

## IV vježba

## Istjecanje iz nepotopljenog otvora u tankoj stijenci

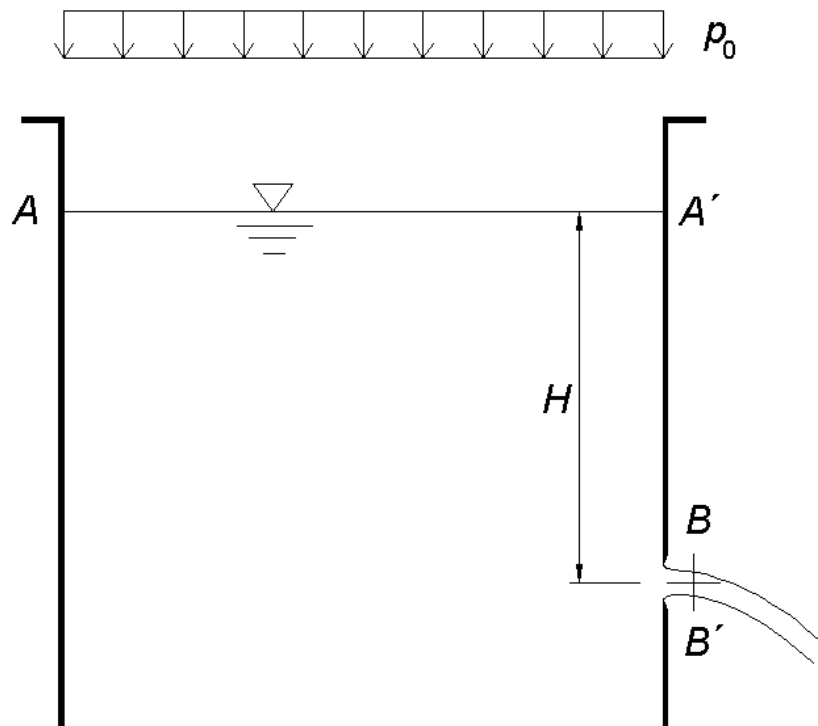
U hidrotehničkoj praksi se često javlja potreba računanja protoka kroz otvore koji se nalaze na dnu ili na bočnoj stijenci posude s tekućinom. U okviru ovih vježbi će se promatrati istjecanje vode kroz nepotopljeni otvor u vertikalnoj (bočnoj) stijenci.

Razlikujemo istjecanje iz malog i istjecanje iz velikog otvora. Protok kroz otvore se dobiva kao integral profila brzina (obično u kontrahiranom presjeku mlaza). Brzina u mlazu je u nelinearnoj vezi sa udaljenošću od promatrane točke do energetskog horizonta (obično se energetski horizont usvaja na razini vodnog lica u posudi) pa se i brzine u mlazu nelinearno mijenjaju po visini mlaza.

Pod pojmom mali otvor se podrazumijeva istjecanje iz otvora koji imaju relativno mali promjer u odnosu na tlačnu visinu  $H$  (slika 4.1) tako da se usvaja da je brzina u sredini otvora ujedno jednaka srednjoj brzini u mlazu. Uz tako usvojenu pretpostavku se protok može računati kao umnožak brzine u sredini otvora i površine.

Kod velikih otvora (i otvora blizu vodnog lica) je značajna razlika između brzine u sredini kontrahiranog djela mlaza i srednje brzine. Iz tog razloga se kod računanja protoka kroz velike otvore i otvore pri vrhu posude protok ne može sa zadovoljavajućom točnošću računati kao umnožak brzine u sredini otvora i površine protjecajnog mlaza već treba voditi brigu o profilu brzine po protjecajnom presjeku tj. provoditi integraciju profila brzina.

U ovim vježbama će se oba otvora na fizikalnom modelu tretirati kao mali otvor.



Slika 4.1 Istjecanje kroz mali otvor u vertikalnoj stijenci

Shema istjecanja kroz mali otvor u tankoj stjenici prikazana je na sl. 4.1. Hidrauličko značenje termina “tanka” stjenka nije vezano sa stvarnom dimenzijom debljine same stjenke. Tu se podrazumijeva da su rubovi otvora formirani tako da je uvijek definirana točka odvajanja mlaza od stjenke (te da se ona ne pomiče), te da sama debljina stjenke ne utječe na oblik mlaza.

Pri formiranju mlaza kod istjecanja tekućine kroz otvor u stjenici, zbog inercijalnih sila, trajektorije pojedinih čestica u profilu samog otvora nisu međusobno paralelne. Zbog krivolinijskog gibanja čestica postoje i razlike tlaka u presjeku mlaza neposredno uz otvor. On se povećava od krajeva mlaza (gdje ima vrijednost jednaku atmosferskom) prema središtu otvora, dok se brzine, obrnuto, smanjuju od krajeva prema središtu.

