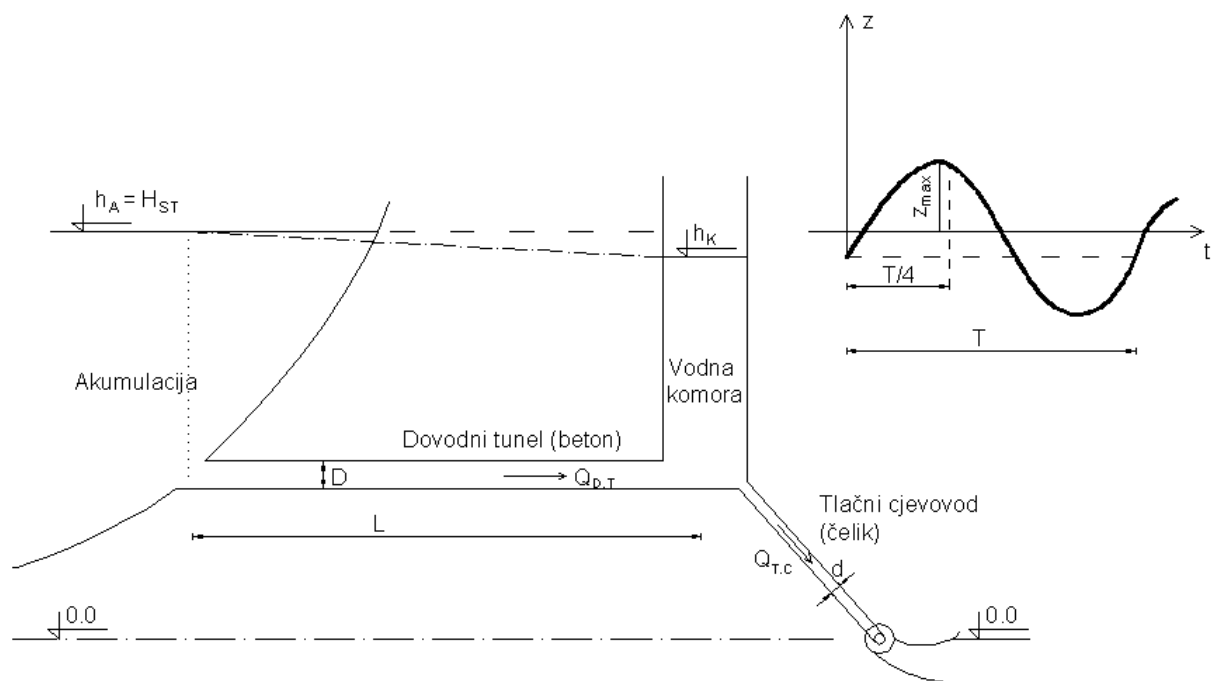


VII vježba

Oscilacija vodnih masa u sustavu sa vodnom komorom

U sistemima pod tlakom se vrlo često javlja nestacionarno strujanje zbog uključivanja ili isključivanja crpki ili turbina, promjene potrošnje,.... te se iz tog razloga tijekom vremena mijenja protok u cijevima. Promjena brzine vode uzrokuje promjenu kinetičke energije. U slučaju kad dolazi do znatnije promjene brzine vode potrebno je kinetičku energiju vode postepeno poništiti kako smanjenje kinetičke energije ne bi uzrokovalo veliku promjenu tlaka. Iz tog razloga se projektiraju i grade objekti koji će kinetičku energiju pretvoriti u energiju položaja (tlaka) te postepeno poništiti, odnosno uslijed trenja pretvoriti u toplinsku. Za sprječavanje vodnog udara se najčešće grade vodne komore i zračni kotlići. Da bi se mogla dimenzionirati komora ili zračni kotlić potrebno je provesti odgovarajući hidraulički proračun.

Prilikom provedbe hidrauličkog proračuna je potrebno zadovoljiti jednadžbu kontinuiteta i dinamičku jednadžbu.



