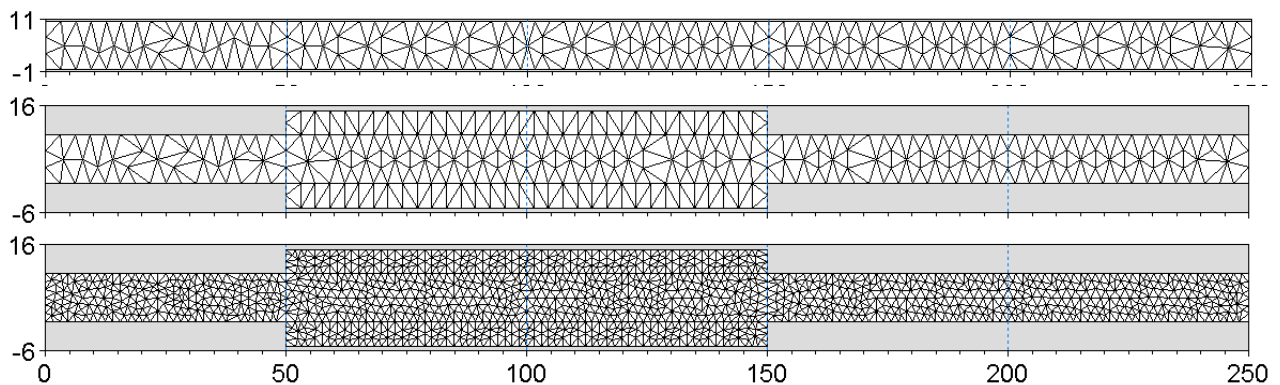


## 1. Uvod

Cilj ove vježbe je uspostava dvodimenzionalnog numeričkog modela stacionarnog i nejednolikog strujanja uslijed promjene geometrije proticajnog korita. Kanali su pravokutnog proticajnog profila i horizontalnog dna. Tečenje je u mirnom režimu. Analiziraju se slučajevi naglog proširenje i suženja korita te naglog produbljenja i uzdignuća korita. Rubni uvjeti definirani su sa protokom  $Q=20\text{m}^3/\text{s}$  na ulaznoj (lijevoj) otvorenoj granici i konstantnim razinama vodnog lica na nizvodnoj (desnoj) otvorenoj granici. Početni uvjet definiran je horizontalnim vodnim licem na cijeloj analiziranoj dionici. Protok na ulaznoj otvorenoj granici se linearno povećava od inicijalne vrijednosti  $0\text{m}^3/\text{s}$  do konačne vrijednosti  $20\text{m}^3/\text{s}$  tijekom perioda „zagrijavanja“ modela od 1800s. Nadalje, varirana je horizontalna rezolucija modelske domene. Nakon postizanja stacionarnog polja strujanja i denivelacije vodnog lica, proračunavaju se lokalni gubici uslijed nejednolikosti toka a modelski rezultati se uspoređuju s proračunatim vrijednostima dobivenim iz teoretske razrade problema.

## 2. Prostorna domena problema i provedeni pokusi

Modelske domene s prostornom diskretizacijom u vidu nestrukturirane mreže prikazane su na slici 2.1. Horizontalni prostorni korak između težišta diskretizacijskih trokutnih ćelija (proračunskih čvorova) je od  $\approx 3\text{m}$  u slučaju grublje rezolucije i  $\approx 1\text{m}$  u slučaju finije prostorne rezolucije. Nomenklatura provedenih analiza, zajedno s karakterističnim modelskim obilježjima prikazana je u tablici 2.1.



**Slika 2.1 Modelske domene s prostornom diskretizacijom u vidu nestrukturirane mreže**

**(gore – kanal jednolike širine 10m s naglim produbljenjem dna od -2m na -4m ( $x=50\text{m}$ ) te naglim uzdignućem od -4m na -2m ( $x=150\text{m}$ ); sredina - kanal s jednolikom kotom dna na -4m te naglim proširenjem sa širine 10m na 20m ( $x=50\text{m}$ ) i naglim suženjem sa širine 20m na 10m ( $x=150\text{m}$ ); dolje – isto kao i sredina ali proračunska mreža sa finijom prostornom rezolucijom)**

U parametrizaciji modela korištene su iste vrijednosti konstanti za sve provedene analize. Hrapavost i Smagorinsky koeficijent u modelu su usvojeni kao prostorno homogeni s vrijednostima 0,031 (Manningovog koeficijenta hrapavosti) i 0,28.

**Tablica 2.1 Nomenklatura provedenih analiza s karakterističnim modelskim obilježjima**

analiza	hor. rez. (m)	dubina (m)	širina (m)
1	3	2/4/2	10
2	3	2	10/20/10
3	1	2	10/20/10

### 3. Teorijski model

Energetska razina bilo koje točke uzduž strujnice kojom se aproksimira otvoreni vodotok, promatran kao jednodimenzionalan, može se izraziti sumom Bernoulli-jevih članova izraženih u visinskom obliku:

$$E = \frac{V^2}{2g} + y + z \quad (3.1)$$

gdje je:  $y$  vertikalna udaljenost od promatrane točke do horizontalne ravnine vodnog lica;  $z$  vertikalna udaljenost promatrane točke od referentne geodetske ravnine;  $V$  srednja brzina u poprečnom presjeku u uzdužnom smjeru;  $E$  ukupna mehanička energija promatrane točke u poprečnom presjeku.

