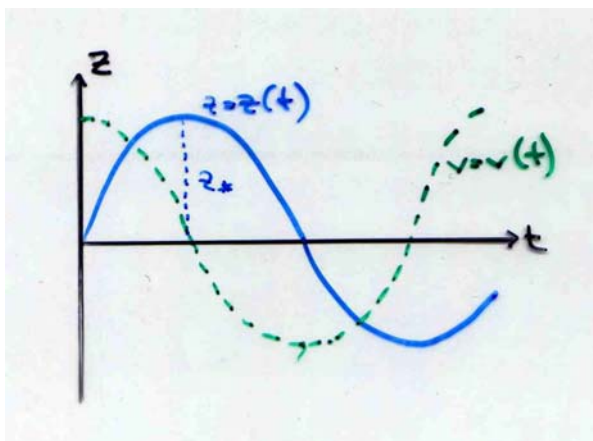
Uvođenjem početnih uvjeta za $t = 0$ proizlazi da je $c_1 = 0$. Iz općeg rješenja, se deriviranjem po vremenu dobiva:

$$\frac{dz}{dt} = c_2 \sqrt{\frac{gA_D}{LA_K}} \cos\left(\sqrt{\frac{gA_D}{LA_K}} t\right) = v_0 \frac{A_D}{A_K} \quad (\text{za } t = 0 \rightarrow 1) \quad \dots(4.30)$$

Ako se uvedu početni uvjeti za dz/dt dobiva se parametar c_2

$$c_2 = v_0 \sqrt{\frac{LA_D}{gA_K}} \quad \dots (4.31)$$

Rješenje energetske jednadžbe pokazuje da su oscilacije sinusoidalnog oblika



Slika 4.19 Oscilacije u vodnoj komori

$$z = v_0 \sqrt{\frac{LA_D}{gA_K}} \sin\left(\sqrt{\frac{gA_D}{LA_K}} \cdot t\right) \quad (33)$$

pri čemu je:

$$z_{\max} = v_0 \sqrt{\frac{LA_D}{gA_K}} \quad \text{maksimalna oscilacija koja se pojavljuje za } t=T/4 \text{ (} v_0 \text{ je početna brzina)}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{LA_K}{gA_D}} \quad \text{period oscilacija koji ne ovisi o početnoj brzini u cjevovodu (za razliku od amplitude)}$$

Ista oscilacija se može dobiti ako se izjednači kinetička energija u cijevi prilikom radnog režima i promjena potencijalne energija u trenutku kad voda stane (maksimalna oscilacija) (Borelli)

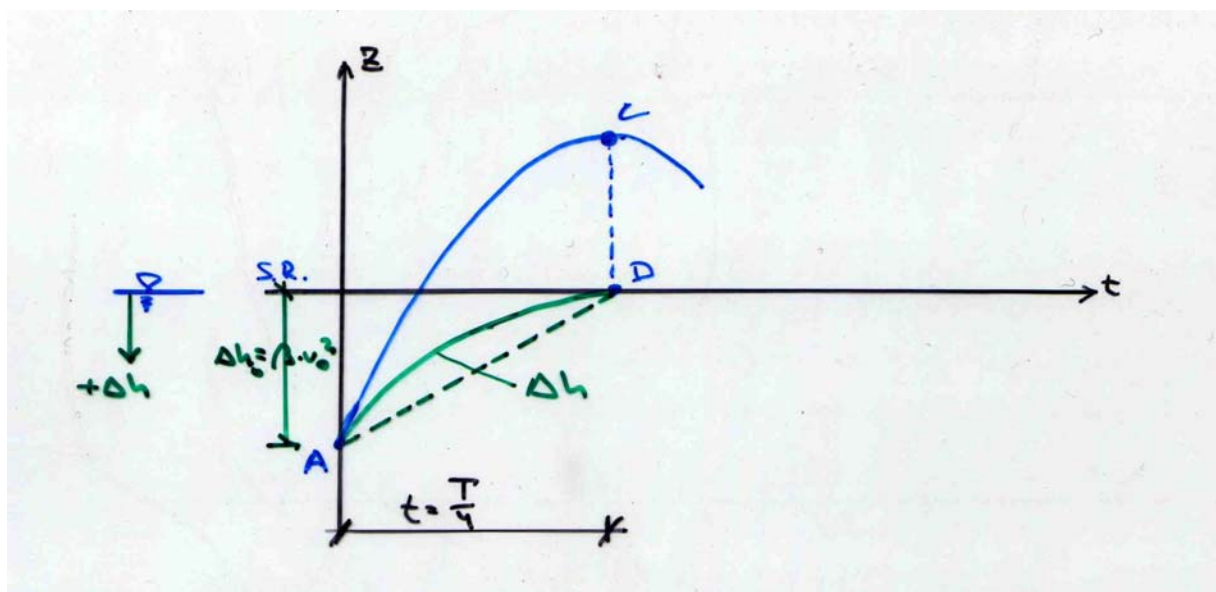
Oscilacije brzine se razlikuju za $T/4$ u fazi i iznose:

$$v = v_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) \quad \dots (4.32)$$

Valja napomenuti da se period oscilacije u slučaju kad se zanemari trenje podudara sa periodom oscilacije kod izvedenih cilindričnih komora. To su potvrdila mjerenja na izvedenim objektima kao i rezultati dobiveni numeričkom integracijom.

Vrijednost maksimalne oscilacije z_{\max} izračunata uz pretpostavku zanemarivanja trenja se znatno razlikuje od stvarne maksimalne amplitude, pa ovaj podatak služi uglavnom kao orijentacija kod izrade idejnog projekta vodne komore.

Za točnije računanje maksimalne oscilacije treba uzeti u obzir i trenje koje se smanjuje jer brzina od početne vrijednosti v_0 opada i postaje jednaka nuli u trenutku doseganja maksimuma oscilacije. Promjena gubitaka Δh je prikazana na slici od točke A do točke D.



Slika 4.20 Utjecaj trenja na oscilacije u vodnoj komori

Integracijom energetske jednadžbe i aproksimirajući gubitke pravcem dobiva se jednadžba maksimalne oscilacije:

$$z_{\max} = \left(1 - \frac{\pi}{8}\right) \Delta h_0 - \sqrt{\left(\frac{\pi \Delta h_0}{8}\right)^2 + \frac{L A_D}{g A_K} v_0^2} \quad \dots (4.33)$$

Ova jednadžba daje za slučaj trenutnog potpunog zatvaranja vrlo dobra slaganja s drugim metodama proračuna.

4.2.1.4 Stabilnost sistema vodne komore

Svaka elektrana mora pri puštanju u pogon biti sinhronizirana na mrežu, tj. mora proizvoditi struju određene frekvencije (50 Hz), a odstupanja smiju biti reda veličini $\pm 0.2\%$. Elektroenergetski sustav ne trpi promjene frekvencije pa je u sistemu turbine i generatora ugrađen i *regulator protoka* koji pomaže da se zadovolji taj uvjet.

Frekvencija struje proizvedena generatorom ovisi o kutnoj brzini okretanja rotora generatora a definirana je izrazom:

$$f = \frac{pn}{60} \quad \dots (4.34)$$

pri čemu je:

f	frekvencija struje u periodima/sek
n	broj okretaja u minuti
p	broj parova polova generatora

Gibanje rotora agregata je određeno osnovnom dinamičkom jednadžbom stroja:

$$I \frac{d\omega}{dt} = M_v - M_o \quad \dots (4.35)$$

pri čemu je:

I	polarni moment tromosti obrtnih djelova generatora
ω	kutna brzina generatora
M_v	moment vanjskih sila koje pokreću stroj
M_o	moment sila otpora, nastalih opterećenjem generatora i drugih, disipativnih sila

Uvjet konstantnosti frekvencije zahtijeva konstantnu kutnu brzinu tj. $d\omega/dt=0$ što znači da mora biti ispunjen uvijet:

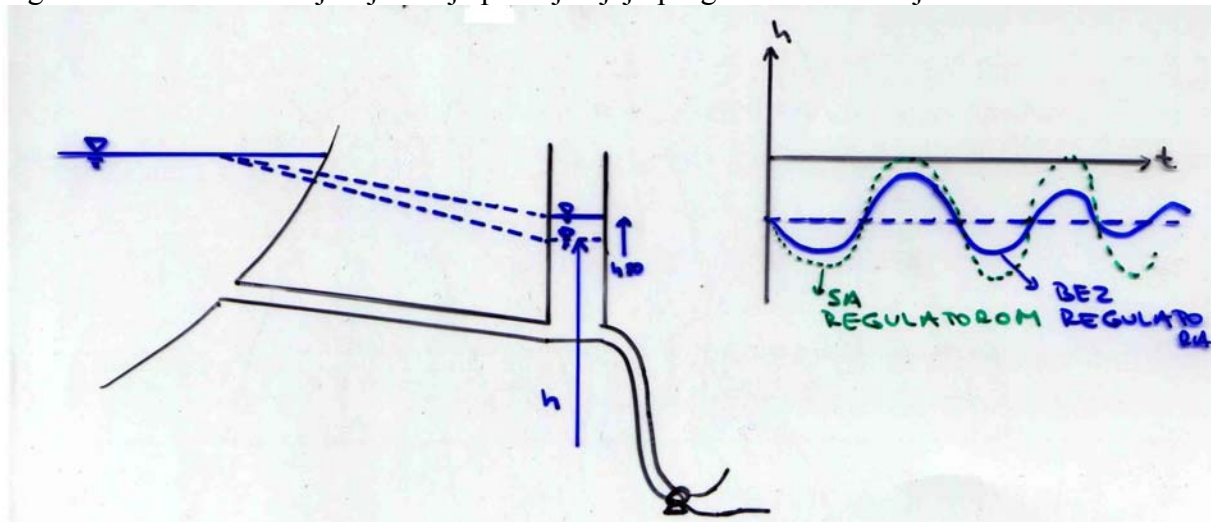
$$M_v = M_o \quad \dots (4.36)$$

što znači da moment vanjskih, pokretačkih sila mora biti jednak momentu sila otpora. Moment vanjskih sila je određen izrazom:

$$M_v = \frac{\eta \rho g H Q}{\omega} \quad \dots (4.37)$$

pri čemu je $\eta \rho g H Q$ iskorištena snaga toka vode, pa slijedi da hidroelektrana mora raditi u režimu konstantne snage. Iz izraza za snagu je vidljivo da se pri promjeni bilo kojeg od parametara koji definiraju snagu mijenja snaga na turbini. Da bi se izbjegle promjene snage (a time i frekvencije) u sklopu turbine postoji poseban *regulator protoka* koji na osnovu informacija o promjeni protoka ili tlaka mijenja položaj lopatica privodnog kola (ponekad i lopatica turbine) tako da bi se prilagodili protok Q i pad H da snaga ostane konstantna.

Iz izraza za snagu je vidljivo da se pri smanjenju pada H mora povećati protok Q i obrnuto. Pri uključivanju turbine u pogon prazni se vodna komora i u njoj vodostaj opada čime se smanjuje pad H na turbini. Da bi snaga ostala ista, regulator povećava protok, čime se dodatno povećava pražnjenje komore. Sličan ali obrnut proces se odvija kod zaustavljanja turbine kad regulator smanjuje protok i povećava oscilaciju. Regulator dakle ima tendenciju povećanja (amplificiranja) oscilacija. U slučaju da je komora malog poprečnog presjeka (to znači veliku oscilaciju) i relativno malih gubitaka koji slabo prigušuju oscilacije može utjecaj regulatora biti veći od utjecaja trenja pa se javljaju progresivne oscilacije.



Slika 4.21 Utjecaj regulatora na povećanje oscilacija

Vodna komora mora biti tako dimenzionirana da se oscilacije u svakom slučaju amortiziraju. Stabilnost vodne komore se obično ispituje na najnepovoljniji slučaj a najčešće su to uvjeti rada kad je akumulacija (gornja voda) na najnižoj koti, kota donje vode najviša, tunel je glatki i manevar parcijalnog povećanja od 50% - 100% snage.

Problem stabilnosti se svodi na rješavanje slijedećih diferencijalnih jednadžbi:

a) jednadžba kontinuiteta:

$$Q - Q_T = A_K \frac{dh}{dt} \quad \dots (4.38)$$

b) Bernoullijeva jednadžba:

$$\frac{L}{g} \frac{dv}{dt} + (h - h_A) \pm \beta v^2 = 0 \quad \dots (4.39)$$

c) jednadžbe konstantne snage turbine, $N = \text{const}$:

$$N = \eta_0 \rho g Q_{TO} H_0 = \eta \rho g Q_T H \quad \dots (4.40)$$

Uvođenjem oznaka $z = h - h_A$, $Q = A_D v$ i $H = H_{st} + z$ jednadžba kontinuiteta poprima oblik:

$$v = \frac{Q_T}{A_D} + \frac{A_K}{A_D} \frac{dz}{dt} = u + \frac{A_K}{A_D} \frac{dz}{dt} \quad \dots (4.41)$$

pri čemu je $u = Q_T/A_D$ (brzina vode koja ide prema turbini) a nakon diferenciranja po vremenu jednadžba poprima oblik:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{du}{dt} + \frac{A_K}{A_D} \frac{d^2 z}{dt^2} \quad \dots (4.42)$$

Uvjet konstantnosti snage se može pisati u obliku:

$$Q_{TO} H_0 = Q_T (H_{st} + z) \quad \dots (4.43)$$

Ako se usvoji da je stupanj korisnog djelovanja η konstantan i djeleći gornji izraz sa A_D dobiva se:

$$\frac{Q_{TO} H_0}{A_D} = \frac{Q_T}{A_D} (H_{st} + z) \quad \dots (4.44)$$

Nakon diferenciranja po vremenu i uvodeći $u = Q_T/A_D$ slijedi:

$$\frac{du}{dt} = - \frac{u_0 H_0}{(H_{st} + z)^2} \frac{dz}{dt} \quad \dots (4.45)$$

Uvodeći izraze (4.42) i (4.45) u energetska jednadžbu dobiva se:

$$\frac{L}{g} \frac{A_K}{A_D} \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{L}{g} \left[- \frac{u_0 H_0}{(H_{st} + z)^2} \right] \frac{dz}{dt} + z \pm \beta v^2 = 0 \quad \dots (4.46)$$

Ova diferencijalna jednadžba se ne može u općem slučaju egzaktno riješiti pa se pribjegava približnim rješenjima.

U slučaju malih amplituda z oscilacija vodostaja u vodnoj komori mogu se produkti malih vrijednosti višeg reda izostaviti u odnosu na ostale članove tako da se jednadžba (4.46) linearizira. Njemački hidrauličar D.Thoma je prvi na ovaj način izveo kriterij za stabilnost cilindrične vodne komore. Da bi komora bila stabilna površina mora biti veća od:

$$A_K \geq A_{Th} = \frac{v_o^2}{2g} \frac{LA_D}{\Delta h_o (H_{st} - \Delta h_o)} \quad \dots (4.47)$$

Kasnije se pokazalo u radovima mnogih hidrauličara da ovaj kriterij ne vrijedi općenito pa se usvaja da Thomin kriterija vrijedi kad je:

$$\frac{L}{g} \frac{A_D}{A_K} \frac{v_o^2}{\Delta h_o^2} \geq 40 \quad \dots (4.48)$$

4.2.1.5 Metode numeričke simulacije oscilacija u vodnoj komori

Oscilacije razina u vodnoj komori i protoci u dovodnom tunelu se mogu opisati jednadžbama koje vrijede za strujanje nestišljive tekućine.

Jednadžba kontinuiteta:

$$Q - Q_T = A_K \frac{dh}{dt} \quad \dots (4.49)$$

Energetska jednadžba:

$$h_A = h \pm \beta v^2 + \frac{L}{g} \frac{dv}{dt} \quad \dots (4.50)$$

Rješenje ovih jednadžbi se može dobiti:

- preslagivanjem (transformiranjem) gornjih jednadžbi u diferencijalne jednadžbe drugog reda te njihovim rješavanjem za zadane početne i rubne uvijete (kao što je to rađeno u prethodnom poglavlju)
- direktan numerički pristup gornjim jednadžbama koje izražavaju održavanje volumenskog protoka i energije po Bernoullijevoj jednadžbi u visinskom obliku. Ovaj pristup će se koristiti u nastavku.

Sistem je opisan sa dvije varijable; Q - protok u dovodnom tunelu i h - vodostaj u vodnoj komori, čime se dobiva sustav od dvije jednadžbe sa dvije nepoznanice. Da bi se sustav mogao riješiti potrebno je poznavati početne i rubne uvijete

Početni uvijet:

- potrebno je poznavati početno stanje, tj. stanje prije započinjanja manevriranja na turbinama (to može biti stanje mirovanja, rad sa 50% ili 100% kapaciteta)

Rubni uvjeti:

- vodostaj u akumulaciji ($h_A(t)$) obično se usvaja neka konstantna vrijednost)
- protok na turbinama $Q_T(t)$ ili snaga na turbinama $N = \text{const.}$ (ili općenito $N=N(t)$)

Na osnovu usvojenih nepoznanica (Q i h) se energetska jednadžba može pisati u obliku:

$$\frac{L}{gA_D} \frac{dQ}{dt} = (h_A - h) - \frac{\beta}{A_D^2} |Q|Q \quad \dots (4.51)$$

gdje je predznak disipacije energije pozitivan u smjeru toka prema vodnoj komori što se osigurava produktom protoka Q i njegove apsolutne vrijednosti.