Slika 8.1 Skica vodne komore sa karakterističnim hidrotehničkim veličinama

Za vodnu komoru prikazanu na slici 8.1 se može napisati dinamička (Bernoullieva) jednadžba u obliku:

$$h_A = h_K + \Delta h_{DT} + \frac{L}{g} \frac{dv}{dt} \quad (8.1)$$

pri čemu je:

- h_A - kota (energija položaja) u akumulaciji
- h_K - kota (energija položaja) u vodnoj komori
- Δh_{DT} - gubitak energije uslijed trenja u dovodnom tunelu pri čemu je pozitivan za tok u vodnu komoru

$\frac{L}{g} \frac{dv}{dt}$ - dio kinetičke energije koji se troši na promjenu brzine mase vode u sistemu

Osim dinamičke jednadžbe mora biti zadovoljena i jednadžba kontinuiteta:

$$Q_{DT} - Q_{TC} = F \cdot \frac{dz}{dt} \quad (8.2)$$

pri čemu je:

$Q_{D.T}$	protok u dovodnom tunelu
$Q_{T.C}$	protok u tlačnom cjevovodu (protok prema turbini)
F	površina vodne komore u horizontalnom presjeku
$\frac{dz}{dt}$	brzina oscilacija u vodnoj komori

Za potpuno zatvaranje dotoka prema turbini ($Q_{TC} = 0$) vrijedi:

$$Q = F \cdot \frac{dz}{dt} \quad (8.3)$$

$$h_K(t_i) = h_A + z(t_i)$$

$$z_{t_i} = -\Delta h_{DT}(t_{i-1}) - \frac{L}{g} \frac{dv}{dt} \quad (\text{iz jednadžbe 8.1})$$

$$\text{za } \frac{dv}{dt} < 0 \text{ (usporavanje vode u D.T)} \rightarrow -\frac{L}{g} \cdot \frac{dv}{dt} > 0 \rightarrow \text{raste "z"}$$

Diskretizacija jednadžbi:

$$z(t_i) = -\Delta h_{DT} \left(t_{i-1} \right) - \frac{L}{g} \frac{\Delta v}{\Delta t} = z \left(t_{i-1} \right) + \Delta z$$

$$Q(t_i) = F \cdot \frac{\Delta z}{\Delta t} = Q \left(t_{i-1} \right) + \Delta Q$$

$$\Delta z = ?, \Delta Q = ?$$

$$\Delta z = -\Delta h_{DT} \left(t_{i-1} \right) - \frac{L}{g} \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} - z \left(t_{i-1} \right)$$

$$\Delta v = \frac{\Delta Q}{A}$$

$$\Delta z = -\Delta h_{DT} \left(t_{i-1} \right) - \frac{L}{g} \cdot \frac{\Delta Q}{A \cdot \Delta t} - z \left(t_{i-1} \right) \quad \text{pri čemu je} \quad \Delta Q = \frac{F \Delta z}{\Delta t} - Q \left(t_{i-1} \right)$$

$$\Delta z = -\Delta h_{DT} \left(t_{i-1} \right) - \frac{L}{g A \Delta t} \cdot \left(\frac{F \Delta z}{\Delta t} - Q \left(t_{i-1} \right) \right) - z \left(t_{i-1} \right)$$

$$\Delta z = -\Delta h_{DT} \left(t_{i-1} \right) - \frac{L \cdot F}{g A \Delta t^2} \cdot \Delta z + \frac{L \cdot Q \left(t_{i-1} \right)}{g A \Delta t} - z \left(t_{i-1} \right)$$

$$\Delta z \left(1 + \frac{L \cdot F}{g A \Delta t^2} \right) = -\Delta h_{DT} \left(t_{i-1} \right) + \frac{L \cdot Q \left(t_{i-1} \right)}{g A \Delta t} - z \left(t_{i-1} \right)$$