Pri strujanju realne tekućine gubi se energija u longitudinalnom smjeru pri čemu dolazi do pada energetske linije. Nagib linije energije mjera je energetske gubitaka koji su formirani na infinitezimalnoj dionici toka. Diferenciranjem izraza 3.1 dobiva se:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{d(V^2/2g)}{dx} + \frac{dy}{dx} + \frac{dz}{dx} \quad (3.2)$$

Član lijeve strane izraza 3.2 predstavlja pad energetske uzduž vodotoka a član desne strane  $dz/dx$  predstavlja promjenu geodetske kote dna kanala u vertikalnom smjeru na dionici  $dx$ . Uobičajena je upotreba zamjenskih simbolnih oznaka:

$$\frac{dE}{dx} = -I_E \quad ; \quad \frac{dz}{dx} = -I_0 \quad (3.3a,b)$$

Prvi član sa desne strane izraza 3.2 predstavlja udio kinetičke energije u ukupnoj energiji točke poprečnog presjeka vodotoka. Uvođenjem oznaka protoka  $Q$  i Froude-ovog broja  $Fr$  definiranih jednakostima  $Q=V*A$  i  $Fr^2=(Q^2/gA^3)*dA/dy$  dobiva se slijedeća jednakost: (te  $dA/dy=B$ ):

$$\frac{d(V^2/2g)}{dx} = -\frac{Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dy} \frac{dy}{dx} = -\frac{Q^2 B}{gA^3} \frac{dy}{dx} = -Fr^2 \frac{dy}{dx} \quad (3.4)$$

gdje je:  $dA/dy=B$  širina presjeka vodotoka na vodnom licu.

Uvrštavanjem izraza 3.3 i 3.4 u jednadžbu 3.2 dobiva se jednakost:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{l_0 - l_E}{1 - Fr^2} \quad (3.5)$$

kojom je opisana varijacija dubine odnosno razine vodnog lica otvorenog vodotoka proizvoljnog poprečnog presjeka u kome se odvija stacionarno tečenje.

Razmatranje jednadžbe 3.5 može se izvesti u smislu promatranja idealne tekućine, odnosno slučaja u kome je član  $dE/dx = l_E = 0$ . Pojednostavljenje uvida u dio pojave od primarnog interesa dobiva se analizom kanala sa konstantnim geometrijama poprečnog presjeka (pravokutni poprečni presjek konstantne širine):

U tom slučaju izraz 3.5 se pojednostavljuje u oblik :

$$(1 - Fr^2) \frac{dy}{dx} + \frac{dz}{dx} = 0 \quad (3.6)$$

Prema jednadžbi 3.6 zadovoljenje jednakosti moguće je u sljedećim slučajevima:

- $dz/dx > 0$  i  $Fr < 1$  ; tada je  $(1 - Fr^2) > 0$  i  $dy/dx < 0$  .....pad razine vodnog lica u smjeru toka.
- $dz/dx > 0$  i  $Fr > 1$  ; tada je  $(1 - Fr^2) < 0$  i  $dy/dx > 0$  .....rast razine vodnog lica u smjeru toka.
- $dz/dx < 0$  i  $Fr < 1$  ; tada je  $(1 - Fr^2) > 0$  i  $dy/dx > 0$  .....rast razine vodnog lica u smjeru toka.
- $dz/dx < 0$  i  $Fr > 1$  ; tada je  $(1 - Fr^2) < 0$  i  $dy/dx < 0$  .....pad razine vodnog lica u smjeru toka.

Posebno interesantan slučaj jednadžbe 3.6 je slučaj  $dz/dx=0$  pri čemu izraz 3.6 daje:

$$(1 - Fr^2) dy/dx = 0 \quad (3.7)$$

Gornja jednakost biti će zadovoljena u slučaju kada je  $dy/dx=0$  i/ili  $Fr^2=1$ , odnosno pri pojavi kritične dubine (primjerice na preljevima i širokim pragovima). Ovo zadnje saznanje koristi se u mjeriteljstvu pri izvedbi mjernih kanala za mjerenje protoka (strukture poznatih geometrija) u kojima se formira kritična dubina ( $Fr^2=1 \Rightarrow h=h_{kr}$ ) a putem koje je i jednoznačno definiran protok.

Ukoliko se analizira utjecaj promjene širine proticajnog profila ( $db/dx \neq 0$ ) uz pretpostavku horizontalnog dna ( $dz/dx=l_0=0$ ) energetska jednadžba 3.1 poprima naredni oblik:

$$E = y + z + \frac{[q(x)]^2}{2gy^2} \quad (3.8)$$

gdje je:  $q(x)$  specifičan protok ( $m^3/s/m'$ ). Budući da je  $q(x)/dx \neq 0$  (zbog  $db/dx \neq 0$ ) diferenciranjem gornjeg izraza dobiva se sljedeći izraz:

$$\frac{dE}{dx} = 0 = \frac{dy}{dx} + \frac{dz}{dx} - \frac{[q(x)]^2}{gy^3} \frac{dy}{dx} + \frac{q(x)}{gy^2} \frac{d[q(x)]}{dx} \quad (3.9)$$

Usvajanjem pretpostavke o konzervativnom tečenju uzduž promatrane dionice vodotoka ( $Q=qb = konst.$ ) jednadžba 3.9 može se pisati i u narednoj notaciji:

$$b \frac{d[q(x)]}{dx} = -q(x) \frac{db}{dx} \quad (3.10)$$

Daljnijim uvrštavanjem jednadžbe 3.9 u jednadžbu 3.10 dobiva se:

$$(1 - Fr^2) \frac{dy}{dx} - Fr^2 \frac{y}{b} \frac{db}{dx} = 0 \quad (3.11)$$

Jednadžba 3.11 ukazuje na četiri interesantna slučaja sa komentarom u nastavku.

- $db/dx > 0$  i  $Fr < 1$ , tada  $(1 - Fr^2) > 0$  i  $dy/dx > 0$ .....rast razine vodnog lica u smjeru toka
- $db/dx > 0$  i  $Fr > 1$ , tada  $(1 - Fr^2) < 0$  i  $dy/dx < 0$ .....pad razine vodnog lica u smjeru toka
- $db/dx < 0$  i  $Fr < 1$ , tada  $(1 - Fr^2) > 0$  i  $dy/dx < 0$ .....pad razine vodnog lica u smjeru toka
- $db/dx < 0$  i  $Fr > 1$ , tada  $(1 - Fr^2) < 0$  i  $dy/dx > 0$ .....rast razine vodnog lica u smjeru toka

Dosadašnja analiza jednadžbe 3.1 bazirala se na pretpostavci odsustva energetske gubitaka ( $dE/dx \neq 0$ ). U nastavku se analizira jednadžba 3.1 za slučaja prisustva energetske gubitaka uzduž toka  $dE/dx \neq 0$  a uz usvajanje sljedećih pretpostavki:

- a) gubitak energije uzduž konačnog dijela dionice jednak je onom gubitku koji bi se postignuo u slučaju jednolikog tečenja sa srednjim brzinama  $V$  i hidrauličkim radijusom  $R$  na dužini promatrane dionice:

$$I_E = \frac{n^2 V^2}{R^{4/3}} \quad (3.12)$$

- b) Nagib dna kanala je relativno blag pa su dubine mjerene kao vertikalne udaljenosti od dna do vodnog lica približno jednake udaljenostima od dna kanala do vodnog lica mjerenim okomito na dno kanala
- c) Nema znatnijeg uvlačenja zraka
- d) Distribucija brzina je konstantna čime postizemo konstantnost korekcijskog koeficienta kinetičke energije
- e) Koeficient gubitaka je neovisan o dubini toka i predstavlja konstantu za analizirani raspon.

Odgovarajuća klasifikacija nejednolikih tokova dobiva se slijedećom analizom jednadžbe 3.5.

Pri određenom protoku  $Q$  formira se pripadna dubina  $y$ . Pri povećanju  $y$  dolazi do smanjenja  $Fr$  i  $I_E$ . Usvajanjem pretpostavke  $I_E = I_0$  pri tečenju sa normalnom dubinom ( $y = y_N$ ) za anлізу ostaju sljedeći slučajevi nejednakosti:

$$I_E > \text{ili} < I_0 \text{ ovisno o } y > \text{ili} < y_N \quad (3.13)$$

$$Fr > \text{ili} < 1 \text{ ovisno o } y > \text{ili} < y_k \text{ ( } y_k \text{ oznaka kritične dubine )} \quad (3.14)$$

Prema gore navedenim nejednakostima provodi se klasifikacija u tri grupe:

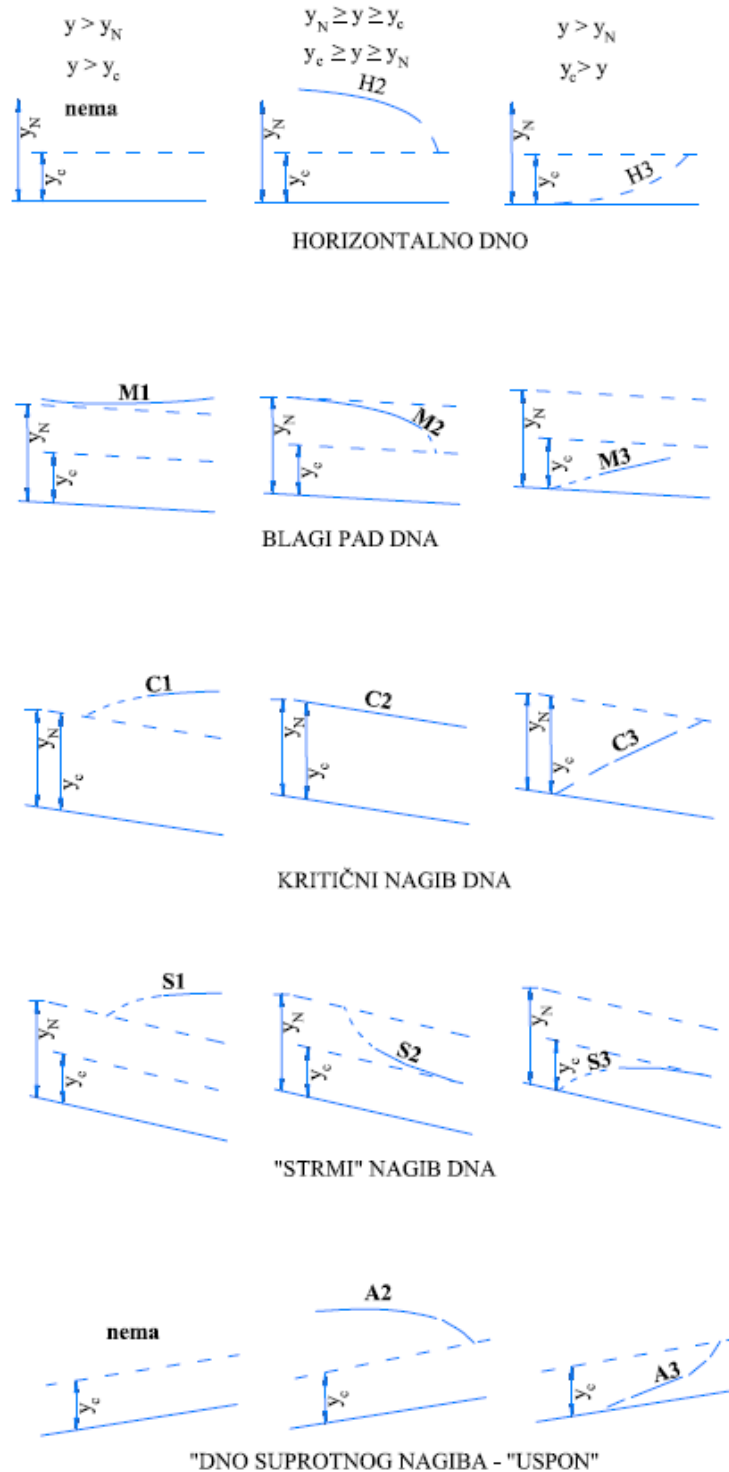
- a)  $y > y_N > y_c$  ;  $S_0 > S_f$  ;  $Fr < 1 \Rightarrow dy/dx > 0$
- b)  $y_n > y > y_c$  ;  $S_0 < S_f$  ;  $Fr < 1 \Rightarrow dy/dx < 0$
- c)  $y_n > y_c > y$  ;  $S_0 < S_f$  ;  $Fr > 1 \Rightarrow dy/dx > 0$

Prema navedenoj klasifikaciji tokova daje se grafički i tablični pregled mogućih pojava oblika vodnog lica na području nejednolikosti (slika 3.1 i tablica 3.1).

Provedena analiza upućuje na sljedeće zaključake :

- a) Predznak od  $dy/dx$  određuje se iz 3.13 i 3.14.
- b) Približavanje vodne površine normalnoj dubini asimptotskog je karaktera
- c) Približavanje vodnog lica kritičnoj dubini dešava se pod “velikim” kutem
- d) Ako je tok u nailasku na “kontrolnu strukturu” miran onda kritična dubina koja se postiže na kontrolnoj strukturi predstavlja rubni uvjet pri određivanju svih uzvodnih profila.
- e) Svaki od navedenih nejednolikih tokova potvrđuje generalni princip, da je tok u mirnom režimu definiran i kontroliran sa nizvodnim “kontrolnim profilom”, dok je tok u silovitom režimu defniran uzvodnim “stanjem” toka.

- f) U kanalima sa horizontalnim dnom ili dnom suprotnog nagiba ( $S_0 > 0$ ) pojmovi "normalne" dubine nemaju smisla budući je u prvom slučaju normalna dubina imaginarna veličina a u drugom slučaju normalna dubina poprima negativnu vrijednost.



Slika 3.1 Krivulje vodnih lica na području nejednolikosti

Nagib kanala	Zona 1	Zona 2	Zona 3	međusobni odnosi $y, y_N, y_c$
Blago $0 < I_0 < I_c$	M1			$y > y_n > y_c$
		M2		$y_n > y > y_c$
			M3	$y_n > y_c > y$
Kritično $I_0 = I_c > 0$	C1			$y > y_c = y_n$
		C2		$y_c = y = y_n$
			C3	$y_c = y_n > y$
Strmo $I_0 > I_c > 0$	S1			$y > y_c > y_n$
		S2		$y_c > y > y_n$
			S3	$y_c > y_n > y$
Horizontalno dno $I_0 = 0$	Nema			
		H2		$y_n > y > y_c$
			H3	$y_n > y_c > y$
"Uspon" $I_0 < 0$	Nema			
		A2		$y_N^* > y > y_c$
			A3	$y_N^* > y_c > y$

Tablica 3.1 Pregled mogućih pojava oblika krivulja vodnog lica na području nejedolikosti

### 3.1. Nagle promjene širine i denivelacije dna kanala

U slučaju naglih promjena geometrije kanala u otvorenim vodotocima dolazi do pojave lokalnih gubitaka. Iako postoji analogija sa pojavom lokalnih gubitaka pri proširenju ili suženju u strujanju kroz cijevi pod tlakom, u slučaju postojanja slobodne površine ovaj fenomen je izraženiji. Kako bi se odredili gubici energije izazvani naglim proširenjem i suženjem te produbljenjem i uzdignućem dna koristi se jednačba kontinuiteta, zakon očuvanja količine gibanja i Bernoullijeva jednačba. Za slučaj naglog uzdignuća dna pri jednolikoj širini kanala  $b$  zakon očuvanja količine gibanja uz pretpostavku zanemarenja linijskih gubitaka između dva promatrana presjeka može se napisati na sljedeći način:

$$\rho Q V_1 + \frac{1}{2} \rho g b h_1^2 = \rho Q V_2 + \frac{1}{2} \rho g b h_2^2 + F_{UP} \quad (3.15)$$

gdje je:  $Q$  protok kroz kanal;  $V_1$  srednja brzina u profilu prije uzdignuća;  $V_2$  srednja brzina u profilu poslije uzdignuća;  $h_1$  dubina u profilu prije uzdignuća;  $h_2$  dubina u profilu poslije uzdignuća;  $F_{UP}$  sila tlaka dobivena integracijom po površini stepenice uzdignuća (pri naglom produbljenju predznak se mijenja u „-“)

Jednadžba kontinuiteta daje jednakost:

$$2 \frac{v_1^2}{g} h_1 \left(1 - \frac{h_1}{h_2}\right) = h_2^2 \left(1 - \frac{h_1^2}{h_2^2}\right) + \frac{2F_{UP}}{\rho g b} \quad (3.16)$$

Usvajanjem empirijske relacije za silu tlaka koja djeluje na stepenicu uzdignuća putem uvođenja korekcijskog koeficijenta *KOR*:

$$F_{UP} = \frac{1}{2} KOR \rho g b s [(h_1 - h_2)] ; Fr = \frac{v_1}{\sqrt{gh_1}} \quad (3.17)$$

Nakon nekoliko koraka sređivanja dobiva se i kvadratna jednadžba važeća i za oba slučaja uzdignuća i produbljenja:

$$\frac{h_2^2}{h_1^2} + \left(1 - KOR \frac{s}{h_1}\right) \frac{h_2}{h_1} - 2Fr_1^2 = 0 \quad (3.18)$$

Rješenje gornje jednadžbe je:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{8Fr_1^2 + \left(1 - KOR \frac{s}{h_1}\right)^2} - \left(1 - KOR \frac{s}{h_1}\right) \right] \quad (3.19)$$

Skreće se pažnja na sličnost prethodno izvedene jednadžbe sa jednadžbom odnosa dviju spregnutih dubina u vodnom skoku.

Točnu vrijednost koeficijenta *KOR* moguće je dobiti samo temeljem eksperimenta. Ipak moguća je i jednostavna procjena ukoliko se razluče komponenta hidrostatskog tlaka (vezanog na dubinu  $h_1$ ) i hidrodinamičkog tlaka koji otpada samo na površinu stepenice uzdignuća ili produbljenja te ukoliko se tok aproksimira sa jednom strujnicom:

$$F_{UP} \approx \frac{1}{2} \rho g b s (\pm 2h_1 - s) \quad (3.20)$$

$$KOR \approx \frac{\pm 2 - s/h_1}{1 - h_2/h_1} \text{ („+“ za uzdignuće, „-“ za produbljenje s)} \quad (3.21)$$



Za određivanje vrijednosti lokalnog gubitka  $\Delta E$  i pripadnog koeficijenta lokalnog gubitka  $\xi_{UP} = 2g\Delta E/v_2^2$  potrebno je upotrijebiti Bernoullijevu jednadžbu:

$$\Delta E = E_1 - E_2 = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} + h_1 - h_2 \mp s \quad (3.22)$$

Ponovnom primjenom jednadžbe kontinuiteta  $v_1 h_1 = v_2 h_2$  te prethodno definiranog odnosa  $h_2/h_1$  dobiva se jednadžba odnosa lokalnog gubitka energije  $\Delta E$  i dubine  $h_1$ :

$$\frac{\Delta E}{h_1} = \mp \frac{s}{h_1} - \frac{h_2}{h_1} - \frac{1}{2} Fr_1^2 \frac{1 - h_2^2/h_1^2}{h_2^2/h_1^2} \quad (\text{„-“ za uzdignuće, „+“ za produbljenje s}) \quad (3.23)$$

a svođenjem gornje jednadžbe u formu  $\xi_{UP} = 2g\Delta E/v_2^2$  i konačni izraz:

$$\xi_{UP} = \frac{h_2^2}{h_1^2} \left[ 1 + 2 \frac{1 - \frac{h_2}{h_1} \mp \frac{s}{h_1}}{Fr_1^2} \right] - 1 \quad (\text{„-“ za uzdignuće, „+“ za produbljenje s}) \quad (3.24)$$

Slijed izvođenje jednadžbi za slučaj naglog suženja ili proširenja sličan je prethodno provedenom izvođenju, počevši sa jednadžbom očuvanja količine gibanja:

$$\rho Q V_1 + \frac{1}{2} \rho g b_1 h_1^2 = \rho Q V_2 + \frac{1}{2} \rho g b_2 h_2^2 + F_{SP} \quad (3.25)$$

$$F_{SP} = \frac{1}{2} \rho g h_1 [(b_1 h_1 - b_2 h_2)] \quad (3.26)$$

$$\left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3 - \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^2 - 2 \frac{b_1}{b_2} Fr_1^2 \frac{h_2}{h_1} + 2 \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^2 Fr_1^2 = 0 ; KOR = \frac{b_1}{b_2} \frac{Fr_1^2}{h_2/h_1 - 1} \quad (3.27)$$