Jednadžba kontinuiteta i energetska jednadžba se mogu integrirati u nekom vremenskom intervalu Δt (od t^K do t^{K+1}). Ovako dobiveni izrazi mogu poslužiti da se na osnovu poznatih vrijednosti na početku vremenskog intervala (trenutak t^K) izračunaju vrijednosti protoka u cjevovodu (Q) i razine u vodospremi (h) na kraju vremenskog intervala (t^{K+1}).

$$\int_{t^K}^{t^{K+1}} dh = \int_{t^K}^{t^{K+1}} \frac{Q - Q_T}{A_K} dt \quad \dots (4.52)$$

odnosno:

$$\int_{t^K}^{t^{K+1}} dQ = \int_{t^K}^{t^{K+1}} \frac{(h_A - h) - \frac{\beta}{A_D^2} |Q|Q}{\frac{L}{gA_D}} dt \quad \dots (4.53)$$

Nakon integracije lijeve strane dobiva se:

$$h^{K+1} = h^K + \int_{t^K}^{t^{K+1}} \frac{Q - Q_T}{A_K} dt \quad \dots (4.54)$$

odnosno:

$$Q^{K+1} = Q^K + \int_{t^K}^{t^{K+1}} \frac{(h_A - h) - \frac{\beta}{A_D^2} |Q|Q}{\frac{L}{gA_D}} dt \quad \dots (4.55)$$

U slučaju da je vremenski inkrement $\Delta t = t^{K+1} - t^K$ dovoljno mali, integrale na desnoj strani gornjih jednadžbi je moguće približno izraziti na tri osnovna načina: eksplicitno, implicitno i eksplicitno-implicitno tj. mješovito. Pristupi se razlikuju po tome koje se vrijednosti parametara pod integralom usvajaju prilikom računanja.

Eksplicitna metoda aproksimira integral na osnovu poznatog stanja na početku vremenskog intervala (Q^K i h^K).

Implicitna metoda aproksimira integral na osnovu poznatog stanja na kraju vremenskog intervala (Q^{K+1} i h^{K+1}).

Metoda aproksimacije ima *mješoviti* karakter ako se usvaja neka vrijednost između početne i krajnje. ($t^K < t < t^{K+1}$)

Eksplicitna metoda je najjednostavnija ali zahtijeva, za određeni stupanj točnosti rješenja relativno male vremenske inkrimente. U integraciji jednadžbi ova metoda daje nešto veće vrijednosti pa su dobiveni rezultati na strani sigurnosti. Usvajanjem ove sheme jednadžba kontinuiteta poprima oblik:

$$h^{K+1} = h^K + \frac{Q^K - Q_T^{K+1}}{A^K} (t^{K+1} - t^K) \quad \dots (4.56)$$

a jednadžba (4.55) poprima oblik.

$$Q^{K+1} = Q^K + \frac{gA_D}{L} \left(h_A^{K+1} - h^K - \frac{\beta}{A_D^2} |Q^K| Q^K \right) \cdot (t^{K+1} - t^K) \quad \dots (4.57)$$

pri čemu se vrijednosti h^{K+1} i Q^{K+1} na kraju vremenskog intervala proračunavaju iz stanja na početku vremenskog intervala i rubnih uvjeta h_A^{K+1} i Q_T^{K+1} na kraju vremenskog intervala. U slučaju da se novo izračunate vrijednosti h^{K+1} odmah uvrste u jednadžbu za proračun protoka u istom vremenskom koraku, dobivaju se bolji rezultati.

$$Q^{K+1} = Q^K + \frac{gA_D}{L} \left(h_A^{K+1} - h^{K+1} - \frac{\beta}{A_D^2} |Q^K| Q^K \right) \cdot (t^{K+1} - t^K) \quad \dots (4.58)$$

Izračunate vrijednosti razine i protoke na kraju promatranog vremenskog intervala uzimaju se za novi vremenski inkriment kao početno stanje. Proračun se na taj način provodi proizvoljno dugo.

Implicitna metoda

Eksplicitna metoda zahtijeva za, točnije proračune, male vremenske inkrimente tj. puno vremenskih koraka. Da bi se taj nedostatak otklonio pribjegava se implicitnoj shemi koja aproksimaciju integrala (jed. 4.55) i (jed. 4.56) radi u obliku:

$$h^{K+1} = h^K + \frac{Q^{K+1} - Q_T^{K+1}}{A^{K+1}} (t^{K+1} - t^K) \quad \dots (4.59)$$

$$Q^{K+1} = Q^K + \frac{gA_D}{L} \left(h_A^{K+1} - h^{K+1} - \frac{\beta}{A_D^2} |Q^{K+1}| Q^{K+1} \right) \cdot (t^{K+1} - t^K) \quad \dots (4.60)$$

pri čemu su razine i protoke sa indeksom K vrijednosti na početku vremenskog intervala a vrijednosti sa indeksom $K+1$ označavaju stanje sistema na kraju vremenskog intervala (nepoznate veličine).

Dobivene jednadžbe nisu linearne i općenito se rješavaju poznatim algoritmima za iterativno rješavanje sustava nelinearnih jednadžbi.

Ovaj sustav se može efikasno riješiti tako da se linearizacija provede na slijedeći način:

- umjesto vrijednosti A_K^{K+1} i Q^{K+1} sa kraja intervala uvrste se vrijednosti A_K^K i Q^K sa početka promatranog intervala

- riješe se jednačbe po nepoznicama h^{K+1} i Q^{K+1} koje su približno rješenje
- ovako izračunate vrijednosti na kraju intervala se koriste u idućoj iteraciji kao nove vrijednosti A_K^{K+1} i Q^{K+1}
- sustav jednačbi se ponovo riješi po nepoznicama h^{K+1} i Q^{K+1} . Ove vrijednosti su blizu točnog rješenja, a po potrebi se ova iteracija može ponoviti dok se ne postigne zadovoljavajuća točnost.

Implicitna metoda je složenija od eksplicitne, ali daje točnije rezultate za veće vremenske inkremente.

Eksplicitno - implicitna metoda

Eksplicitna metoda, u odnosu na točno rješenje daje veće vrijednosti, dok se implicitnom dobivaju manje vrijednosti. Najbolje rezultate daje mješoviti postupak koji se dobije primjenom aproksimacije integrala u obliku:

$$h^{K+1} = h^K + \left[(1-g) \frac{Q^K - Q_T^{K+1}}{A_K^K} + g \frac{Q^{K+1} - Q_T^{K+1}}{A_K^{K+1}} \right] (t^{K+1} - t^K) \quad \dots (4.61)$$

$$Q^{K+1} = Q^K + \left[(1-g) \frac{gA_D}{L} \left(h_A^K - h^K - \frac{\beta}{A_D^2} |Q^K| Q^K \right) + g \frac{gA_D}{L} \left(h_A^{K+1} - h^{K+1} - \frac{\beta}{A_D^2} |Q^{K+1}| Q^{K+1} \right) \right] (t^{K+1} - t^K) \quad \dots (4.62)$$

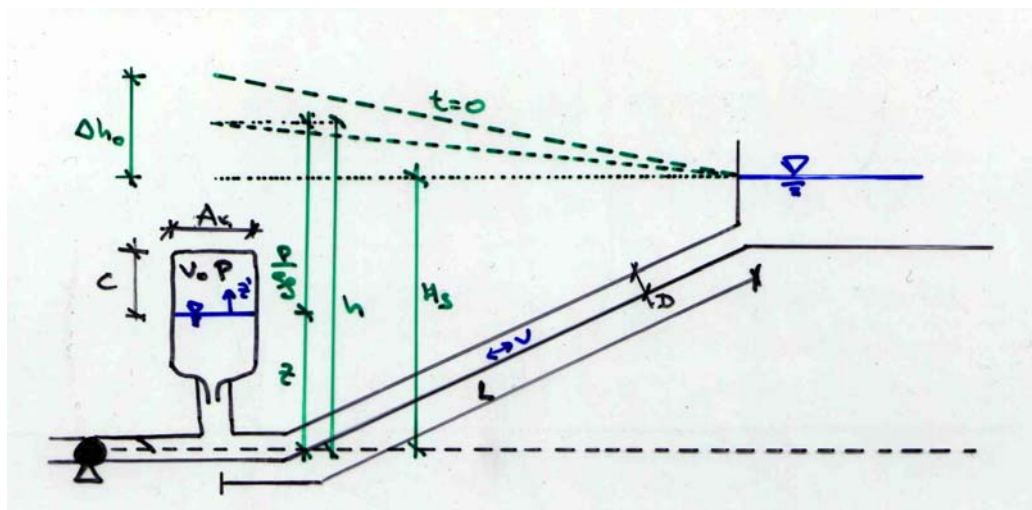
Sustav jednačbi se rješava kao kod implicitne metode.

Mješovit postupak daje vrlo precizne rezultate. Parametar $0 < \theta < 1$ daje najpovoljnije rezultate za vrijednost $\theta = 0.55$.

4.2.2 Zračni kotlić

Po režimima tečenja, sistemi tlačnih cjevovoda koji se koriste u vodoopskrbi su slični sistemu akumulacija - dovodni tunel - vodna komora. Da bi se izbjegle nagle promjene brzina prilikom uključivanja ili isključivanja crpki iz pogona te time i pojave vodnog udara, iza crpke se obično ugrađuju zračni kotlići. Zračni kotlić je efikasna mjera za sprječavanje pojave vodnog udara u tlačnim sistemima srednje veličine sa protocima do 500 l/s i za cjevovode duljine do 10 km.

U trenutku ispada crpke iz pogona iz zračnog kotlića ističe voda u tlačni cjevovod a brzina u cijevi se usporava dok se voda potpuno ne zaustavi. U trenutku kad se voda zaustavi, tlak u zračnom kotliću je manji od tlaka na drugom kraju cijevi pa počinje tečenje u suprotnom smjeru. Crpke su tako konstruirane da ih protok u suprotnom smjeru može oštetiti pa se iza crpke često postavljaju klapne (protupovratni ventil) koji sprečavaju neželjeno strujanje kroz crpku. Voda koja je krenula iz vodospreme, zbog zatvorene klapne puni kotlić. Punjenjem kotlića tlak u njemu raste pa dolazi do usporavanja te konačno zaustavljanja protoka. Ovaj proces se ponavlja, a zbog linijskih gubitaka u cijevi i lokalnih na ulasku u kotlić oscilacije se tokom vremena smanjuju.



Slika 4.22 Hidraulička shema rada zračnog kotlića

U cilju smanjivanja i što bržeg prigušenja oscilacija tlaka, te reduciranja maksimalnih amplituda, u kotlić se može ugraditi asimetrični prigušivač.

Proračun oscilacija razina u zračnom kotliću i tlačnoj cijevi se zasniva na slijedećim jednadžbama:

a) jednadžba kontinuiteta

$$Q = A_K \frac{dz'}{dt} \quad \dots (4.63)$$

pri čemu je:

Q protok u tlačnoj cijevi, pozitivno orijentiran za tok prema kotliću

A_K tlocrtna površina kotlića

z' oscilacija vodostaja u kotliću

b) Bernoullijeva jednadžba

$$H_s = h + \beta_1 |Q|Q + \beta_p |Q|Q + \frac{L}{Ag} \frac{dQ}{dt} \quad \dots (4.64)$$

pri čemu je:

h piezometarska koda tlaka u kotliću, mjerena od osi cijevi

H_s statička piezometarska koda u profilu kotlića

β_1 koeficijent gubitaka uslijed trenja između kotlića i vodospreme – linijski gubici

β_p koeficijent gubitaka energije na prigušivaču, pozitivan (i veći) za tečenje u kotao.

$\frac{L}{Ag} \frac{dQ}{dt}$ inercijalni član mase vode u tlačnoj cijevi

c) jednadžba stanja zraka

$$p_a V^n = \text{const} \quad \dots (4.65)$$

pri čemu je:

- p_a apsolutni tlak u kotliću
- V volumen zraka u kotliću
- n eksponent politrope. (mjerjenja na izvedenim kotlićima su pokazala da je prosječna vrijednost $n = 1.25$).

Jednadžba stanja napisana za početno stanje i bilo koji trenutak ima oblik:

$$V_o^n \rho g H_s = V^n \rho g (h - z) \quad \dots(4.66)$$

pri čemu je:

- V_0 volumen zraka u kotliću kod hidrostatičkog stanja
- z razina vode u kotliću mjeren od osi cijevi što je u općem slučaju zanemarivo mala veličina u odnosu na piezometarsku kotu h

U bilo kojem trenutku je volumen zraka u kotliću određen izrazom:

$$V = A_k (c - z') \quad c = \frac{V_o}{A_k} \quad \dots (4.67)$$

Oscilacija vodostaja u kotliću se može uz pomoć jednadžbe (4.66) izraziti kao:

$$z' = c \left[1 - \left(\frac{H_s}{h} \right)^{\frac{1}{n}} \right] \quad \dots (4.68)$$

odnosno nakon diferenciranja po vremenu:

$$\frac{dz'}{dt} = \frac{c H_s^{\frac{1}{n}}}{n h^{\frac{1}{n}} h} \frac{dh}{dt} \quad \dots (4.69)$$

Uvođenjem gornje jednadžbe u jednadžbu kontinuiteta dobiva se:

$$\frac{V_o}{n h} \left(\frac{H_s}{h} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{dh}{dt} = Q \quad \dots (4.70)$$

Ako se uvede oznaka

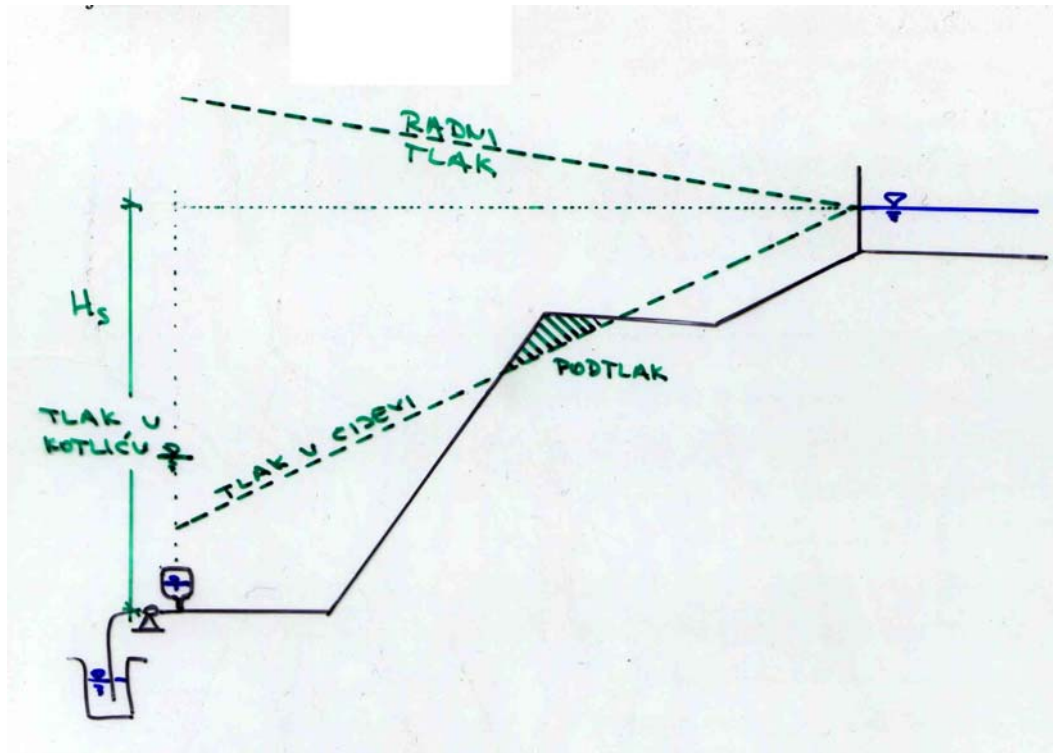
$$A_{kom} = A_{kom}(h) = \frac{V_o}{n h} \left(\frac{H_s}{h} \right)^{\frac{1}{n}} \quad \dots (4.71)$$

jednadžba kontinuiteta poprima oblik

$$A_{kom} \frac{dh}{dt} = Q \quad \dots (4.72)$$

Dobiveni izraz pokazuje da je jednačba kontinuiteta identična jednačbi kontinuiteta za vodnu komoru sa promjenjivom tlocrtnom površinom. U daljnjem postupku integracije se mogu primijeniti isti postupci koji su opisani za vodne komore.

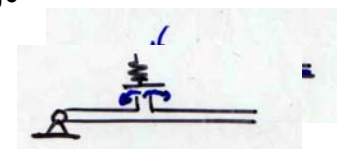
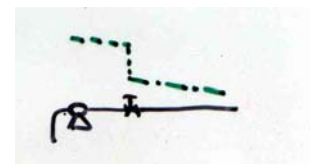
Rezultati proračuna oscilacija vodnih masa u tlačnom cjevovodu zahtijevaju detaljnu analizu, kojom se mora utvrditi i promjena tlaka u cijelom tlačnom vodu. Osim provjere da najveći tlak bude manji od dopuštenog u svim dionicama cijevi, treba provjeriti i da li se na pojedinim, povišenim, dionicama pojavljuje podtlak što se posebno odnosi u slučaju primjene prigušivača u kotliću.



Slika 4.23 Pojava podtlaka u tlačnom cjevovodu

Tlačni cjevovodi se mogu štititi osim sa zračnim kotlićima i sa

- povećanje promjera cjevovoda čime se utječe na smanjenje brzine a time i na veličinu vodnog udara
- izborom materijala od kojeg se radi cjevovod (veličina prirasta tlaka kod vodnog udara ovisi o brzini širenja elastičnih poremećaja koji su u funkciji materijala iz kojeg se napravljen cjevovod. Ova problematika je opisana u poglavlju o vodnom udaru – poglavlje 4.3.)
- povećanjem momenta inercije crpke ugradnjom zamašnjaka između crpke i elektromotora čime se produljuje vrijeme zaustavljanja crpke pa su i promjene brzine manje
- postepeno zatvaranje ili otvaranje zasuna ugrađenog iza crpke čime se smanjuju promjene brzine
- ozračivanjem (upuštanjem zraka u cjevovod - zrak treba prije ponovnog upuštanja cjevovoda odstraniti)
- ugradnjom odušnog ventila



4.3 Vodni udar

Hidraulički (vodni) udar predstavlja znatno promjenu tlaka u cjevovodu koji se javlja kao posljedica nagle promjene brzine. Najčešće se istražuje nagli prirast tlaka kao posljedica smanjenja brzine npr. na nizvodnom kraju cjevovoda uslijed zatvaranja zatvaraču.

