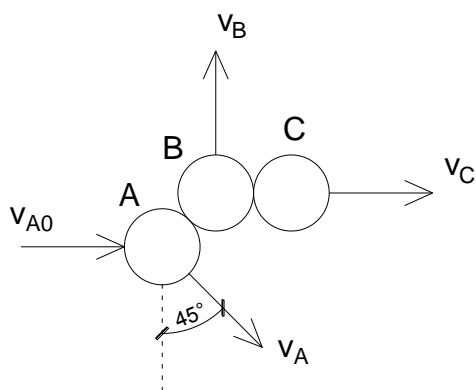


Sraz čestica

Zadatak 1.

Biljarska kuglica A udari brzinom $v_{A0} = 3 \text{ m/s}$ u kuglicu B koja miruje pored kuglice C, kao što je prikazano na skici. Nakon sraza kuglice nastavle gibanje u smjerovima prikazanim na skici. Sraz je idealno elastičan, mase kuglica međusobno su jednake, a podloga je glatka. Treba odrediti brzinu svake kuglice nakon opisanog sraza.



$$m_A = m_B = m_C = m$$

$$v_{B0} = 0$$

$$v_{C0} = 0$$

$$v_{A0} = 3 \text{ m/s}$$

1. način

Ukupna količina gibanja sustava čestica ostaje sačuvana jer nema vanjskih impulsa.

$$\vec{Q}_{\text{prije}} = \vec{Q}_{\text{poslije}}$$

$$m_A \cdot 3 = m_A \cdot v_A \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + m_C \cdot v_C \Rightarrow 3 = v_A \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + v_C \Rightarrow v_C = 3 - v_A \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$0 = -v_A \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot m_A + m_B \cdot v_B \Rightarrow 0 = -v_A \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + v_B \Rightarrow v_B = v_A \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

Za idealno elastične i apsolutno krute kuglice vrijedi zakon očuvanja mehaničke energije.

$$E_{k,\text{prije}} + c = E_{k,\text{poslije}} + c$$

$$\frac{1}{2} m_A \cdot v_{A0}^2 = \frac{1}{2} m_A \cdot v_A^2 + \frac{1}{2} m_B \cdot v_B^2 + \frac{1}{2} m_C \cdot v_C^2 \quad / \cdot \frac{2}{m}$$

$$9 = v_A^2 + v_B^2 + v_C^2 \quad (3) \Rightarrow 9 = v_A^2 + \left(v_A \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(3 - v_A \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$9 = v_A^2 + \frac{1}{2} \cdot v_A^2 + 9 - 3 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot v_A + v_A^2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$2v_A = 3 \cdot \sqrt{2}$$

$$v_A = 1,5\sqrt{2} \text{ m/s} \quad \vec{v}_A = 1,5 \vec{i} - 1,5 \vec{j}$$

$$v_B = 1,5 \text{ m/s} \quad \vec{v}_B = 1,5 \vec{j}$$

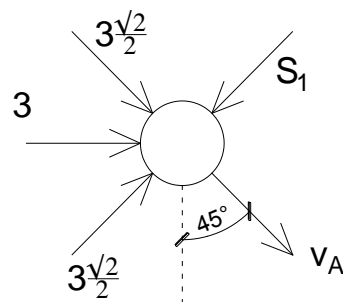
$$v_C = 3 - 1,5 = 1,5 \text{ m/s} \quad \vec{v}_C = 1,5 \vec{i}$$

Sraz čestica

2. način

Razdvajamo kuglice i u dodirnim točkama dodajemo impulse.

Za svaku kuglicu primijenimo zakon impulsa.



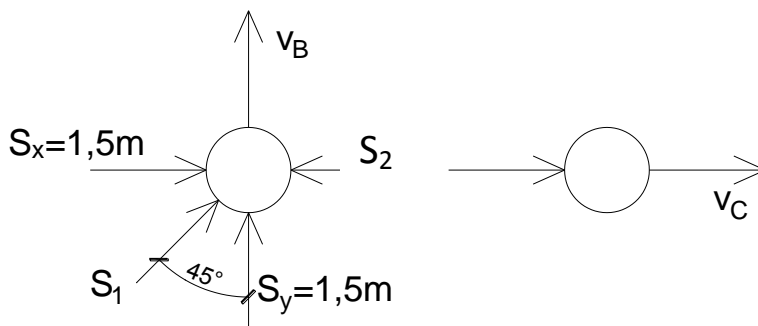
Za kuglicu A:

$$m \cdot \vec{v}_2 - m \cdot \vec{v}_1 = \sum \vec{S}$$

U smjeru brzine nakon sraza: 1) $m \cdot v_A - m \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow v_A = 1,5\sqrt{2} \text{ m/s}$

U smjeru impulsa 2) $m \cdot 0 - m \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = -S_1 \Rightarrow S_1 = \frac{3\sqrt{2}}{2} m = 1,5\sqrt{2} m$

Za kuglicu B: impuls S_1 rastavljamo na komponente u x i y smjeru $\vec{S}_1 = S_x \vec{i} + S_y \vec{j}$



$$m \cdot \vec{v}_{B2} - m \cdot \vec{v}_{B1} = \sum \vec{S}$$

Jednadžbu pišemo u smjeru y i u smjeru x:

$$\vec{j} \quad \dots m \cdot v_B - 0 = S_y = 1,5m \Rightarrow v_B = 1,5 \text{ m/s}$$

$$\vec{i} \quad \dots 0 - 0 = 1,5m - S_2 \Rightarrow S_2 = 1,5m$$

Za kuglicu C:

$$m \cdot \vec{v}_{C2} - m \cdot \vec{v}_{C1} = \sum \vec{S}$$

$$m \cdot v_C - 0 = 1,5m \Rightarrow v_C = 1,5 \text{ m/s}$$

Rješenje:

$$\vec{v}_A = 1,5 \vec{i} - 1,5 \vec{j} \quad v_A = 2,12 \text{ m/s}$$

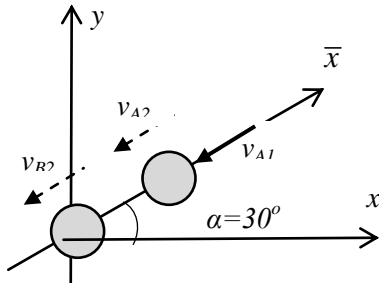
$$\vec{v}_B = 1,5 \vec{j} \quad v_B = 1,5 \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_C = 1,5 \vec{i} \quad v_C = 1,5 \text{ m/s}$$

Sraz čestica

Zadatak 2.

Kuglica A udara brzinom $v_{A1} = 3 \text{ m/s}$ u kuglicu B koja miruje kao što je prikazano na skici. Sraz je idealno elastičan, masa kuglice A je $m_A = 3 \text{ kg}$, masa kuglice B je $m_B = 6 \text{ kg}$. Treba odrediti brzinu svake kuglice, nakon sraza.



$$m_A = 3 \text{ kg}$$

$$m_B = 6 \text{ kg}$$

$$v_{A1} = 3 \text{ m/s}$$

$$v_{B1} = 0$$

$$\vec{Q}_{\text{prije}} = \vec{Q}_{\text{poslije}}$$

Jednadžbe pišemo u smjeru linije sraza \bar{x} :

$$-m_A \cdot v_{A1} = -m_B \cdot v_{B2} - m_A \cdot v_{A2} \quad \Rightarrow \quad 9 = 6 \cdot v_{B2} + 3 \cdot v_{A2}$$

$$3 = 2 \cdot v_{B2} + v_{A2} \quad (1)$$

$$e = \frac{v_{B2} - v_{A2}}{v_{A1} - v_{B1}} \quad \Rightarrow \quad 1 = \frac{v_{B2} - v_{A2}}{3 - 0} \quad \Rightarrow \quad 3 = v_{B2} - v_{A2} \quad (2)$$

$$\text{Iz (1)+(2)} \quad \Rightarrow \quad 6 = 3 \cdot v_{B2} \quad \Rightarrow \quad v_{B2} = 2 \text{ m/s}$$

$$v_{A2} = v_{B2} - 3 \quad \Rightarrow \quad v_{A2} = -1 \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_{B2} = -1,73\vec{i} - 1\vec{j} \quad \vec{v}_{A2} = 0,865\vec{i} + 0,5\vec{j}$$

Točnost rezultata možemo provjeriti jer za idealno elastičan sraz vrijedi očuvanje mehaničke energije.

$$E_{k,\text{prije}} + c = E_{k,\text{poslije}} + c$$

$$\frac{1}{2} m_A \cdot v_{A1}^2 = \frac{1}{2} m_B \cdot v_{B2}^2 + \frac{1}{2} m_A \cdot v_{A2}^2 \quad | \cdot 2$$

$$3 \cdot 9 = 6 \cdot 4 + 3 \cdot 1$$

$$27 = 27$$