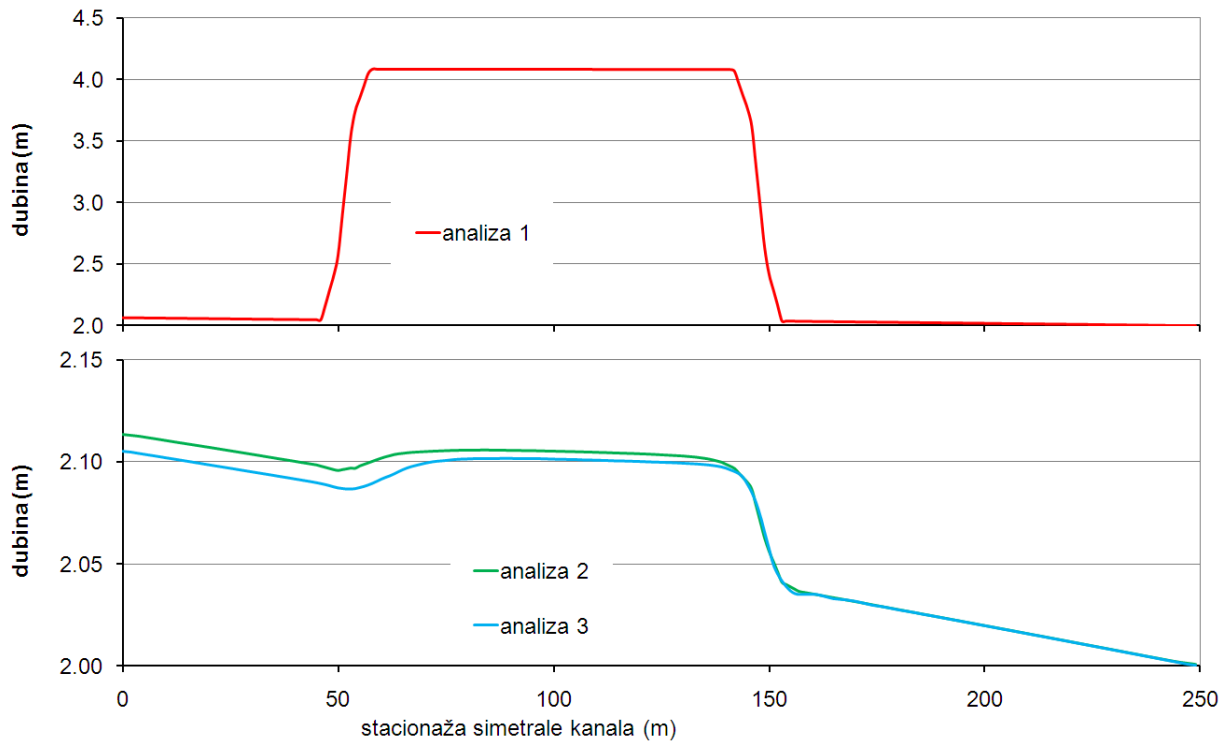
$$\left(\frac{h_2}{h_1}\right)^2 - 2KOR \frac{h_2}{h_1} + 2KOR \frac{b_1}{b_2} = 0 \quad (3.28)$$

$$\frac{\Delta E}{h_1} = 1 - \frac{h_2}{h_1} - \frac{1}{2} Fr_1^2 \frac{b_1^2/b_2^2 - h_2^2/h_1^2}{h_2^2/h_1^2} \quad (3.29)$$

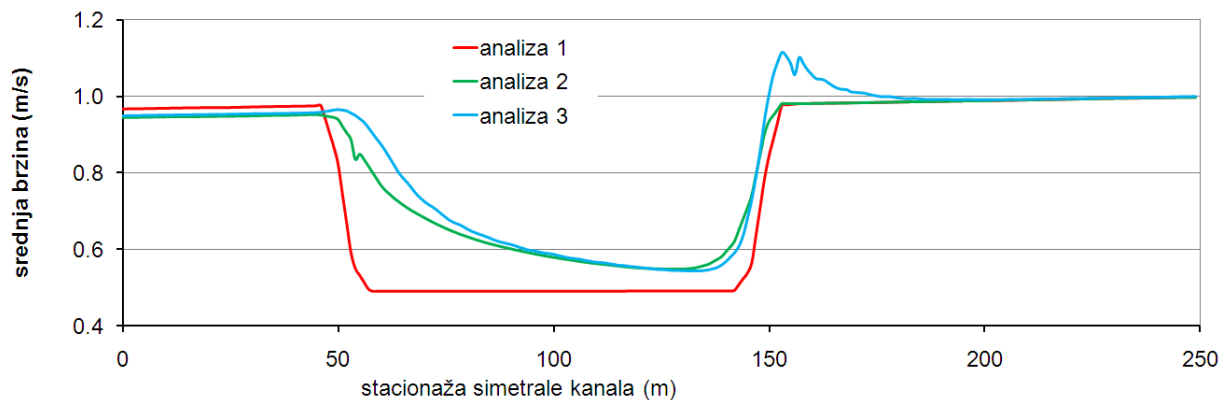
$$\xi_{SP} = \left(\frac{b_2}{b_1}\right)^2 \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^2 \left[ 1 + 2 \frac{1 - \frac{h_2}{h_1}}{Fr_1^2} \right] - 1 \quad (3.30)$$