U konačnici se dobiva jednačina kojom je definiran porast razine vode u vodnoj komori u jednom vremenskom inkrementu:

$$\Delta z = \frac{-\Delta h_{DT}(t_{i-1}) + \frac{L \cdot Q(t_{i-1})}{g \cdot A \Delta t} - z(t_{i-1})}{1 + \frac{L \cdot F}{g \cdot A \Delta t^2}}$$

pri čemu je: $\Delta h_{DT}(t_{i-1}) = S \cdot Q^2(t_{i-1})$; $S = \frac{8\lambda \cdot L}{D^5 \pi^2 g} = const$

Za proračun se može usvojiti vremenski korak:

$$\Delta t = \frac{T}{20} \quad (s)$$

$$\frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{L \cdot F}{g \cdot A}} \quad 1/4 \text{ perioda oscilacija}$$

Za rješavanje ove jednačine je potrebno definirati i početne uvjete:

Početni uvjet: $t = 0$:

$$\begin{aligned} Q(0) &= Q_o \\ \Delta h_{DT}(0) &= \Delta h_o = S \cdot Q_o^2 \\ z(0) &= -\Delta h_o \\ \Delta z &= 0 \\ \Delta Q &= 0 \end{aligned}$$

Kriterij stabilnosti oscilacija \Rightarrow slijedi odabir F

$$F_{Th} = \frac{V_o^2}{2g} \cdot \frac{L \cdot A}{\Delta h_o (H_{ST} - \Delta h_o)} \quad (\text{Thoma})$$

Ovaj kriterij je dobiven na osnovu analize diferencijalne jednačine oscilacija za običnu cilindričnu komoru.

$$F = 1.5 F_{Th} \text{ za običnu cilindričnu komoru}$$

$$F = 1.25 F_{Th} \text{ za raščlanjenu komoru}$$



n	$t(s)$	$\Delta h_{DT}(m)$	$\Delta z(m)$	$Z(t)$	$h_K(t)$	$Q(t)$	ΔQ
0	0						
1	Δt						
2	$2\Delta t$						
.							
.							
.							
100	$100\Delta t$						

└ naglasiti max. kotu

Sve vrijednosti dosljedno zaokruživati na 3 decimale (Točnost 1 mm 1 l/s)

gdje je:

$$\Delta h_{DT}(t_{i-1}) = S Q^2(t_{i-1})$$

$$z(t_i) = z(t_{i-1}) + \Delta z$$

$$h_k(t_i) = h_A + z(t_i)$$

$$Q(t) = F \Delta z / \Delta t$$

$$\Delta Q = Q(t_i) - Q(t_{i-1})$$

Treba uočiti trend prigušenja Δz (stabilne oscilacije)

$$\text{za } t \rightarrow \infty: z \rightarrow 0$$

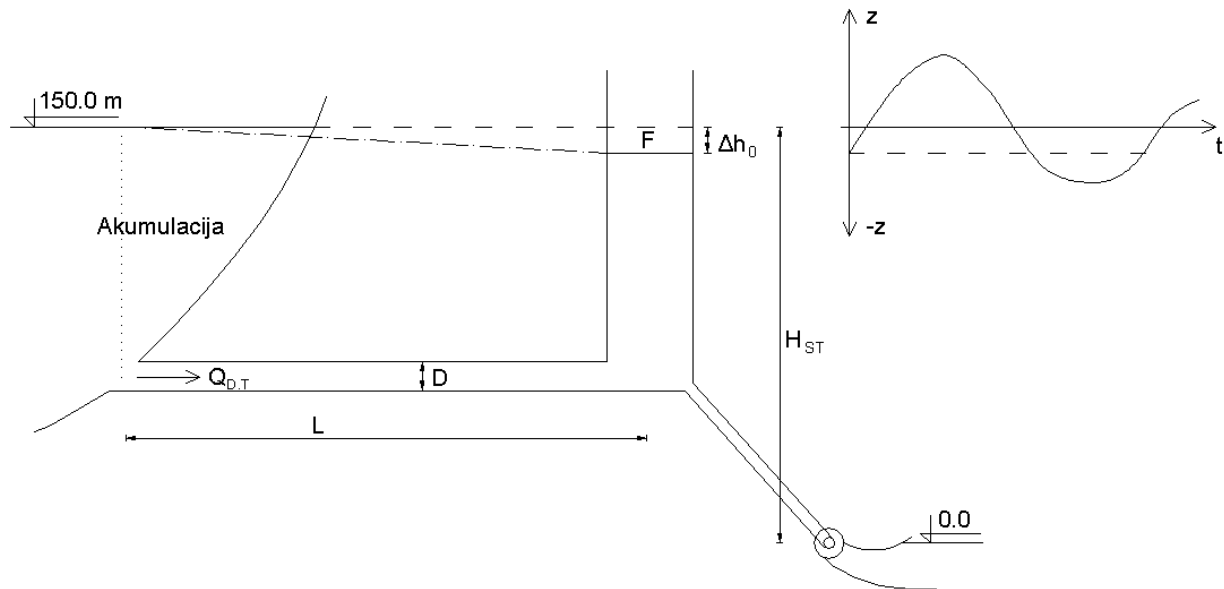
Iako su vodni udar u tlačnom cjevovodu i oscilacije vodnih masa u dovodnom tunelu i vodnoj komori dijelovi jednog te istog hidrauličkog sustava, nestacionarne pojave koje nastaju prilikom promjene režima rada u strojarnici je u većini slučajeva moguće odvojeno računati.