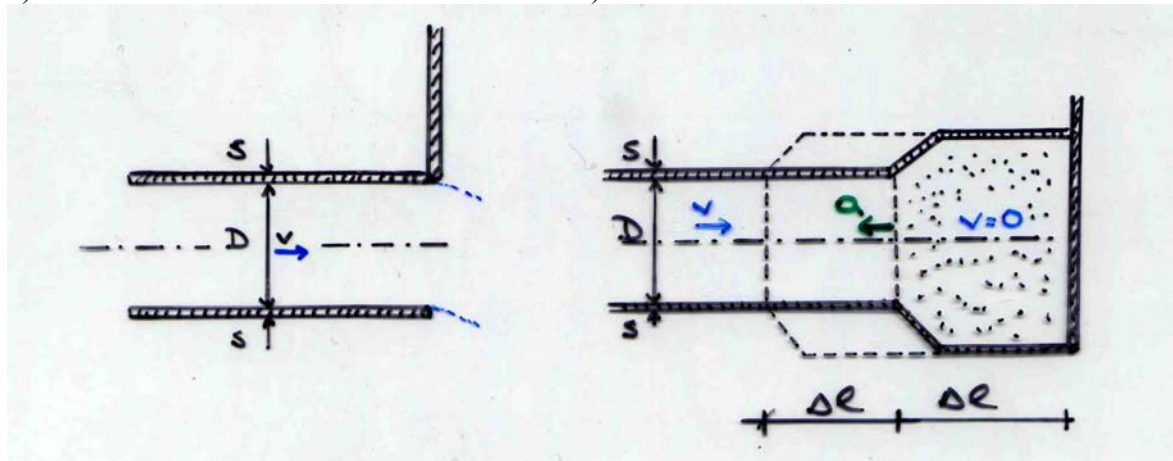
Gornja definicija hidrauličkog udara je danas proširena tako što se tim imenom naziva svaka nagla promjena brzine ili tlaka koja se kao poremećaj prostire kroz cjevovod.

Pri pojavi vodnog udara se kroz cijev čuje zvuk kao da je u cijev udareno čekićem te od tuda i engleski naziv *water hammer*.

Sa hidrauličkog stanovišta hidraulički (vodni) udar pripada skupini izrazito nestacionarnih strujanja pod tlakom, kod kojih treba uzeti u obzir lokalno ubrzanje, stišljivost vode i elastičnost cjevovoda.

a) PRIJE ZATVARANJA

b) NAKON NAGLOG ZATVARANJA



Slika 4.24 Pojava i širenje vodnog udara

Prilikom proučavanja osnovnih jednadžbi vodnog udara (VU) će se usvojiti slijedeće pretpostavke:

- promjene volumena uslijed udara (uslijed povećanja tlaka) su male u odnosu na početni volumen
- promjene brzine su veoma nagle, tj. inercijalni član je uslijed lokalnog ubrzanja neusporedivo veći od inercijalnog člana od usputnog ubrzanja i sile trenja
- brzina strujanja v se može u odnosu na brzinu propagacije poremećaja a zanemariti. Iz ovog uvjeta slijedi da je brzina širenja poremećaja nezavisna od intenziteta i smjera strujanja osnovnog toka.

Kao primjer pojave vodnog udara će se prikazat jednostavan slučaj naglog zaustavljanja toka vode na kraju cjevovoda. Usvojiti će se da je zatvaranje zatvarača trenutno i potpuno tako da je neposredno nakon zatvaranja zatvarača u vremenu Δt zaustavljen tok na duljini Δl .

Kada bi voda bila nestlačiva a cjevovod krut, voda bi se u odmah nakon zatvaranja zatvarača zaustavila na cijeloj duljini cjevovoda. Obzirom da je voda stlačiva a cjevovod elastičan, kinetička energija vode uzrokuje sabijanje vode i rastezanje cjevovoda na nekoj dionici Δl na kojoj je ujedno došlo do zaustavljanja toka. Ovo zaustavljanje toka te sabijanje vode i

rastezanje cjevovoda se u slijedećem trenutku Δt pomiče za novu vrijednost Δl pomičući time i frontu poremećaja brzinom a :

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{dl}{dt} \quad \dots (4.73)$$

Vrijeme zaustavljanja vode u cijelom cjevovodu je definirano izrazom:

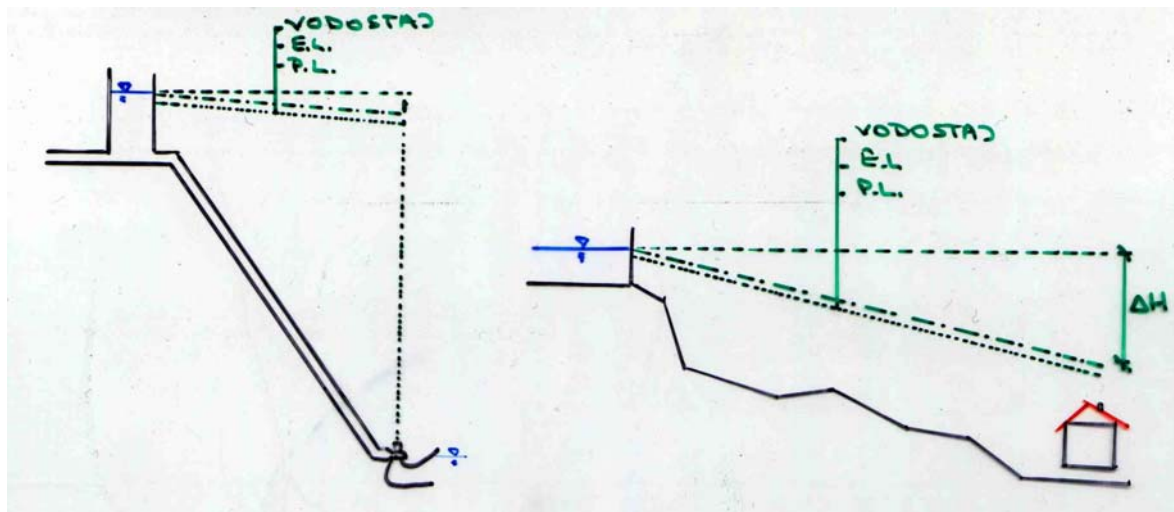
$$T_L = \frac{L}{a} \quad \dots (4.74)$$

U slučaju nestlačive vode i krutog cjevovoda vrijedi: $T_L = 0$ a brzina poremećaja $a = \infty$.

Zaustavljanje protoka u profilu zatvarača ne može biti trenutno. Svako smanjenje protoka širit će se uzvodno brzinom a . Ako je brzina širenja poremećaja znatno veća od brzine zatvaranja zatvarača (promjene brzine tj. protoka na kraju cjevovoda) efekti stlačivosti vode i elastičnosti cijevi se mogu zanemariti. U suprotnom će doći do značajnih promjena tlakova uzduž cjevovoda pa se takvi cjevovodi obično nazivaju *tlačnim*.

Tlačni cjevovodi se mogu podijeliti u dvije osnovne skupine

- tlačni cjevovodi sa zanemarivim gubicima energije (npr. u hidroelektranama)
- tlačni cjevovodi sa značajnim gubicima energije (npr. za vodoopskrbu)



Slika 4.25 Primjeri tlačnih cjevovoda sa zanemarivim (lijevo) i sa značajnim (desno) linijskom gubicima

U oba slučaja će naglo zatvaranje zatvarača uzrokovat nagle promjene brzine (protoka) i tlakova. Kod tlačnih postrojenja (crpka i tlačni vod) također može doći do naglih nestacionarnih pojava.

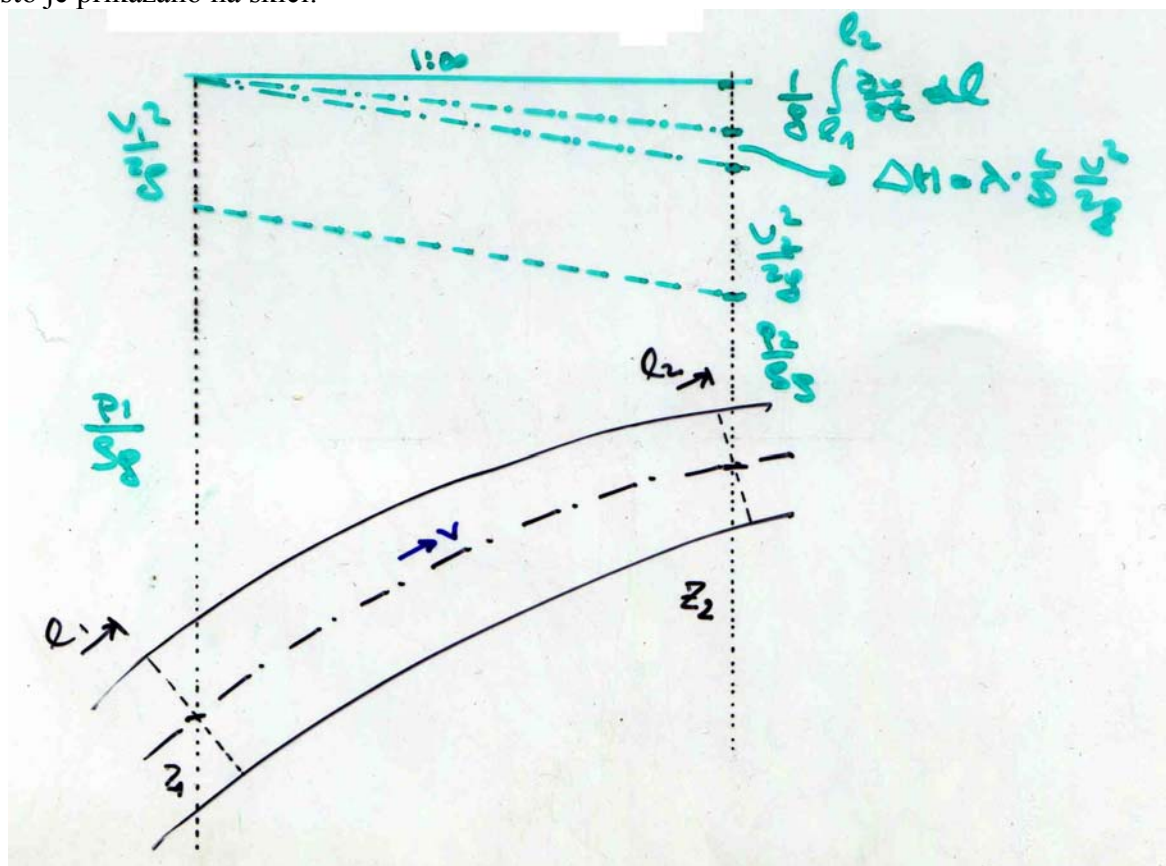
Pod pojmom tlačnih cjevovoda podrazumijevamo sisteme kod kojih može doći do pojave vodnog udara.

4.3.1 Jednadžba vodnog udara

Za nestacionarno strujanje vode vrijedi Bernoullijeva jednadžba:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + \Delta H \Big|_1^{l_2} + \frac{1}{g} \int_1^{l_2} \frac{\partial v}{\partial t} dl \quad \dots (4.75)$$

što je prikazano na skici:



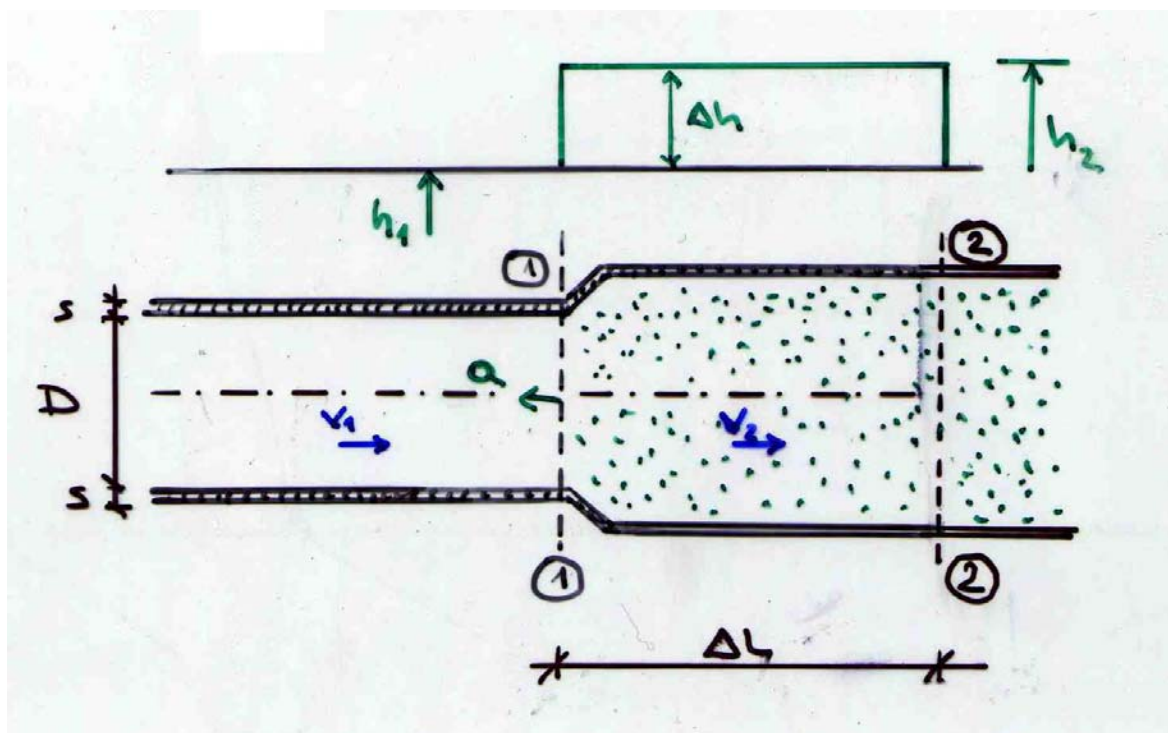
Slika 4.26 Strujna cijev s prikazom članova Bernoullijeve jednadžbe

Kod izvoda Bernoullijeve jednadžbe je usvojeno da je promjena gustoće uzduž toka zanemariva. Iz tog razloga Bernoullijeva jednadžba (u ovom obliku) nije pogodna za modeliranje strujanja u kojima se gustoća fluida mijenja kao što je npr. slučaj strujanja plina. Iako se gustoća vode kod pojave vodnog udara mijenja duž cijevi te pojave su malene i ne utječu bitno na točnost proračuna.

Jednadžba kontinuiteta se može pisati u obliku:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_1^{l_2} \rho A dl - (\rho A v)_2 + (\rho A v)_1 = 0 \quad \dots (4.76)$$

- prvi član gornje jednadžbe predstavlja promjenu mase u jedinici vremena u volumenu cijevi između dva presjeka, nastalu uslijed sabijanja vode i rastezanja cijevi
- drugi član opisuje istjecanje mase iz presjeka 2 (Slika 4.26)
- treći član opisuju dotok mase u presjeku 1 (Slika 4.26)



Slika 4.27 Širenje vodnog udara

Iz jednadžbe je vidljivo da je u slučaju kad je tekućina nestlačiva ($\rho = \text{konst.}$) i cjevovod krut (A ne ovisi o vremenu već o putu l), prvi član jednak nuli pa se trenutno uspostavlja jednakost protoka između dva presjeka.

U ovom razmatranju ćemo usvojiti i pretpostavke da je:

- član brzinske visine ($v^2/2g$) zanemarivo mali u odnosu na ostale članove
- član nastao uslijed djelovanja trenja također zanemarivo mali.

Bernoullijevom jednadžbom možemo povezati presjek kod fronta poremećaja i presjek kod zatvarača unutar malog vremenskog intervala Δt : (mora se uzeti mali Δt da bi bio mali Δl kako bi se moglo preći na konačne diferencije)

$$h_1 = h_2 + \frac{1}{g} \frac{\Delta v}{\Delta t} \Delta l \quad \dots (4.77)$$

U ovom slučaju je promjena brzine Δv jednaka razlici brzina prije i iza fronta poremećaja ($v_2 - v_1$). U slučaju potpunog zatvaranja brzina v_2 je jednaka nuli. Analogno tome se i stanje prije promjene (prije dolaska fronta) označava h_1 a stanje nakon promjene h_2 . Bernoullijeva jednadžba sada poprima oblik:

$$h_1 = h_2 + \frac{1}{g} \frac{\Delta l}{\Delta t} (v_2 - v_1) \quad \dots (4.78)$$

Pri tome odnos $\Delta l / \Delta t$ predstavlja brzinu širenja poremećaja a pa se može pisati:

$$h_2 - h_1 = -\frac{a}{g} (v_2 - v_1) \quad \dots (4.79)$$

odnosno:

$$\Delta h = -\frac{a}{g} \Delta v \quad \dots (4.80)$$

pri čemu je:

h_1	piezometarska visina prije promjene brzine
h_2	piezometarska visina nakon promjene brzine
v_1	brzina prije promjene
v_2	brzina nakon promjene
a	brzina širenja vodnog udara

U slučaju potpunog trenutnog zatvaranja može se usvojiti da je $v_2 = 0$ a $\Delta v = -v_1$ dobije se maksimalno povećanje piezometarskog tlaka koje se može javiti uslijed pojave vodnog udara:

$$\Delta h = \frac{a}{g} v_1 \quad \dots (4.81)$$

Ovaj izraz je izveo N.E.Žukovski pa se vrijednost maksimalnog udara naziva **udar Žukovskog**.

4.3.1.1. Brzina širenja vodnog udara

Brzina širenja vodnog udara se može izračunati iz jednadžbe kontinuiteta primjenjene na masu između presjeka u kojem je neporemećeni tok i presjeka u kojem je zaustavljen tok.

$$\frac{\Delta}{\Delta t} (\rho A) \Delta l + \rho A v_2 - \rho A v_1 = 0 \quad \dots (4.82)$$

Pri tome se rastezanje cijevi i promjena gustoće u odnosu na protok mase u cijevi mogu zanemariti kao veličine nižeg reda. Izvod jednadžbe brzine širenja elastičnih poremećaja (vodnog udara) je prikazan u praktikumu a zasniva se na izražavanju relativne promjene gustoće pomoću elastičnih svojstava vode a relativne promjene volumena i gustoće međusobno su povezane preko uvjeta konstantnosti mase unutar volumena. U konačnici se dobiva brzina širenja vodnog udara a

$$a = \frac{\sqrt{\frac{E_v}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{E_v D}{E_c s}}} \quad \dots (4.83)$$

Brzina širenja vodnog udara u vodi je konstantna veličina za cjevovod jednolikog presjeka i materijala.

Iz izraza za brzinu širenja vodnog udara (jed. 4.83) je vidljivo da je u slučaju krutog cjevovoda ($E_c \rightarrow \infty$) brzina širenja vodnog udara

$$a = \sqrt{\frac{E_v}{\rho}} \quad \dots (4.84)$$

što predstavlja brzinu širenja stlačivih poremećaja (time i zvuka) u vodi u neograničenom prostoru. Za uobičajene dnevne temperature ova brzina iznosi $a = 1425$ m/s.

Elastični cjevovod smanjuje brzinu širenja poremećaja, tako da je za čelični cjevovod uobičajeni odnos $E_v/E_c \approx 0.01$, $D/s \approx 100$ što daje $a \approx 1000$ m/s. Plastični cjevovodi još više smanjuju brzinu širenja poremećaja ($a \approx 300$ m/s).

4.3.1.2 Faze propagacije vodnog udara

Promatrat će se faze propagacije vodnog udara na primjeru jednostavne cijevi koja izlazi iz vodospreme, pri tome će se linijski gubici i brzinska visina zanemariti kao male vrijednosti. Usvojit će se da je zatvaranje zatvarača potpuno i trenutno.

a) Početno stanje

U početnom trenutku voda se kreće prema zatvaraču ($v > 0$), a u čitavom cjevovodu je tlak jednak p

b) Faza kompresije

Vremenski interval $0 < t < L/a$ u kojem granica između zone u kojoj je voda zaustavljena i zone u kojoj voda struji se kreće prema vodospremi sve dok se ne dosegne profil vodospreme. U zoni u kojoj voda miruje postoji nadpritisk $\Delta p = \rho a \Delta v$

c) $t = L/a$

Voda je u čitavom cjevovodu zaustavljena i izložena nadpritisku Δp

d) Faza dekompresije

U intervalu $L/a < t < 2L/a$ je voda u cijevi pod većim tlakom nego što je tlak u vodospremi pa dolazi do strujanja u smjeru prema vodospremi $v < 0$ što dovodi do potpunog rasterećenja $\Delta p = 0$.

e) $t = 2L/a$

Voda u cijevi struji prema vodospremi, a tlak u cijeloj cijevi je $\Delta p = 0$

f) Faza podpritiska

Voda koja struji u smjeru vodospreme, po inerciji želi produžiti gibanje u tom smjeru. Obzirom da je zatvarač zatvoren, tendencija da voda nastavi gibanje će uzrokovati pad tlaka (sisajuće djelovanje) u profilu zatvarača pa će se cjevovod sažimati a voda razrijeđivati. Pad tlaka ima vrijednost $-\Delta p = \rho a \Delta v$. Fronta sa smanjenim tlakom se kreće prema vodospremi.

g) $t = 3L/a$

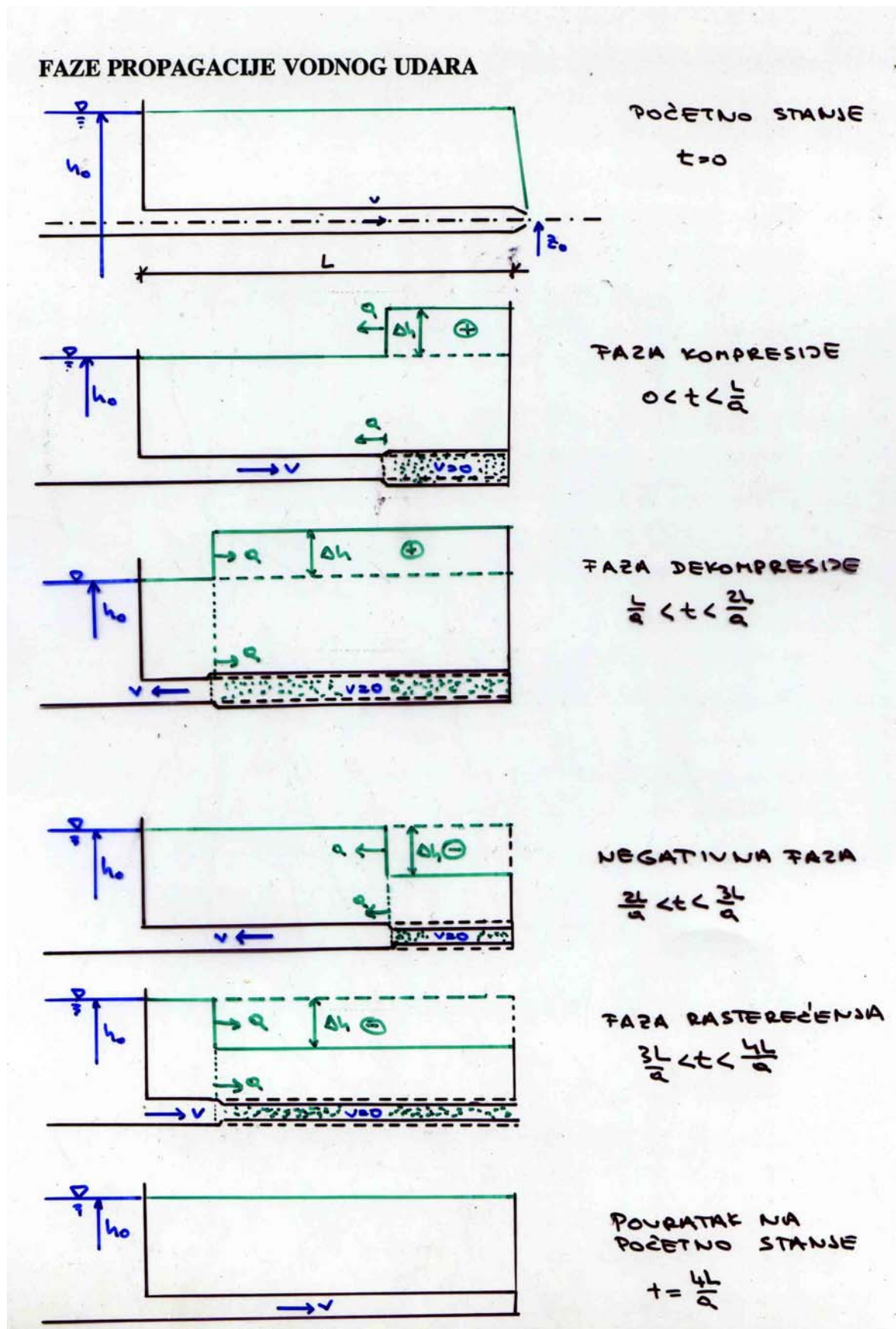
Voda u čitavom cjevovodu je zaustavljena i izložena podpritisku Δp

h) Faza rasterećenja

Smanjeni tlak omogućuje ponovno punjenje cjevovoda brzinom v u smjeru prema zatvaraču. Ispred fronta poremećaja je podpritisk Δp i brzina $v = 0$ a iza fronta poremećaja je brzina v i početni tlak p .

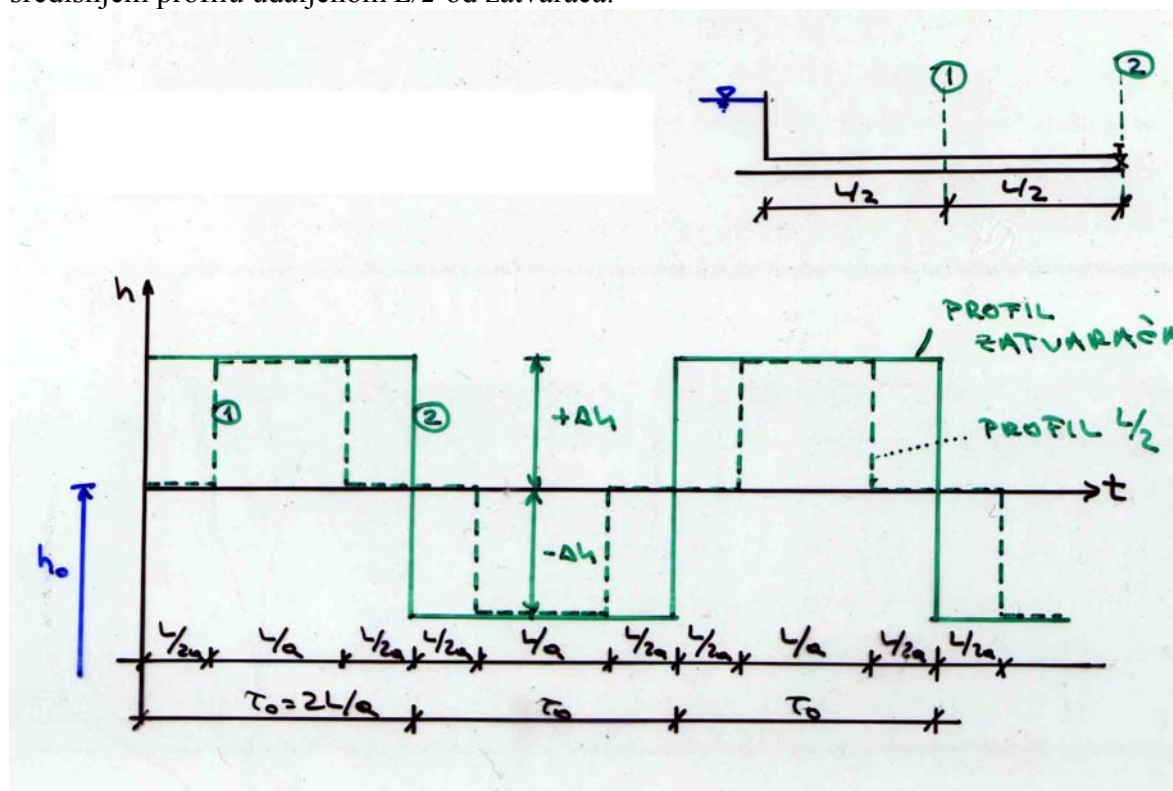
i) $t = 4L/a$ - Povratak na početno stanje

U trenutku $t = 4L/a$ je u cijeloj cijevi tlak jednak početnom tlaku p a brzina jednaka početnoj brzini v kao što je bilo prije zatvaranja zatvarača. Ciklus je dakle došao na početak i ciklusi pojedinih faza se ponavljaju na isti način kao što je to već opisano.



Slika 4.28 Faze propagacije vodnog udara

Na idućoj skici (Slika 4.29) je prikazan vremenski razvoj tlaka u profilu zatvarača i u središnjem profilu udaljenem $L/2$ od zatvarača.



Slika 4.29 Varijacije tlaka u sredini i na kraju cjevovoda

U tlačnim cjevovodima je povećanje tlaka najdulje u profilu zatvarača pa se taj profil usvaja kao mjerodavni za dimenzioniranje.

Svaka promjena brzine:

$$\Delta v = [v(t + \Delta t) - v(t)] \quad \dots (4.85)$$

uzrokuje promjene tlaka:

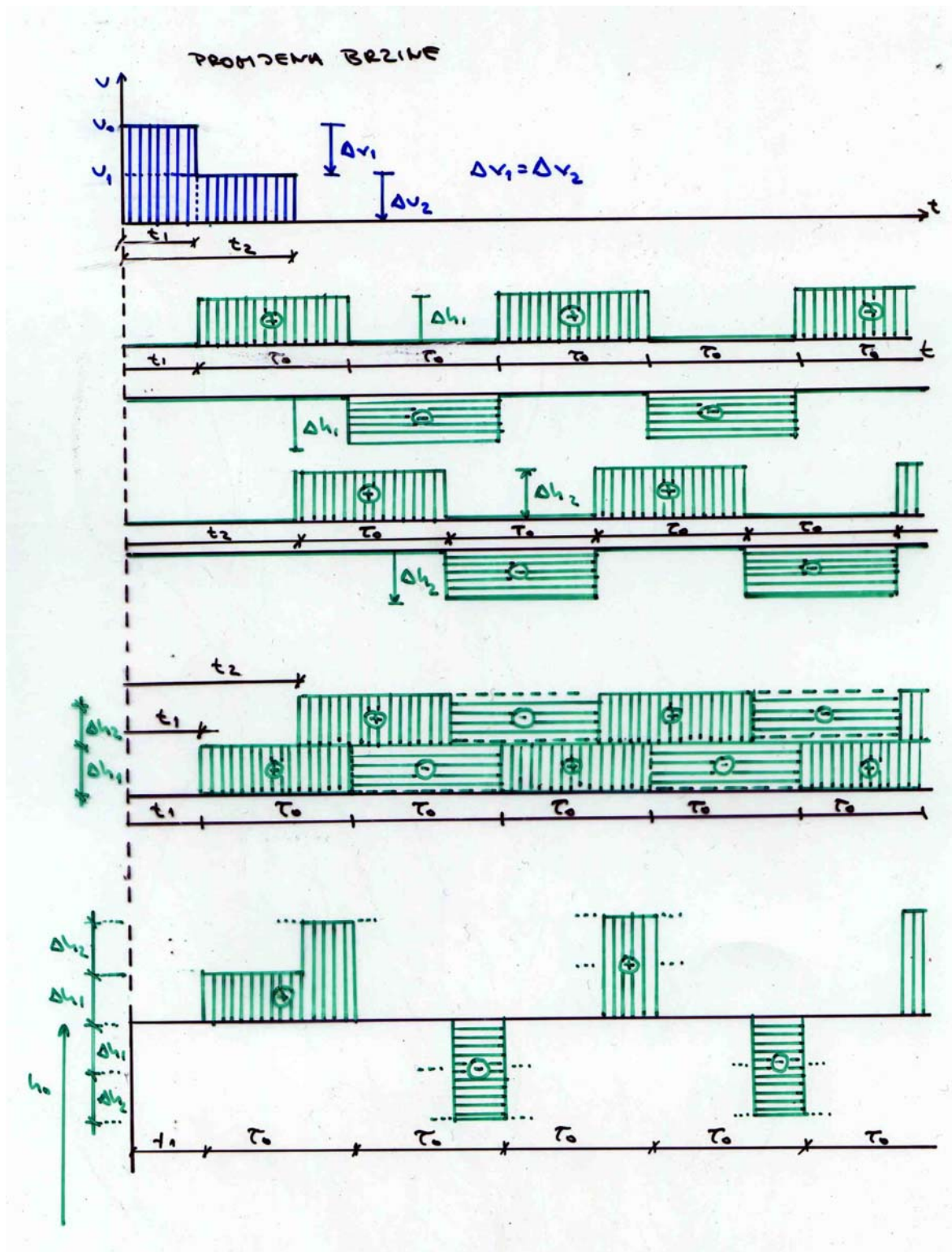
$$\Delta h = -\frac{a}{g} \Delta v \quad \Delta p = \rho g \Delta h \quad \dots (4.86)$$

Kako su poremećaji valne prirode, na njih se može primijeniti princip superpozicije, tj. tlačne promjene u profilu zatvarača se mogu izračunati superpozicijom pozitivnih i negativnih faza vala vodnog udara.

Na slici 4.30 je prikazan primjer zatvaranja u dva uzastopna smanjenja brzine Δv_1 i Δv_2 koji uzrokuju odgovarajuće promjene piezometarske visine:

$$\Delta h_1 = -\frac{a}{g} \Delta v_1 \quad \Delta h_2 = -\frac{a}{g} \Delta v_2 \quad \dots (4.87)$$

Pojedine pozitivne i negativne faze se mogu superponirati. U slučaju da su promjene brzine jednake ($\Delta v_1 = \Delta v_2$) superponiranjem se dobiva rezultirajući diagram prikazan na slici 4.30.

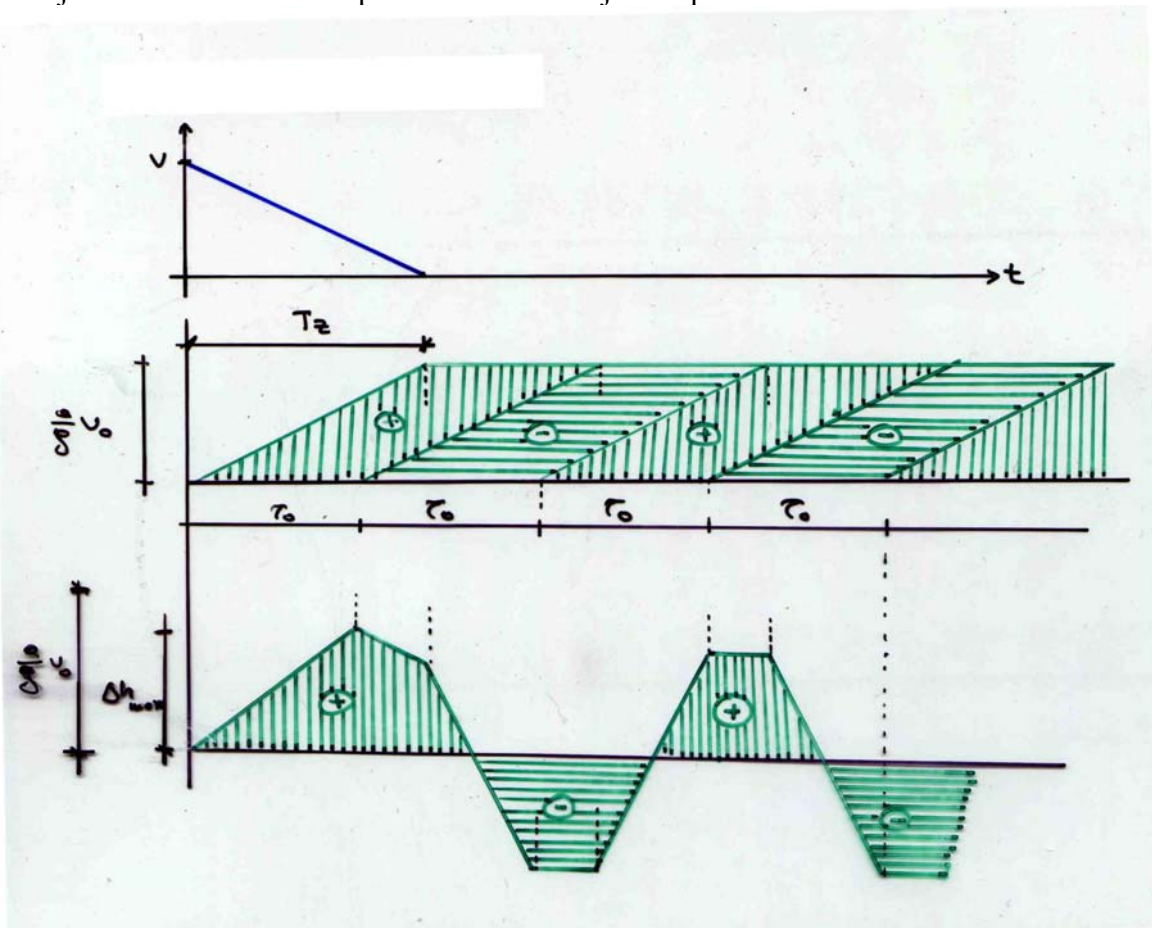


Slika 4.30 Primjer superpozicije dva prirasta tlaka uslijed dvije promjene brzine

Iz rezultirajućeg dijagrama se također primjećuje da se u pojedinim trenucima tlačni poremećaji mogu poništiti, jer se negativna faza prvog udara i pozitivna faza drugog udara međusobno poništavaju.

4.3.1.3 Linearni zakon promjene brzina

Svako postupno mijenjanje brzina se može prikazati kao superpozicija elementarnih promjena. Svaka elementarna promjena brzine uzrokuje elementarnu promjenu tlaka koja se pronosi duž cjevovoda. Superpozicijom pozitivnih i negativnih faza svake elementarne promjene tlaka dobiva se raspored tlakova u željenom profilu.



Slika 4.31 Promjena tlaka pri linearnoj promjeni brzine

Konstrukcija dijagrama je vrlo jednostavna. Dijagram promjene brzina se množi sa a/g čime je određen afini dijagram promjene tlaka. Raspored pozitivnih i negativnih faza dobiva se pomicanjem afinog dijagrama tlaka za interval τ_0 naizmjenično u desno. Rezultirajuća promjena tlaka dobiva se tako da se superponiraju pozitivne i negativne faze iz prethodnog dijagrama. Ovaj postupak vrijedi za bilo koji zakon promjene brzine.

U prikazanom primjeru je vrijeme smanjivanja brzine dulje od τ_0 pa se negativne faze u profilu zatvarača počinju javljati prije nego što su se "izgenerirale" sve pozitivne faze uslijed promjene brzine. Ova činjenica ima za posljedicu da negativni valovi smanjuju efekte pozitivnih a time se umanjuje veličina najvećeg tlaka koji se javlja u cijevi. U slučaju prikazanog linearnog smanjenja brzine u cijevi je na osnovu geometrijskih odnosa moguće odrediti najveću vrijednost tlaka koja se javlja u cijevi.

$$\frac{\Delta h_{\max}}{\frac{a}{g} v_0} = \frac{\tau_0}{T_z} \quad \dots (4.88)$$

odnosno:

$$\Delta h_{\max} = \frac{\tau_o}{T_z} \frac{a}{g} v_o \quad \dots (4.89)$$

Na osnovu ove jednadžbe se vidi da svako smanjivanje brzine (zatvaranje zatvarača) dulje od τ_o smanjuje vrijednost maksimalnog tlaka koji se javlja u tlačnom cjevovodu. Ova jednadžba vrijedi u slučaju da je vrijeme smanjivanja brzine veće od vremena u kojem vodni udar prođe dva puta kroz cijev ($T_z > \tau_o$).

U slučaju da je vrijeme smanjivanja brzine kraće od $\tau_o = 2L/a$ javit će se maksimalni mogući vodni udar bez obzira na oblik dijagrama promjene brzine.

4.3.1.4 Realni zakon promjene brzina

Najčešći slučaj mijenjanja brzina (protoka) u cjevovodu je manevriranje zatvaračem. Obzirom da je neracionalno graditi cjevovode koji bi mogli podnijeti maksimalni tlak koji se javlja u slučaju trenutnog ($T_z < \tau_o$) potpunog zatvaranja zatvarača pribjegava se kontroli brzine zatvaranja.

Dosadašnja razmatranja su se zasnivala na pretpostavci da je poznat zakon promjene brzine u profilu zatvarača, što je u praksi vrlo rijedak slučaj. Obično je poznat zakon promjene proticajne površine u zatvaraču (zakon promjene površine kroz kojeg voda istjeće). Pri tomese može dogoditi da se istjecajna površina mijenja linearno (npr. pločasti zatvarač u pravokutnom kanalu pri jednolikom spuštanju).

Kad se istjecajna površina u kratkom vremenskom intervalu smanji za ΔA , smanjit će se i protok. Smanjenje protoka (tj. smanjenje brzine) uzrokovat će pojavu povećanog tlaka Δh koji će povećati izlaznu brzinu tj. protok. Ravnotežno stanje tlaka i brzine za izvjesnu promjenu otvora zatvarača u vremenu $\Delta t = \tau_o$ određeno je izrazima:

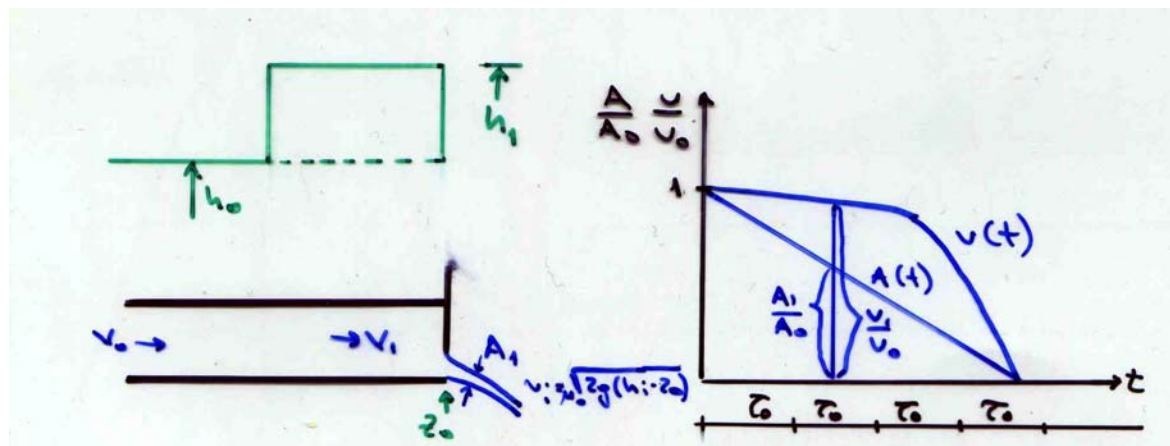
$$h_1 - h_o = -\frac{a}{g}(v_1 - v_o) \quad \dots (4.90)$$

$$v_1 = \mu_o \frac{A_1}{A_o} \sqrt{2g(h_1 - z_o)}$$

pri čemu je:

- v_o brzina u cjevovodu prije zatvaranja
- v_1 brzina u cjevovodu nakon zatvaranja zatvarača u prvom intervalu τ_o
- h_o piezometarska visina prije zatvaranja
- h_1 piezometarska visina nakon zatvaranja u prvom vremenskom intervalu τ_o
- z_o geodetska kota ispusta
- A_o površina poprečnog presjeka cijevi
- A_1 površina izlaznog otvora u prvom intervalu τ_o
- μ_o istjecajni koeficijent koji se za problem vodnog udara može smatrati konstantnim

Rješenjem gornjih jednažbi (jed. 4.90) po nepoznicama v_1 i h_1 određuje se stanje na kraju prvog vremenskog intervala $t = \tau_0$. Da bi se izračunao protok i tlak na kraju drugog vremenskog intervala $t = 2\tau_0$ potrebno je ponoviti postupak s time da treba uzeti u obzir smanjenje tlaka uzrokovano negativnom fazom (povratkom) udara iz prethodnog intervala.



Slika 4.32 Promjena tlaka za linearno smanjenje površine proticajnog presjeka

$$h_2 - h_1 = -\frac{a}{g}(v_2 - v_1) - 2(h_1 - h_0) \quad \dots (4.91)$$

$$v_2 = \mu \frac{A_2}{A_0} \sqrt{2g(h_2 - z_0)}$$

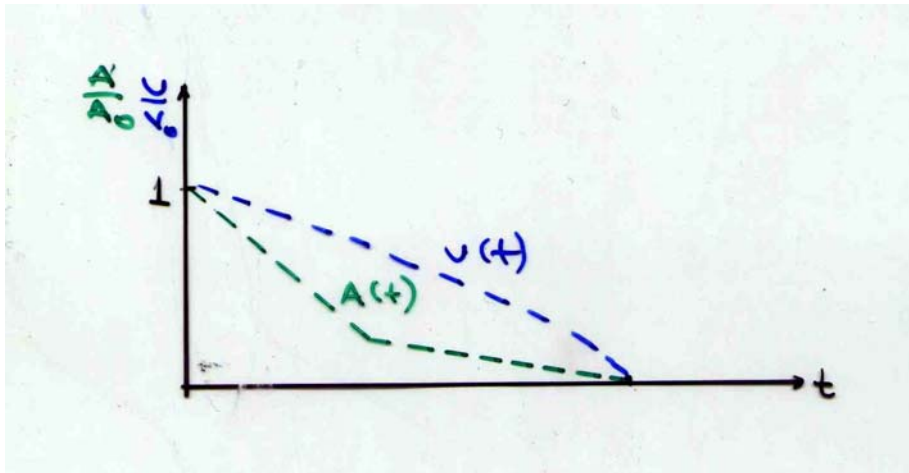
Kako se u drugom i svim daljnjim intervalima refleksija udara vrši oko piezometarske kote h_0 u vodospri stanje na kraju bilo kojeg vremenskog intervala se može pisati:

$$h_n - h_{n-1} = -\frac{a}{g}(v_n - v_{n-1}) - 2(h_{n-1} - h_0) \quad \dots (4.92)$$

$$v_n = \mu \frac{A_n}{A_0} \sqrt{2g(h_n - z_0)}$$

Sukcesivnim rješavanjem gornjih jednažbi (4.92) koristeći iz zakona zatvaranja zatvarača poznate vrijednosti A_1, A_2, \dots moguće je izračunati promjene tlakova u profilu zatvarača.

Za linearni zakon zatvaranja zatvarača će dijagram promjene brzina biti vrlo neravnomjeran kao što je prikazano na slici 4.32. U početku zatvaranja će promjene brzine biti relativno malene, a u posljednjih 20-25% vremena će se protoci (brzine) naglo smanjiti što će uzrokovat velike promjene tlaka. Da bi se ova pojava izbjegla pristupa se ili znatnom povećanju vremena zatvaranja zatvarača ili se koriste drugačiji zakoni zatvaranja zatvarača. Najjednostavnije je napraviti zakon zatvaranja s jednom lomnom točkom što se postiže ugradnjom elektromotora sa dvije brzine okretanja. Na slici 4.33 je prikazan dijagram promjena brzina u slučaju da se površina istjecajnog presjeka mijenja linearno s jednom lomnom točkom.



Slika 4.33 Dijagram promjene tlaka za razne brzine smanjenja površine proticajnog presjeka

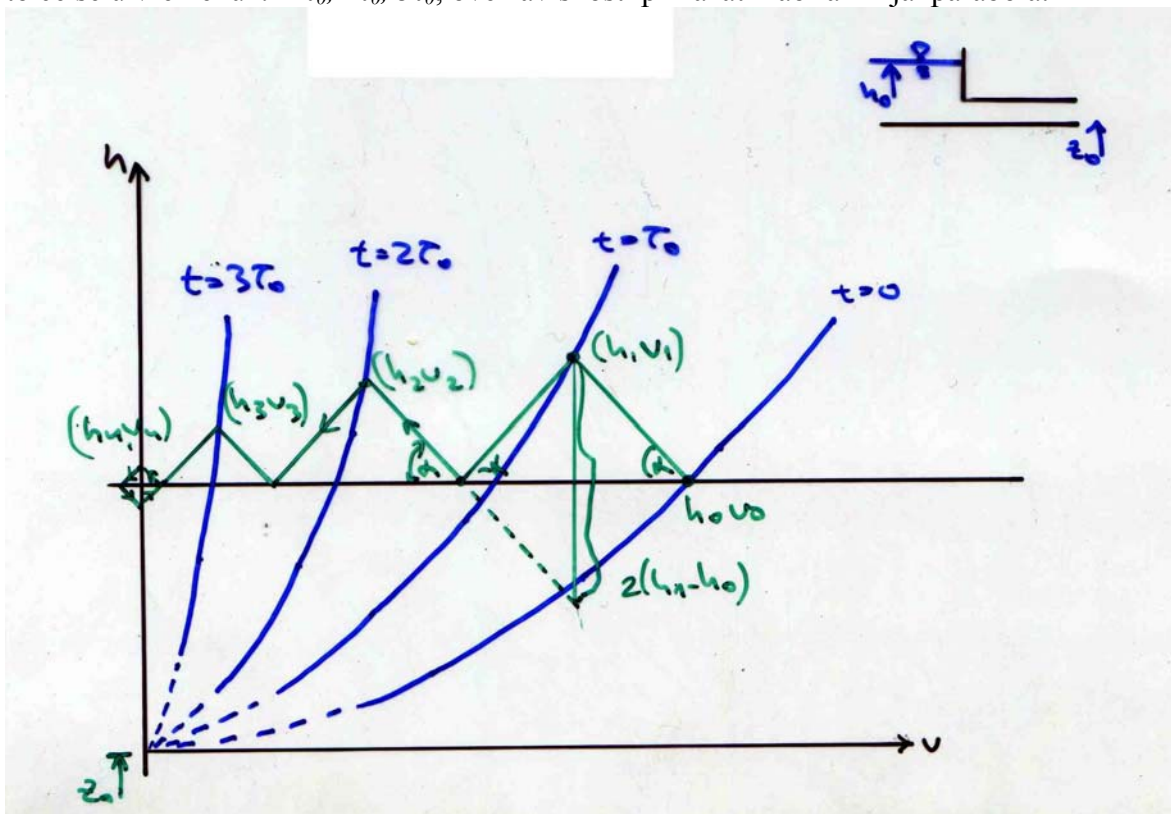
Zatvarači su često tablasti u okrugloj cijevi pa je zakon zatvaranja nešto složeniji.

4.3.1.5 Određivanje tlaka metodom karakteristika

Brzina na izlazu iz cjevovoda na kraju svakog vremenskog intervala τ_0 je određena veličinom ispusnog otvora A_n .

$$v_n = \mu_o \frac{A_n}{A_o} \sqrt{2g(h_n - z_o)} \quad \dots (4.93)$$

to će se u vremenu $t = \tau_0, 2\tau_0, 3\tau_0$, ove zavisnosti prikazati kao familija parabola.



Slika 4.34 Grafički prikaz računanja promjene tlaka pri postepenom zatvaranju zatvarača

U trenutku $t = 0$ poznato je h_0 i v_0 što predstavlja (radnu točku) presječnu točku parabole određene za $t = 0$ i pravca $h = h_0$.

Na kraju prvog intervala τ_0 jednačba brzine istjecanja je prikazana parabolom u $t = \tau_0$. Jednačba prirasta tlaka $(h_1 - h_0) = -a/g(v_1 - v_0)$ je dio pravca povučenog iz (h_0, v_0) pod kutem α čiji tangens iznosi upravo a/g . Presjecište pravca i parabole određuje točku (h_1, v_1) te predstavlja rješenje jednačbi (4.92).

U narednom intervalu zatvaranja do otvora A_2 pojavljuje se utjecaj reflektirajuće komponente (negativna faza) iz predhodnog ciklusa, te od postignute vrijednosti tlaka treba odbiti vrijednost $2(h_1 - h_0)$. Iz dobivene točke treba ponovo povući pravac pod kutem α do presjecišta s parabolom $t = 2\tau_0$ pa je time određena točka (h_2, v_2) što opet predstavlja rješenje vladajućih jednačbi.

Isti postupak se dalje ponavlja dok se ne izračuna tlak za potpuno zatvoreni zasun odnosno dok se ponovo ne uspostavi stacionarni režim tečenja. Iste jednačbe se osim prikazanog grafičkog načina rješavanja mogu riješiti i numeričkim pristupom.

