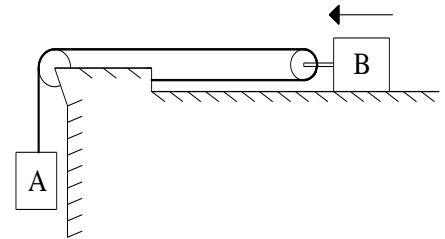


VEZANO I RELATIVNO GIBANJE

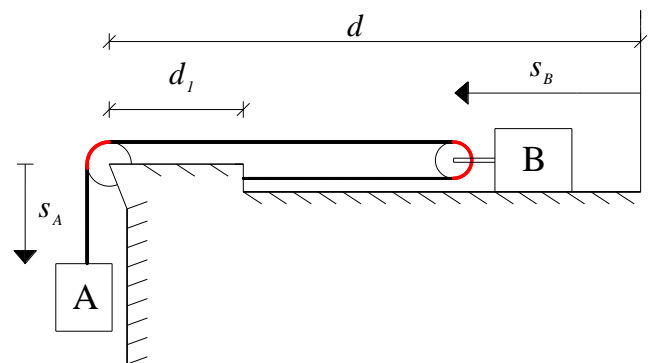
1. zadatak:

Tereti (čestice) A i B vezani su nerastezljivim užetom prebačenim preko sustava kolotura i miruju u prikazanom položaju. U jednom trenutku teret A počne se spuštati s konstantnim ubrzanjem $0,5m/s^2$. Treba odrediti brzine oba tereta u trenutku kad se teret A spusti za $2,25m$. Koliko je u tom trenutku **relativna brzina** tereta B u odnosu na teret A?



Zadani sustav ima jedan stupanj slobode gibanja budući da samo jedna koordinata smije biti proizvoljno odabrana (pomak jednog tereta). Iz uvjeta da je uže nerastezljivo, odnosno da se njegova dužina za vrijeme gibanja ne mijenja, može se napisati jednadžba koja povezuje zakone gibanja tereta A i tereta B. Treba definirati ukupnu duljinu užeta L pomoću dijelova koje mijenjaju svoju veličinu ovisno o položaju zadanih čestica (s_A i s_B), i dijelova užeta koje naliježu na koloturu L_{nk} (označeno crvenom bojom) koji su konstantne veličine.

Treba uočiti da su s_A i s_B promjenjive **usmjerene** veličine (varijable) koje pokazuju kako se gibaju tereti A i B, odnosno pokazuju udaljenost i smjer gibanja pomične točke po pravcu, u odnosu na odabranu nepomičnu točku. Pozitivni predznak u rješenju znači da je smjer gibanja dobro pretpostavljen. Ako je predznak negativan, teret se ne giba u pretpostavljenom smjeru nego suprotno od pretpostavljenog smjera.



Povezanost gibanja tereta B i tereta A:

$$L = s_A + d - d_1 - s_B + d - s_B + L_{nk} \quad c = 2d - d_1 + L_{nk} = const.$$

$$L = s_A - s_B + c / \frac{d}{dt}$$

$$v_A - 2v_B = 0 \quad \rightarrow \quad v_B = \frac{v_A}{2} \quad \Big| \quad \frac{d}{dt} \quad \rightarrow \quad a_B = \frac{a_A}{2}$$

Gibanje tereta A počinje iz mirovanja i odvija se po pravcu, a zadano je jednolikim ubrzanjem od $0,5m/s^2$ prema dolje:

$$a_A = 0,5 = const \quad \rightarrow \quad v_A = 0,5t + v_0 = 0,5t \quad \rightarrow \quad s_A = \frac{0,5t^2}{2}$$

$$s_{A1} = 2,25m \quad \rightarrow \quad t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,25}{0,5}} = 3$$

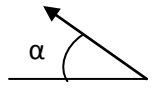
Za trenutak $t_1=3s$ brzine tereta su:

$$v_{A1} = 1,5 \text{ m/s} \quad \rightarrow \quad \vec{v}_{A1} = -1,5 \vec{j}$$

$$v_{B1} = 0,75 \text{ m/s} \quad \rightarrow \quad \vec{v}_{B1} = -0,75 \vec{i}$$

Relativna brzina tereta B u odnosu na teret A u trenutku $t_1 = 3 \text{ s}$ jednaka je razlici vektora apsolutnih brzina:

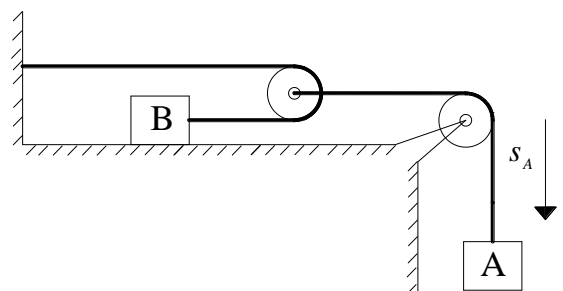
$$\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$$

$$\vec{v}_{BA1} = \vec{v}_{B1} - \vec{v}_{A1} \quad \rightarrow \quad \vec{v}_{BA1} = -0,75 \vec{i} + 1,5 \vec{j} \quad \rightarrow \quad v_{BA1} = 1,677 \text{ m/s} \quad \alpha = 63,43^\circ$$


2. zadatak:

Tereti (čestice) A i B povezani su sustavom užadi prema slici. Teret A se giba prema dolje konstantnom brzinom $v_A = 4 \text{ m/s}$. Potrebno je odrediti:

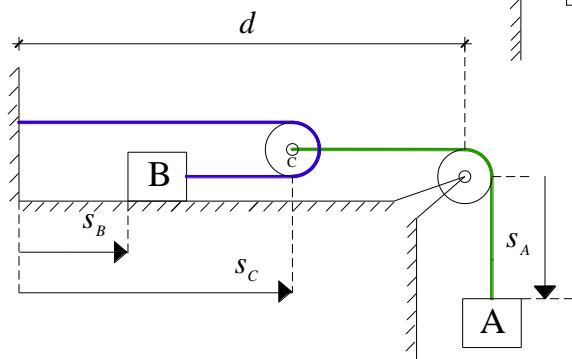
- brzinu tereta B.
- relativnu promjenu položaja tereta B u odnosu na teret A, u vremenu od 6 s .



Tereti A i B vezani su sa dva nerastezljiva užeta, te imamo dva uvjeta vezanog gibanja:

$$L_1 = \text{const.}$$

$$L_2 = \text{const.}$$



$$L_1 = s_c + (s_c - s_B) + L_{nk1} \left| \frac{d}{dt} \right| \quad \rightarrow \quad 2v_C - v_B = 0$$

$$L_2 = d - s_c + s_A + L_{nk2} \left| \frac{d}{dt} \right| \quad \rightarrow \quad v_C = v_A$$

$$v_B = 2v_A \quad \rightarrow \quad \vec{v}_B = 8,0 \vec{i} \text{ m/s}$$

Prijeđeni putevi tereta A i B do trenutka $t_1 = 6 \text{ s}$ su:

$$s_{A1} = v_A \cdot t_1 = 24 \text{ m} \quad \vec{s}_{A1} = -24 \vec{j}$$

$$s_{B1} = v_B \cdot t_1 = 48 \text{ m} \quad \vec{s}_{B1} = 48 \vec{i}$$

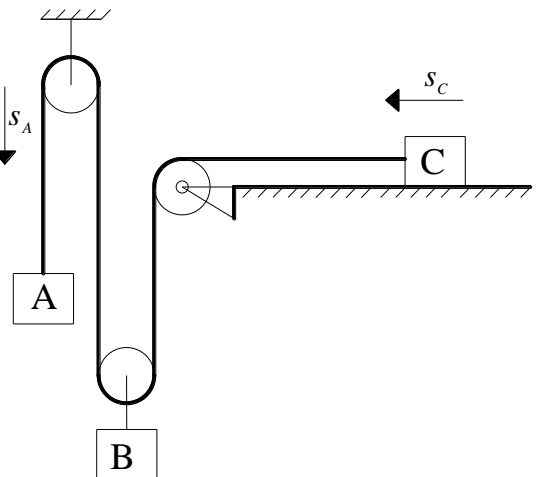
Relativna promjena položaja tereta B u odnosu na teret A u tom intervalu vremena je:

$$\vec{s}_{BA} = \vec{s}_B - \vec{s}_A = 48 \vec{i} + 24 \vec{j} \quad s_{BA} = 53,67 \text{ m}$$

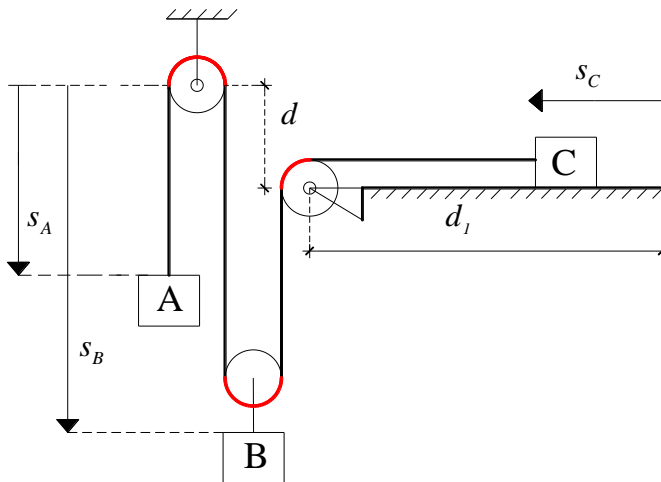
Relativni pomak je $53,67 \text{ m}$, i usmjeren je pod kutem od $26,57^\circ$ prema pozitivnom smjeru osi x .

3.zadatak:

Tri tereta (čestice) A, B i C vezane su nerastezljivim užetom prebačenim preko sustava kolotura kako je prikazano na slici. Ako su poznati zakoni gibanja tereta A i tereta C (s_A i s_C), potrebno je odrediti zakon gibanja, zakon promjene brzine i zakon promjene ubrzanja tereta B.



Treba uočiti da zadani sustav ima dva stupnja slobode gibanja odnosno dvije koordinate smiju biti proizvoljno odabrane (s_A i s_C).



Tereti se gibaju po pravcu te se deriviranjem zadanih zakona gibanja mogu odrediti zakoni promjene brzina, a zatim ponovnim deriviranjem i zakoni ubrzanja.

$$v_A(t) = \frac{d}{dt}(s_A(t)) \quad \rightarrow \quad a_A(t) = \frac{d}{dt}(v_A(t))$$

$$v_C(t) = \frac{d}{dt}(s_C(t)) \quad \rightarrow \quad a_C(t) = \frac{d}{dt}(v_C(t))$$

Povezanost gibanja tri tereta uvjetovana je nerastezljivim užetom:

$$L = (d - s_C) + s_B + (s_B - d_1) + s_A + L_{nk}$$

$$c_1 = d - d_1 + L_{nk} = \text{const.}$$

$$L = 2s_B + s_A - s_C + c_1 \quad \left| \frac{d}{dt} \right.$$

$$2v_B + v_A - v_C = 0 \quad \left| \frac{d}{dt} \right. \quad \rightarrow \quad v_B = \frac{v_C - v_A}{2}$$

$$2a_B + a_A - a_C = 0 \quad \rightarrow \quad a_B = \frac{a_C - a_A}{2}$$