Vodni udar se odvija pod dominantnim utjecajem sila inercije i sila elastičnosti i njegovo trajanje se mjeri u sekundama. Jedna od projektnih zadaća je odrediti najkraće dopušteno vrijeme zatvaranja ventila na strojarnici iz uvjeta pojave dopuštenih tlakova u tlačnom cjevovodu.

Oscilacije u dovodnom tunelu i vodnoj komori se odvijaju pod dominantnim utjecajem sila inercije i sila viskoznosti i mogu trajati vrlo dugo (satima) do potpunog smirenja. U većini slučajeva se najveći prirast tlaka uslijed vodnog udara zbije prije no što su oscilacije dobile značajne vrijednosti.

Primjer : proračun oscilacija vode u vodnoj komori

Za sistem na slici i trenutno zatvaranje vode u turbini odredite oscilacije razine vodnog lica u vodnoj komori, numeričkom integracijom.

**ZADANO:**

$$L = 3\,800 \text{ m}$$

$$D = 3.0 \text{ m}$$

$$Q_o = 5.0 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$F = 20 \text{ m}^2$$

$$\lambda = 0.02$$

$$H_{st} = 150 \text{ m}$$

za $z = 0$:

$$v_o = \frac{Q_o}{A} = 0.7077 \text{ m/s}$$

$$\Delta h_o = S \cdot Q_o^2 = 0.646 \text{ m}$$

$$\Delta h_{DT} = \lambda \cdot \frac{L v_o^2}{D 2g} = \lambda \cdot \frac{L Q_o^2 \cdot 16}{D D^4 \pi^2 \cdot 2g} = \frac{8\lambda L}{D^5 \pi^2 g} \cdot Q_o^2 = S \cdot Q_o^2$$

$$F > \frac{v_o^2}{2g} \frac{L \cdot A}{\Delta h_o (H_{st} - \Delta h_o)} \quad F > \frac{0.707^2}{9.81 \cdot 2} \cdot \frac{3800 \cdot 3^2 \pi}{4 \cdot 0.646 (150 - 0.646)} \quad F > 7.099$$

GRAĐEVINSKI FAKULTET
SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
Diplomski studij

Šk.god.

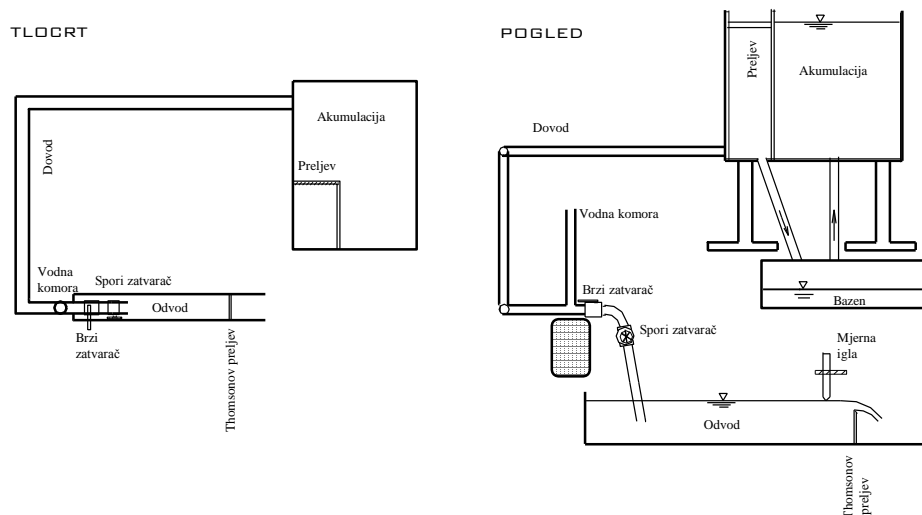
Student :
Mat.broj :

Predmet: HIDRAULIKA

Zadatak 8 : Proračun oscilacija razine vode na fizikalnom modelu vodne komore

Svrha ispitivanja:

Za slučaj naglog zatvaranja vode na modelu vodne komore potrebno je za dane uvjete odrediti oscilacije vodnih razina u vodnoj komori numeričkom integracijom, te tako dobivene vrijednosti usporediti s vrijednostima izmjenjenima na modelu.



Slika 8.1 Skica fizikalnog modela

Zadatak:

a) Potrebno je na modelu izbaždariti karakteristiku dovodne cijevi S . To se određuje posredno, uz pomoć mjerenja protoka Q_0 na Thomsonovom preljevu, te iz izmjenjenog pada energetske kote do vodne komore Δh_0 (u odnosu na statičku razinu gornje vode), a za stacionarne uvjete tečenja koji prethode oscilacijama u vodnoj komori.

b) Numeričkom integracijom jednadžbi oscilacija u vodnoj komori, odrediti vrijednosti razina vode u vodnoj komori u prvom periodu oscilacija T , te tako dobivene vrijednosti usporediti s vrijednostima maksimuma i minimuma oscilacija izmjenjenima na modelu (h_{max} i h_{min}).

Tok ispitivanja :

Uz zatvorene zatvarače na odvodu vodne komore, sustav se puni pri uključenoj pumpi do kote "nule" skale na vodnoj komori, što odgovara punoj akumulaciji.

Radna grupa ispitivača dobiva zadanu vrijednost $\Delta h_0 = (0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6 \text{ m})$ koju ostvari regulacijom "sporog" zatvarača na odvodu, te se pričekava stacioniranje tečenja kroz

sustav. Višak vode se preljeva iz akumulacije održavajući kotu gornje vode konstantnom i osiguravajući stacionarnost razine u akumulaciji (rubnog uvjeta).

Izmjeri se vrijednost H_{st} = razlika vodnih razina u akumulaciji (gornja voda) i na Thomsonovom preljevu (donja voda). Provjeri se uvjet stabilnosti oscilacija prema Thominom kriteriju. Na Thomsonovom preljevu izmjeri se preljerna visina H_{TH} pomoću koje se izračuna protok $Q_o = 1.4 H_{TH}^{2.5}$, pri ostvarenom Δh_o .

Pri postignutim uvjetima tečenja, naglim se zatvaranjem na "brzom" zatvaraču odvoda, osigurava pojava oscilacija u vodnoj komori za koju je potrebno očitati maksimalnu i minimalnu vrijednost h_{max} i h_{min} (u prvom periodu oscilacija), te izmjeriti vrijeme trajanja prvog perioda T .

Obrada podataka :

Za zadane i izmjerene parametre sustava akumulacija–dovod–vodna komora, numeričkom integracijom riješiti kolebanje vodne razine u vodnoj komori za prvi period oscilacija. Vrijednosti oscilacija dobivene numeričkim putem, usporediti s mjerenim podacima na modelu.