Na nekoj udaljenosti od ravnine otvora (za kružne otvore približno na udaljenosti  $0.5d$ , gdje je  $d$  promjer otvora), zakrivljenost strujnica se smanjuje i pojedine strujnice postaju gotovo paralelne. Istovremeno nastaje znatno smanjenje protjecajnog presjeka mlaza i u odnosu na presjek otvora. Presjek  $B-B'$  na slici 4.1 (najbliži otvoru) u kojem nastaje strujanje sa gotovo paralelnim strujnicama se zove *suženi ili kontrahirani presjek (Vena contracta)*.

Ako se površina otvora označi sa  $A$ , a površina suženog (kontrahiranog) presjeka mlaza sa  $A_c$  tada se *koeficijent suženja ili koeficijent kontrakcije*  $c_c$  definira kao

$$c_c = \frac{A_c}{A} \quad (4.1)$$

Primjenjujući Bernoullievu jednadžbu na promatrano istjecanje, odabrat će se dva protjecajna presjeka u kojima su strujnice međusobno paralelne i to 1) presjek na slobodnoj površini tekućine u posudi i 2) suženi (kontrahirani) presjek mlaza. Pretpostavit će se da je tlak u oba presjeka jednak atmosferskom.

Bernoullieva jednadžba za presjeke  $A-A'$  i  $B-B'$  (sl. 4.1) sa referentnom horizontalnom ravninom kroz os suženog presjeka mlaza glasi:

$$H + \frac{p_o}{\rho g} + \frac{\alpha_o v_o^2}{2g} = 0 + \frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g} + h_{tr} \quad (4.2)$$

pri čemu su:

$v_o$  - brzina tekućine u presjeku  $A-A'$ ,

$v$  - brzina istjecanja u suženom presjeku  $B-B'$ ,

$p_o$  - tlak u presjeku  $A-A'$  (usvojiti će se atmosferski)

$p$  - tlak u presjeku  $B-B'$  (usvojiti će se atmosferski)

$h_{tr}$  - gubitak energije (ovdje lokalni) pri istjecanju iz otvora u tankoj stjenici.

Izraz:

$$H_o = \frac{p_o - p}{\rho g} + H + \frac{\alpha_o v_o^2}{2g} \quad (4.3)$$

naziva se *aktivni tlak*, a gubici energije prikazuju se u obliku:

$$h_{tr} = \sum \zeta \frac{v^2}{2g}$$

U tom slučaju je:

$$\sum \zeta = \zeta_{ts}$$

gdje je  $\zeta_{ts}$  koeficijent gubitaka pri istjecanju iz otvora u tankoj stjenci.

Brzina tekućine u suženom presjeku je definirana izrazom:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \sum \zeta}} \cdot \sqrt{2gH_o} \quad (4.4)$$

prvi faktor na desnoj strani se zove *koeficijent brzine* i u općem obliku je:

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \sum \zeta}} \quad (4.5)$$

Brzina istjecanja iz otvora u tankoj stjenci se tada može definirati:

$$v = \varphi \sqrt{2gH_o} \quad (4.6)$$

Budući da je površina mlaza  $A_c = c_c \cdot A$ , protok je definiran kao  $Q = A_c \cdot v = c_c \cdot A \cdot v$ , a nakon uvrštenja izraza za brzinu (4-6) za protok se dobiva izraz:

$$Q = \varphi c_c A \sqrt{2gH_o} = \mu A \sqrt{2gH_o} \quad (4.7)$$

U gornjoj jednadžbi je produkt koeficijenta brzine  $\varphi$  i koeficijenta suženja (kontrakcije)  $c_c$  prikazan jednim koeficijentom, koji se zove koeficijent protoka i označava sa  $\mu$ :

$$\mu = \varphi c_c \quad (4.8)$$

Jednadžbe (4.6) i (4.7) određuju brzinu i protok pri istjecanju kroz otvor u tankoj stjenci. U hidrotehničkoj praksi najčešće je:

$$p_o = p = p_{at.}$$

U takvom slučaju jednadžba 4.3 poprima oblik:

$$H_o = H + \frac{\alpha_o v_o^2}{2g} \quad (4.9)$$

Također se vrlo često može usvojiti da vrijedi  $H_o \approx H$ , ako se veličina  $\frac{\alpha_o v_o^2}{2g}$  u usporedbi s veličinom  $H$  može zanemariti, tj. ako se aktivni tlak izjednači s dubinom vode  $H$  iznad težišta otvora.

U promatranom slučaju brzina dotjecanja  $v_o$  može se odrediti po formuli:

$$v_o = \frac{Q}{A_o} \quad (4.10)$$

gdje je  $A_o$  površina živog presjeka A-A'.

U slučaju kad je  $v \approx 0$  i uz pretpostavku  $p_o = p$ , jednažba (4.7) može se svesti na oblik

$$Q = \mu A \sqrt{2gH} \quad (4.11)$$

Gornja jednažba vrijedi za mali otvor. Njegova dimenzija po visini mora biti manja od  $0.1H$ .

