

4. MORFODINAMIČKE ANALIZE KORITA VODOTOKA

Stabilnost korita vodotoka ovisi o režimu pronosa nanosa. Ukoliko je narušena prirodna ravnoteža u pronosu nanosa, dolazi do produbljivanja korita i urušavanja obala ili pak do zaprečavnja protočnog profila, stvaranja uspora, a nizvodno od uspora područja ubrzanog tečenja zbog čega pak dolazi do lokalnog produbljivanja korita. U osnovnom kursu iz predmeta Regulacija rijeka o tome problemu je bilo govora, a ovdje će se malo detaljnije osvrnuti prvenstveno na mehanizme samoga procesa.

Niz je primjera u praksi o problemima koje je izazvao proces produbljivanja korita. Ovdje ćemo spomenuti samo jedan, a to je naginjanje stupa mosta Sava Jakuševac. Spomenuti željeznički most nalazi se u Zagrebu na području Jakuševca. U noći 31.03.2009. za trajanja vodnog vala, došlo je naginjanja južnog od dva stupa koja se nalaze u koritu Save. Na sreću, iako je teretni vlak koji je prošao preko mosta izazvao znatna oštećenja rasponske konstrukcije, nije došlo do težih posljedica (ljudskih stradanja ili rušenja cijelog mosta u rijeku zajedno sa kompozicijom). Do naginjanja stupa došlo je zbog superpozicije dva djelovanja: narušavanja globalne stabilnosti korita zbog čega se cijelo korito vodotoka znatno spustilo u odnosu na vrijeme kada je most projektiran i izveden te pojave lokalnog podlokavanja u zoni stupa mosta. Razmjeri tih promjena su sljedeći:

1. dno korita spustilo se od 1966. do 2009. za red veličine 5-6 m,
2. lokalno produbljenje u zoni stupa je 4-5 m,
3. ukupno produbljenje u zoni stupa u odnosu na projektirano dno je cca 10 m!

Degradacija dna korita rijeka u području gornjega toka prirodna je pojava (Rijeka Sava na području Jakuševca se nalazi u zoni kraja gornjega toka.). Međutim na gradijent tih promjena uvelike utječe ljudski faktor. Konkretno, na ubrzanje procesa utjecali su sljedeći parametri:

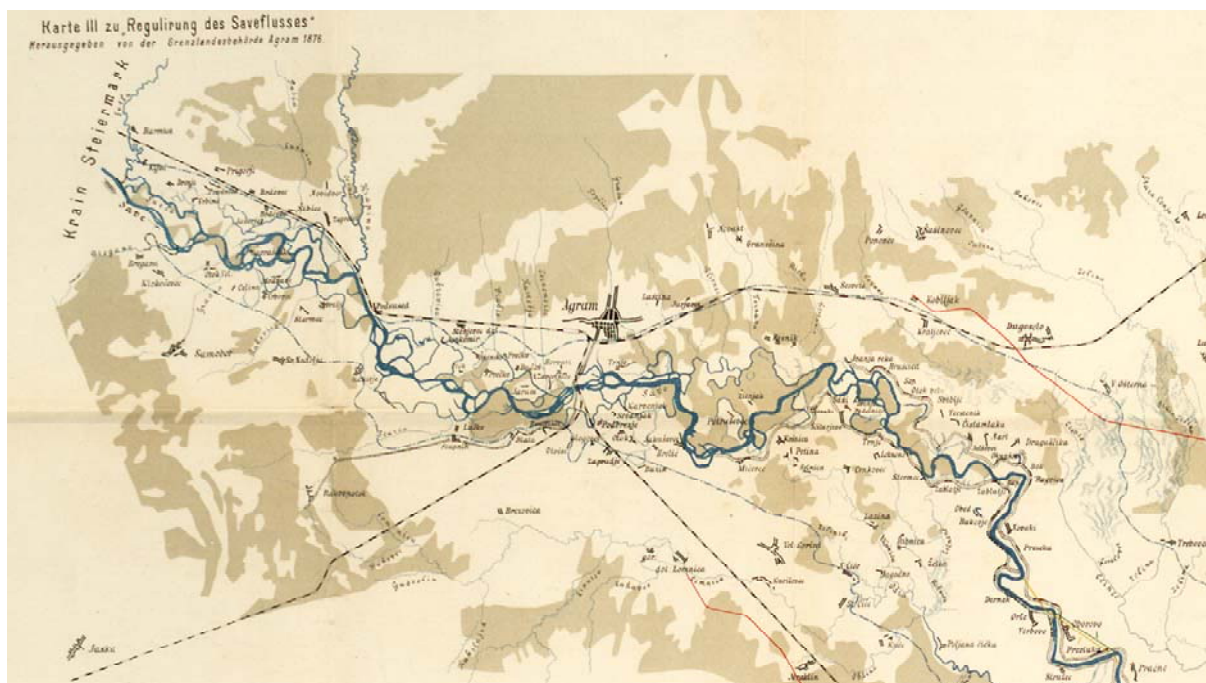
1. usporena prihrana nanosom zbog izgradnje brana i pragova na uzvodnom području
2. povećanje vučne sile zbog: a. povećanja uzdužnog pada što je posljedica skraćivanja trase vodotoka regulacijskim radovima i b. povećanje dubine vode prilikom prolaska poplavnih valova zbog koncentracije toka u koritu za veliku vodu, bez prirodnih inundacija. ($S_{\max} = k_m \rho g h I$)
3. eksploatacije šljunka iz rijeke

Kako je izgledala rijeka Sava u Zagrebu na početku prošloga stoljeća moguće je vidjeti na fotografiji na slici 4.1.

Kada je bilo rečeno da degradacija korita rijeka u području gornjega toka prirodna pojava, tada se a priori pretpostavlja da je Sava u Zagrebu u gornjem toku. Stvarno, ukoliko se pogleda uzdužni profil Save, tada će se kod mjesta Rugvica nizvodno od Zagreba moći prepoznati drastičan lom uzdužnog pada odakle bi se moglo i zaključiti o mjestu prelaska u srednji tok. Međutim može se postaviti pitanje da li je to oduvijek bilo tako. Ako se pak analiziraju stare karte i projekti regulacije rijeke Save kod Zagreba (slike 4.2 do 4.4) vidi se da je baš u tome području drastično skraćen tok rijeke, pa time i umjetno povećan njen uzdužni pad.



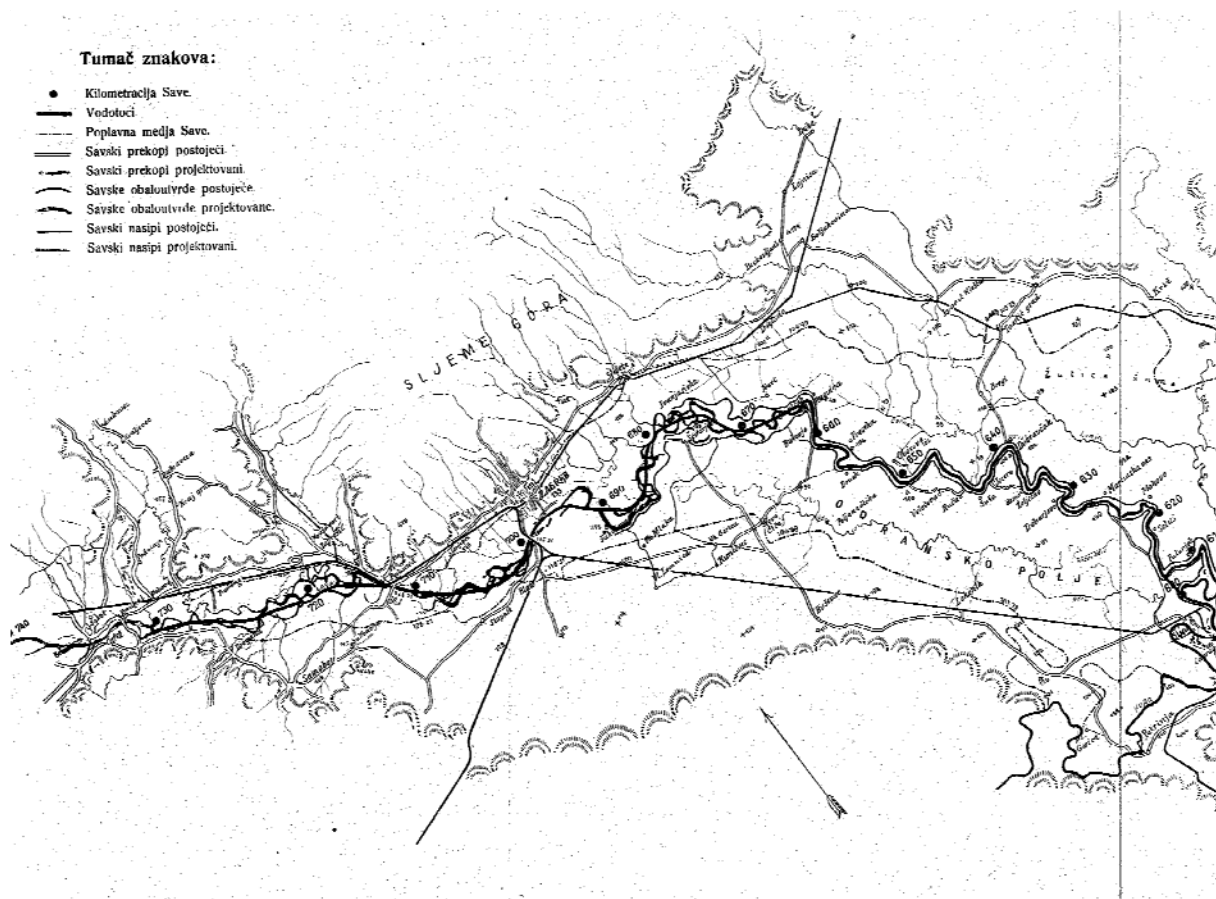
Slika 4.1 Stari kolni most na Savskoj cesti u Zagrebu (izgrađen 1892.) rekonstruiran 1935.-1937.