Zadane konstante modela:

$L = 8.10$ m (duljina dovoda do vodne komore)

$D = 48.96$ mm (promjer dovoda i vodne komore)

$F = 0.001883$ m² (površina vodne komore)

$^oH_{TH} = 240.4$ mm (nulto očitavanje mjerne igle na Thomsonovom preljevu)

DODATAK: *Tablica za upis mjernih podataka*

Stacionarno stanje			Stanje oscilacija u vodnoj komori		
Δh_o	H_{st}	$^1H_{TH}$	h_{max}	h_{min}	T
(m)	(m)	(mm)	(m)	(m)	(s)

Zadano:

Pregledao:

Rok predaje:

GRAĐEVINSKI FAKULTET
SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
Diplomski studij

Šk.god.

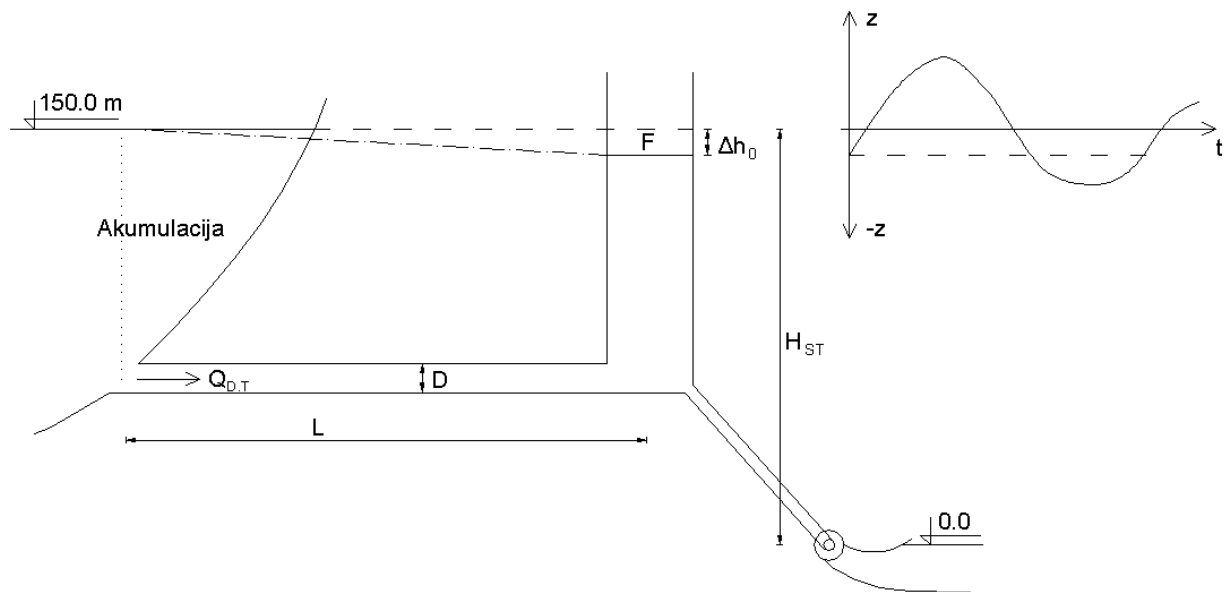
Student :

Mat.broj :

Predmet: HIDRAULIKA

Zadatak 8 : Proračun oscilacija vode u vodnoj komori

Za sistem na slici i trenutno zatvaranje dovoda vode prema turbini odredite oscilacije razine vodnog lica u vodnoj komori numeričkom integracijom.



ZADANO:

$$\begin{aligned}
 L &= \quad \text{m} \\
 D &= \quad \text{m} \\
 Q_o &= \quad \text{m}^3/\text{s} \\
 F &= \quad \text{m}^2 \\
 \lambda &= \\
 H_{st} &= \quad \text{m}
 \end{aligned}$$

Zadano:

Pregledao:

Rok predaje: