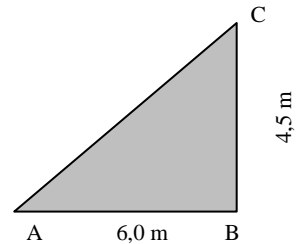


1. (20 bodova) Treba napisati koji diferencijalni i integralni odnosi povezuju funkcije $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$, te s **nekoliko rečenica objasniti** koje je njihovo **geometrijsko** značenje. Pokazati i primijeniti navedeno na rješavanje zadatka:

Čestica se počne gibati iz položaja A ($v_A=0$) po pravcu i giba se konstantnim ubrzanjem sve dok ne postigne brzinu od $6,65 \text{ m/s}$, zatim se slijedećih $7,5 \text{ s}$ nastavi gibati konstantnom brzinom i doprije do položaja B, koji je od A udaljen $66,5 \text{ m}$. Od položaja B do C čestica se giba $2,5 \text{ s}$ konstantnim usporenjem tako da se zaustavi u C. Treba odrediti sve potrebne podatke i u mjerilu nacrtati funkcije $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ od početka gibanja do zaustavljanja.

Pri rješavanju zadatka treba koristiti diferencijalne i integralne odnose između traženih funkcija, na skicama označiti pretpostavke te na crtežima funkcija u mjerilu prikazati i kotirati sve veličine uključujući i nagibe tangenti.

2. (15 bodova) Prikazati i objasniti ideju izvoda te značenje pojedinih oznaka osnovnog teorema kinematike krutog tijela. Treba **isključivo primjenom navedenog teorema** odrediti brzinu točke A na prikazanoj ploči, ako je zadana brzina točke C, $\vec{v}_C = (-3,2\vec{i} - 6\vec{j}) \text{ m/s}$ i x komponenta brzine točke B $\vec{v}_{Bx} = 2,2\vec{i}$.



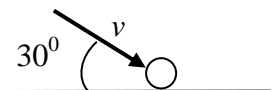
3. (22 boda) Objasniti svojstva apsolutnih i relativnih polova brzina u kinematici mehanizama. Navesti koji uvjeti i pravila vrijede pri njihovom određivanju. Primijeniti navedeno na rješavanje zadatka:

Dvije ploče gibaju se u ravnini x,y . U promatranom trenutku poznati su slijedeći podaci:

Točke B i C nalaze se na ploči I i određene su koordinatama $x_B = -1,0 \text{ m}$, $y_B = 3,0 \text{ m}$ i $x_C = 4,5 \text{ m}$, $y_C = 3,5 \text{ m}$. Poznata je brzina točke B, $\vec{v}_B = -1,5\vec{i} - 4,5\vec{j} \text{ (m/s)}$ i y komponenta brzine točke C, $\vec{v}_{Cy} = 3,75\vec{j} \text{ (m/s)}$. Točka A ima brzinu $\vec{v}_A = -1,0\vec{i} - 2,5\vec{j} \text{ (m/s)}$ i koordinate $x_A = 1,25 \text{ m}$, $y_A = 1,75 \text{ m}$, nalazi se na ploči II, koja se rotira kutnom brzinom $\vec{\omega}_H = 2,0\vec{k} \text{ (r/s)}$. Sve podatke treba prikazati na crtežu, te zatim odrediti koordinate apsolutnih polova i koordinate relativnog pola brzina promatranih ploča, prikazati njihov položaj na crtežu te grafički provjeriti točnost rezultata.

4. (20 bodova) Objasniti koje pretpostavke i koje zakonitosti primjenjujemo pri srazu čestica. Riješiti primjer:

Kuglica mase $0,25 \text{ kg}$, udari u horizontalnu glatku nepomičnu podlogu brzinom $v = 6 \text{ m/s}$. Koeficijent restitucije je $e = 0,4$. Treba odrediti do koje maksimalne visine će dospjeti kuglica nakon sraza, te na kojoj udaljenosti će opet udariti u podlogu. Otpor zraka pri gibanju kuglice zanemariti.



5. (23 boda) Prikazati izvod zakona impulsa, objasniti pojam impulsa te osnovne razlike kod djelovanja impulsa na gibanje čestice i gibanje tijela. Riješiti zadatak: Štap sa kruto spojenom česticom miruje u vertikalnoj ravnini kad na česticu djeluje impuls S.

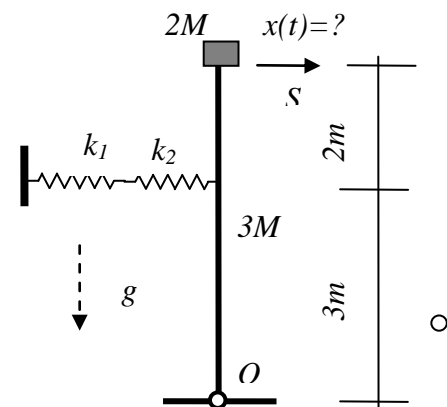
Treba odrediti

- reaktivni impuls u zglobo O
- jednadžbu, period i zakon slobodnih oscilacija $x(t)$
- maksimalnu veličinu sile u elastičnoj oprugi

$$S = 21 \text{ Ns},$$

$$m = 10 \text{ kg},$$

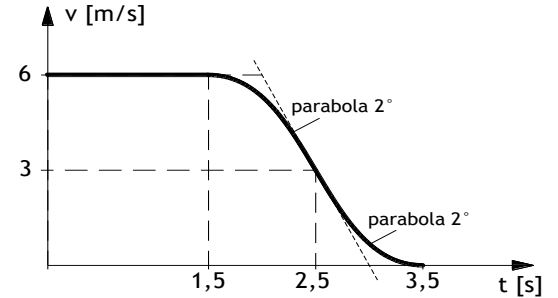
$$k_1 = 25 \text{ kN/m}, \quad k_2 = 16 \text{ kN/m},$$



NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **napisati općeniti izraz** koji se koristi. Za sve orijentirane veličine potrebno je prikazati **iznos i vektor**.

1. Čestica se giba po pravcu. Zadan je dijagram promjene brzine. Potrebno je napisati **diferencijalne i integralne odnose** koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijeđeni put, te koristeći te odnose odrediti dijagrame $a(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati **tangente i nagibe tangenti**.

(18 bodova)



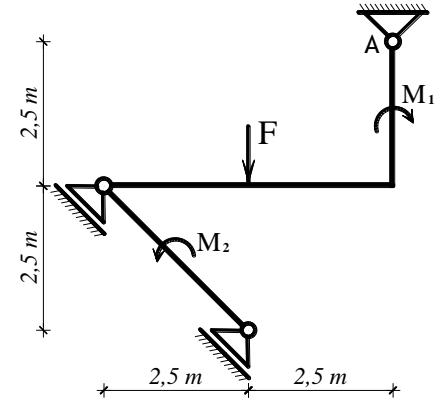
2. Za zadani statički sustav potrebno je odrediti polove i nacrtati planove pomaka te metodom virtualnog rada odrediti horizontalnu komponentu reakcije u ležaju A. Na planu pomaka označiti veličine svih potrebnih pomaka.

$$F = 35 \text{ kN}$$

$$M_1 = 20 \text{ kNm}$$

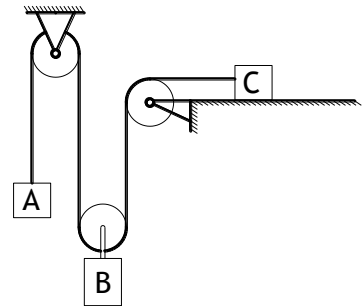
$$M_2 = 15 \text{ kNm}$$

(16 bodova)



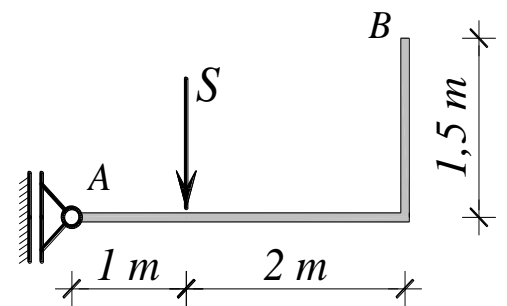
3. Tri tereta povezana su nerastezljivim užetom koje je prebačeno preko kolotura. Sustav je pridržan i miruje u vertikalnoj ravnini. Potrebno je odrediti vektore ubrzanja tereta A, B i C te silu u užetu ako se sustav pusti u gibanje. Mase tereta iznose $m_A = 15 \text{ kg}$, $m_B = 10 \text{ kg}$ i $m_C = 5 \text{ kg}$. Horizontalna podloga po kojoj se giba teret C je apsolutno glatka.

(21 bod)



4. Štap prikazanog oblika i jednoliko distribuirane mase od $2 \text{ kg/m}'$ miruje u horizontalnoj ravnini. Štap je spojen zglobnim kliznim ležajem u točki A. U jednom trenutku na sustav djeluje impuls $S = 22,5 \text{ Ns}$ kako je prikazano na slici. Za trenutak neposredno nakon djelovanja impulsa S potrebno je odrediti reaktivni impuls u spoju A, brzinu točke B te ukupnu kinetičku energiju sustava.

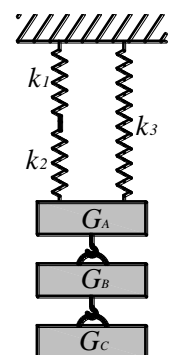
(27 bodova)



5. Tri tereta težine $G_A = 50 \text{ N}$, $G_B = 100 \text{ N}$ i $G_C = 150 \text{ N}$ miruju u vertikalnoj ravnini obješena na sustav opruga prikazanih na slici. Krutost opruga je $k_1 = 350 \text{ N/m}$ i $k_2 = 500 \text{ N/m}$ i $k_3 = 750 \text{ N/m}$. Ako se u jednom trenutku naglo ukloni teret G_C potrebno je odrediti:

- diferencijalnu jednadžbu oscilacija,
- period oscilacija zadanog sustava,
- zakon oscilacija sustava $x(t)$,
- maksimalnu brzinu tereta za vrijeme oscilacija.