Slika 4.2 Rijeka Sava kod Zagreba 1876.

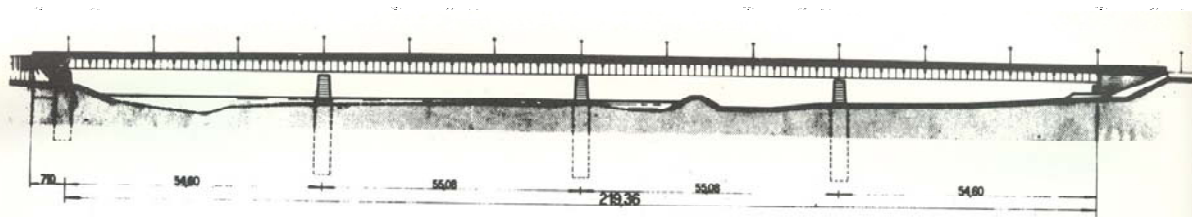
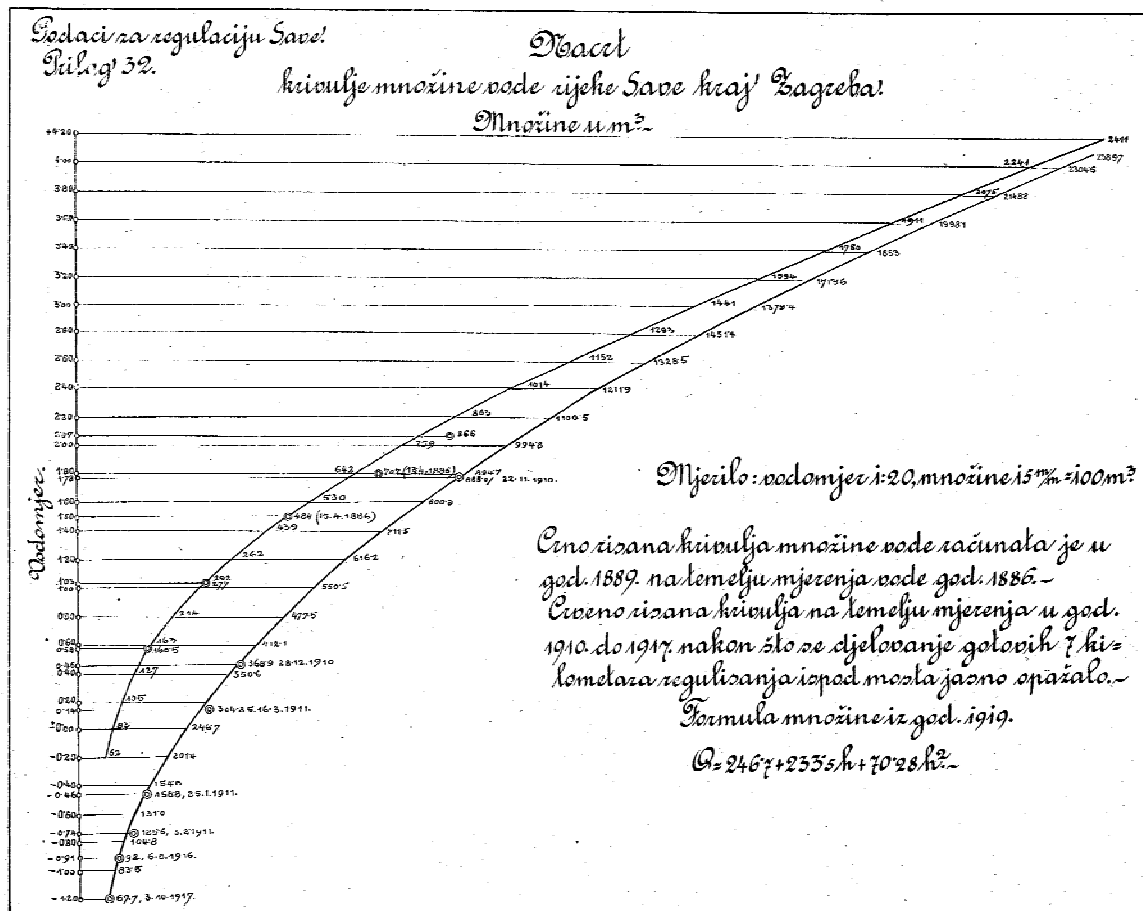


Slika 4.3 Projekt regulacije rijeke Save u Srednjem Posavlju iz početka 20. stoljeća



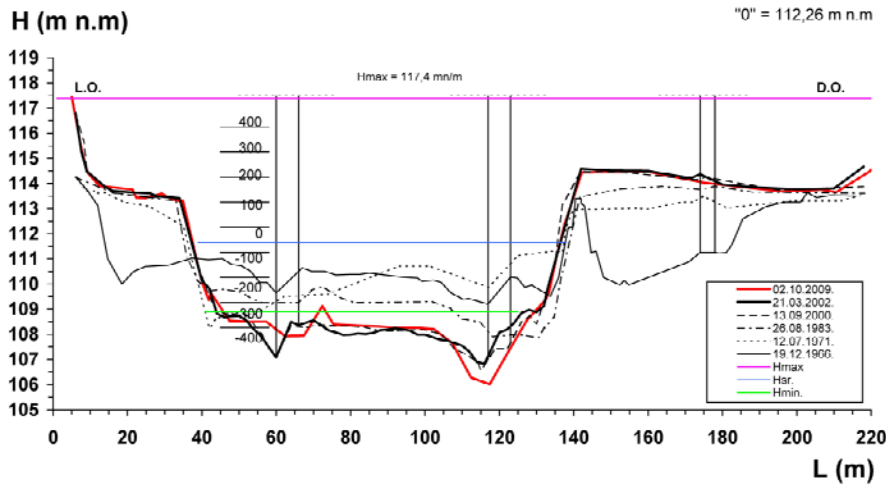
Slika 4.4 Projekt regulacije rijeke Save kod Zagreba iz početka 20. stoljeća

Učinak regulacijskih radova iz početka 20. stoljeća vrlo brzo je bio vidljiv na sniženju vodostaja, odnosno na produbljenju korita. Dokaz za to su konsumpcijske krivulje koje su u području malih voda znatno promijenile nakon reguliranja 7 km vodotoka (slika 4.5). Kod malih voda vodostaj je za isti protok pao od 60 do 90 cm.

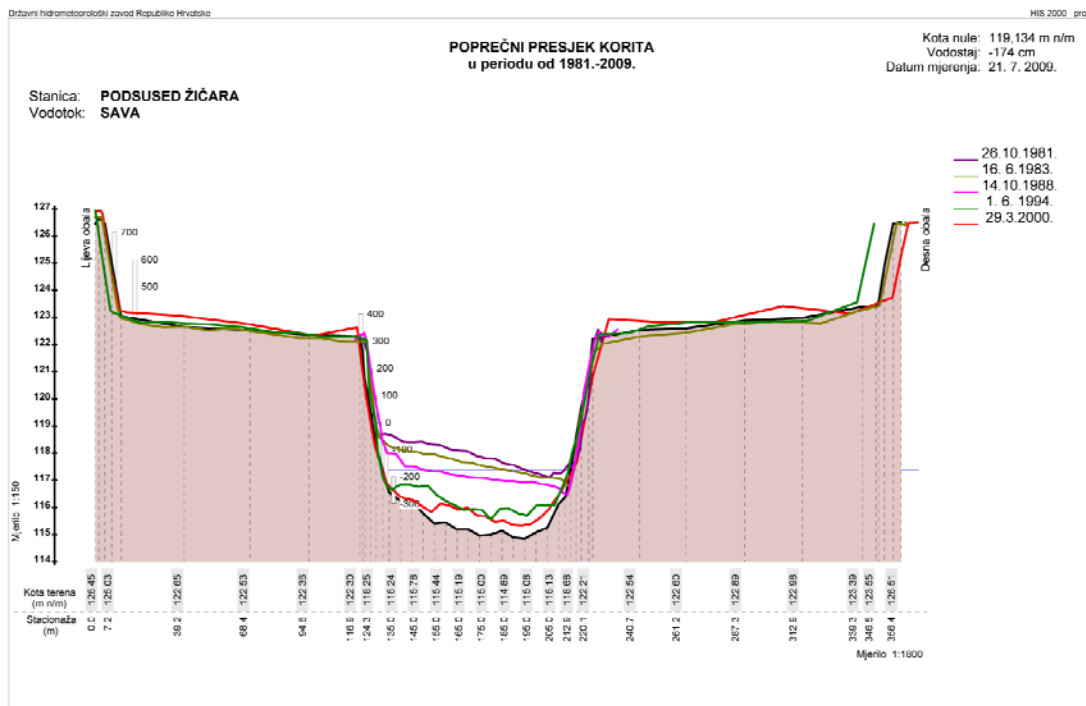


Slika 4.5 Promjena konsumpcijske krivulje na vodomjeru Zagreb nakon reguliranja dionice duljine 7 km i poprečni presjek korita na poziciji Savskog mosta.

Na istome mjernome profilu danas bilježimo daljnji trend produbljenja korita, odnosno prema snimkama profila u zadnjih dvadesetak godina vidi se da je dno produbljeno prosječno 2 m (slika 4.6). Trend jednakog rada veličine evidentiran je i na nešto uzvodnijem profilu kod Podsuseda (slika 4.7)



Slika 4.6 Promjene profila korita rijeke save kod Savskog mosta u zadnjih dvadesetak godina



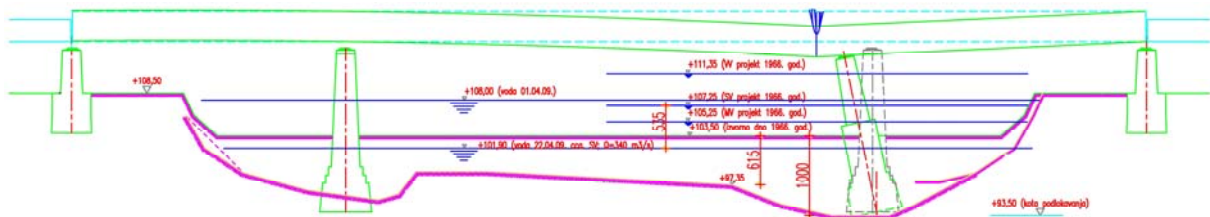
Slika 4.7 Promjena profila rijeke Save na lokaciji Podsused - žičara

Kada se desi neka evidentna promjena, kao što je bilo naginjanje stupa na mostu Jankomir, tada se počinju javljati zanimanja raznih razina. Područja interesa za pojedine struke su različita pa tako imamo nešto što zanima javnost (novinare), a to je senzacija koja se prati na razini fotografija (slika 4.8).



Slika 4.8 Havarija mosta Jakuševac

Zatim, inženjere zanima što se u stvari desilo, pa će taj problem gledati drugim očima (slika 4.9):



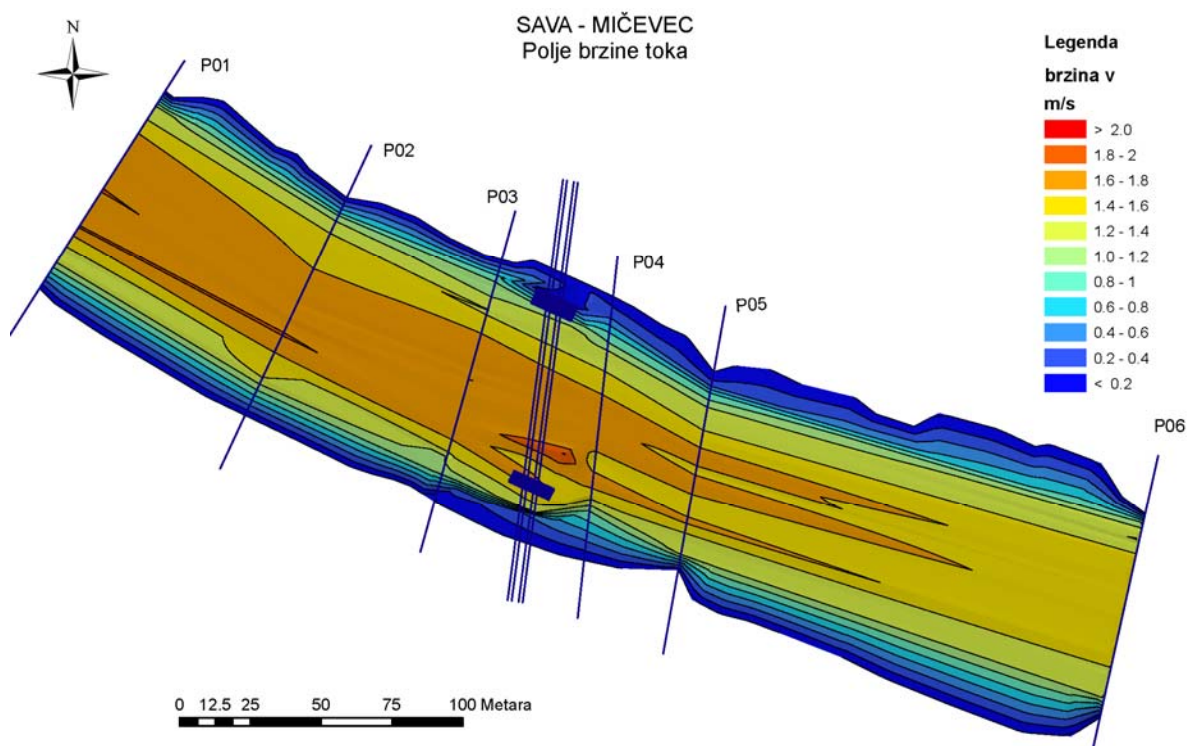
Slika 4.9 Shematizirani uzdužni presjek mosta Sava Jakuševac

Dok će inženjere specijaliste hidrotehnike zanimati dodatne informacije. Za hidrotehničku analizu problema načinjena su hidrografska mjerenja (slika 4.10).

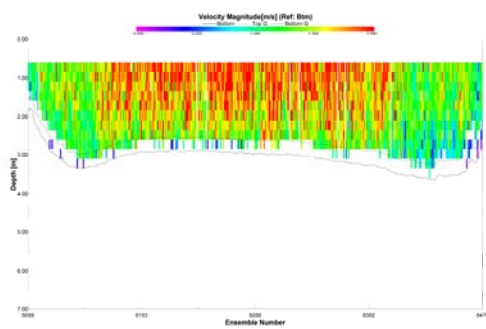


Slika 4.10 Hidrografska mjerenja na području stupa mosta Jakuševac

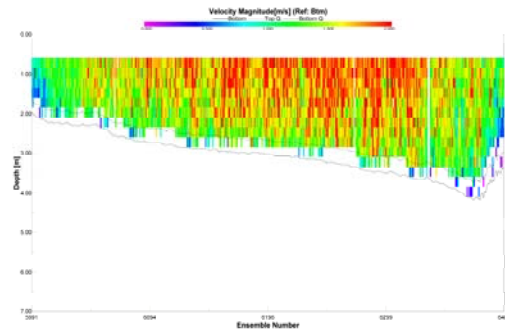
Sirovi, neobrađeni rezultati mjerenja prikazani su na slikama 4.11 i 4.12. Takovi podaci dalje će služiti za daljnje analize i hidrauličke proračune.



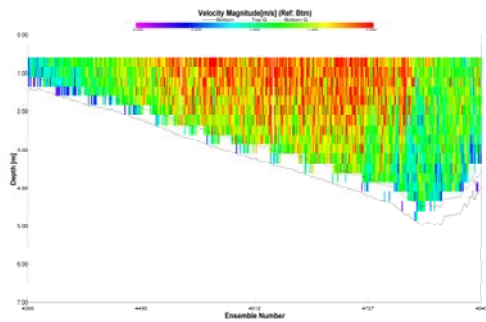
Slika 4.11 Polje srednje brzine toka po dubini i pozicije mjernih profila



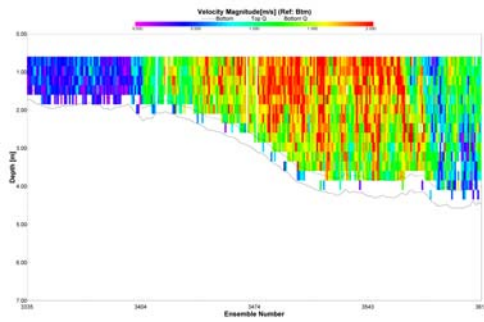
Polje brzina na poprečnom profilu 01



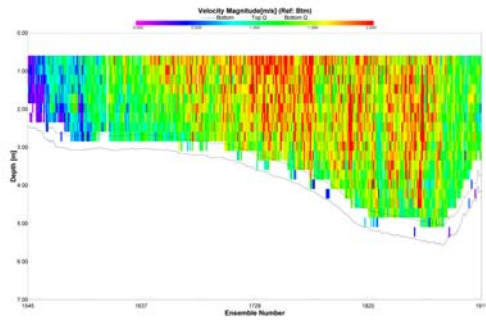
Polje brzina na poprečnom profilu 02



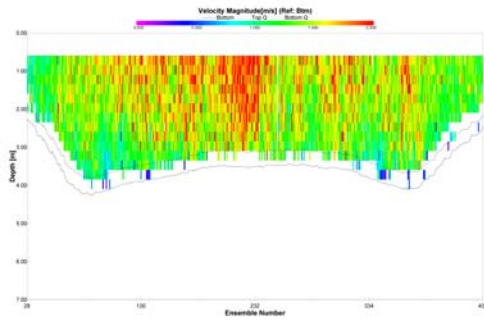
Polje brzina na poprečnom profilu 03



Polje brzina na poprečnom profilu 04

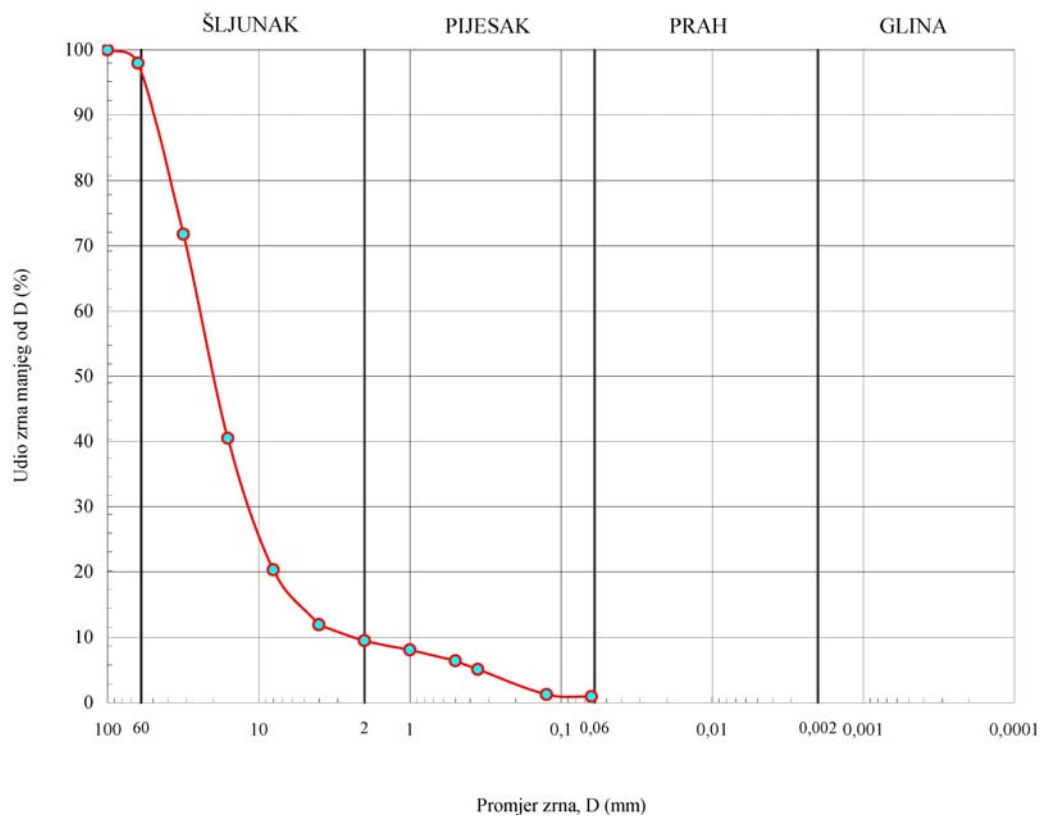


Polje brzina na poprečnom profilu 05



Polje brzina na poprečnom profilu 06

Slika 4.12 Brzine toka na mjernim profilima



Slika 4.13 Uzorak vučenog riječnog nanosa na poziciji uzvodno od stupa mosta i granulometrijski sastav

Za navedeni primjer možemo reći da se radi o prirodnom procesu samoizgradnje korita vodotoka koje se našlo u novim hidrološko-hidrauličkim uvjetima. Jest da su ti novi uvjeti uzrokovani ljudskom aktivnošću, ali ipak se radi o prirodnom procesu.

Za razumijevanje tog ipak složenog procesa „samoizgradnje“ riječnog korita potrebno je poznavati osnovne čimbenike. Jasno je da je jedan od nama hidrotehničarima najznačajnijih onaj koji se odnosi na proces pokretanja riječnoga nanosa. Stoga se u nastavku daju osnovne analize u pristupu tome problemu (pokretanje riječnoga nanosa). To su: 1. dimenzionalna analiza, 2. deterministički pristup određivanju graničnog stanja i 3. stohastički pristup pokretanja nanosa.

4.1 DIMENZIONALNA ANALIZA U POKRETANJU RIJEČNOGA NANOSA

4.1.1 OPĆENITO O DIMENZIONALNOJ ANALIZI

U tehničkom sustavu mjera mehanike, sve fizikalne veličine, kao na primjer gustoća mase, protok, energija, modul elastičnosti i t.d., mogu se izraziti pomoću tri osnovne veličine: masa, vrijeme i dužina. Ove tri mjerne ili osnovne jedinice međusobno su potpuno neovisne i prikazuju se pomoću velikih slova M, T i L. Iz osnovnih jedinica mogu se izvesti nove, pa će tako sve fizikalne veličine imati svoju jedinicu. Općenito

$$[Y]=[L^a T^b M^c]. \quad 4.1$$

Na primjer

$$\text{brzina}=[LT^{-1}] \quad (a=1, b=-1, c=0), \quad 4.2$$

ili

$$\text{sila}=[LT^{-2}M] \quad (a=1, b=-2, c=1). \quad 4.3$$

Izvedene jedinice pojavljuju se samo u fizikalnim zakonima, pa tako vrijedi i obrat, odnosno u mjernim jedinicama nalazi se i fizikalni zakon. Ova činjenica čini nesumnjivim da se iz mjernih jedinica može iznaći fizikalni zakon. Primjenom dimenzionalnih analiza nužno je da izvedena jednadžba mora biti homogena, odnosno svaki član jednadžbe mora imati jednaku jedinicu mjere. To je nužan ali ne i dovoljan uvjet da jedna empirijska jednadžba bude ispravna. Njenu je ispravnost potrebno dokazati uz pomoć pokusa ili temeljem fizikalnih osnova. Buckingham je dokazao da ukoliko jedna fizikalna veličina q_1 ovisi o $n-1$ drugih fizikalnih veličina q_2, q_3, \dots, q_n , tada vrijedi, u najopćenitijem obliku:

$$f(q_1, q_2, q_3, \dots, q_n) = 0 \quad 4.4$$

Ako međutim, ovih n fizikalnih veličina ima k osnovnih jedinica, tada se može dokazati da se gornja jednadžba može svesti na oblik:

$$f(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-k}) = 0 \quad 4.5$$

Pri čemu svaka pojedina veličina π predstavlja jednu neovisnu, bezdimenzionalnu monomnu funkciju veličine q i ne sastoji se više od $k+1$ članova. Veličine π se mogu proizvoljno međusobno povezivati, mogu se potencirati i množiti s numeričkim konstantama.

Primjenu dimenzionalne analize najbolje je razumjeti na primjeru. Tražimo silu otpora oblika F kružne ploče promjera D u struji fluida gustoće ρ koji se kreće ustaljeno brzinom U . Ta sila bit će u funkciji navedenih parametara (fizikalnih veličina) pa možemo pisati:

$$f(F, D, \rho, U) = 0 \quad 4.6$$

Gornja opća jednačba ima 4 člana. Ukoliko uvedemo 3 osnovne fizikalne veličine, prema Buckinghamovom teoremu jednačba će se svesti na 4-3=1 član.

Kao osnovne fizikalne veličine uvest ćemo D, ρ, U .

Da bi se zadovoljila homogenost potrebno je voditi pažnju na dimenzije. Tako će biti:

$$[F] = [D^a U^b \rho^c] \quad 4.7$$

Odnosno

$$[M L T^{-2}] = [L]^a [L T^{-1}]^b [M L^{-3}]^c \quad 4.8$$

Otuda:

$$[L] \quad 1 = a + b - 3c$$

$$[T] \quad -2 = -b$$

$$[M] \quad 1 = -c$$

Što znači da je $a=2, b=2$ i $c=1$. Otuda osnovna bezdimenzionalna jednačba prelazi u oblik:

$$f_1\left(\frac{F}{D^2 U^2 \rho}\right) = 0 \quad 4.9$$

Prema tome $N_F = \frac{F}{D^2 U^2 \rho}$ je bezdimenzionalna veličina koja zamjenjuje 4 fizikalne veličine čija se međuzavisnost istražuje. Sada je jedino potrebno eksperimentalno odrediti vrijednost tzv mjernog broja N_F za fizikalnu veličinu F . Z konkretni primjer radi se o konstanti. To znači da se samo sa jednim mjerenjem može odrediti veličina mjernog broja N_F i da će se ta vrijednost moći poopćiti za sve promjere kružne ploče, sve brzine strujanja i sve gustoće mase fluida (jasno je da ograničenja postoje, odnosno navedeno vrijedi ako je samo gustoća parametar fluida koji utječe na otpor, zatim da je ploča oštrobridna, da debljina ploče ne utječe na veličinu otpora,...).

Može se lako izvesti da je $N_F = \frac{C_D \pi}{8}$, gdje je C_D - koeficijent otpora oblika za kružnu ploču.

To proizlazi iz poznatog izraza za silu otpora oblika $F = \frac{1}{2} C_D A \rho U^2$. Kako je površina kružne

$$\text{ploče } A = \frac{D^2 \pi}{4}, \quad F = \frac{C_D \pi}{8} D^2 \rho U^2.$$

Ukoliko se isti zadatak proširi na problem izučavanja otpora oblika tako da se uzima u obzir promjena viskoznosti μ , u jednačbu se uvodi još jedna veličina i glasi:

$$f(F, D, \rho, U, \mu) = 0 \quad 4.10$$

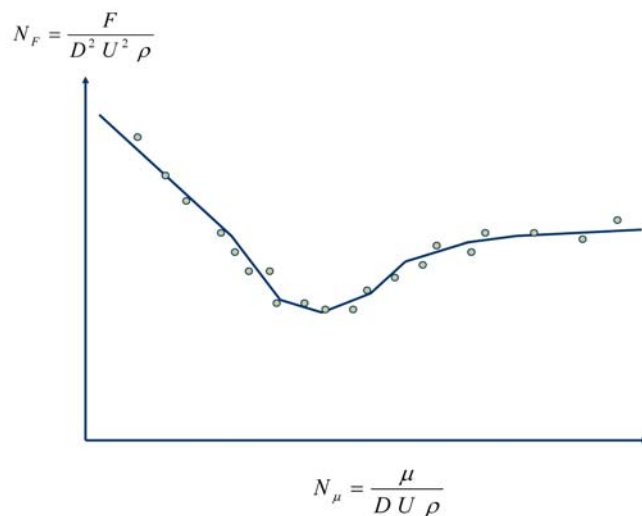
Opet ćemo kao osnovne fizikalne veličine uvesti D, ρ, U . Sada ćemo imati $5-3=2$ bezdimenzionalne veličine za analizu te jednažba prelazi u oblik:

$$f_1\left(\frac{F}{D^2 U^2 \rho}, \frac{\mu}{D U \rho}\right) = 0 \quad 4.11$$

Znači da ćemo sada nizom mjerenja morati odrediti dva mjerna broja, odnosno njihovu zavisnost. To su već spomenuti mjerni broja N_F za fizikalnu veličinu F te mjerni broj N_μ za fizikalnu veličinu μ . Sada se treba istražiti funkcijska zavisnost dviju veličina:

$$f_1(N_F, N_\mu) = 0, \quad 4.12$$

što se postiže nizom mjerenja. Dobivena funkcijska veza između dva parametra (N_F i N_μ) vrijedit će poopćeno za sve promjere kružne ploče, sve brzine strujanja i sve gustoće mase fluida (uz jednaka ograničenja opisana u prvom primjeru).



Slika 4.14 Funkcijska veza između bezdimenzionalnih parametra (N_F i N_μ)

4.1.2 DIMENZIONALNA ANALIZA FIZIKALNIH VELIČINA MJERODAVNIH ZA POKRETANJE NANOSA

Analize kretanja nanosa uglavnom počinju dimenzionalnom analizom procesa. Prvenstveno je potrebno definirati osnovne pretpostavke za koje vrijedi analiza, a zatim osnovne fizikalne veličine koje dominiraju procesom.

Pretpostavke:

Tečenje je ustaljeno, jednoliko i jednodimenzionalno.

Dno je ravno i bez izražene forme, nanos je od nevezanog materijala, uniformne krupnoće, a zrna su sfernog oblika.

Fizikalne veličine koje utječu na pokretanje nanosa dijele se u tri grupe. Prva grupa odnosi se na vodu (općenito fluid), druga na nanos (sediment) a treća na one koje zajednički djeluju i na vodu i na nanos.

Tako će na nanos djelovati sljedeće fizikalne veličine:

ρ_s, d, q_v odnosno $\rho_s - \rho, d, q_v$,

Gdje su:

ρ_s – gustoća mase nanosa [kg/m^3]

ρ – gustoća mase vode [kg/m^3]

d – karakteristični promjer zrna nanosa [m]

q_v – jedinični volumni pronos nanosa [m^2/s]

Na vodu će djelovati sljedeće fizikalne veličine:

ρ, μ, q odnosno ρ, ν, \bar{v}, h ,

Gdje su:

μ – dinamički koeficijent viskoznosti [Ns/m^2]

ν – kinematski koeficijent viskoznosti [m^2/s]

q – jedinični protok [m^2/s]

\bar{v} – brzina toka vode [m/s]

h – dubina vode [m]

Djelovanje na vodu i nanos bit će uslijed:

g ,

gdje je:

g – ubrzanje sile teže [m/s^2]

Ako preuzmemo pretpostavku da su gore navedene fizikalne veličine one koje utječu na proces pokretanja nanosa, možemo ispisati opću jednadžbu za dimenzionalnu analizu:

$$f_1(\rho, \nu, \bar{v}, h, \rho_s - \rho, d, q_v, g) = 0, \quad 4.13$$

Prema Buckinghamovom „ π “ teoremu, izborom n osnovnih fizikalnih veličina, gornja jednadžba od 8 osnovnih jedinica se može svesti na 8- n bezdimenzionalnih veličina. Konkretno, izborom ρ, \bar{v}, h kao osnovnih jedinica jednadžba se može svesti na oblik:

$$f_2\left(\frac{v}{\bar{v}h}, \frac{\rho_s - \rho}{\rho}, \frac{d}{h}, \frac{gh}{\bar{v}^2}, \frac{q_v}{\bar{v}h}\right) = 0 \quad 4.14$$

U gornjoj funkcijskoj vezi prvi član predstavlja Reynoldsov broj, drugi predstavlja relativnu gustoću mase nanosa, treći relativni promjer zrna nanosa, četvrti Froudov broj, a posljednji zapreminsku koncentraciju nanosa C, gdje je:

$$C = \frac{q_v}{q} = \frac{q_v}{\bar{v}h} \quad 4.15$$

Međusobnim množenjem srednja tri člana dobiva se:

$$\frac{\rho_s - \rho}{\rho} \frac{d}{h} \frac{gh}{\bar{v}^2} = \frac{g\Delta d}{\bar{v}^2}, \quad 4.16$$

gdje je:

$$\Delta = \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \quad 4.17$$

Zamjenom jednog člana čijom je kombinacijom dobiven novi član dobiva se sljedeći oblik jednadžbe za dimenzionalnu analizu:

$$f_3\left(\frac{v}{\bar{v}h}, \frac{g\Delta d}{\bar{v}^2}, \frac{d}{h}, \frac{gh}{\bar{v}^2}, \frac{q_v}{\bar{v}h}\right) = 0 \quad 4.18$$

Pošto je tečenje u prirodnim vodotocima u području turbulentnog režima i hidraulički hrapavog režima utjecaj viskoznosti na proces kretanja nanosa može se zanemariti. Isto tako sila trenja kod jednolikog tečenja jednaka je komponenti težine u smjeru toka pa se jedan od tih utjecaja može izostaviti. U daljnjem razmatranju se stoga zanemaruje utjecaj Froudovog broja toka. Konačno jednadžba dobiva sljedeći oblik:

$$f_4\left(\frac{g\Delta d}{\bar{v}^2}, \frac{d}{h}, \frac{q_v}{\bar{v}h}\right) = 0 \quad 4.19$$

Bezdimenzionalni članovi gornje jednadžbe predstavljaju osnovu za eksperimentalno određivanje uvjeta pokretanja i pronosa vučenog nanosa.

Osim navedenog oblika, u istraživanjima se koriste i drugačiji. Tako se gotovo redovito, umjesto srednje brzine toka vode \bar{v} , uvodi pripadajuća brzina posmika $u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$, gdje je τ_0 [Pa] srednje posmično naprezanje na dnu. Iako se radi o različitim fizikalnim veličinama (brzina i brzina posmika) njihova zamjena u dimenzionalnoj analizi je dopuštena iz razloga što imaju istu dimenziju.

Uvođenjem takovog pristupa, dobiva se drugačiji oblik jednadžbe dimenzionalne analize:

$$f_5 \left(\frac{v}{h\sqrt{\tau_0/\rho}}, \frac{g(\rho_s - \rho)d}{\tau_0}, \frac{d}{h}, \frac{\rho gh}{\tau_0}, \frac{q_v}{h\sqrt{\tau_0/\rho}} \right) = 0 \quad 4.20$$

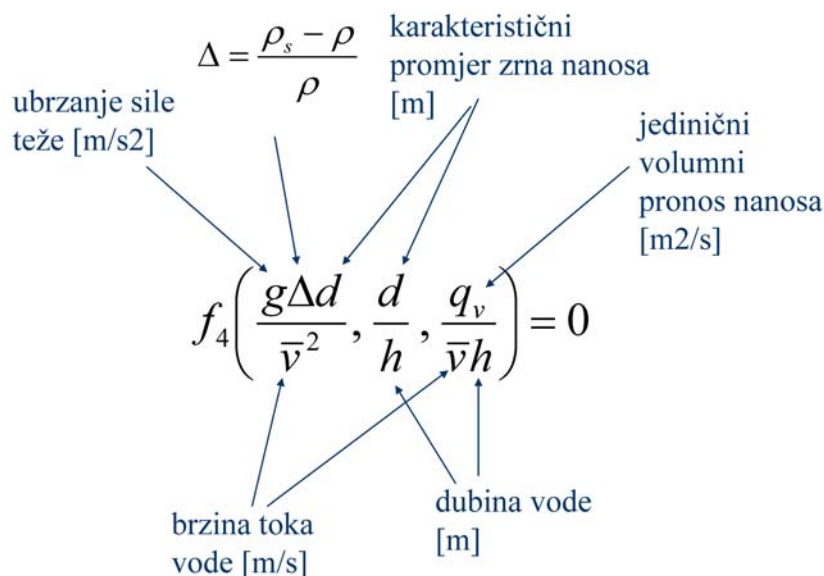
Nadalje se u prvom i petom članu dubina vode h zamjenjuje karakterističnim promjerom zrna d (članom ista dimenzije). Treći član se zanemaruje, jer je implicitno sadržan u drugom članu. Četvrti član predstavlja nagib piezometrijske linije I (pad vodnoga lica). On se u daljnjem razmatranju za jednoliko tečenje također može zanemariti (pad vodnoga lica jednak je padu linije energije i jednak je padu dna; $I=I_e=I_d$). Posljednji član se množi sa inverznom vrijednosti korijena trećega člana:

$$\frac{q_v}{h\sqrt{\tau_0/\rho}} \frac{\sqrt{\tau_0}}{\sqrt{g(\rho_s - \rho)d}} = \frac{q_v}{\sqrt{g\Delta d^3}}, \quad 4.21$$

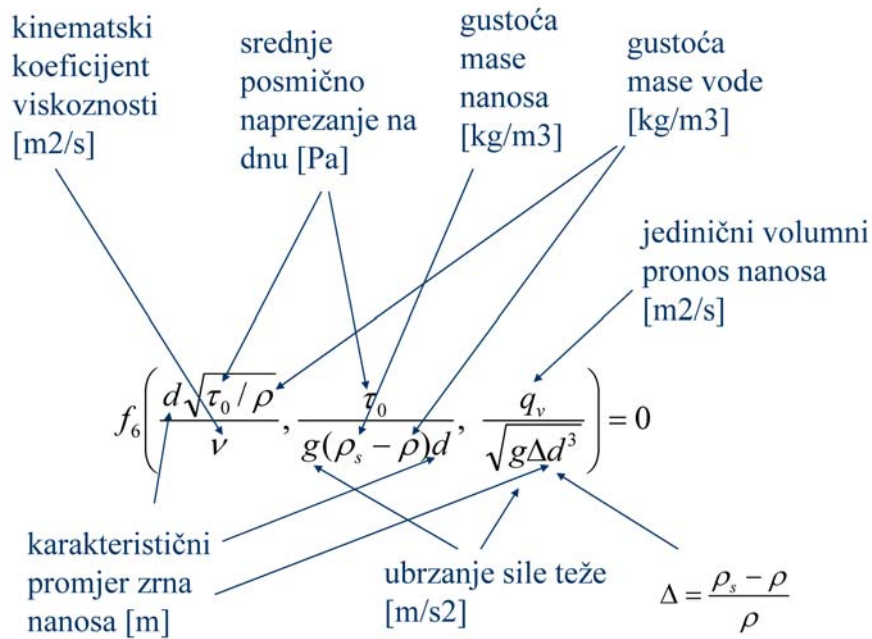
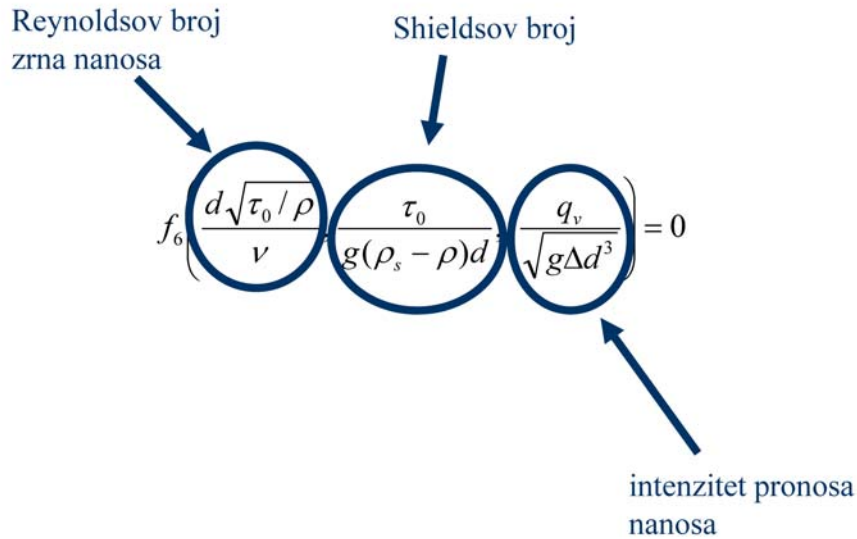
Ako se prvi i drugi član prikažu u inverznom obliku konačno se dobije:

$$f_6 \left(\frac{d\sqrt{\tau_0/\rho}}{v}, \frac{\tau_0}{g(\rho_s - \rho)d}, \frac{q_v}{\sqrt{g\Delta d^3}} \right) = 0 \quad 4.22$$

U toj jednadžbi prvi član predstavlja Reynoldsov broj zrna nanosa $Re_* = du_*/\nu$, drugi član predstavlja bezdimenzionalno posmično naprezanje i zove se Shieldsov broj ili parametar pokretanja. Treći parametar predstavlja parametar pronosa ili intenzitet pronosa. Veza između navedenih bezdimenzionalnih parametara određuje se eksperimentalno te se dobivaju empirijske zakonitosti.



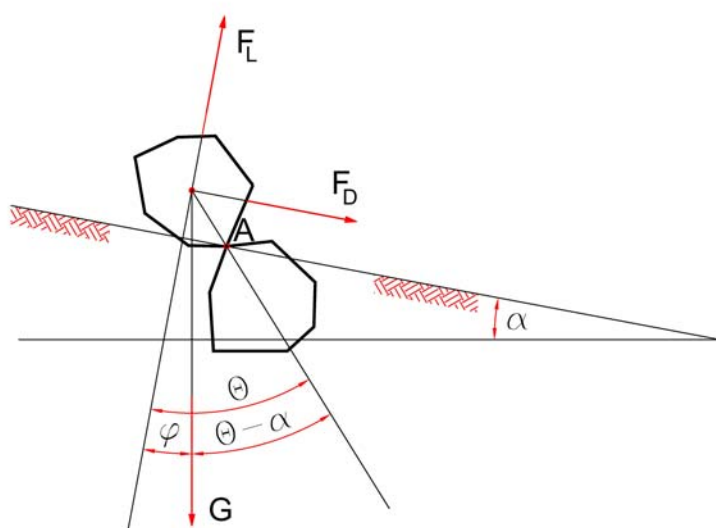
Slika 4.15 Parametri jednadžbe f_4 za dimenzionalnu analizu kretanja nanosa



Slika 4.16 Parametri jednadžbe f_4 za dimenzionalnu analizu kretanja nanosa

4.2 MEHANIZAM POKRETANJA ZRNA NANOSA

Na zrno nanosa djelovat će dvije sile. Jedna sila je sila kojom voda djeluje na zrno, a druga je sila gravitacije. Čestica će se pokrenuti ukoliko hidrodinamička sila nadvlada silu otpora. Hidrodinamička sila imat će dvije svoje komponente: tzv. vučnu silu F_D koja je usmjerena kao i tok vode i silu hidrodinamičkog uzgona F_L usmjerenu okomito na tok vode. Komponenta hidrodinamičkog uzgona u analitičkim je postupcima vrlo često izostavljena iz razloga složenosti postupka određivanja njene veličine. Međutim ona je u izravnoj vezi sa vučnom silom, tako da je potrebno eksperimentalno odrediti koeficijente koji će u sebi sadržati i učinak hidrodinamičkog uzgona.



Slika 4.17 Shematski prikaz djelovanja sila na zrno nanosa na nagnutom dnu

4.3 DETERMINISTIČKI PRISTUP ODREĐIVANJA GRANIČNOG STANJA POKRETANJA NANOSA

Već je u Regulacijama vodotoka bilo tumačeno da postoje dva pristupa tome problemu. Jedan se temelji na analizi takozvane granične brzine, a drugi na analizi dopuštenog posmičnog napreznja.