GRAĐEVINSKI FAKULTET  
SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
Diplomski studij

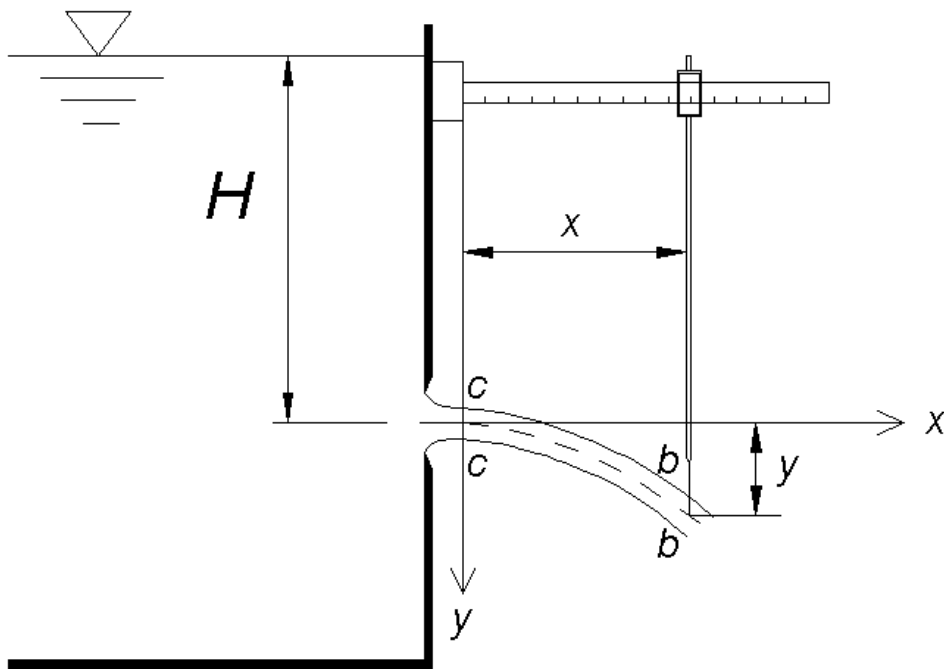
Šk.god.

Predmet: HIDRAULIKA

Student :

Mat.broj :

Zadatak 4: **Istjecanje kroz otvore na bočnoj stijenci**



Svrha ispitivanja:

Za istjecanje vode kroz manji i veći otvor na modelu, potrebno je za svaki otvor odrediti koeficijent brzine  $\varphi$ , koeficijent kontrakcije  $c_c$ , te koeficijent protoka  $\mu$ . Baždarenje traženih koeficijenata izvodi se mjerenjem protoka na Thomsonovom preljevu te mjerenjem geometrije slobodnog mlaza vode pri istjecanju kroz oštroidni otvor.

Tok ispitivanja:

Posebno se ispituje, u dva odvojena pokusa, istjecanje kroz svaki otvor posebno, no načelno na isti način. U stacionarnom režimu istjecanja se izmjere koordinate  $x$  i  $y$  za tri karakteristične točke mlaza (vidi sliku), te visina vodnog stupca  $H$  iznad otvora. Pritom se izmjeri i protok pomoću Thomsonovog preljeva. Promjer manjeg otvora na modelu je  $d = 1$  cm, a promjer većeg otvora je  $D = 3$  cm.

Obrada podataka:

Prema kinematičkoj jednadžbi horizontalnog mlaza vode (horizontalni hitac), brzina u bilo kojem presjeku je definiran izrazom:

$$v_c = x \sqrt{\frac{g}{2y}}$$

Kako bi se čim više anulirao utjecaj greške mjerenja, iz tri para vrijednosti  $x, y$  odredi se srednja vrijednost brzine u kontrahiranom presjeku  $\bar{v}_c$  kao aritmetička sredina triju vrijednosti za  $v_c$ .

Koeficijent brzine određen je tada izrazom

$$\varphi = \frac{\bar{v}_c}{\sqrt{2gH}}$$

Obzirom da je strujanje stacionarno, protok kroz model (a time i protok mlaza) se računa pomoću preljevne visine  $H_T$  izmjerene na Thomsonovom preljevu na osnovu jednadžbe  $Q = 1,4 \cdot H_T^{2,5}$ , gdje je  $Q$  (m<sup>3</sup>/s), ako je  $H_T$  (m).

Koeficijent kontrakcije, na osnovu poznatog protoka i brzine u kontrahiranom presjeku, izračunava se prema jednadžbi:

$$c_c = \frac{A_c}{A} = \frac{Q}{v_c A}$$

pri čemu je  $A$  površina danog otvora. Koeficijent protoka za ispitivani otvor definiran je izrazom:

$$\mu = \varphi c_c$$

Usporedi tako dobivenu vrijednost koeficijenta protoka s vrijednošću izračunatom prema jednadžbi:

$$\mu = \frac{Q}{A \cdot \sqrt{2gH}}$$

DODATAK : Tablica za upis mjernih podataka

Manji otvor $d = 1$ cm				Veći otvor $D = 3$ cm					
Karakteristične točke mlaza			$H$ (m)	$H_T$ (m)	Karakteristične točke mlaza			$H$ (m)	$H_T$ (m)
	$x$ (m)	$y$ (m)				$x$ (m)	$y$ (m)		
1					1				
2					2				
3					3				

Zadano:

Pregledao:

Rok predaje: