



• Na zrno nanosa djelovat će dvije sile. Jedna je sila kojom voda djeluje na zrno, a druga je sila gravitacije. Čestica će se pokrenuti ukoliko hidrodinamička sila nadvlada silu otpora. Hidrodinamička sila imat će dvije svoje komponente: tzv. vučnu silu  $F_D$  koja je usmjerena kao i tok vode i silu hidrodinamičkog uzgona  $F_L$  usmjerenu okomito na tok vode. Komponenta hidrodinamičkog uzgona u analitičkim je postupcima vrlo često izostavljena iz razloga složenosti postupka određivanja njene veličine. Međutim ona je u izravnoj vezi sa vučnom silom, tako da je potrebno eksperimentalno odrediti koeficijente koji će u sebi sadržati i učinak hidrodinamičkog uzgona.

3



### **Distup granične brzine** Ukoliko se iz jednadžbe 4.19 iz dimenzionalne analize u razmatranje uznu prva dva člana, dobit ćemo podlogu za daljnje empirijske analize. Prema tome pristupu, brzina tečenja se stavlja u funkcijsku vzu s relativnim promjerom zma: $\frac{g \Delta d}{\overline{v}^2} = f\left(\frac{d}{h}\right)$

Ovu jednadžbu je moguće transformirati u drugi oblik, na način da umjesto srednje brzine toka uvedemo brzinu na dnu vgr koja će početi pokretati nanos. Tu brzinu nazivamo graničnom brzinom pa je:

$$\frac{v_{gr}}{\sqrt{g \,\Delta \,d}} = f\!\left(\frac{d}{h}\right)$$

6

Prema Gončarovu kritična brzina je definirana kao brzina odvajanja, odnosno najmanja prosječna brzina pri kojoj se zrna nanosa počinju kretati. Pokazalo se da se to dešava u trenutku kada se srednja vrijednost fluktuacija vertikalne hidrodinamičke sile izjednači sa uronjenom težinom zrna.

$$v_{gr} = 0,535 \log\left(\frac{8,8 h}{d}\right) \sqrt{2 g \Delta d}$$

Često korišten postupak Neilla (1967)  

$$\frac{v^2{}_{gr}}{g \Delta d} = 2.5 \left(\frac{d}{h}\right)^{-0.20}$$
Prema Pilarczyku:  

$$\frac{d_{n50}}{h} = \left(\frac{v_g}{B_1 \sqrt{k} \Psi_{cr} g \Delta m h}\right)^{2.5}$$

$$B_1 \qquad \text{koeficijent intenziteta turbulencije (5-6 jaka turbulencija; 7-8 srednja turbulencija; 9-10 mala turbulencija)}$$

$$\Psi_{cr} \qquad \text{Shieldsov broj - parametar pokretanja (0,03 za nepokretno dno; 0,04 za početak nestabilnosti; 0,06 potpuni razvoj pokretanja nanosa).}$$

Američka udruga građevinskih inženjera (ASCE, 1967) je dala grafički prikaz odnosa granične brzine i srednjeg promjera zrna za kvarcni nanos (slika 4.17). Dijagram je ograničen za dubinu vode od 1 m, a za druge dubine, očitanu vrijednost granične brzine potrebno je pomnožiti faktorom  $k=h^{1/6}$ , gdje h dubina vode [m].

7

11

	GORNJA GRAN	ICA			200
1	SREDINA DONJA GRANIC			100	
Nº.				1160	
	1-1-1	11	1111-1	222	1 5 40
	1.24	00		4	ANIZ INA
			SHIT		<b></b>
	111 1 1 1 1 1 1				10
				+++++++++++++++++++++++++++++++++++++++	++++++

Korekcijski faktor dobiven je analizom izjednačavanja posmičnih naprezanja na dnu za različite dubine vode.

$$\tau = \rho \ g \ R_1 \ I_1 = \rho \ g \ R_2 \ I_2 \Longrightarrow R_1 \ I_1 = R_2 \ I_2 \Longrightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

Traži odnos brzina koje su određene Manningovom jednadžbom za dvije dubine:

$$h_1 = h i h_2 = 1m$$

$$k = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{1}{n_1} R_1^{2/3} \hat{I}_1^{1/2}}{\frac{1}{n_2} R_2^{2/3} \hat{I}_2^{1/2}}$$

Uz pretpostavku da je koeficijent n ne mijenja za različite dubine, te da je energetski pad određen iz analize posmičnih naprezanja, dobije se da je:

$$k = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{1}{n} R_1^{2/3} \tilde{I}_1^{1/2}}{\frac{1}{n} R_2^{2/3} \tilde{I}_2^{1/2}} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{2/3} \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^{1/2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{2/3} \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{1/2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{1/6}$$
  
za široka korita  
 $R \approx h$   
 $k \approx \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^{1/6} = h^{1/6}$ 

Osnova za pristup dopuštenog posmičnog naprezanja za analizu pokretanja nanosa nalazi se u dimenzionalnoj analizi. Ukoliko se iz jednadžbe 4.22 izostavi utjecaj trećeg člana, može se postaviti funkcijska zavisnost prva dva člana:

$$\frac{\tau_0}{g(\rho_s - \rho)d} = f\left(\frac{d\sqrt{\tau_0/\rho}}{v}\right)$$

Jedno od najznačajnijih istraživanja, koje je osnova za niz mnogih istraživanja raznih autora, proveo je Shields te temeljem mjerenja konstruirao dijagram



Shieldsov dijagram se može podijeliti u tri zone:

•Prva zona predstavlja linearni zakon i obuhvaća područje do vrijednosti Reynoldsovog broja zrna R\*=2. To područje predstavlja uvjete turbulentnog tečenja na hidrauličko glatkoj podlozi, gdje su zrna nanosa u potpunosti uronjena u viskozni podsloj.
•Druga, prijelazna zona gdje je 2< R\*<200 sedlasta je krivulja i svoj minimum poprima kod R\*=10 s vrijednosti 0,03. Promjer zrna približno je jednak debljini viskoznog podsloja pa su stvoreni uvjeti za pokretanje nanosa, jer je turbulentna zona "zahvatila" zrno. Utjecaj viskoznosti i turbulencije istog su reda veličine.</li>
•Treća zona gdje je R\*>200, vrijednost Shieldsovog broja postaje nezavisna o R\* i postaje konstanta (0,06). Viskozni utjecaji su zanemarivi u odnosu na utjecaj turbulencije. Ostvareni su uvjeti turbulentnog tečenja na hidraulički hrapavom dnu. U prirodi je upravo takovo tečenje najčešće.

Mayer-Peter i Müllera dobili su da vrijednost Shieldsovog parametra u zoni turbulentnog tečenja na hidraulički hrapavom dnu ima nešto manju vrijednost, odnosno da iznosi 0,047 (a ne 0,06).

$$\tau_o = 0.047 (\rho_s - \rho) g d_s [N/m^2]$$

15

#### Utjecaj neuniformnog granulometrijskog sastava

U prethodnim razmatranjima veličina d predstavlja karakteristični promjer zrna nanosa. Uglavnom se ta karakteristična veličina određuje kao srednji promjer  $d_s$  dobiven iz granulometrijske krivulje. Definiran je odnosom:

$$d_s = \sum_{i=1}^n \frac{d_i p_i}{100}$$

Gdje je  $d_i$  srednji promjer i-te frakcije, a  $p_i$  maseni udio i-te frakcije[%]. Uz navedeno, vrlo važan parametar je koeficijent uniformnosti U:

$$U = \frac{d_{90}}{d_{10}}$$

Gdje je  $d_{90}$  promjer zrna 90%-tnog masenog prolaska kroz sito, a  $d_{10}$  promjer zrna 10%-tnog masenog prolaska kroz sito.

U vodotocima kojima je tvorba dna od pijeska, uglavnom je granulometrijski sastav uniforman, te je apsolutno prihvatljivo kao karakteristični promjer uzeti upravo srednji promjer.

Na slici 4.20 prikazan je granulometrijski sastav dna Drave na 14. r. km gdje je očita uniformnost. Takova slika granulometrije objašnjava se činjenicom da zrna vučenog nanosa koji puta budu uvučena u tok vode, te predstavljaju i koritoformirajuću komponentu suspendiranog nanosa. Sitnije čestice bivaju odnesene kao tranzitna komponenta suspendiranog nanosa. U toj dinamičnoj igri pronosa nanosa dešava se segregacija, te kao vučeni nanos ostaje vrlo uska granulacija.

17



Potpuno drugačiju sliku granulometrije dobivamo u slučaju krupnijeg nanosa (šljunak). Krupnije čestice postaju one koje određuju stabilnost i uvjete pokretanja. Prostor između njih ispunjavaju sitnije čestice te budu zaštićene od pomicanja. Tako granulometrijski sastav takovog nanosa stoga pokriva šire područje promjera zrna i neuniforman je. Na slici 4.21 prikazan je granulometrijski sastav vučenog riječnog nanosa Save u Zagrebu – Jakuševac.



U takovim slučaju zasigurno je da mjerodavni promjer zrna za proces pokretanja nanosa nije  $d_s$ , jer će takova zrna biti u sjeni zrna većeg promjera. Zato je uveden tzv faktor zaklanjanja koji se može definirati izrazom oblika:

$$k_{z,j} = \left(\frac{d}{d_j}\right)^k$$

Gdje je  $d_j$  promjer zrna frakcije j, a b < 1 empirijski koeficijent. Tada se radi korekcija Shieldsovog broja za pojedinu frakciju množenjem s navedenim faktorom zaklanjanja.

Taj problem razni autori tretiraju na različite načine. Uglavnom se postupak svodi na analizu stabilnosti pojedine frakcije iz mješavine.



## Pristupi problemu kretanja vučenog nanosa

- Pristup posmičnog naprezanja (DuBoys, Shields, Einstein, Mayer-Peter Muller, Einstein Brown, Parker i dr.)
- energetski pristup (Engelund Hansen, Ackers White, Yang)
- parametarski pristup (Colby)

23

19

21

# Podjela jednadžbi za proračune pronosa nanosa

- jednadžbe pronosa vučenog nanosa (DuBoys, Shields, Einstein, Mayer-Peter Muller, Einstein Brown, Parker i dr.)
- jednadžbe pronosa suspediranog nanosa (Einstein)
- jednadžbe pronosa materijala dna (koritoformirajućeg nanosa) (Colby, Engelund Hansen, Ackers White, Yang)

Navedeni autori samo su dio niza koji se javlja u literaturi, a "svakodnevno" se pojavljuju nove inačice i novi postupci, što govori o aktualnosti i ne univerzalnosti dosadašnjih rješenja.

### Jednadžbe pronosa vučenog nanosa

DuBoys (1879)

Prva jednadžbi za proračun pronosa nanosa. Njena velika vrijednost je u pretpostavkama koje je uveo i pristupu rješavanju problema. Jednadžba DuBoysa pretpostavlja da se uniformne čestice vučenog nanosa kreću u slojevima debljine istog reda veličine kao što je i promjer zrna. Brzina kretanja slojeva linearno se smanjuje po dubini (što se kasnije pokazalo kao netočno).

25

27



jedinični volumni pronos nanosa *qb* dobiva se iz izraza: $q_b = \frac{(N-1)\Delta u}{2} N d' \quad \left[m^3 / m / s\right]$ 

Posmično naprezanje koje se realizira na dnu ( $\tau$ ) je u trenutku pokretanja nanosa izjednačeno sa jediničnom silom trenja između susjednih slojeva. Jedinična sila trenja  $\tau_c$  između svih slojeva bit će određena uronjenom težinom slojeva  $N d' g (\rho_s - \rho)$ i koeficijentom trenja  $f_s$ , odnosno:  $\tau = f_s N d' g (\rho_s - \rho)$ 

S druge strane, do pokretanja nanosa doći će kada se pokrene sloj nanosa na vrhu, odnosno ukoliko je slučaj da je N=1. Kritično naprezanje  $\tau_c$  za početak kretanja bit će tada analogno definirano odnosom:

 $\tau_{c}=f_{s}\,d'\,g\,\bigl(\rho_{s}-\rho\bigr),$ 

 $\tau_c$ 

Odnos između stvarnog naprezanja na dnu i kritičnog naprezanja pri kojem će doći do pokretanja nanosa biti definirano brojem slojeva:

$$\frac{\tau}{\tau_c} = \frac{f_s N d' g (\rho_s - \rho)}{f_s d' g (\rho_s - \rho)} = N$$

Zamjenom broja slojeva N u jednadžbi za jedinični pronos nanosa dobit će se:

$$q_{b} = \frac{\left(\frac{\tau}{\tau_{c}} - 1\right)\Delta u}{2} \frac{\tau}{\tau_{c}} d' = \frac{d' \Delta u}{2\tau_{c}^{2}} \tau \left(\tau - \tau_{c}\right) = C_{d} \tau \left(\tau - \tau_{c}\right)$$
<sup>29</sup>

Gdje je  $C_d$  koeficijent koji ovisi o karakteristikama nanosa. Prema toj jednadžbi DuBoys jediničan pronos nanosa po jedinici širine korita vodotoka proporcionalan je višku tangencijalnog naprezanja

$$(\tau - \tau_c)$$

Odnose za određivanje koeficijenta  $C_d$  i kritičnog posmičnog naprezanja odredio je Straub (1935.)

$$C_{d} = \frac{0.17}{d^{3/4}} \left[ \frac{m^{3}}{kg} \right]$$
  
= 0.5984 + 0.9123 d [N/m<sup>2</sup>]

Gdje je d srednji promjer zrna nanosa u mm.

30

28