#### 4. Rezultati provedenih analiza

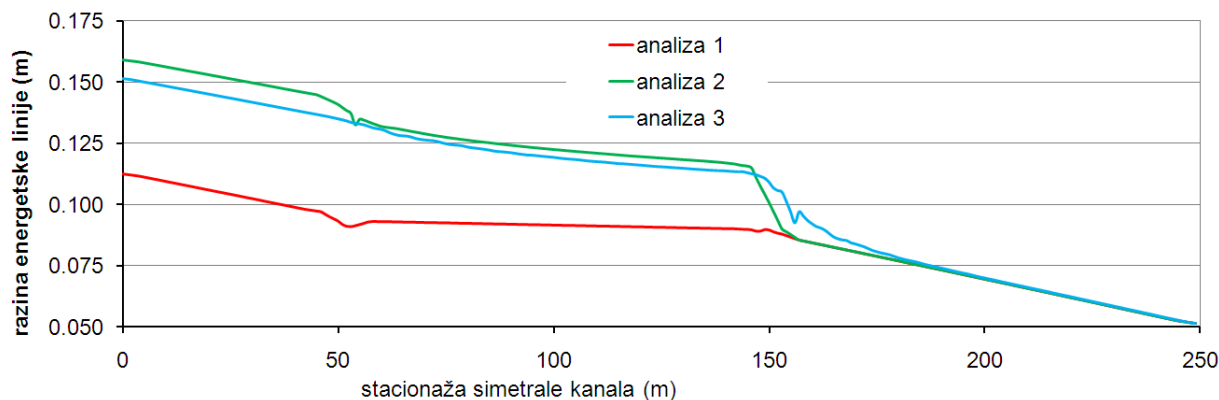
Rezultati provedenih numeričkih modelskih analiza uspoređuju se s rezultatima teoretskog proračuna. Prvotno se ekstrahiraju modelom proračunate dubine, srednje brzine (u vertikali), energetske razine (točke energetske linije) i denivelacije vodnog lica uzduž simetrane kanala. Rezultati su prikazani na slikama 4.1-4.4.



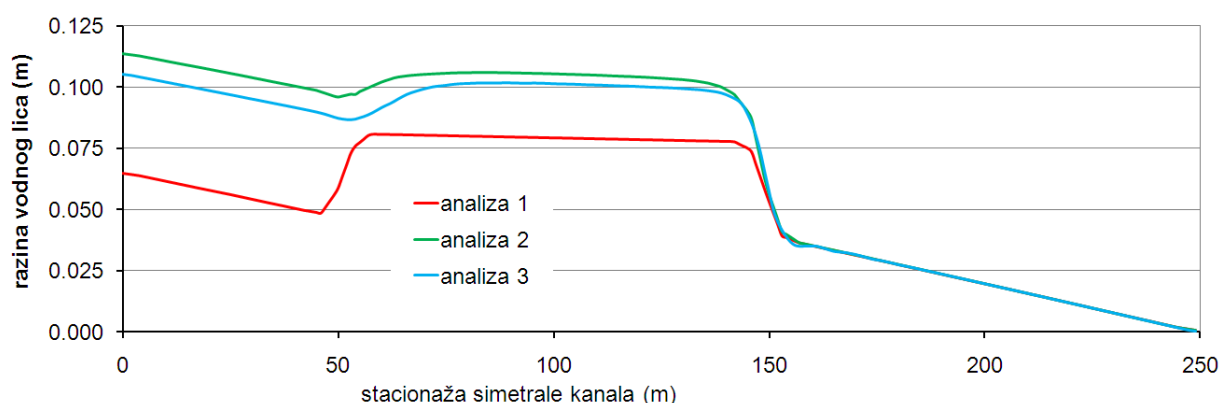
Slika 4.1 Modelom proračunate dubine uzduž simetrane kanala



Slika 4.2 Modelom proračunate brzine (vertikalno usrednjene) uzduž simetrane kanala



**Slika 4.3 Modelom proračunata energetska linija uzduž simetrane kanala**



**Slika 4.4 Modelom proračunate denivelacije vodnog lica uzduž simetrane kanala**

Nakon toga se proračunaju koeficijent lokalnih gubitaka ( $\zeta_{PD}$  - naglo produbljenje dna,  $\zeta_{UZ}$  - naglo uzvišenje dna,  $\zeta_{PR}$  - naglo proširenje korita,  $\zeta_{SU}$  - naglo suženje korita) temeljem predloženih teorijskih obrazaca. Kako bi se to učinilo usvajaju se odgovarajuće vrijednosti dubina i brzina  $h_1, v_1, h_2, v_2$  iz rezultata numeričkog modela. Pri tome se za dubinu  $h_1$  i brzinu  $v_1$  (prije poremećaja) usvajaju vrijednosti sa stacionaže 45m, a za dubinu  $h_2$  i brzinu  $v_2$  (poslije poremećaja) sa stacionaže 75m. Na sličan način tretira se i nizvodna promjena geometrije proticajnog korita, pri čemu se za dubinu  $h_1$  i brzinu  $v_1$  (prije poremećaja) usvajaju vrijednosti sa stacionaže 135m, a za dubinu  $h_2$  i brzinu  $v_2$  (poslije poremećaja) sa stacionaže 165m.

U tablici 4.1 prikazane su vrijednosti  $h_1, v_1, h_2, v_2$ , usvojene iz rezultata numeričkog modela, te proračunate vrijednosti koeficijenata lokalnih gubitaka temeljem teoretskih izraza:

Nakon toga su proračunate vrijednosti koeficijenata lokalnih gubitaka direktnom primjenom modelskih rezultata na način da se očitaju razlike razina energetske linije prije i poslije poremećaja toka odnosno na istim stacionažama kao i u slučaju prethodno provedenog proračuna. Prema tome za „uzvodni“ poremećaj korištene su stacionaže 45m (prije promjene) i

75m (nakon promjene) a za „nizvodni“ poremećaj stacionaže 135m (prije promjene) i 165m (nakon promjene). Koeficijenti lokalnih gubitaka proračunati su korištenjem izraza:

$$\xi_i = \frac{\Delta E 2g}{v_2^2} \quad (3.31)$$

Zaključno, usporedba vrijednosti koeficijenata  $\xi_{PD}$ ,  $\xi_{UZ}$ ,  $\xi_{PR}$ ,  $\xi_{SU}$ , dobivenih na dva prethodno opisana načina, prikazana je na slici 4.5.

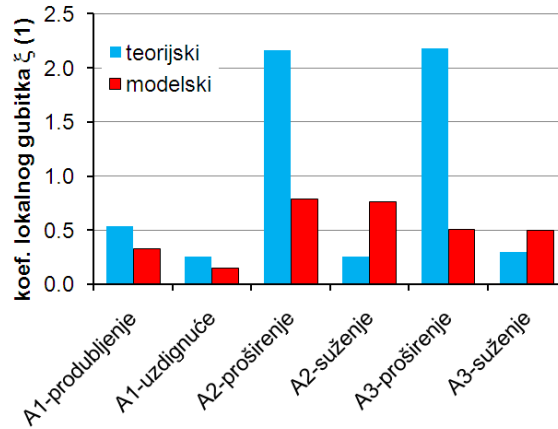
Kako se sa slike 4.5 može uočiti modelske vrijednosti koeficijenta lokalnih gubitaka su manje za slučaj naglog produbljenja, uzdignuća i proširenja. U slučaju naglog suženja situacija je obratna, pa su teorijski dobivene vrijednosti koeficijenta manje od modelskih.

**Tablica 4.1 Usvojene vrijednosti dubina i srednjih brzina  $h_1, v_1, h_2, v_2$ , iz rezultata numeričkog modela i proračunate vrijednosti koeficijenata lokalnih gubitaka temeljem teoretskih izraza**

Analiza 1 - produbljenje				
h1	h2	V1	V2	Fr1
2.05	4.08	0.98	0.49	0.219
$\xi_{PD} =$			<b>0.53</b>	
Analiza 1 - uzdignuće				
h1	h2	V1	V2	Fr1
4.08	2.03	0.49	0.98	0.077
$\xi_{UZ} =$			<b>0.26</b>	

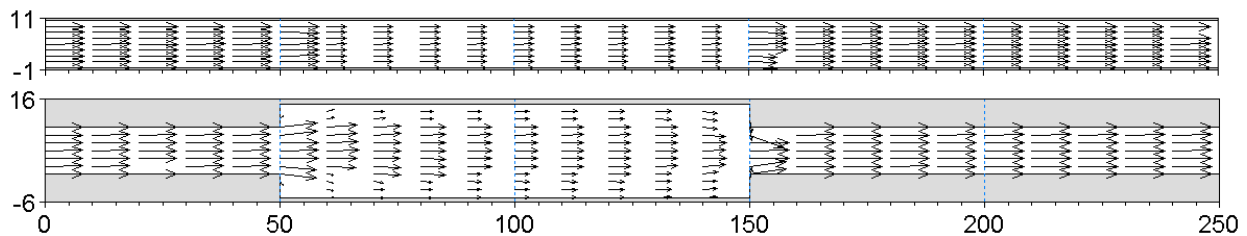
Analiza 2 - proširenje						
h1	h2	V1	V2	Fr1	b1	b2
2.1	2.11	0.95	0.65	0.209	10	20
$\xi_{PR} =$			<b>2.16</b>			
Analiza 2 - suženje						
h1	h2	V1	V2	Fr1	b1	b2
2.1	2.03	0.56	0.98	0.123	20	10
$\xi_{SU} =$			<b>0.26</b>			

Analiza 3 - proširenje						
h1	h2	V1	V2	Fr1	b1	b2
2.09	2.1	0.96	0.68	0.212	10	20
$\xi_{PR} =$			<b>2.18</b>			
Analiza 3 - suženje						
h1	h2	V1	V2	Fr1	b1	b2
2.1	2.03	0.55	1.03	0.121	20	10
$\xi_{SU} =$			<b>0.29</b>			



**Slika 4.5 Usporedba vrijednosti koeficijenta lokalnih gubitaka  $\xi_{PD}$ ,  $\xi_{UZ}$ ,  $\xi_{PR}$ ,  $\xi_{SU}$ , dobivenih temeljem provedenih teorijskih i modelskih analiza**

Na slici 4.6 prikazana su polja vertikalno usrednjenih brzina dobivena provedbom analiza 1 i 2.



**Slika 4.6 Polja vertikalno usrednjenih brzina dobivena provedbom analiza 1 (gore) i 2 (dolje)**

## 5. Korišteni numerički model

Numeričkim modelom Mike 21fm ([www.dhigroup.com](http://www.dhigroup.com)) rješava se dvodimenzionalno (u horizontalnoj ravnini) strujanje nestlačive tekućine u jednom vertikalnom homogenom sloju uz pretpostavku hidrostatske razdiobe tlaka. Sustav jednačbi plitkog fluida sadrži vertikalno integrirane jednačbe kontinuiteta i očuvanja količine gibanja (vidi poglavlje A7 i primjer 2). Za prostornu diskretizaciju model koristi kontinuirane i nepreklopljene trokutaste elemente (konačne volumene) čime je modelska prostorna domena pokrivena nestrukturiranom mrežom. Horizontalni konvektivni članovi su proračunati korištenjem Riemann-ovog solvera s Roe-ovom aproksimacijom.