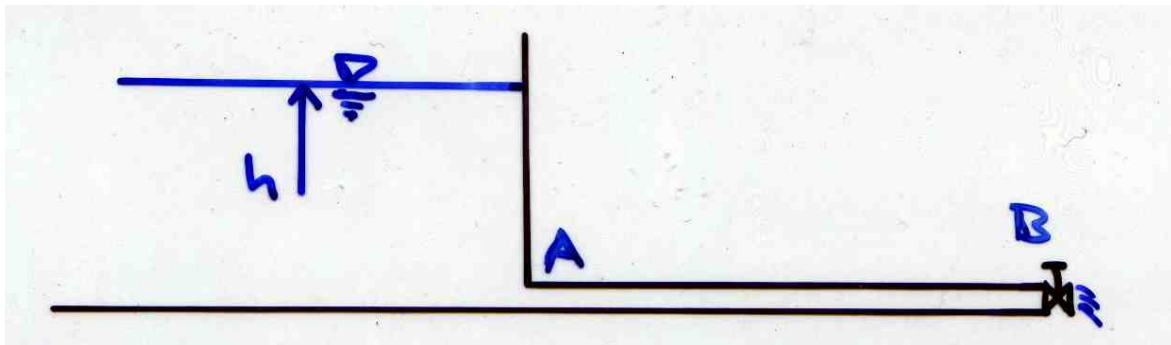
Konstrukcija se može provesti i tako da se umjesto odbijana vrijednosti $2(h_{n-1} - h_0)$ povuče pravac pod kutem $-\alpha$ do vodostaja refleksije h_0 te iz tako dobivene točke ponovo povuče pravac do parabole.

Nakon potpuno zaustavljenog toka, tlak fluktuirira oko ravnotežnog položaja h_0 .

Primjer:

Prikazana metoda se naziva i metoda karakteristika jer se svaki element u tlačnom sustavu prikazuje pomoću određene karakteristike.

Promatrat će se jedan tlačni vod. Na kraju cjevovoda mogu postojati razni objekti, kao npr. vodosprema, zatvarač, crpka, turbina, zračni kotlić, račva,.... U okviru ovog tečaja će se promatrati vodosprema i zatvarač. Svaki od tri elementa sustava je predstavljen sa svojom karakteristikom.



Slika 4.35 Skica modeliranog hidrauličkog sistema

1) *Vodosprema* je jednostavan objekt koji služi za akumuliranje vode (izravnavanje varijacije potrošnje). Usvaja se da je tlak u vodospremi konstantan. Ovaj rubni uvjet se prikazuje kao ravna horizontalna linija na $Q-h$ diagramu.

2) *Zasun* U svakom trenutku zatvaranja zatvarača se može usvojiti da je protok:

$$Q = C_d \beta A_o \sqrt{2gh} \quad \dots (4.94)$$

pri čemu je:

- β stupanj otvorenosti zatvarača ($\beta = A/A_o$)
- A_o površina potpuno otvorenog zatvarača
- h tlačna visina
- C_d koeficijent gubitaka na zatvaraču i u sistemu – može se definirati na osnovu poznatog početnog stanja (h_o i Q_o)

$$C_d = \frac{Q_o}{\beta A_o \sqrt{2gh_o}} \quad \dots (4.95)$$

Može se pisati:

$$h = \frac{\left(\frac{Q}{C_d \beta A_o} \right)^2}{2g} \quad \dots (4.96)$$

odnosno:

$$h = \psi Q^2 \quad \dots (4.97)$$

pri čemu je:

$$\psi = \frac{1}{2g(C_d A_o)^2 \beta^2} \quad \dots (4.98)$$

Jednadžba 4.97 definira familiju parabola, koje su opisane parametrom Ψ koji ovisi o stupnju otvorenosti zatvarača β . Zatvaranjem zatvarača parametar β se smanjuje tako da se Ψ povećava. β varira od vrijednosti 1 za potpuno otvoren zasun do 0 za zatvoren zasun. Prva parabola u trenutku $T=0$ je određena parametrima početnog stanja.

$$h_o = \psi_o Q_o^2 \Rightarrow \psi_o = \frac{h_o}{Q_o^2}$$

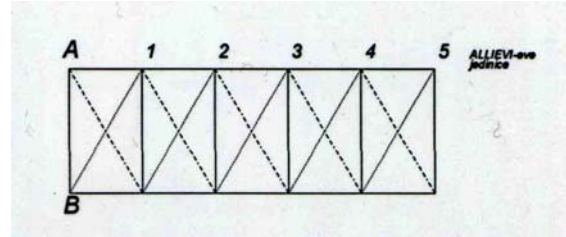
U vremenima $T, 2T, 3T$ itd. (pri čemu je $T=L/a$ i naziva se Alijevijeva jedinica) je potrebno poznavati stupanj otvorenosti zasuna β , da bi se mogla izračunati krivulja Ψ za svaki korak proračuna. To znači da je za svaki vremenski korak potrebno poznavati parabolu koja opisuje sve moguće vrijednosti h koje odgovaraju protokama Q za trenutni stupanj otvorenosti zasuna.

3) *Tlačni vod (cjevovod)*. Za određivanje karakteristike tlačnog voda (cjevovoda) je potrebno poznavati brzinu širenja elastičnih poremećaja koja je definirana jednadžbom:

$$a = a_o \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{E_v D}{E_c s}}} \quad a_o = \sqrt{\frac{E_v}{\rho}} \quad \dots (4.99)$$

pri čemu je:

- a_0 brzina propagacije elastičnog vala kroz neograničen fluid (za vodu $a_0=1425$ m/s)
 s debljina stijenke cijevi
 D promjer cijevi (unutarnji)
 E_c modul elastičnosti cijevi
 E_v modul elastičnosti vode

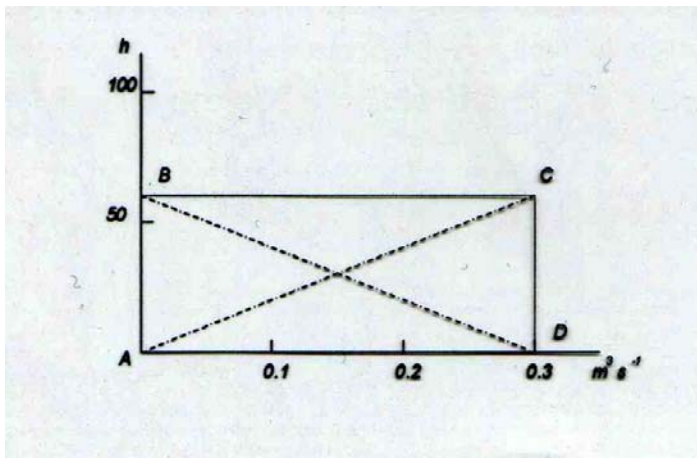


Slika 4.36 Smjer putovanja elastičnih valova

U cilju praćenja jednog elastičnog vala koji putuje od točke A do B i nazad (točke A i B su na krajevima cjevovoda), pri čemu su veličine protoka i natpritiska u početnoj točki bile poznate može se nacrtati dijagram. Smjerovi putovanja elastičnih poremećaja su prikazani na slici 4.36. Nagib linija putovanja vala je definiran jednadžbom:

$$\tan \alpha = \pm \frac{a}{Ag} \quad \dots (4.50)$$

Vrijednost dobivena na ovaj način može biti vrlo različita. Ako je $a = 1000$ m/s a $A=0.5$ m² (odgovara promjeru $D = 800$ mm) tada je vrijednost $\tan \alpha \approx 200$. Kako $Q-h$ dijagram nije u prirodnom mjerilu, izračunata vrijednost α nije od velike koristi. Da bi se konstruirala krivulja nagiba karakteristike cjevovoda predlaže se postupak prikazan na slici 4.37.

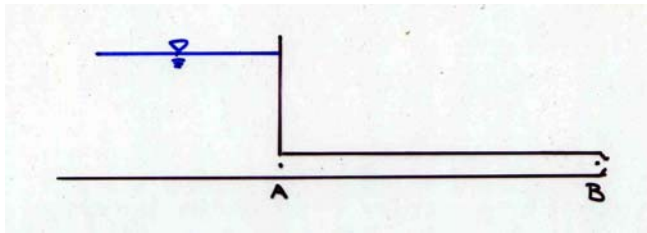


Slika 4.37 Konstrukcija karakteristike cjevovoda

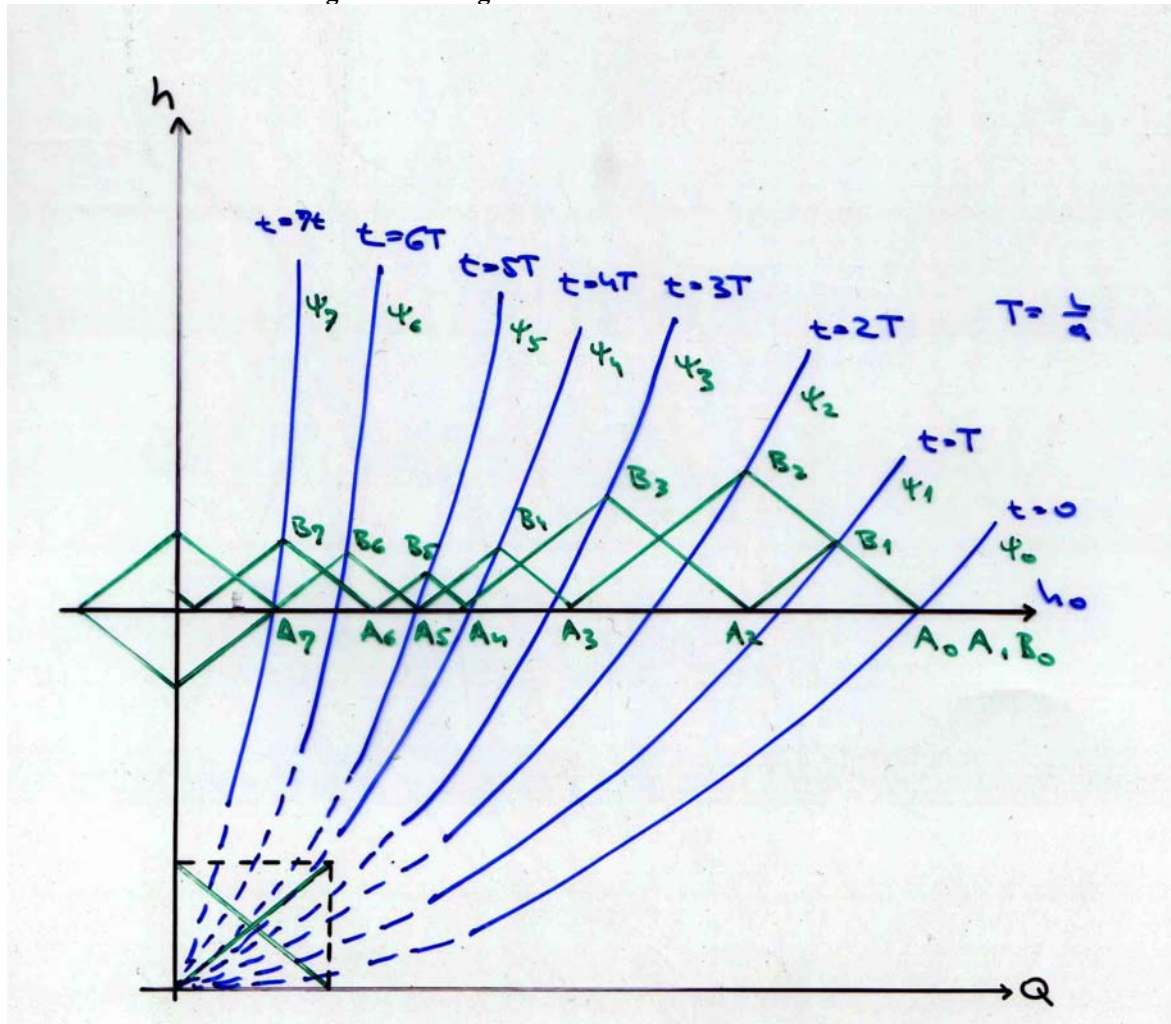
Ako je, recimo, $a/Ag = 200$, tada se može povući linija od $Q = 0.3$ na abscisi (točka D) do točke $h = 60$ m na ordinati (točka B), dobivena je linija BD . Nagib linije BD je definiran izrazom $\tan \alpha = h/Q = 60/0.3 = 200$. Sada se može nadopuniti pravokutnik $ABCD$ kojim je definiran i nagib pravca AC .

Grafičko rješenje

Za jednostavan slučaj kada imamo cjevovod sa vodospremom i zatvaračem, potrebno je definirati tri elementa: pravac koji opisuje karakteristiku vodospreme, liniju karakteristike cjevovoda i parabole koje definiraju zatvarač.



Slika 4.38 Skica modeliranog hidrauličkog sistema



Slika 4.39 Proračun vodnog udara metodom karakteristika

Na slici 4.39 krivulja Ψ_0 predstavlja tečenje pri potpuno otvorenom zasunu. Ostale Ψ krivulje predstavljaju $Q-h$ dijagrame pri djelomično otvorenom zasunu. Potpuno zatvoren zasun je predstavljen vertikalnom linijom koja ide kroz ishodište. Ova parabola se deformira iz razloga što je za potpuno zatvoren zasun $\beta = 0$ pa je i $\Psi = \infty$.

Daljnji postupak se svodi na crtanje karakterističnih linija. Za vremenski korak proračuna se usvaja vrijednost jedne Alijevijeve jedinice $T=L/a$.

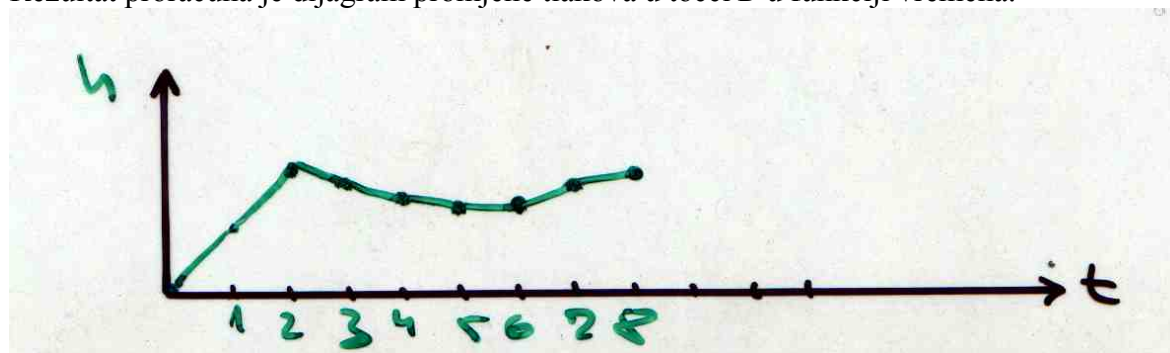
Pretpostavimo da je poremećaj zamišljeni glasnik koji putuje konstantnom brzinom a duž cijevi i donosi (jednu) konstantnu promjenu tlaka u svim točkama duž cijevi a njena veličina ovisi o tome što se događalo na kraju cijevi od $t = 0$ do vremena kad je glasnik došao sa tog kraja.

U trenutku $t = 0$ je protok definiran točkom B_0 . Protok i tlak u točki A je na početku modeliranja identičan protoku u točki B . Tlak je također identičan jer zanemarujemo gubitke od trenja. Tlak i protok u točki A se ne može mijenjati dok iz točke B ne dođe poremećaj. To znači da je $A_0 = B_0 = A_1$.

Iz točke A_1 poremećaj kreće prema točki B_2 i točka B_2 je definirana presjecištem pravca koji je krenuo iz A_1 i karakteristike zatvarača Ψ_2 . Iz točke B_2 poremećaj putuje prema točki A_3 po pravcu koji definira karakteristiku sistema do krivulje (pravca) koji definira vodospremu. Na sjecištu ta dva pravca se nalazi točka A_3 koja definira protok i tlak u točki A nakon tri vremenska perioda T (T je Alievijeva jedinica). Postupak se dalje ponavlja do potpunog zatvaranja zatvarača.

Da bi se saznao tlak i protok u točki B u trenutku $T = 1$, tj. da bi se odredila točka B_1 potrebno je krenuti iz točke A_0 po karakteristici sistema do krivulje karakteristike zatvarača Ψ_1 . Presjecišta ove dvije krivulje definira točku B_1 .

Rezultat proračuna je dijagram promjene tlakova u točki B u funkciji vremena.



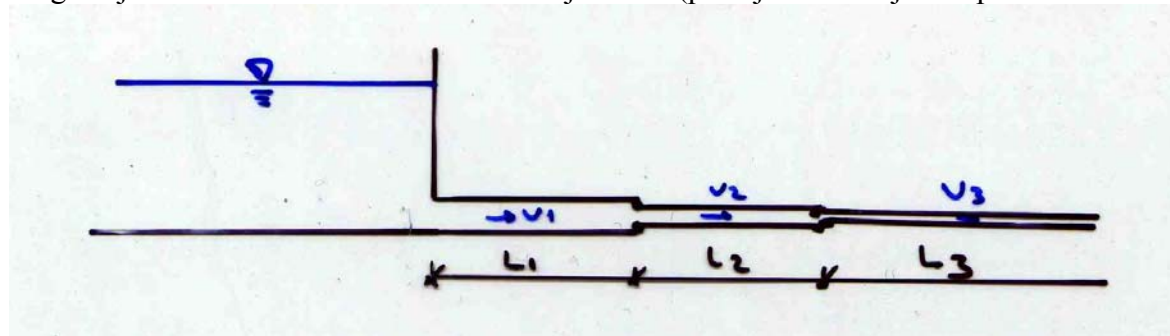
Slika 4.40 Promjena tlaka u profilu zatvarača

4.3.2 Vodni udar u složenim cjevovodima

U praksi se često susreću cjevovodi koji imaju različite karakteristike duž trase, kao i cjevovodi koji imaju ogranke. U takvim slučajevima proračun postaje složen a često se koriste približna rješenja.

Ekvivalentni cjevovod

Za tlačni cjevovod koji se sastoji iz n dionica različitih promjera ili elastičnih svojstava, moguće je udar izračunati za ekvivalentni cjevovod (promjene nesmiju biti previše izražene).



Slika 4.41 Skica složenog cjevovoda

Ekvivalentni cjevovod dužine $L=L_1+L_2+L_3...+L_n$ treba imati vrijeme refleksije udara $\tau_0 = 2L/a$ jednako kao i u složenom, iz čega slijedi da je ekvivalentna brzina udara jednaka:

$$\frac{1}{a} = \frac{\frac{L_1}{a_1} + \frac{L_2}{a_2} + \dots + \frac{L_n}{a_n}}{L} \quad \dots (4.51)$$

određena dakle kao harmonijska sredina. Bez većih grešaka se može usvojiti i aritmetička sredina:

$$a = \frac{a_1 L_1 + a_2 L_2 + \dots + a_n L_n}{L} \quad \dots (4.52)$$

Veličina inercijalnog člana ($L/g \, dv/dt$) u ekvivalentnom cjevovodu treba biti ista kao u složenom:

$$\frac{L}{g} \frac{dv}{dt} = \frac{L_1}{g} \frac{dv_1}{dt} + \frac{L_2}{g} \frac{dv_2}{dt} + \dots = \frac{1}{g} \frac{d}{dt} (L_1 v_1 + L_2 v_2 + \dots) \quad \dots (4.53)$$

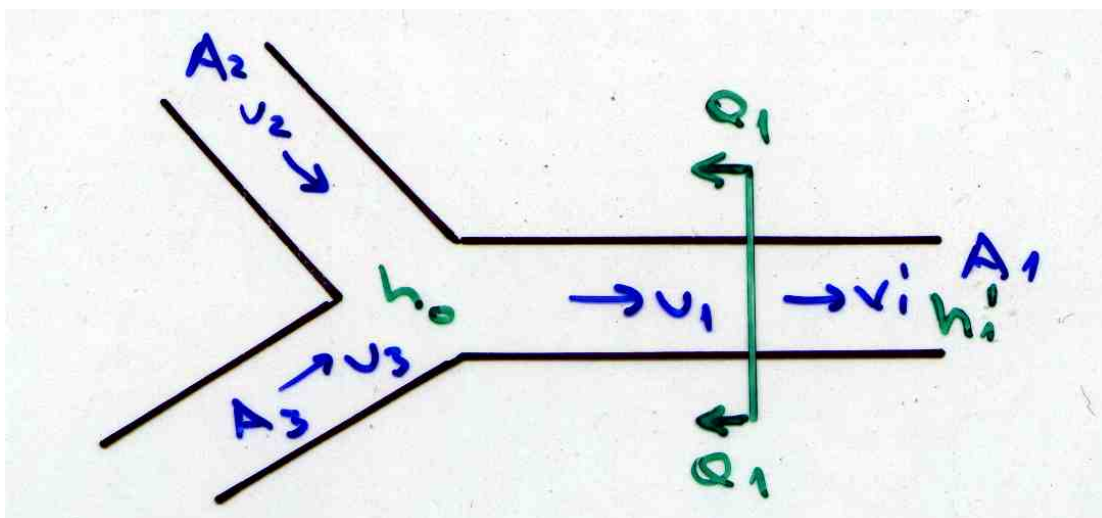
odatle slijedi:

$$v = \frac{v_1 L_1 + v_2 L_2 + v_3 L_3 + \dots + v_n L_n}{L} \quad \dots (4.54)$$

Ekvivalentni cjevovod je određen dakle ekvivalentnom dužinom L , brzinom tečenja v , brzinom vodnog udara a i drugim ekvivalentnim parametrima.

Metoda ekvivalentnih cjevovoda ne uzrokuje veće pogreške kod sporijih zatvaranja. Brza zatvaranja pokazuju znatnija odstupanja od stvarnih veličina pa je potrebno provesti detaljan numerički proračun.

4.3.3 Zakon refleksije vodnog udara



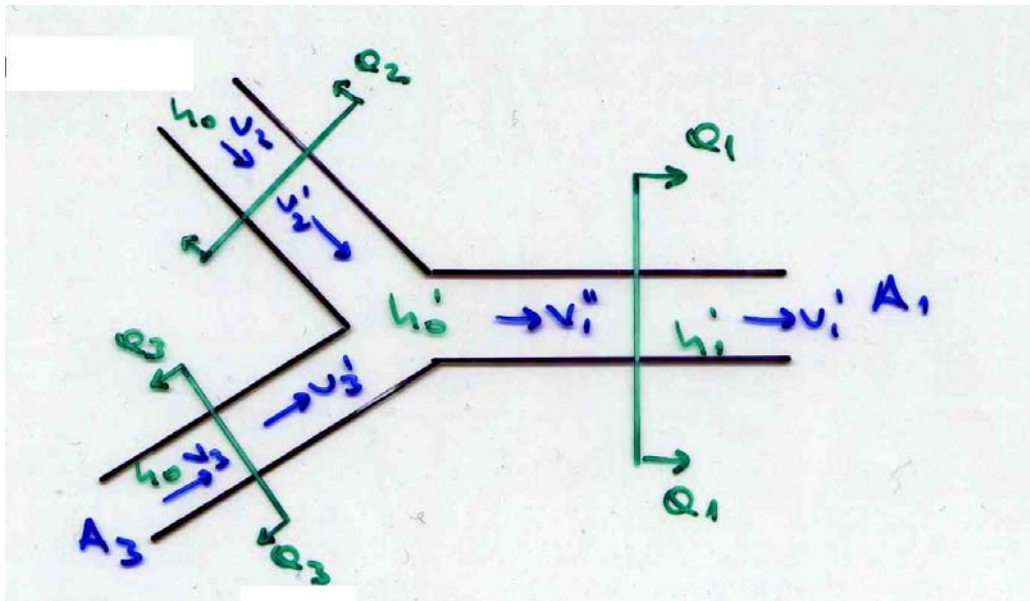
Slika 4.42 Račva prije dolaska vodnog udara

Osim kroz ravne dionice cijevi vodni udar se širi i kroz račve. U cijevnoj račvi se može usvojiti da je prije dolaska VU postojao tlak h_0 u svim cijevima račve i vrijedi jednadžba kontinuiteta:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 + A_3 v_3 \quad \dots (4.55)$$

Ogranak iz kojeg dolazi vodni udar zove se *incidentni* a njegova veličina je definirana izrazom:

$$h_1' - h_0 = -\frac{a_1}{g}(v_1' - v_1) \quad \dots (4.56)$$



Slika 4.43 Račva nakon prolaska vodnog udara

Prilikom dolaska udara u račvu jedan dio dolazećeg piezometarskog tlaka će se prenijeti na ogranke 2 i 3 a jedan dio će se reflektirati nazad u ogranak 1. Nakon prolaska udara kroz račvu u samoj račvi će se uspostaviti novo stanje tlaka h_0' tada će se za svaki ogranak moći napisati jednadžba:

$$h_0' - h_1' = -\frac{a_1}{g}(v_1'' - v_1') \quad \text{za ogranak 1}$$

$$h_0' - h_0 = -\frac{a_2}{g}(v_2' - v_2) \quad \text{za ogranak 2} \quad \dots (4.57)$$

$$h_0' - h_0 = -\frac{a_3}{g}(v_3' - v_3) \quad \text{za ogranak 3}$$

Jednadžba kontinuiteta poprima oblik:

$$A_1 v_1'' = A_2 v_2' + A_3 v_3' \quad \dots (4.58)$$

Povećanje tlaka u cijevima 2 i 3 se može izraziti relativno u odnosu na veličinu udara iz incidentnog kraka koja nakon eliminacije brzina poprima oblik:

$$t = \frac{h'_o - h_o}{h'_1 - h_o} = \frac{\frac{2A_1}{a_1}}{\frac{A_1}{a_1} + \frac{A_2}{a_2} + \frac{A_3}{a_3}} \quad \dots (4.59)$$

Pri tome je t koeficijent prijenosa (transmisije) udara iz inicijalnog kraka u ogranke 2 i 3. Slično se može odrediti i koeficijent refleksije vodnog udara za incidentni krak 1:

$$r = \frac{h'_o - h'_1}{h'_1 - h_o} = t - 1 \quad \dots (4.60)$$

Iz gornjih jednadžbi se vidi da veličina koeficijenta prijenosa i refleksije ne ovisi o polaznoj brzini kao niti o smjerovima ogranaka. Za proizvoljni broj ogranaka n se može općenito pisati:

$$t = \frac{\frac{2A_i}{a_i}}{\sum_{j=1}^n \frac{A_j}{a_j}} \quad r = t - 1 \quad \dots (4.61)$$

Pri čemu se sa i označava incidentni krak a s indeksom j svi ogranci po redu uključujući i incidentni.

Primjer:

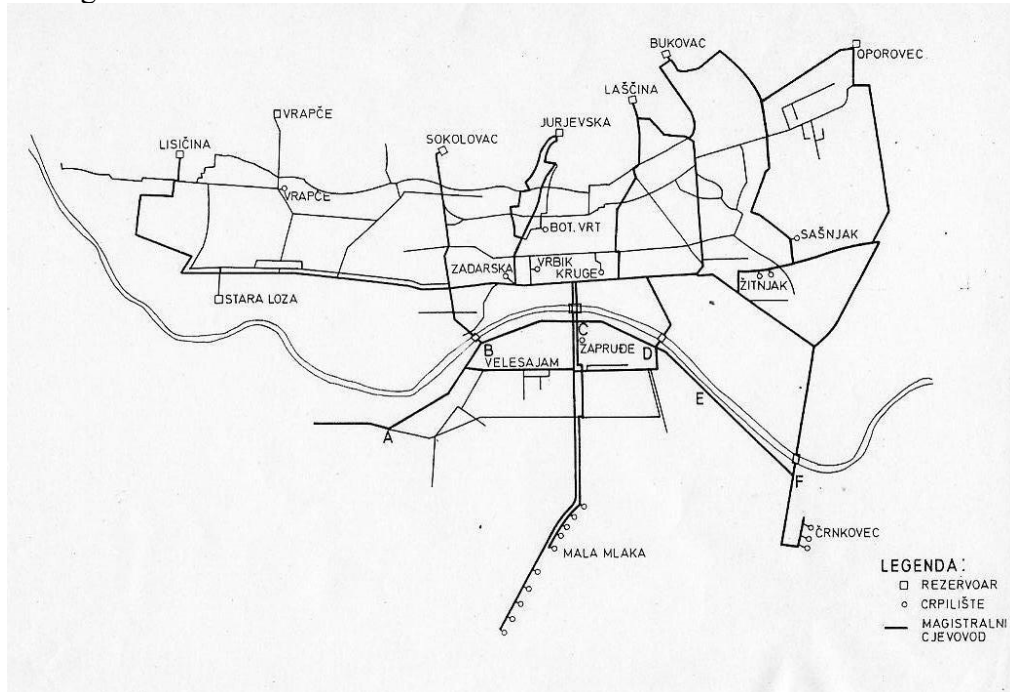
Zagrebačka vodovodna mreža je vrlo razgranata i sastoji se od tri magistralna i 14 manjih crpilišta, pet vodosprema i preko 1000 km cijevnih vodova (podatak iz 80-tih godina XX stoljeća kad je proračun rađen) (Slika 4.44). Projektom se predlagalo da se formira novo crpilište Črnkovec te da se sagradi magistralni cjevovod duž južnog nasipa rijeke Save što je prikazano točkama A, B, C, D, E i F na slici 4.44. Svaka značajnija intervencija na tako velikom i kompleksnom sistemu zahtijeva hidraulički proračun.

Za potrebe dimenzioniranja vodovodne mreže grada Zagreba, napravljen je hidraulički proračun nestacionarnih pojava u slučaju naglog prestanka rada svih crpilišta u gradu. Proračun je proveden programom SYMTLA autora prof.dr. Vinka Jovića. Usvojena je pretpostavka da je došlo do raspada elektroenergetskog sustava te da su sve crpke trenutno stale. Volumen vode u vodospremama, raspored tlakova u mreži, protoke u pojedinim cijevima, raspored potrošnje stanovništva i industrije, kutne brzine crpki i ostali podaci koji definiraju početno stanje su dobiveni iz nestacionarnog proračuna provedenog za period od 24 sata.

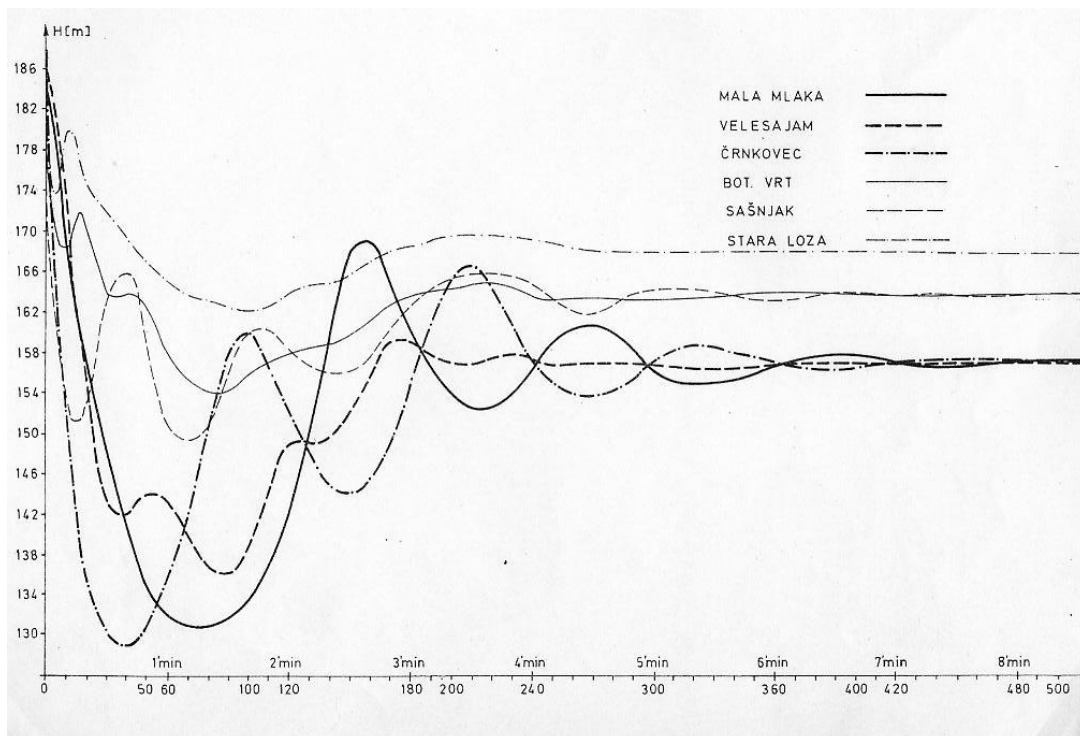
Od trenutka prestanka rada crpki je izračunato 70 stanja sa vremenskim inkrementom od 2,5, 5, 10, 20 i 30 sek, pa se iz rezultata mogu očitati varijacije pritisaka do uspostavljanja stacionarnog stanja. Rezultati proračuna (Slika 4.45) pokazuju da će se već nakon 3-4 minute

prigušiti nestacionarne pojave uzrokovane prestankom rada crpilišta, što zorno pokazuje koliko se u vodovodnoj mreži, zbog refleksije i transmisije, smanjuju varijacije tlakova.

Varijacije tlakova u najvećem djelu grada imaju praktički samo jednu amplitudu. Minimalni izračunati tlakovi u mreži su u opisanom slučaju oko 2.5 bara dok maksimalni nisu viši od radnog.

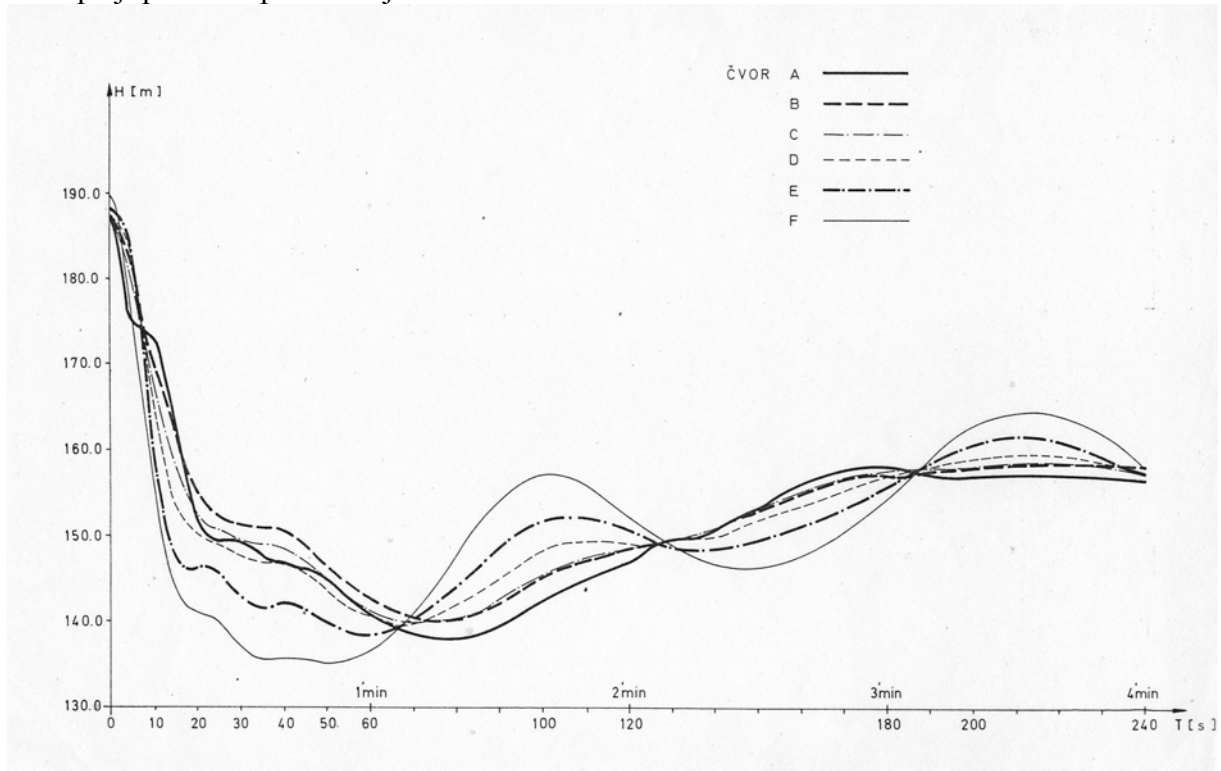


Slika 4.44 Skica magistralnih i projektom iz 80-tih godina predviđenih cjevovoda Zagrebačke vodovodne mreže



Slika 4.45 Varijacije tlakova na crpilištima Zagrebačkog vodovoda nakon ispada crpki iz pogona

Interesantno je pogledati projektom predviđenu magistralnu cijev profila 1500 mm što vodi uz Savu od predviđenog crpilišta Črenkovec, do mosta Mladosti, mosta Slobode i Jankomirskog mosta i dalje profilom 500 mm do buduće Nove bolnice. Na njoj je odabrano šest točaka (A, B, C, D, E i F) te je iscrtan diagram varijacije tlakova za svaku točku (slika 4.46). Varijacije tlakova su najveće u točki F koja se nalazi uz crpilište Črnkovec i rapidno opada što se više približavamo Novoj bolnici, što potvrđuje da razgranatost i isprepletенost cijevi pogoduje adsorpciji početnih poremećaja.



Slika 4.46 Varijacije tlakova u projektom predviđenom cjevovodu uz desni savski nasip od Črnkovca do Jankomira nakon ispada crpilišta iz pogona

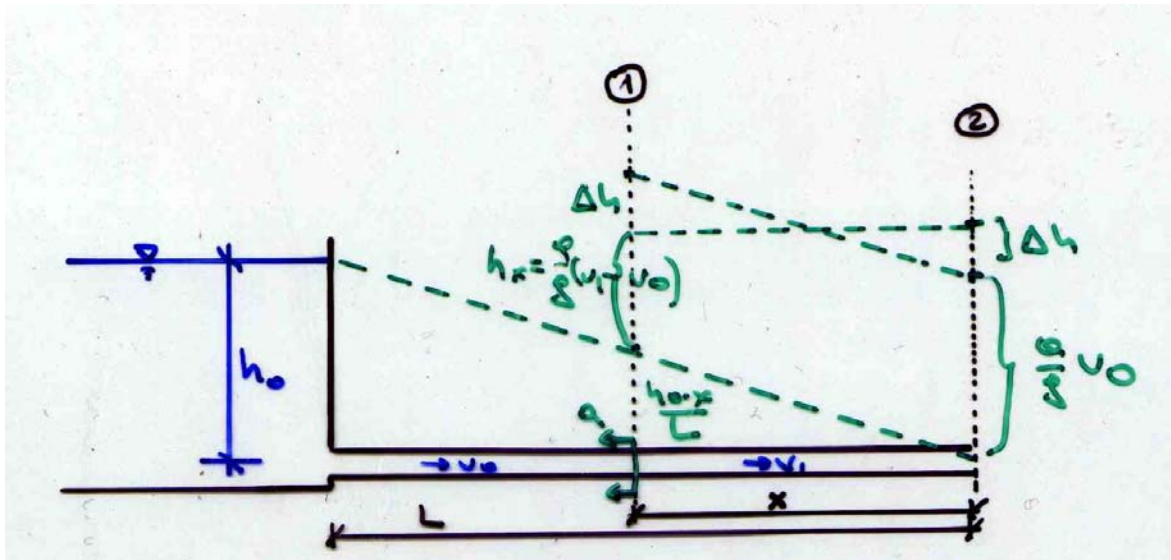
4.3.4 Utjecaj otpora trenja na veličinu vodnog udara

Dosad smo zanemarivali otpore trenja što je prikladno na cjevovode kod kojih su ti gubici mali (hidroelektrane i sl.). U slučaju dugih, gravitacionih cjevovoda utjecaj trenja se treba uzeti u obzir. Ovaj utjecaj će se objasniti na primjeru trenutnog potpunog zatvaranja zatvarača (zaustavljenje toka).

U stacionarnom režimu tečenja tj. prije zatvaranja cjevovoda je brzina u cijevi definirana izrazom:

$$v_o = \mu \sqrt{2gh_o} \quad \dots(4.62)$$

pri čemu je sa μ označen koeficijent istjecanja koji uključuje otpore na cijeloj dužini cijevi L .



Slika 4.47 Širenje vodnog udara u cjevovodu sa dominantnim utjecajem trenja

U trenutku potpunog zatvaranja zatvarača tlak u profilu 2 se povećava na (usvojili smo da je u stacionarnom režimu tlak jednak 0):

$$h_2 = \frac{a}{g} v_0 \quad \dots (4.63)$$

Nakon izvjesnog vremena t front poremećaja će se pomaknuti na udaljenost x . U slučaju da se u dijelu cijevi u kojoj se proširio poremećaj (to je od zatvarača do profila x), zaustavio tok i uspostavilo jednako povećanje tlaka, došlo bi do neravnoteže između profila zatvarača i profila x . Ova neravnoteža pokreće ponovo vodu u prvobitnom smjeru. Kao posljedica pokretanja vode u prvobitnom smjeru, u profilu x će se smanjiti tlak toliko da se uspostavi dinamička ravnoteža koja je uvjetovana brzinom v_1 između promatranih profila, dok će se u profilu zatvarača tlak povećati. U profilu poremećaja (putujućeg vala) je vrijednost prirasta tlaka definirana izrazom:

$$h_x = -\frac{a}{g}(v_1 - v_0) \quad \dots (4.64)$$

Uz pretpostavku jednolike raspodjele brzine v_1 će (dodatni) prirast tlaka u profilu zatvarača biti:

$$\Delta h = \frac{a}{g} v_1 \quad \dots (4.65)$$

Brzina v_1 se može izraziti iz dinamičke jednadžbe napisane u impulsnom obliku tako da se nakon sređivanja dobiva vrijednost prirasta tlaka

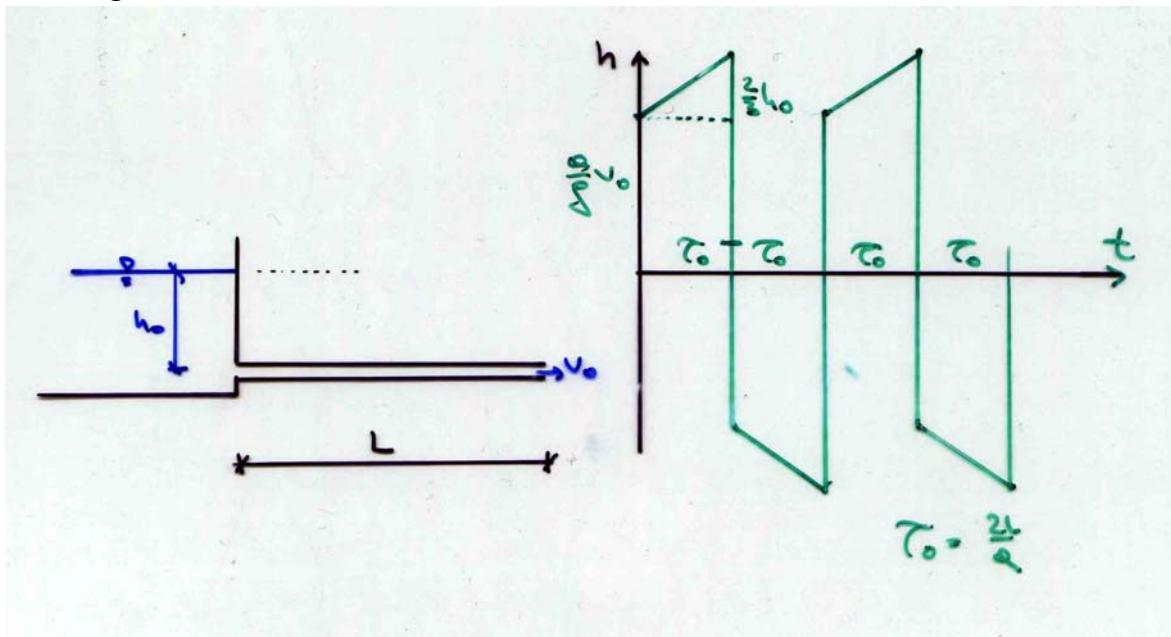
$$\Delta h = \frac{1}{3} \frac{h_0 x}{L} \quad \dots (4.66)$$

a tlak u profilu zatvarača će biti:

$$h_2 = \frac{a}{g} v_0 + \frac{1}{3} \frac{h_0 x}{L} \quad \dots (4.67)$$

Najveći prirast tlaka se javlja kad se udar povrti reflektiranjem od vodospreme tj. za $x = 2L$

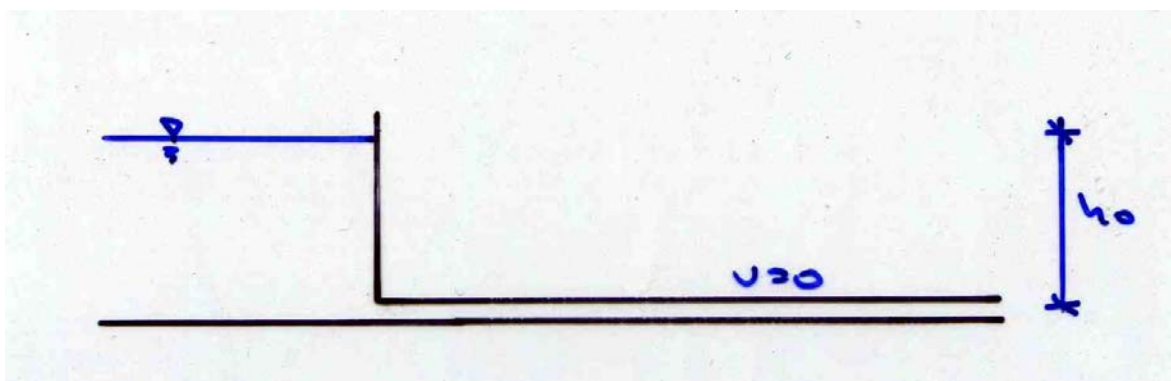
$$h_{2\max} = \frac{a}{g}v_0 + \frac{2}{3}h_0 \quad \dots (4.68)$$



Slika 4.48 Prirast tlaka sa uzimanjem u obzir linijskih gubitaka

4.3.5 Naglo otvaranje cjevovoda

Sve što je rečeno za naglo smanjivanje brzine (zatvaranje zatvarača) u principu vrijedi i za otvaranje zatvarača tj. za pokretanje vode u cijevi. Razlike proizlaze iz činjenice da voda ne može primiti podtlak ispod napona vodenih para za dato toplinsko stanje i atmosferski tlak pa treba posvetiti posebnu pažnju toj pojavi. Kako kod otvaranja redovito opada tlak povećanjem brzine, donja granica brzine je određena najnižom vrijednošću tlaka.



Slika 4.49 Hidraulička shema

Mehanizam hidrodinamičkih promjena će biti prikazan na jednostavnom primjeru naglog otvaranja. Pod tim pojmom se podrazumijeva svako otvaranje koje je kraće od perioda τ_0 tj. od vremena refleksije vodnog udara. Ako se usvoji da je početni tlak u profilu zatvarača bio h_0 u slučaju nestišljive tekućine, trebala bi se uspostaviti stacionarna brzina istjecanja:

$$v = \sqrt{2gh_0} \quad \dots (4.69)$$

Kako je voda stišljiva (i rastezljiva do napona vodenih para) te cjevovod elastičan, ovakvo povećanje brzine, trebalo bi pratiti opadanje tlaka za:

$$(\Delta h)' = \frac{a}{g} v \quad \dots (4.70)$$

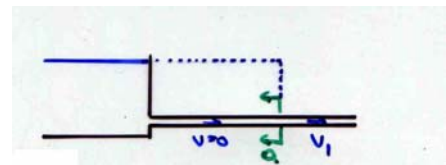
što je više nego što je početni tlak h_0 tako da je razlika:

$$h_0 - (\Delta h)' \gg h_v \quad \dots (4.71)$$

znatno veća od napona vodenih para h_v .

Kako se radi o istjecanju u atmosferu s tlakom $p_0 = 0$ najveći pad tlaka može biti jednak h_0 što daje maksimalnu brzinu u početku istjecanja

$$v_1 = \frac{g}{a} h_0 \quad \dots (4.72)$$



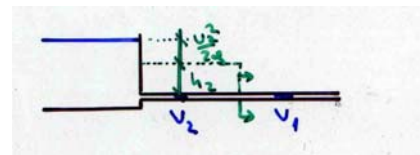
Slika 4.50 Naglo otvaranje-početna faza

Nakon što je front poremećaja dosegao profil vodospreme i krenuo nazad prema izlazu iz cijevi, smanjeni tlak u tom momentu izaziva pokretanje vode iz vodospreme u cjevovod brzinom v_2 , koja u profilu čela vala mora zadovoljiti jednadžbu vodnog udara:

$$h_2 = h_0 - \Delta h = -\frac{a}{g}(v_1 - v_2) \quad \dots (4.73)$$

te iza čela vala mora biti zadovoljena jednadžba

$$\Delta h = \frac{v_2^2}{2g} \quad \dots (4.74)$$



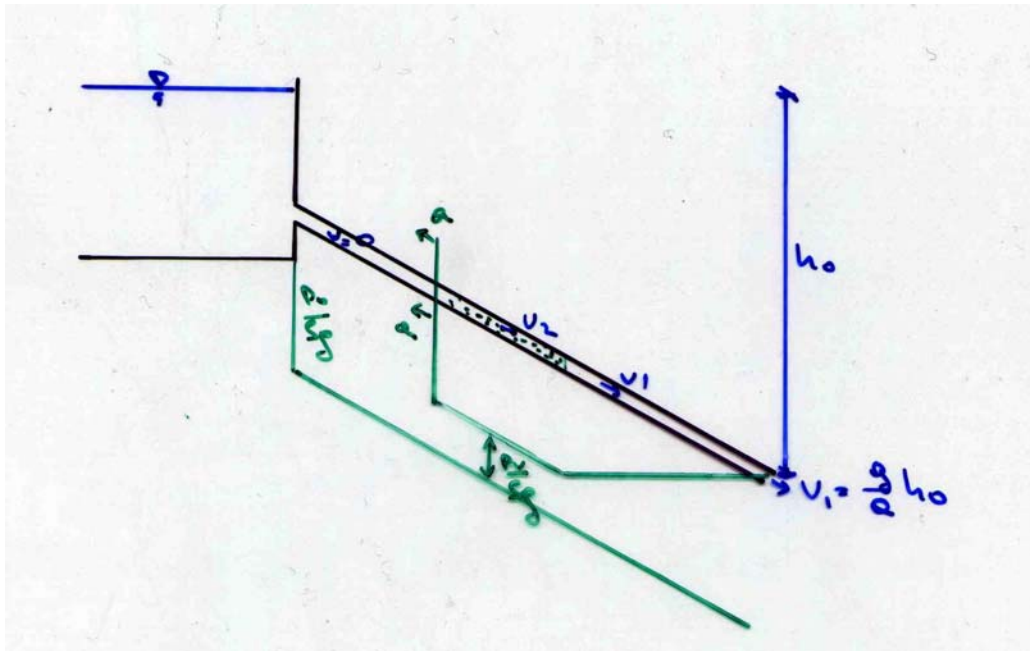
Slika 4.51 Naglo otvaranje –druga faza

Rješavanjem ovih jednadžbi po v_2 i h_2 dobiva se stanje u prvom ciklusu τ_0 .

Na kraju ciklusa τ_0 front vala ponovo dosegne ispusni otvor, ali sada sa tlakom smanjenim za Δh tj. sa tlakom h_2 . U ovom trenutku treba ponovo biti ispunjena jednakost koja određuje povećanje brzine sa v_2 na v_3 . Postupak se dalje ponavlja kao što je opisano za prvi korak.

4.3.5.1 Prekid vodnog stupca

Prekid vodnog stupca nastaje kad tlak vode spadne na napon vodenih para. Takav slučaj je moguć ako se cjevovod prema slici naglo otvori. Premda se odmah nakon otvaranja uspostavlja srazmjerno mala brzina, pomicanje čela udara uzvodno izaziva podtlak. U trenutku kada tlak spadne na napon vodenih para, voda prelazi u plinovito stanje, zapravo umjesto strujanja vode, u tom dijelu struji fluid sačinjen od mješavine vode i vodenih para.



Slika 4.52 Prekid vodnog stupca

U slučaju kretanja vodnog udara kroz kompaktni vodni stupac, brzina širenja poremećaja je konstantna. Kada se elastični poremećaji šire kroz smjesu zraka i vode, jednačbe stanja koje daju odnose između temperature, gustoće i tlaka postaju različite od jednačbi usvojenih kod računanja elastičnih poremećaja u vodi, pa i odnosi izvedeni za vodni udar u ovom slučaju više ne vrijede.

Pojava kidanja vodnog stupca je u praksi nepoželjna (pa nisu razvijene metode za računanje) jer cijevi nisu otporne na podtlak. Uslijed djelovanja nadsloja zemlje (ako postoji) i podtlaka može doći do uvijanja (implozije) cijevi.

Literatura:

Jović V. Skripta iz Hidraulike

Borelli, Hidraulika