4.3.1 Pristup granične brzine

Ukoliko se iz jednadžbe 4.19 iz dimenzionalne analize u razmatranje uzmu prva dva člana, dobit ćemo podlogu za daljnje empirijske analize. Prema tome pristupu, brzina tečenja se stavlja u funkcijsku vezu s relativnim promjerom zrna:

$$\frac{g \Delta d}{\bar{v}^2} = f\left(\frac{d}{h}\right) \quad 4.23$$

Ovu jednadžbu je moguće transformirati u drugi oblik, na način da umjesto srednje brzine toka uvedemo brzinu na dnu v_{gr} koja će početi pokretati nanos. Tu brzinu nazivamo graničnom brzinom, a jednadžba 4.23 dobiva oblik:

$$\frac{v_{gr}}{\sqrt{g \Delta d}} = f\left(\frac{d}{h}\right) \quad 4.24$$

Niz je autora koji su istraživali navedeni odnos, pa se u ruskoj literaturi navode razni obrasci:

$$v_{gr} = 4,4 d^{1/3} h^{1/6} \quad (\text{Shamov}) \quad 4.25$$

$$v_{gr} = 0,535 \log\left(\frac{8,8 h}{d}\right) \sqrt{2 g \Delta d} \quad (\text{Gončarov}) \quad 4.26$$

Prema Gončarovu kritična brzina je definirana kao brzina odvajanja, odnosno najmanja prosječna brzina pri kojoj se zrna nanosa počinju kretati. Pokazalo se da se to dešava u trenutku kada se srednja vrijednost fluktuacija vertikalne hidrodinamičke sile izjednači sa uronjenom težinom zrna.

Često korišten postupak Neilla (1967) daje nešto drugačiju relaciju:

$$\frac{v_{gr}^2}{g \Delta d} = 2,5 \left(\frac{d}{h}\right)^{-0,20} \quad 4.27$$

Prema Pilarczykku:

$$\frac{d_{n50}}{h} = \left(\frac{v_g}{B_1 \sqrt{k' \Psi_{cr} g \Delta m h}} \right)^{2,5} \quad 4.28$$

Gdje su:

B_1 koeficijent intenziteta turbulencije (5-6 jaka turbulencija; 7-8 srednja turbulencija; 9-10 mala turbulencija)

Ψ_{cr} Shieldsov broj – parametar pokretanja (0,03 za nepokretno dno; 0,04 za početak nestabilnosti; 0,06 potpuni razvoj pokretanja nanosa).

Američka udruga građevinskih inženjera (ASCE, 1967) je dala grafički prikaz odnosa granične brzine i srednjeg promjera zrna za kvarcni nanos (slika 4.17). Dijagram je ograničen za dubinu vode od 1 m, a za druge dubine, očitane vrijednost granične brzine potrebno je pomnožiti faktorom $k = h^{1/6}$, gdje h dubina vode. Korekcijski faktor dobiven je analizom izjednačavanja posmičnih naprezanja na dnu za različite dubine vode. Tako je:

$$\tau = \rho g R_1 \quad I_1 = \rho g R_2 \quad I_2 \Rightarrow R_1 \quad I_1 = R_2 \quad I_2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

Nadalje, ukoliko se usporedi odnos brzina koje su određene Manningovom jednadžbom dobit će se da je korekcijski faktor jednak odnosu brzina za različite dubine $h_1 = h$ i $h_2 = 1\text{ m}$:

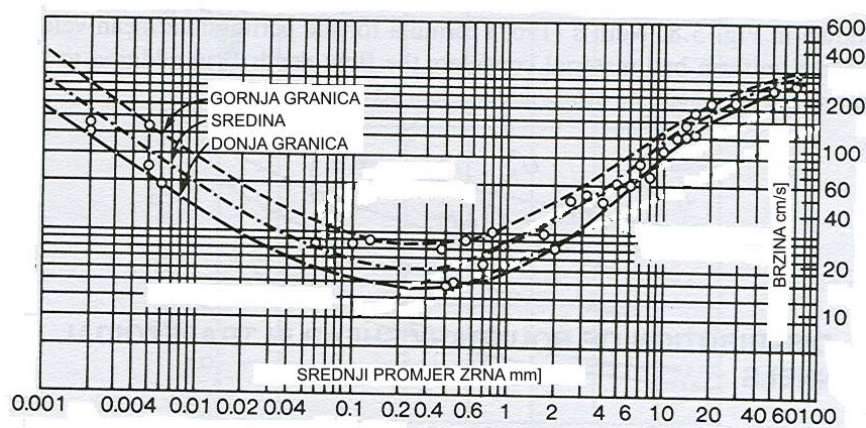
$$k = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{1}{n_1} R_1^{2/3} \widehat{I}_1^{1/2}}{\frac{1}{n_2} R_2^{2/3} \widehat{I}_2^{1/2}} \quad 4.29$$

Uz pretpostavku da je koeficijent n ne mijenja za različite dubine, te da je energetski pad određen iz analize posmičnih napreznja, dobije se da je:

$$k = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{1}{n} R_1^{2/3} \widehat{I}_1^{1/2}}{\frac{1}{n} R_2^{2/3} \widehat{I}_2^{1/2}} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{2/3} \left(\frac{\widehat{I}_1}{\widehat{I}_2}\right)^{1/2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{2/3} \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{1/2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{1/6},$$

Odnosno za široka korita $R \approx h$, pa je:

$$k \approx \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^{1/6} = h^{1/6}. \quad 4.30$$



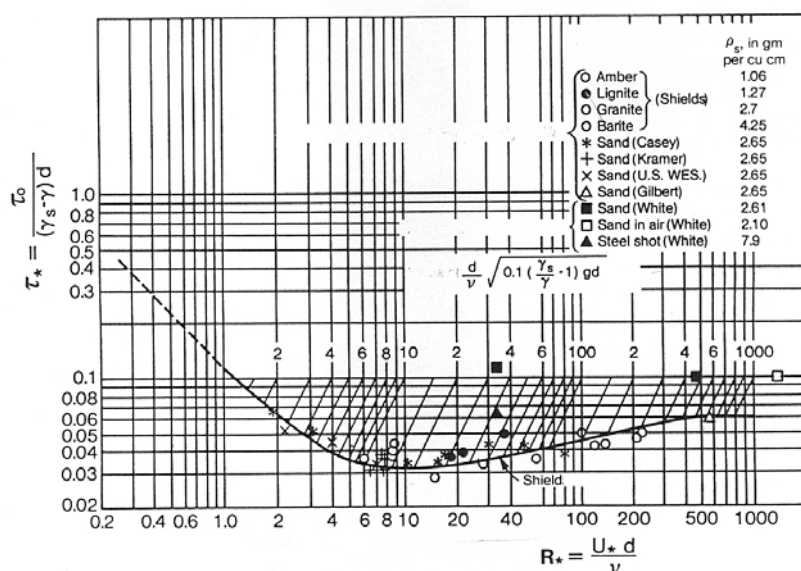
Slika 4.18 Granična brzina za nanos od kvarca i dubinu vode od 1 m (ASCE Task Committee, 1967)

4.3.2 Pristup dopuštenog posmičnog napreznja

Osnova za pristup dopuštenog posmičnog napreznja za analizu pokretanja nanosa nalazi se u dimenzionalnoj analizi. Ukoliko se iz jednadžbe 4.22 izostavi utjecaj trećeg člana, može se postaviti funkcijska zavisnost prva dva člana.

$$\frac{\tau_0}{g(\rho_s - \rho)d} = f\left(\frac{d\sqrt{\tau_0/\rho}}{\nu}\right) \quad 4.31$$

Jedno od najznačajnijih istraživanja, koje je osnova za niz mnogih istraživanja raznih autora, proveo je Shields te temeljem mjerenja konstruirao dijagram (slika 4,18).



Slika 4.19 Shieldsov dijagram

Shieldsov dijagram se može podijeliti u tri zone. Prva zona predstavlja linearni zakon i obuhvaća područje do vrijednosti Reynoldsovog broja zrna $R^*=2$. To područje predstavlja uvjete turbulentnog tečenja na hidrauličko glatkoj podlozi, gdje su zrna nanosa u potpunosti uronjena u viskozni podsloj. Druga, prijelazna zona gdje je $2 < R^* < 200$ sedlasta je krivulja i svoj minimum poprima kod $R^*=10$ s vrijednosti 0,03. Promjer zrna približno je jednak debljini viskoznog podsloja pa su stvoreni uvjeti za pokretanje nanosa, jer je turbulentna zona „zahvatila“ zrno. Utjecaj viskoznosti i turbulencije istog su reda veličine. Treća zona gdje je $R^* > 200$, vrijednost Shieldsovog broja postaje nezavisna o R^* i postaje konstanta (0,06). Viskozni utjecaji su zanemarivi u odnosu na utjecaj turbulencije. Ostvareni su uvjeti turbulentnog tečenja na hidraulički hrapavom dnu. U prirodi je upravo takovo tečenje najčešće. U kasnijim istraživanjima Mayer-Peter i Müllera dobili su da vrijednost Shieldsovog parametra u toj zoni ima nešto manju vrijednost, odnosno da iznosi 0,047 (a ne 0,06). Otuda i njihov postupak određivanja dopuštenog posmičnog napreznja prema kojemu je:

$$\tau_o = 0,047(\rho_s - \rho) g d_s [N/m^2] \quad 4.32$$

Upotreba Shieldsovog dijagrama otežana je zbog nemogućnosti eksplicitnog iznalaženje broja R^* . Stoga je umjesto R^* uveden parametar $\frac{d}{v} \sqrt{0,1 \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right) g d}$ koji omogućava korištenje takozvanog modificiranog Shieldsovog dijagrama (slika 4.19).

4.3.3 Utjecaj neuniformnog granulometrijskog sastava

U prethodnim razmatranjima veličina d predstavlja karakteristični promjer zrna nanosa. Uglavnom se ta karakteristična veličina određuje kao srednji promjer d_s dobiven iz granulometrijske krivulje. Definiran je odnosom:

$$d_s = \sum_{i=1}^n \frac{d_i p_i}{100}, \quad 4.33$$

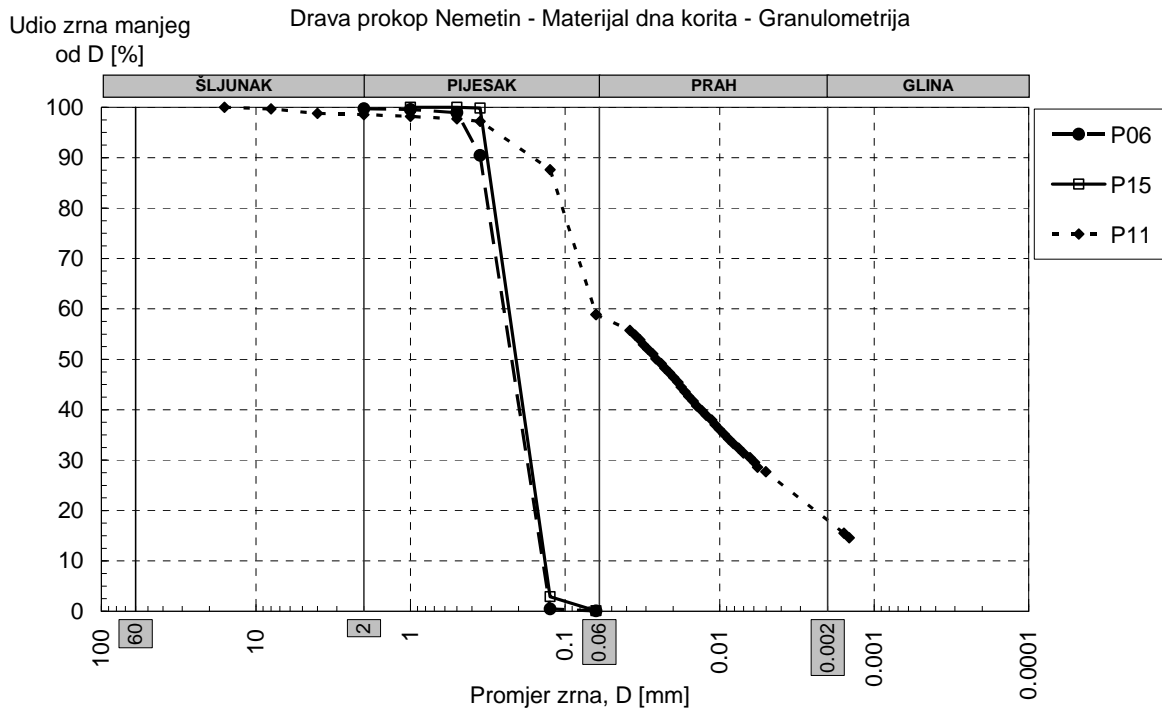
Gdje je d_i srednji promjer i-te frakcije, a p_i maseni udio i-te frakcije[%].

Uz navedeno, vrlo važan parametar je koeficijent uniformnosti U koji se definira:

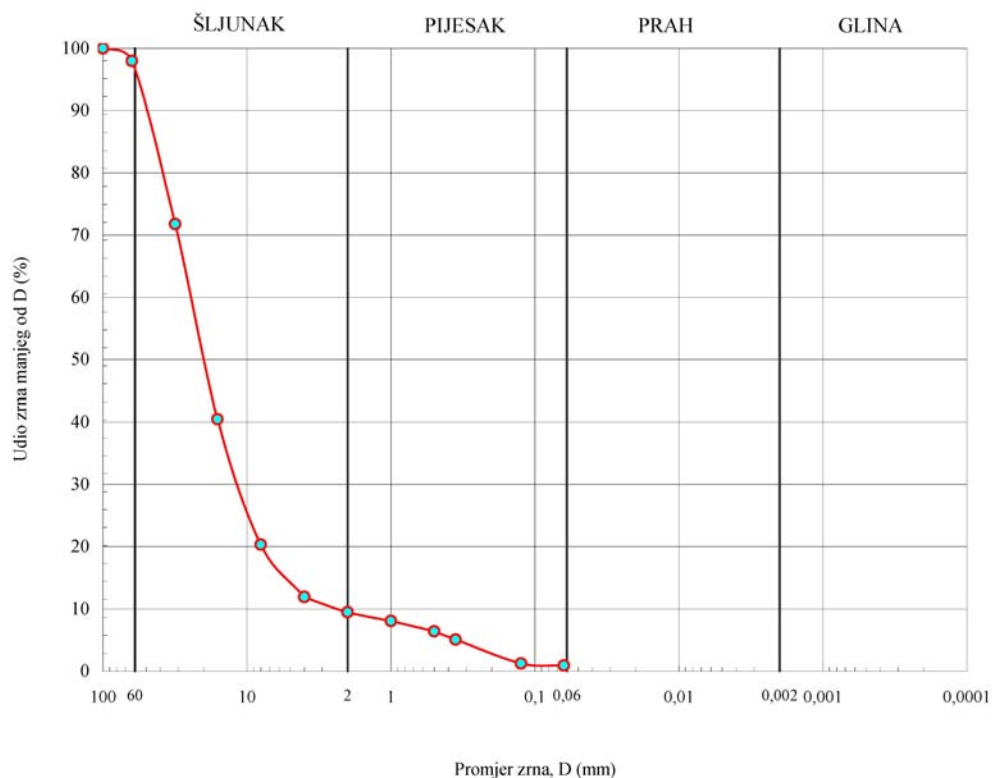
$$U = \frac{d_{90}}{d_{10}}, \quad 4.34$$

Gdje je d_{90} promjer zrna 90%-tnog masenog prolaska kroz sito, a d_{10} promjer zrna 10%-tnog masenog prolaska kroz sito.

U vodotocima kojima je tvorba dna od pijeska, uglavnom je granulometrijski sastav uniforman, te je apsolutno prihvatljivo kao karakteristični promjer uzeti upravo srednji promjer. Na slici 4.20 prikazan je granulometrijski sastav dna Drave na 14. r. km gdje je očita uniformnost. Takova slika granulometrije objašnjava se činjenicom da zrna vučenog nanosa koji puta budu uvučena u tok vode, te predstavljaju i koritoformirajuću komponentu suspendiranog nanosa. Sitnije čestice bivaju odnesene kao tranzitna komponenta suspendiranog nanosa. U toj dinamičnoj igri pronosa nanosa dešava se segregacija, te kao vučeni nanos ostaje vrlo uska granulacija. Potpuno drugačiju sliku granulometrije dobivamo u slučaju krupnijeg nanosa (šljunak). Krupnije čestice postaju one koje određuju stabilnost i uvjete pokretanja. Prostor između njih ispunjavaju sitnije čestice te budu zaštićene od pomicanja. Tako granulometrijski sastav takovog nanosa stoga pokriva šire područje promjera zrna i neuniforman je. Na slici 4.21 prikazan je granulometrijski sastav vučenog riječnog nanosa Save u Zagrebu – Jakuševac.



Slika 4.20 Granulometrijski sastav dna korita Drave na 14 r.km (P06 i P15), $d_s=2,5$ mm, $U=2,5$



Slika 4.21 Granulometrijski sastav vučenog riječnog nanosa Save u Zagrebu – Jakuševac, $U=25$

U takovim slučajima zasigurno je da mjerodavni promjer zrna za proces pokretanja nanosa nije d_s , jer će takova zrna biti u sjeni zrna većeg promjera. Zato je uveden tzv faktor zaklanjanja koji se može definirati izrazom oblika:

$$k_{z,j} = \left(\frac{d}{d_j} \right)^b \quad 4.35$$

Gdje je d_j promjer zrna frakcije j , a $b < 1$ empirijski koeficijent. Tada se radi korekcija Shieldsovog broja za pojedinu frakciju množenjem s navedenim faktorom zaklanjanja.

Taj problem razni autori tretiraju na različite načine. Uglavnom se postupak svodi na analizu stabilnosti pojedine frakcije iz mješavine.