(18 bodova)

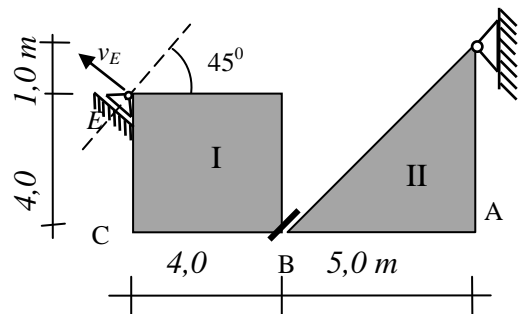


1. Objasniti koji podaci su potrebni i kako se određuje brzina i ubrzanje čestice ako je gibanje zadano prirodnim načinom. Riješiti zadatak: Čestica se giba po krivulji zadanoj jednačbom $\left(\frac{x-4}{2}\right)^2 + \frac{y^2}{4} = 1$.
- . U trenutku $t_0=0$ čestica u položaju $x_0=6m$. Promjena položaja čestice zadana je zakonom $s(t) = 4\pi \cdot t^2 (m)$ u smjeru obratno kazaljke na satu. Treba
- nacrtati krivulju, početni položaj čestice, i smjer gibanja
 - odrediti skalarne funkcije brzine i ubrzanja u vremenu
 - odrediti iznose i vektore brzine i ubrzanja te nacrtati u položaju za trenutak $t_1=0,5(s)$
 - odrediti kutnu brzinu i kutno ubrzanje za trenutak $t_1=0,5(s)$

(20 bodova)

2. Navesti koji teorem i koja pravila i pretpostavke koristimo pri određivanju plana projekcija pomaka i brzina u kinematici mehanizama. Opisati statička i kinematička svojstva spoja B. **Primjenom plana projekcija brzina** odrediti vektore i iznose kutnih brzina ploča, i brzina u točkama A, B, i C, ako je zadana brzina $v_{Ey}=2,5 m/s$.

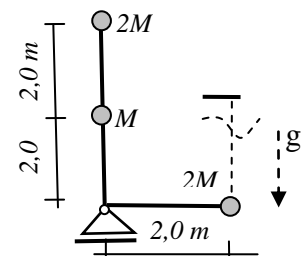
(20 bodova)



3. Opisati koji se zakoni primjenjuju i kako se analizira gibanje sustava čestica pod djelovanjem sila. Navesti jednačbe i značenje svih veličina u tim jednačbama. Primijeniti navedeno na rješenje zadatka: Tri čestice vezane za štap bez mase miruju u vertikalnoj ravnini. $M=2,0$ kg. U jednom trenutku nit kojom je sustav pridržan presječe se, i počne gibanje. Treba odrediti:

- ubrzanje klizača u trenutku kad počne gibanje
- reakciju u trenutku kad počne gibanje

(20 bodova)

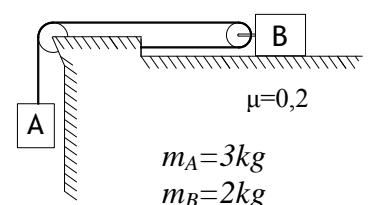


4. Napisati i objasniti prvi, drugi i treći Newtonov zakon te primijeniti odgovarajući zakon pri rješenju zadatka:

Prikazani sustav čestica vezanih užetom pridržan miruje u vertikalnoj ravnini. U jednom trenutku pridržanje se ukloni i sustav se počne gibati. Kolotura je bez mase. Treba odrediti:

- ubrzanje čestica
- Silu u užetu
- nakon kojeg vremena će se čestica A spustiti za 2m

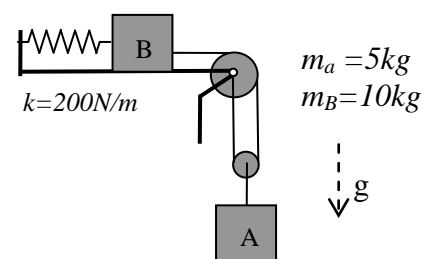
(17 bodova)



5. Sustav miruje pridržan tako da opruga nije opterećena. U jednom trenutku pridržanje se ukloni. Pomoću zakona **očuvanja ukupne mehaničke energije** u gravitacijskom polju, treba prikazati izvod diferencijalne jednačbe oscilacija čestice A u općem obliku (bez uvrštavanja numeričkih vrijednosti za mase i krutost opruge):

- a) pomoću zakona **očuvanja ukupne mehaničke energije** odrediti max. deformaciju opruge (ne iz oscilacija!)
- b) frekvenciju i period slobodnih oscilacija
- c) odrediti zakon gibanja čestice A
- d) odrediti zakon gibanja čestice B
- e) provjeriti rješenje pod a) pomoću d).

(23 boda)



NAPOMENA: Odgovori se boduju navedenim bodovima samo ako rješenja sadrže crteže, oznake i objašnjenja u oba dijela pitanja, te je pri rješavanju zadatka primjenjena pripadna teorija

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznaka** i **kotama**. Prije numeričkog računa **napisati općeniti izraz** koji se koristi. Za sve orijentirane veličine potrebno je prikazati **iznos i vektor**.

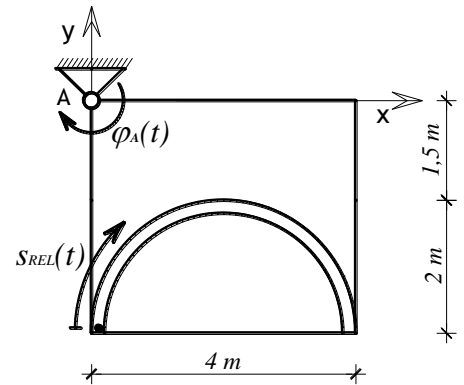
1. U **pravokutnu ploču** koja je zglobno spojena u točki A urezan je polukružni žlijeb u kojemu se giba kuglica. Početni položaj sustava ($t=0$ s) prikazan je na slici.

Ploča rotira po zakonu: $\varphi_A(t) = \frac{\pi}{18} t^2$

Gibanje kuglice u žlijebu dato je zakonom: $s_{REL}(t) = \frac{\pi}{3} t$

Treba odrediti apsolutnu brzinu i apsolutno ubrzanje (**iznos i vektor**) kuglice u trenutku $t = 3$ s. Sve vektore potrebno je prikazati na crtežu.

(30 bodova)



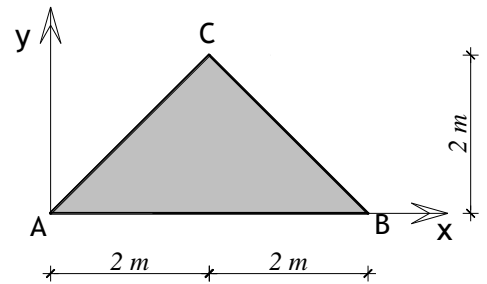
2. Ploča ABC giba se u ravnini xy, tako da je za prikazani trenutak poznato:

$\vec{v}_B = 6\vec{i} + 6\vec{j} \text{ [m/s]}$

$v_{Cy} = -2 \text{ [m/s]}$

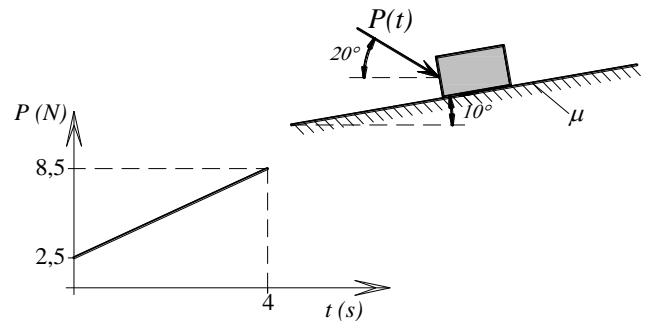
Potrebno je odrediti iznose i vektore brzina svih označenih točaka, kutnu brzinu ploče i koordinate trenutnog pola brzina.

(18 bodova)



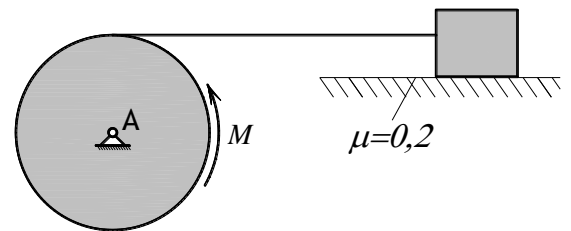
3. Materijalna čestica težine $G=5$ N miruje na hrapavoj kosini ($\mu=0,21$ i $\alpha=10^\circ$), kad na nju počne djelovati sila $P(t)$ koja se u vremenu mijenja prema prikazanom dijagramu. Treba odrediti dijagrame $R(t)$, $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ sa ucrtanim tangentama u vremenskom intervalu djelovanja sile.

(17 bodova)



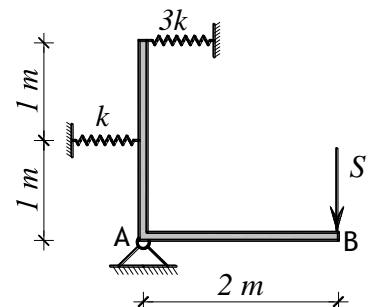
4. Teret mase 5 kg povezan je nerastezljivim užetom bez mase. Uže je namotano na kružni disk koji je zglobno spojen u točki A. Sustav miruje u vertikalnoj ravnini. Potrebno je odrediti koliko iznosi sila u užetu u trenutku kada na disk počne djelovati moment $M=20$ Nm. Disk ima polumjer 0,5 m i masu 15 kg.

(15 bodova)



5. Štap prikazanog oblika i jednoliko distribuirane mase od 2,5 kg/m' zglobno je spojen u točki A i miruje u vertikalnog ravnini. U jednom trenutku na sustav djeluje impuls $S=8$ Ns kako je prikazano na slici. Potrebno je odrediti period i zakon oscilacija točke B koje će nastati nakon udara impulsa S. Krutost $k=1200$ N/m.

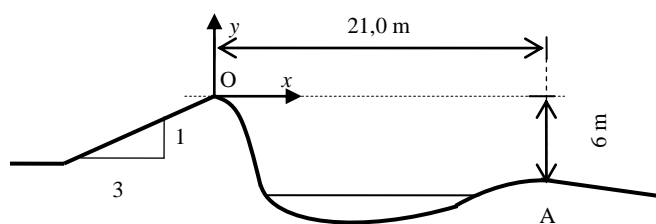
(20 bodova)



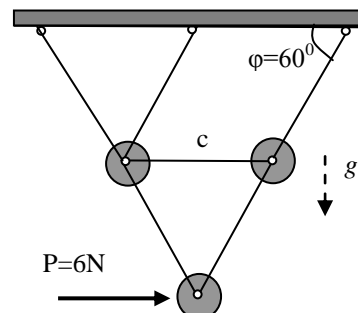
DRUGI DIO ISPITA IZ PREDMETA MEHANIKA 2, od 12.02.2013.

1. (17 bodova) Prikazati izvod i objasniti iz koje pretpostavke, te uz koje zakonitosti izvodimo jednadžbe kosog hitca. Primijeniti na rješenje zadatka:

Koju najmanju brzinu u km/h mora imati automobil u položaju O da bi dospio na drugu obalu rijeke u položaj A? Zanemariti otpor zraka.



2. (18 bodova) Navesti koji teorem i koje pretpostavke i pravila koristimo pri određivanju plana projekcija pomaka u kinematici mehanizama. Opisati statička i kinematička svojstva zglobnog spoja. Riješiti zadatak: Tri čestice težine $10N$ spojene zglobnim štapovima bez mase, jednake duljine $L=0,6m$ miruju u vertikalnoj ravnini. Treba metodom virtualnog rada odrediti silu u štapu c. Označiti sva tijela i sve potrebne pomake u planu projekcija pomaka. Provjeriti točnost uz pomoć jednadžbi ravnoteže.

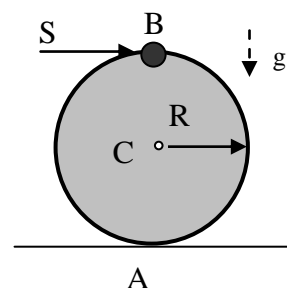


3. (19 bodova) Opisati kako se definira brzina i ubrzanje i koje zakonitosti vrijede ako je gibanje čestice zadano u polarnom koordinatnom sustavu? Objasniti koji je smisao D'Alambertovog principa, i koje zakonitosti vrijede. Riješiti zadatak:

Čestica mase $2.5 kg$ spojena je štapom bez mase duljine $0.5 m$ za nepomični zglob A, oko kojeg rotira u horizontalnoj glatkoj ravnini konstantnom kutnom brzinom $\omega=1 r/s$. U jednom trenutku gibanje se počne ubrzavati konstantnim kutnim ubrzanjem $\varepsilon=1.5 r/s^2$. Treba odrediti:

- Iznos reakcije u zglobu A prije početka ubrzanja
- Iznos reakcije u zglobu A dvije sekunde nakon početka ubrzanja
- Nakon koliko sekundi od početka ubrzanja uzdužna sila u štapu iznosi $61.25 N$.
- Kolika je pripadna poprečna sila u tom trenutku

4. (20 bodova) Objasni i prikaži izvod zakona impulsa, te kako se primjenjuje na gibanje tijela. Prikazana ploča polumjera $R=1,5 m$, težine $G=80 N$ jednoliko raspoređene po površini, na čiji je rub zalijepljena čestica B, težine $Q=40 N$, miruje oslonjena na horizontalnu hrapavu podlogu A ($\mu=0,2$). U jednom trenutku zbog udara impulsa $S=12 Ns$ u česticu B, počne gibanje.

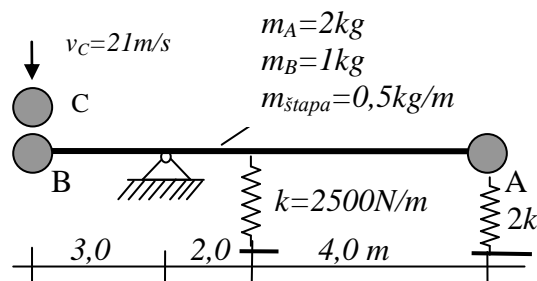


Za trenutak kad gibanje počne treba odrediti:

- kutnu brzinu ploče
 $\vec{\omega} = ?$, $\omega = ?$
- brzinu točke B i točke C
 $\vec{v}_B = ?$, $v_B = ?$, $\vec{v}_C = ?$, $v_C = ?$,
- kinetičku energiju sustava

5. (26 bodova) Sustav miruje u **horizontalnoj** ravnini. U jednom trenutku česticu B udari kuglica C mase $0,5 kg$. Sraz je plastičan. Treba odrediti:

- s kojom brzinom v_B će započeti gibanje
- diferencijalnu jednadžbu oscilacija čestice A **pomoću funkcije** ukupne mehaničke energije zadanog sustava
- frekvenciju i period slobodnih oscilacija
- zakon gibanja točke B
- odrediti maksimalnu kinetičke energije sustava i provjeriti pomoću zakona oscilacija



NAPOMENA:

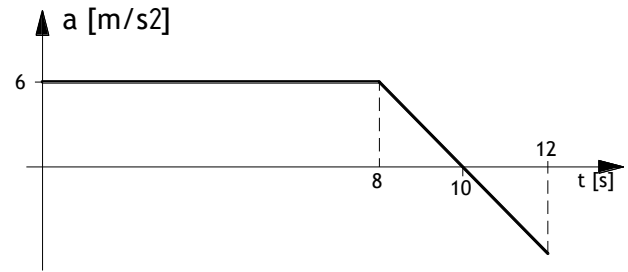
Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr. $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$).

Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **napisati općeniti izraz** koji se koristi. Za sve orijentirane veličine potrebno je prikazati **iznos i vektor**.

1. Čestica se giba po pravcu. Zadan je dijagram promjene ubrzanja. Prijedeni put u trenutku $t=12$ s iznosi 416 m. Potrebno je napisati **diferencijalne i integralne odnose** koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijedeni put, te koristeći te odnose odrediti dijagrame $v(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati **tangente i nagibe tangenti**.

(20 bodova)

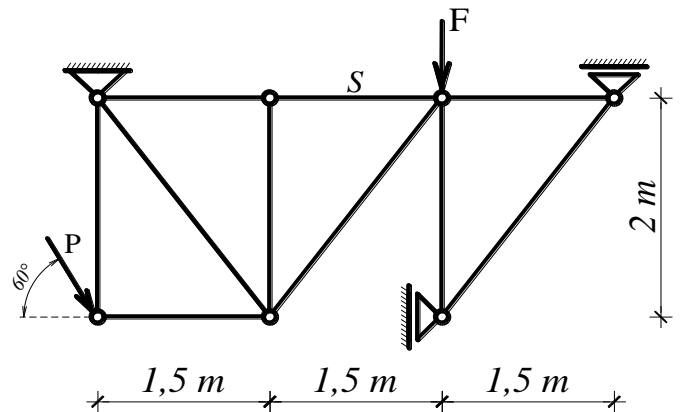


2. Za zadani statički sustav potrebno je odrediti polove i nacrtati planove pomaka te metodom virtualnog rada odrediti silu u označenom štapu S. Na **planu pomaka označiti veličine svih potrebnih pomaka**.

$$F = 8 \text{ kN}$$

$$P = 6 \text{ kN}$$

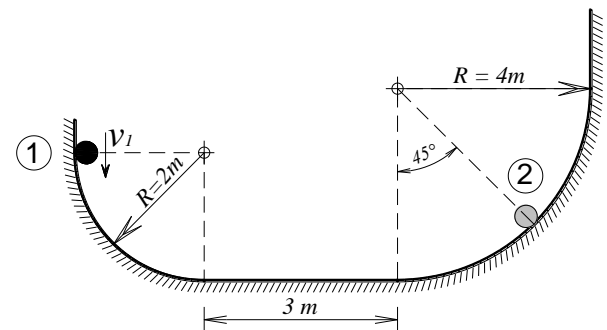
(21 bod)



3. Materijalna čestica mase $m=2$ kg u **položaju 1** ima brzinu $v_1=5$ m/s i giba se u **vertikalnoj ravnini** po apsolutno glatkoj podlozi prikazanoj na slici. Za trenutak kada čestica dođe u **položaj 2** potrebno je odrediti:

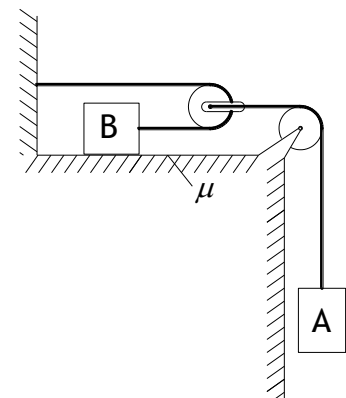
- brzinu čestice
- pritisak čestice na podlogu
- iznos ukupne inercijalne sile čestice

(17 bodova)



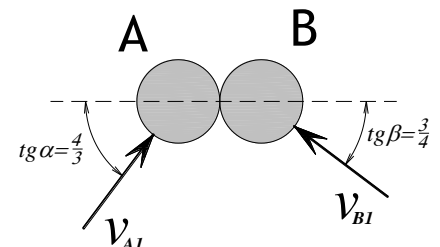
4. Dva tereta povezana su sustavom užadi i kolotura prikazanih na slici. Sustav je pridržan u vertikalnoj ravnini. Masa tereta A iznosi $m_A=8$ kg, a masa tereta B je $m_B=6$ kg, koeficijent trenja između tereta B i podloge je $\mu=0,25$. Odredi koliko iznose ubrzanja tereta i sile u užadi kojima su povezani tereti A i B ako se sustav u jednom trenutku pusti u gibanje.

(22 boda)



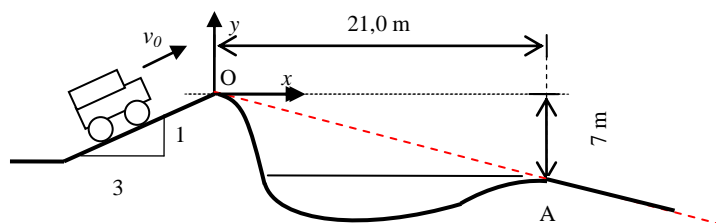
5. Kuglice A i B sudaraju se na **glatkoj horizontalnoj podlozi**. Brzina kuglice A je $v_{A1}=4$ m/s, a kuglice B je $v_{B1}=6$ m/s (smjerovi i vektori brzina prikazani su na crtežu). Masa kuglice A je dvostruko veća od mase kuglice B. Sraz je idealno elastičan. Odredi vektore i iznose brzina kuglica nakon sraza.

(20 bodova)



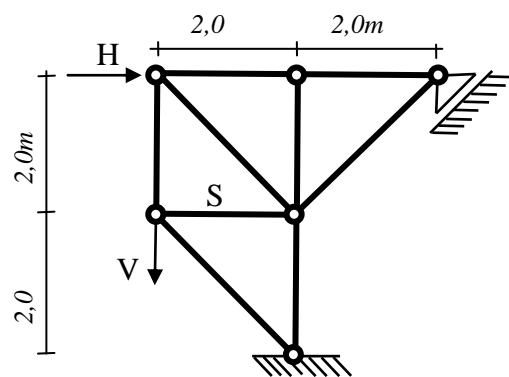
1. (16 bodova) Objasniti uz koje pretpostavke i uz koje zakonitosti izvodimo jednadžbe kosog hitca. Prikazati izvod u zadanom koordinatnom sustavu, Primijeniti na rješenje zadatka:

Džip u položaju O ima brzinu 54 km/h , Treba odrediti gdje će dotaknuti tlo: na drugoj obali ili će dospjeti u rijeku? Zanemariti dimenzije džipa.



2. (20 boda) Navesti koji teorem i koje pretpostavke i pravila koristimo pri određivanju plana projekcija pomaka u kinematici mehanizama. Opisati statička i kinematička svojstva zglobnog spoja. Riješiti zadatak: Treba metodom virtualnog rada odrediti silu u štapu S. Označiti sva tijela i sve potrebne pomake u planu projekcija pomaka. Provjeriti točnost uz pomoć jednadžbi ravnoteže.

$$H=4\text{kN}, \quad V=5\text{kN}$$



3.(20 bodova) Prikazati kako se definira brzina i ubrzanje i koje zakonitosti vrijede ako je gibanje čestice zadano u polarnom koordinatnom sustavu? Prikazati izvod za $v(t)$ i $a(t)$.

Riješiti zadatak: Štap AB zglobno spojen na nepomičnu podlogu u točki A rotira u horizontalnoj ravnini tako da mu se kut prema osi x mijenja po zakonu $\vec{\varphi}(t) = \frac{\pi}{4}t^2\vec{k}$. Po štapu se giba klizač K, tako da mu se udaljenost od zgloba A mijenja po zakonu $r(t) = \frac{3}{4}t^2 \text{ (m)}$. Treba nacrtati položaj te odrediti brzinu i ubrzanje klizača u trenutku $t=2\text{s}$ (skalar i vektor).

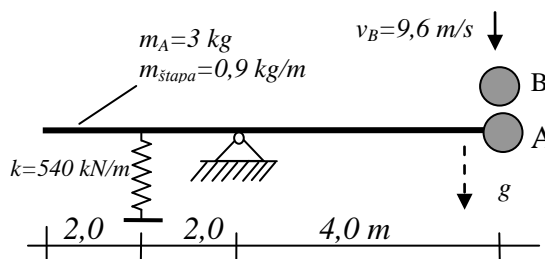
4. (18 bodova) Objasniti koji je smisao D'Alambertovog principa, koje zakonitosti vrijede, te kako se primjenjuje pri gibanju tijela. Riješiti zadatak:

Štap AB, duljine $L=6\text{m}$, mase 2kg/m , zglobno spojen na nepomičnu podlogu u točki A, rotira u horizontalnoj ravnini xy , tako da mu se kut prema osi x mijenja po zakonu $\vec{\varphi}(t) = \frac{\pi}{4}t^2\vec{k}$. Treba odrediti

- reakciju u zglobu A u trenutku $t=2\text{s}$ (skalar i vektor).
- odrediti kinetičku energiju štapa u trenutku $t=2\text{s}$

5. (26 bodova) Sustav miruje u **vertikalnoj** ravnini u trenutku kad u česticu A udari kuglica B mase $1,5 \text{ kg}$. Sraz je plastičan. Treba odrediti:

- diferencijalnu jednadžbu slobodnih oscilacija točke A pomoću funkcije ukupne mehaničke energije sustava
- frekvenciju i period slobodnih oscilacija
- brzinu v_A s kojom će početi gibanje
- zakon gibanja točke A
- odrediti veličinu maksimalne deformacije opruge za vrijeme nastalog gibanja



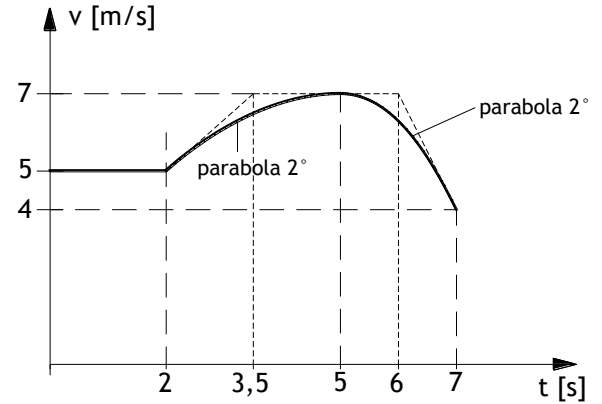
NAPOMENA:

Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr. $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$). Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **napisati općeniti izraz** koji se koristi. Za sve orijentirane veličine potrebno je prikazati **iznos i vektor**.

1. Čestica se giba po pravcu. Zadan je dijagram promjene brzine. Potrebno je napisati **diferencijalne i integralne odnose** koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijeđeni put, te koristeći te odnose odrediti dijagrame $a(t)$ i $s(t)$ **u mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti**.

(20 bodova)

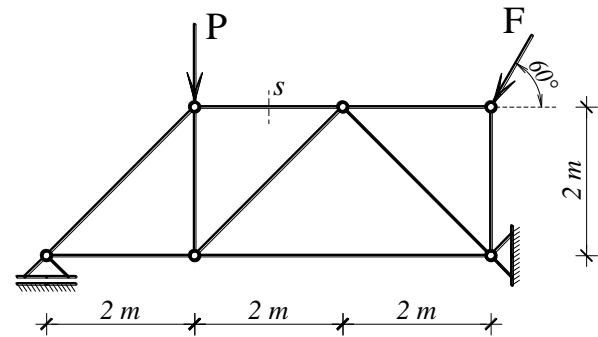


2. Za zadani statički sustav potrebno je odrediti polove i nacrtati planove pomaka te metodom virtualnog rada odrediti silu S u označenom štapu. **Na planu pomaka označiti veličine svih potrebnih pomaka.**

$$F = 10 \text{ kN}$$

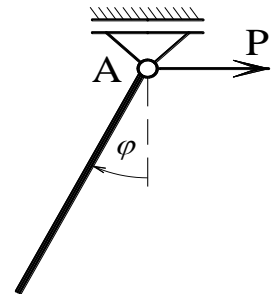
$$P = 13 \text{ kN}$$

(20 bodova)



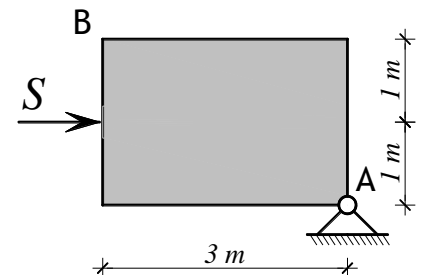
3. Štap jednoliko distribuirane mase spojen je u točki A na klizni ležaj. Sustav se giba translacijski pod djelovanjem konstantne sile $P=12 \text{ N}$ u vertikalnoj ravnini. Odredi koliko iznosi ukupna masa štapa ako je kut otklona štapa od vertikalne osi $\varphi=20^\circ$.

(15 bodova)



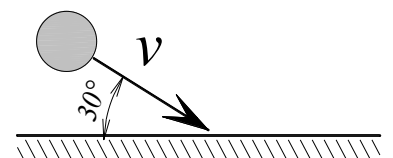
4. Pravokutna ploča jednoliko distribuirane mase od $1,5 \text{ kg/m}^2$ miruje u horizontalnoj ravnini. Ploča je spojena nepomičnim zglobnim ležajem u točki A. U jednom trenutku na sustav djeluje impuls $S=19,5 \text{ Ns}$ kako je prikazano na slici. Za trenutak neposredno nakon djelovanja impulsa S potrebno je odrediti reaktivni impuls u spoju A, vektor i iznos brzine točke B te ukupnu kinetičku energiju sustava.

(25 bodova)



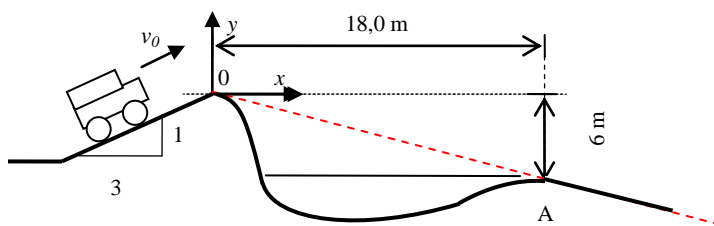
5. Odredi pod kojim kutom i do koje maksimalne visine će se odbiti kuglica mase 3 kg nakon što udari u horizontalnu glatku nepomičnu podlogu brzinom 6 m/s . Koeficijent restitucije je $0,7$.

(20 bodova)



1. (15 bodova) Objasniti uz koje pretpostavke i uz koje zakonitosti izvodimo jednadžbe kosog hitca. Prikazati izvod jednadžbi u prikazanom koordinatnom sustavu. Primijeniti na rješenje zadatka:

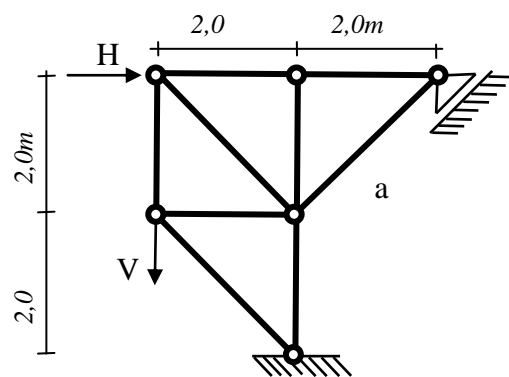
Džip u položaju 0 ima brzinu 54 km/h, Treba odrediti koordinate točke u kojoj će džip dotaknuti tlo. Zanimariti dimenzije džipa.



2. (20 boda) Navesti koje teoreme, koje pretpostavke i koja pravila koristimo pri određivanju plana projekcija pomaka u kinematici mehanizama. Opisati statička i kinematička svojstva spoja **zglobnim štapom**. Riješiti zadatak:

Treba metodom virtualnog rada odrediti silu u štapu a. Označiti sva tijela i nacrtati njihove pomake u planu projekcija pomaka. Provjeriti točnost uz pomoć jednadžbi ravnoteže (statika).

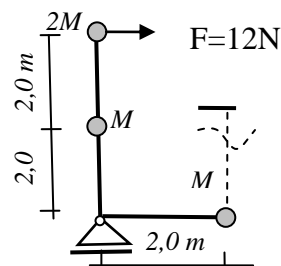
$$H=4,5 \text{ kN}, \quad V=6,0 \text{ kN}$$



3. (25 bodova) Opisati koji se zakoni primjenjuju i kako se analizira gibanje sustava čestica pod djelovanjem sila. Navesti jednadžbe i značenje svih veličina u tim jednadžbama. Primijeniti navedeno na rješenje zadatka: Tri čestice vezane za štap bez mase miruju u horizontalnoj ravnini. $M=2,0 \text{ kg}$. U jednom trenutku nit kojom je sustav pridržan presječe se, i počne gibanje.

Treba odrediti:

- ubrzanje klizača u trenutku kad počne gibanje
- reakciju u trenutku kad počne gibanje

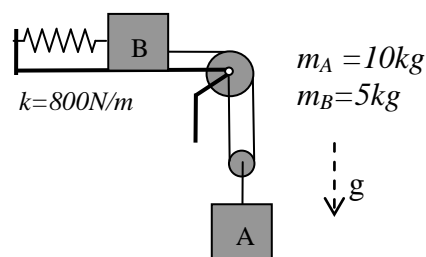


4. (20 bodova) Prikazati i objasniti izvod zakona promjene kinetičke energije. Riješiti zadatak primjenom navedenog zakona:

Prikazani sustav miruje pridržan tako da opruga nije deformirana. U jednom trenutku pridržanje se ukloni i sustav se počne gibati.

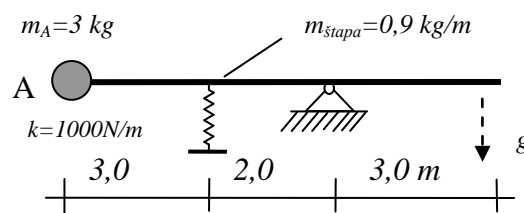
Treba odrediti

- a) maksimalnu deformaciju opruge
- b) maksimalnu brzinu čestice B



5. (20 bodova) Sustav miruje u pridržan u **vertikalnoj** ravnini tako da opruga nije deformirana. U jednom trenutku pridržanje se ukloni. Treba odrediti:

- a) diferencijalnu jednadžbu slobodnih oscilacija točke A
- b) frekvenciju i period slobodnih oscilacija
- c) zakon gibanja točke A
- d) odrediti veličinu maksimalnu brzinu čestice A za vrijeme nastalog gibanja



NAPOMENA:

Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr. $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$).

Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_A \vec{\epsilon} = \sum \vec{M}_A$). Na kraju svakog zadatka iskazati tražena rješenja.

1. Položaj čestice određen je vektorskom funkcijom:

$$\vec{r}(t) = (t+1)\vec{i} + (2-t^2)\vec{j}$$

Treba odrediti:

- trajektoriju i nacrtati graf,
- položaj točke za trenutke $t = 0$ s i $t = 1$ s,
- veličinu i vektor brzine za trenutak $t = 1$ s (nacrtati vektor na trajektoriju),
- normalnu i tangencijalnu komponentu ubrzanja za trenutak $t = 1$ s (nacrtati vektore na trajektoriji),

(21 bodova)

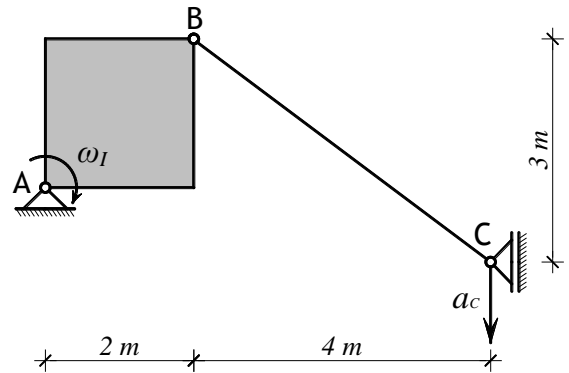
2. Prikazani mehanizam giba se u ravnini XY. U položaju prikazanom na slici poznata je kutna brzina ploče i ubrzanje točke C:

$$\omega_1 = 1,5 \text{ r/s}$$

$$a_C = 4,5 \text{ m/s}^2$$

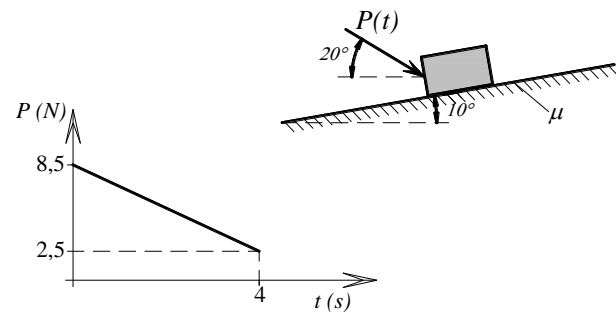
Potrebno je napisati vektorske jednadžbe koje povezuju brzine i ubrzanja označenih točaka i riješiti ih **grafičkim postupkom**. Odrediti vektore i iznose brzina i ubrzanja svih točaka, kutne brzine i kutna ubrzanja sustava.

(26 bodova)



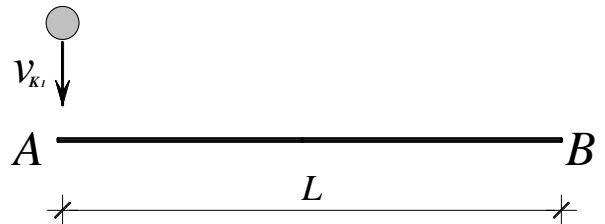
3. Materijalna čestica težine $G=5$ N miruje na hrapavoj kosini ($\mu=0,21$ i $\alpha=10^\circ$), kad na nju počne djelovati sila $P(t)$ koja se u vremenu mijenja prema prikazanom dijagramu. Treba odrediti dijagrame $R(t)$, $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ sa ucrtanim tangentama u vremenskom intervalu djelovanja sile.

(18 bodova)



4. Štap AB mase $M=10$ kg i duljine $L=2$ m, miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. U jednom trenutku kuglica mase $m=2$ kg udara u štap brzinom $v_{K1}=6$ m/s u točku A kako je prikazano na slici. Odredi koeficijent restitucije ako brzina kuglice nakon sraza iznosi $v_{K2}=0$ m/s.

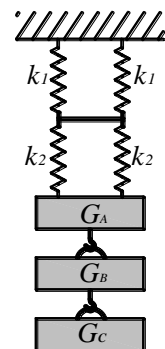
(20 bodova)



5. Tri tereta težina $G_A = 15$ N, $G_B = 4$ N i $G_C = 2$ N miruju u vertikalnoj ravnini obješena na sustav opruga prikazanih na slici. Krutosti opruga su $k_1=200$ N/m i $k_2=120$ N/m. Ako se u jednom trenutku naglo uklone tereti G_B i G_C potrebno je odrediti:

- zakon oscilacija sustava $y(t)$,
- maksimalnu brzinu za vrijeme oscilacija
- period oscilacija mehaničkog sustava

(15 bodova)



DRUGI DIO ISPITA IZ PREDMETA MEHANIKA 2, od 17.06.2013.

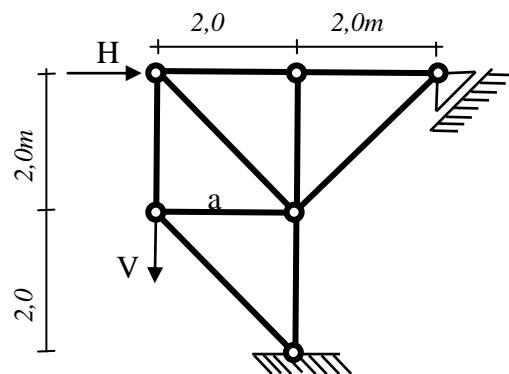
1. (20 bodova) Objasniti koji podaci su potrebni i kako se određuje brzina i ubrzanje čestice ako je gibanje zadano prirodnim načinom. Riješiti zadatak: Čestica se giba po krivulji zadanoj jednačbom $\frac{x^2}{9} + \left(\frac{y+4}{3}\right)^2 = 1$ U trenutku $t_0=0$ čestica u položaju $y_0 = -1m$. Promjena položaja čestice zadana je zakonom $s(t) = \frac{3}{2}\pi \cdot t^2(m)$ u smjeru kazaljke na satu. Treba

- nacrtati krivulju, ucrtati početni položaj čestice i smjer gibanja
- odrediti skalarne funkcije promjene brzine i ubrzanja u vremenu
- odrediti iznose i nacrtati položaj vektora brzine i ubrzanja čestice za trenutak $t_1=1(s)$

2. (20 bodova) Navesti koje teoreme, koje pretpostavke i koja pravila koristimo pri određivanju plana projekcija pomaka u kinematici mehanizama. Opisati statička i kinematička svojstva spoja **zglobnim štapom**. Riješiti zadatak:

Treba metodom virtualnog rada odrediti silu u štapu a. Označiti sva tijela i nacrtati njihove pomake u planu projekcija pomaka. Provjeriti točnost uz pomoć jednačbi ravnoteže (statika).

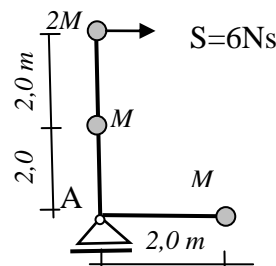
$$H=4,5 \text{ kN}, \quad V=6,0 \text{ kN}$$



3. (20 bodova) Opisati koji se zakoni primjenjuju i kako se analizira gibanje sustava čestica pod djelovanjem impulsa. Navesti jednačbe i značenje svih veličina u tim jednačbama. Primijeniti navedeno na rješenje zadatka: Tri čestice vezane za štap bez mase miruju u horizontalnoj ravnini. $M=2,0$ kg. U jednom trenutku na sustav djeluje impuls S.

Treba odrediti:

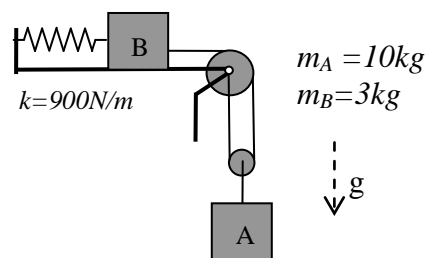
- brzinu klizača u trenutku kad počne gibanje
- reaktivni impuls u spoju A u trenutku kad počne gibanje



4. (20 bodova) Prikazati i objasniti izvod zakona promjene kinetičke energije. Riješiti zadatak primjenom navedenog zakona:

Prikazani sustav miruje pridržan tako da opruga nije deformirana. U jednom trenutku pridržanje se ukloni i sustav se počne gibati. Treba odrediti

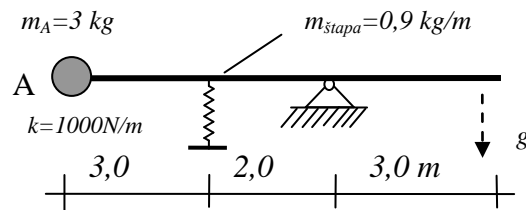
- a) maksimalnu deformaciju opruge
- b) maksimalnu brzinu čestice B



5. (20 bodova) Nabrojati i ukratko objasniti postupke određivanja diferencijalne jednačbe slobodnih oscilacija. Riješiti zadatak:

Sustav miruje u pridržan u **vertikalnoj** ravnini tako da opruga nije deformirana. U jednom trenutku pridržanje se ukloni. Treba odrediti:

- a) diferencijalnu jednačbu slobodnih oscilacija točke A
- b) frekvenciju i period slobodnih oscilacija
- c) zakon gibanja točke A
- d) odrediti veličinu maksimalnu brzinu čestice A za vrijeme nastalog gibanja



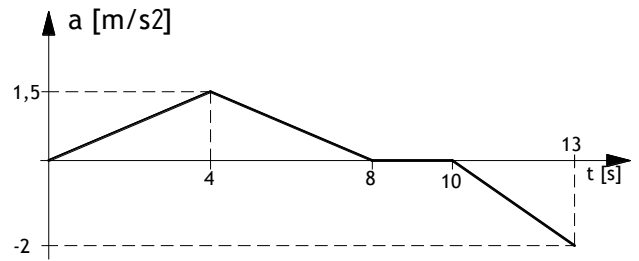
NAPOMENA:

Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr. $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$).

Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **napisati općeniti izraz** koji se koristi. Za sve orijentirane veličine potrebno je prikazati **iznos i vektor**.

1. Čestica se giba po pravcu. Zadan je dijagram promjene ubrzanja. Prijedeni put u trenutku $t = 8s$ iznosi $32 m$. Potrebno je napisati **diferencijalne i integralne odnose** koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijedeni put, te koristeći te odnose odrediti dijagrame $v(t)$ i $s(t)$ za $0s \leq t \leq 13s$ u mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti.



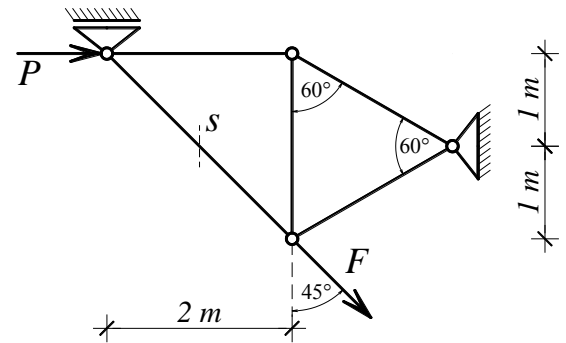
(21 bod)

2. Za zadani statički sustav potrebno je odrediti polove i nacrtati planove pomaka te metodom virtualnog rada odrediti silu u označenom štapu S. Na planu pomaka označiti veličine svih potrebnih pomaka.

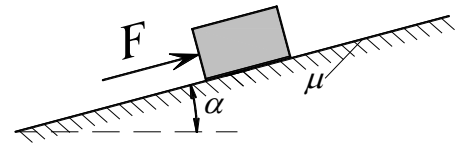
$$F = 8 \text{ kN}$$

$$P = 6 \text{ kN}$$

(21 bod)

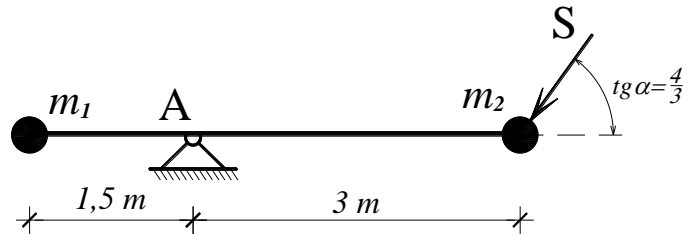


3. Čestica težine $G=5 N$ miruje na hrapavoj kosini ($\alpha=15^\circ$, $\mu=0,3$). U jednom trenutku na česticu počne djelovati konstantna sila $F=6 N$ kako je prikazano na slici. Potrebno je odrediti koliko iznosi brzina čestice u trenutku $t=3 s$ od početka gibanja, i iznos ukupno izvršenog rada svih sila koje djeluju na česticu do tog trenutka.



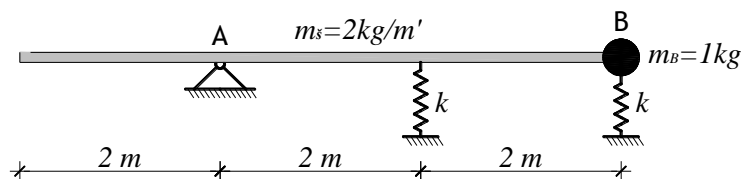
(15 bodova)

4. Dvije čestice masa $m_1=3kg$ i $m_2=4kg$ spojene su apsolutno krutim štapom koji je bez mase. Sustav miruje u **glatkoj horizontalnoj ravnini**. U jednom trenutku na sustav djeluje impuls $S=14,25 Ns$ kako je prikazano na slici. Za trenutak neposredno nakon udara impulsa potrebno je odrediti reaktivni impuls u spoju A te ukupnu kinetičku energiju sustava.



(20 bodova)

5. Prikazani mehanički sustav miruje pridržan u vertikalnoj ravnini tako da su opruge krutosti $k=600 N/m$ nedeformirane. U jednom trenutku pridržanje se ukloni. Potrebno je odrediti zakon oscilacija točke B, frekvenciju i period oscilacija.



(23 boda)

1. (20 bodova) Objasniti koji podaci su potrebni i kako se određuje brzina i ubrzanje čestice ako je gibanje zadano na prirodni način. Primijeniti na rješenje zadatka: Čestica se giba po krivulji zadanoj jednačbom

$$\frac{x^2}{9} + \left(\frac{y+4}{3}\right)^2 = 1$$

U trenutku $t_0=0$ čestica u položaju $y_0 = -1m$. Promjena položaja čestice zadana je zakonom

$$s(t) = \frac{3}{2}\pi \cdot t^2 (m)$$

u smjeru suprotno od kazaljke na satu. Treba

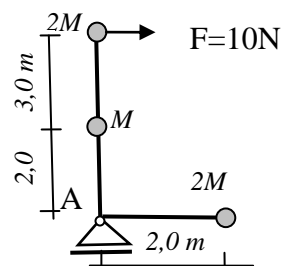
- nacrtati krivulju, ucrtati početni položaj čestice i smjer gibanja
- odrediti skalarne funkcije promjene brzine i ubrzanja u vremenu
- odrediti vektore i iznose, te nacrtati položaj vektora brzine i ubrzanja čestice za trenutak $t_1=1(s)$

2. (20 bodova) Objasniti svojstva i postupak određivanja apsolutnog i relativnog pola brzina u kinematici mehanizama. Navesti i objasniti sve zaključke Kennedyevog teorema. Provjeri da li to vrijedi na primjeru: Dvije ploče gibaju se u ravnini x,y. U promatranom trenutku poznate su koordinate točke A (0,0m; 3,0m) i točke B (4,0m; 1,0m) na ploči I, i njihove brzine $\vec{v}_A = -6,0\vec{i} + 6,0\vec{j} (m/s)$ i $\vec{v}_B = -2,0\vec{j} (m/s)$. Točke C(8,5m; 6,0m) i D(6,5m; 6,0m) nalaze se na ploči II i imaju brzine $\vec{v}_C = [-9,0\vec{i} + 4,5\vec{j}] (m/s)$ i $v_{Dy} = 0m/s$. Treba **objasniti** iz kojih uvjeta i pomoću kojih jednačbi se određuju polovi, te odrediti koordinate apsolutnih polova i koordinate relativnog pola brzina promatranih ploča. Na crtežu u mjerilu prikazati položaj polova i provjeriti vrijede li zaključci Kennedyevog teorema.

3. (20 bodova) Opisati koji se zakoni primjenjuju i kako se analizira gibanje sustava čestica pod djelovanjem sila. Napisati jednačbe i objasniti značenje svih veličina u tim jednačbama. Primijeniti navedeno na rješenje zadatka: Tri čestice vezane za štap bez mase miruju u horizontalnoj ravnini. $M=2,0$ kg. U prikazanom trenutku na sustav počne djelovati sila F.

Treba odrediti:

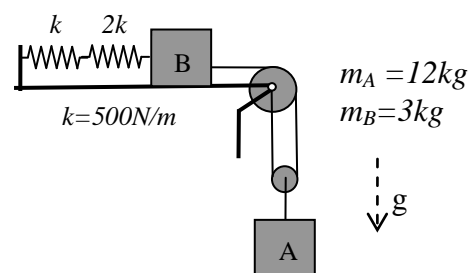
- ubrzanje klizača A
- reakciju u spoju A



4. (20 bodova) Prikazati i objasniti izvod zakona promjene kinetičke energije. Riješiti zadatak primjenom navedenog zakona:

Prikazani sustav miruje pridržan tako da opruga nije deformirana. U jednom trenutku pridržanje se ukloni i sustav se počne gibati. Treba odrediti

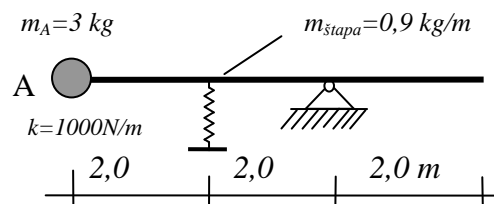
- a) maksimalnu deformaciju opruge
- b) maksimalnu brzinu čestice B



5. (20 bodova) Nabrojati i ukratko objasniti postupke određivanja diferencijalne jednačbe slobodnih oscilacija. Riješiti zadatak:

Sustav miruje u **horizontalnoj** ravnini pridržan tako da je opruga izdužena za 1cm. U jednom trenutku to pridržanje se ukloni. Treba odrediti:

- a) diferencijalnu jednačbu slobodnih oscilacija točke A
- b) frekvenciju i period slobodnih oscilacija
- c) zakon gibanja točke A
- d) odrediti veličinu maksimalnu brzinu čestice A za vrijeme nastalog gibanja



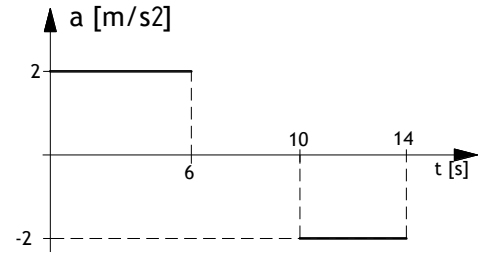
NAPOMENA:

Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr. $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$).

Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.

NAPOMENA: Zadatci moraju biti riješeni uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **napisati općeniti izraz** koji se koristi. Za sve orijentirane veličine potrebno je prikazati **iznos i vektor**.

1. Čestica se giba po pravcu. Zadan je dijagram promjene ubrzanja. Prijedeni put u trenutku $t = 4s$ iznosi $16 m$. Potrebno je napisati **diferencijalne i integralne odnose** koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijedeni put, te koristeći te odnose nacrtati dijagrame $v(t)$ i $s(t)$ za $0s \leq t \leq 14s$ u mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti.



(20 bodova)

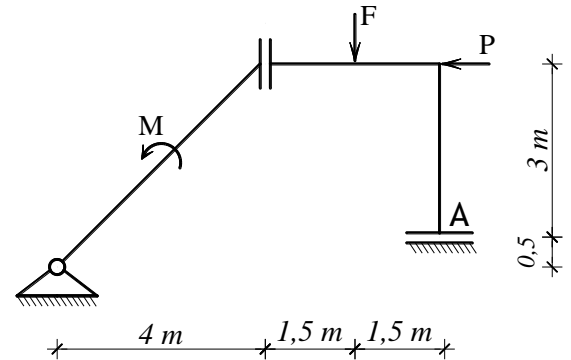
2. Za zadani statički sustav potrebno je metodom virtualnog rada odrediti reaktivni moment u osloncu A, odrediti polove i nacrtati planove pomaka. Na **planu pomaka označiti veličine svih potrebnih pomaka**.

$$F = 8 \text{ kN}$$

$$P = 6 \text{ kN}$$

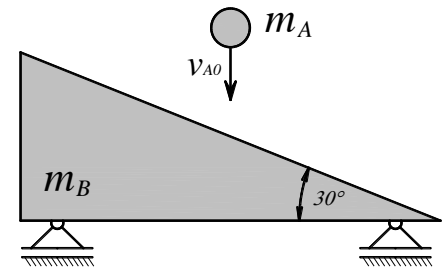
$$M = 2 \text{ kNm}$$

(18 bodova)



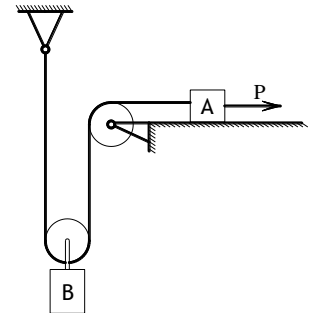
3. Čestica mase $m_A = 5 \text{ kg}$ udari brzinom $v_{A0} = 5 \text{ m/s}$ u tijelo mase $m_B = 7 \text{ kg}$ koje miruje spojeno s dva klizna spoja za podlogu kako je prikazano na slici. Koeficijent restitucije iznosi $e = 0,8$. Odredi brzine čestice i tijela neposredno nakon sudara.

(21 bod)



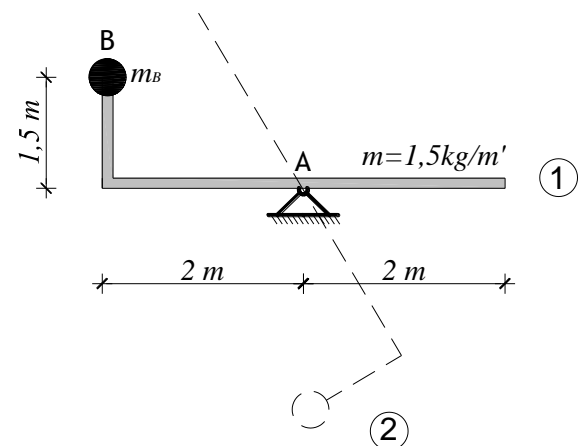
4. Dvije čestice masa $m_A = 3 \text{ kg}$ i $m_B = 4 \text{ kg}$ spojene su nerastezljivim užetom kako je prikazano na slici. U jednom trenutku na česticu A počne djelovati sila $P = 30 \text{ N}$. Potrebno je odrediti ubrzanje čestice B te silu u užetu. Koeficijent trenja između čestice A i podloge je $\mu = 0,14$. Masa kolotura može se zanemariti

(15 bodova)



5. Štap jednoliko distribuirane mase $m = 1,5 \text{ kg/m'}$ prikazanog oblika s dodatnom česticom mase $m_B = 4 \text{ kg}$ zglobno je oslonjen u točki A kako je prikazano na slici. Sustav miruje pridržan u vertikalnoj ravnini (**položaj 1**). U jednom trenutku pridržanje se ukloni. Potrebno je odrediti kutnu brzinu i kutno ubrzanje sustava, te vektore i iznose brzine i ubrzanja točke B u trenutku kada čestica B dospije točno ispod točke A (**položaj 2**).

(26 bodova)



1. (20 bodova) Objasniti koji podaci su potrebni i kako se određuje brzina i ubrzanje čestice ako je gibanje zadano na **prirodni način**. Primijeniti na rješenje zadatka: Čestica se giba po krivulji zadanoj jednačom

$$\frac{(x-2)^2}{16} + \left(\frac{y+4}{4}\right)^2 = 1$$

U trenutku $t_0=0$ čestica u položaju $x_0 = -2m$. Promjena položaja čestice zadana je zakonom

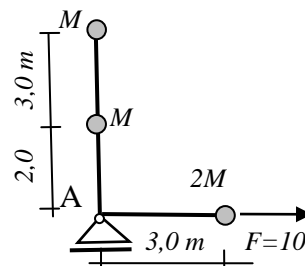
$$s(t) = \frac{\pi}{2} \cdot t^2 (m)$$

u smjeru suprotno od kazaljke na satu. Treba

- nacrtati krivulju, ucrtati početni položaj čestice i smjer gibanja
- odrediti skalarne funkcije promjene brzine i ubrzanja u vremenu
- odrediti vektore i iznose, te nacrtati položaj vektora brzine i ubrzanja čestice za trenutak $t_1=2(s)$

2. (20 bodova) Objasniti svojstva i postupak određivanja apsolutnog i relativnog pola brzina u kinematici mehanizama. Navesti i objasniti sve zaključke Kennedyevog teorema. Provjeri da li to vrijedi na primjeru: Dvije ploče gibaju se u ravnini x,y. U promatranom trenutku poznate su koordinate točke A (0,0m; -3,0m) i točke B (4,0m; 1,0m) na ploči I, i njihove brzine $\vec{v}_A = 6,0\vec{i} - 6,0\vec{j} (m/s)$ i $\vec{v}_B = -2,0\vec{j} (m/s)$. Točke C(8,0m; 4,0m) i D(10,0m; -5,0m) nalaze se na ploči II i imaju brzine $\vec{v}_C = [-9,0\vec{i} + 4,5\vec{j}] (m/s)$ i $v_{Dx} = 0m/s$. Treba **objasniti** iz kojih uvjeta i pomoću kojih jednačbi se određuju polovi, te odrediti koordinate apsolutnih polova i koordinate relativnog pola brzina promatranih ploča. Na **crtežu u mjerilu** prikazati položaj polova i provjeriti vrijede li zaključci Kennedyevog teorema.

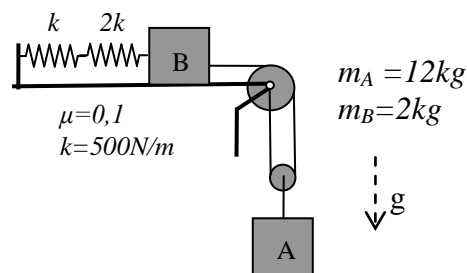
3. (20 bodova) Opisati koji se zakoni primjenjuju i kako se analizira gibanje sustava čestica pod djelovanjem sila. Napisati jednačbe i objasniti značenje svih veličina u tim jednačbama. Primijeniti navedeno na rješenje zadatka: Tri čestice vezane štapom bez mase miruju u horizontalnoj ravnini. $M=2,0$ kg. U prikazanom trenutku na sustav počne djelovati sila F.



Treba odrediti:

- ubrzanje točke A
- reakciju u spoju A

4. (20 bodova) Prikazati i objasniti izvod zakona promjene kinetičke energije. Riješiti zadatak primjenom navedenog zakona: Prikazani sustav miruje pridržan tako da opruga nije deformirana. U jednom trenutku pridržanje se ukloni i sustav se počne gibati. Treba odrediti

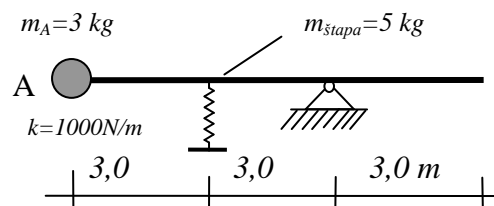


- a) maksimalnu deformaciju opruge
- b) maksimalnu brzinu čestice B

5. (20 bodova) Nabrojati i ukratko objasniti postupke određivanja diferencijalne jednačbe slobodnih oscilacija. Riješiti zadatak:

Sustav miruje u **horizontalnoj** ravnini pridržan tako da je opruga izdužena za 2cm. U jednom trenutku to pridržanje se ukloni. Treba odrediti:

- a) diferencijalnu jednačbu slobodnih oscilacija točke A
- b) frekvenciju i period slobodnih oscilacija
- c) zakon gibanja točke A
- d) odrediti veličinu maksimalnu brzinu čestice A za vrijeme nastalog gibanja



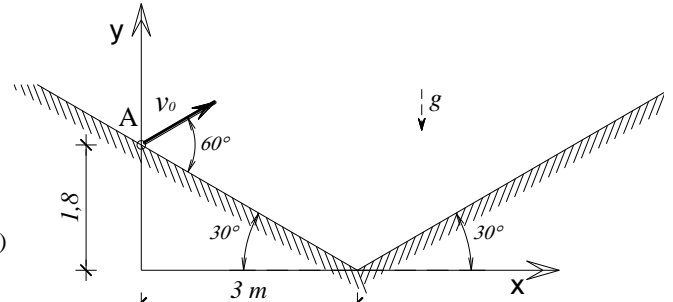
NAPOMENA:

Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr. $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$). Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **napisati općeniti izraz** koji se koristi. Za sve orijentirane veličine potrebno je prikazati **iznos i vektor**.

1. Čestica je bačena iz položaja A s početnom brzinom $v_0=8m/s$ kako je prikazano na slici. Potrebno je napisati jednadžbe kosog hitca i odrediti koordinate točke u koju će čestica udariti u prikazanu podlogu.

(20 bodova)



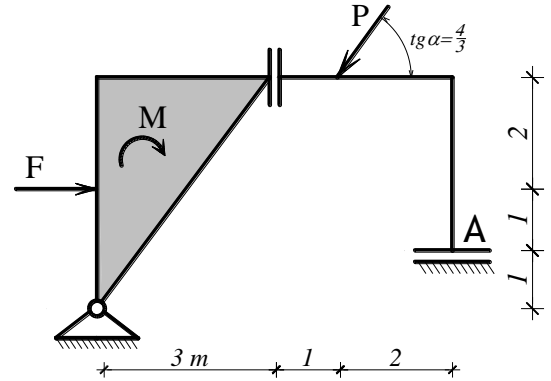
2. Za zadani statički sustav potrebno je odrediti polove i nacrtati planove pomaka te metodom virtualnog rada odrediti reaktivni moment u osloncu A. **Na planu pomaka označiti veličine svih potrebnih pomaka:**

$F = 5 \text{ kN}$

$P = 6 \text{ kN}$

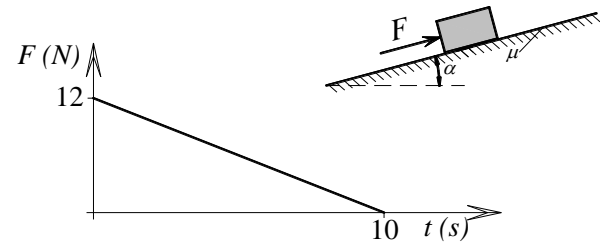
$M = 8 \text{ kNm}$

(20 bodova)



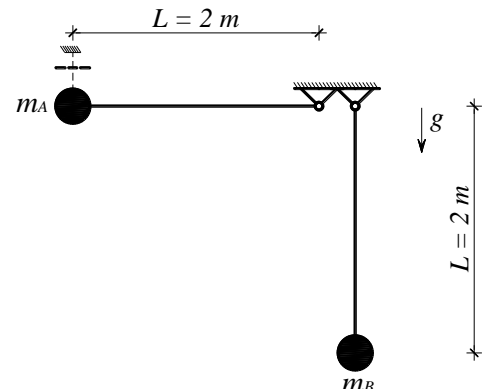
3. Čestica mase $m=1,5 \text{ kg}$ miruje na hrapavoj kosini ($\mu=0,2$ i $\alpha=10^\circ$), kad na nju počne djelovati sila F koja se u vremenu mijenja prema prikazanom dijagramu. Treba odrediti dijagrame $R(t)$, $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ s ucrtanim tangentama i njihovim nagibima u mjerilu za vremenski interval gibanja čestice.

(23 boda)



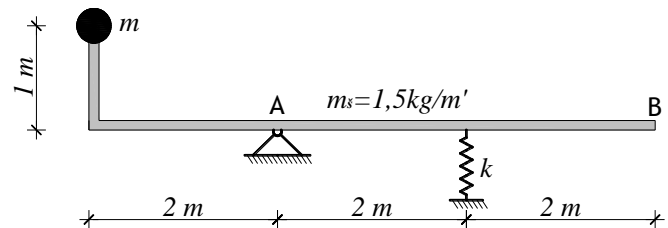
4. Čestica A mase $m_A=3 \text{ kg}$ i čestica B mase $m_B=5 \text{ kg}$, miruju na štapovima duljine L koji su bez mase. U jednom trenutku ukloni se pridržanje čestice A. Potrebno je odrediti maksimalni kut otklona čestice B od vertikalne osi ako je sudar čestica idealno elastičan.

(17 bodova)



5. Štap jednoliko distribuirane mase $m_s=1,5 \text{ kg/m'}$ s dodatnom česticom mase $m=4 \text{ kg}$ miruje pridržan u vertikalnoj ravnini tako da je opruga krutosti $k=600 \text{ N/m}$ nedeformirana. U jednom trenutku pridržanje se ukloni. Potrebno je odrediti zakon oscilacija točke B, frekvenciju i period oscilacija.

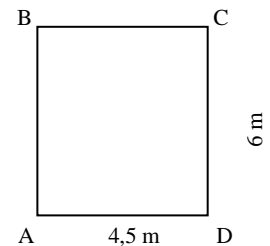
(20 bodova)



1. (20 bodova) Treba napisati koji diferencijalni i integralni odnosi povezuju funkcije $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$, te s **nekoliko rečenica objasniti** koje je njihovo **geometrijsko** značenje. Pokazati i primijeniti navedeno na rješavanje zadatka:

Čestica se počne gibati iz položaja A ($v_A=0$) po pravcu i giba se konstantnim ubrzanjem sve dok ne postigne brzinu od $6,5 \text{ m/s}$, zatim se slijedećih $7,5 \text{ s}$ nastavi gibati konstantnom brzinom i dopiye do položaja B, koji je od A udaljen $61,75 \text{ m}$. Od položaja B do C čestica se giba $3,6 \text{ s}$ tako da usporava od nule u B do maksimalne vrijednosti u trenutku zaustavljanja u točki C. Treba odrediti sve potrebne podatke i u mjerilu nacrtati funkcije $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ od početka gibanja do zaustavljanja.

Pri rješavanju zadatka treba koristiti diferencijalne i integralne odnose između traženih funkcija, na skicama označiti pretpostavke te na crtežima funkcija u mjerilu prikazati i kotirati sve veličine uključujući i nagibe tangenti.



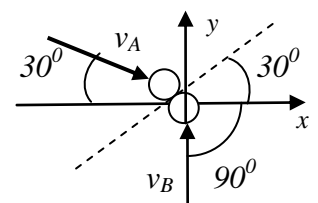
2. (15 bodova) Prikazati izvod i objasniti postupak te značenje pojedinih oznaka u osnovnom teoremu kinematike krutog tijela. Treba **isključivo primjenom navedenog teorema** odrediti vektore i iznose brzina svih označenih točaka na prikazanoj ploči, ako je zadana brzina točke D, $\vec{v}_D = (-3,2\vec{i} - 6\vec{j}) \text{ m/s}$, i x komponenta brzine točke C $\vec{v}_{Cx} = 2,2\vec{i}$.

3. (20 boda) Objasniti svojstva apsolutnih i relativnih polova brzina u kinematici mehanizama. Navesti koji uvjeti i pravila vrijede pri njihovom određivanju. Primijeniti navedeno na rješavanje zadatka:

Dvije ploče gibaju se u ravnini x,y. U promatranom trenutku poznate su koordinate točke A ($0,0\text{m}; -3,0\text{m}$) i točke B ($4,0\text{m}; 1,0\text{m}$) na ploči I, i njihove brzine $\vec{v}_A = 6,0\vec{i} + 6,0\vec{j} \text{ (m/s)}$ i $\vec{v}_B = -2,0\vec{j} \text{ (m/s)}$. Točke C($8,0\text{m}; 4,0\text{m}$) i D($10,0\text{m}; -5,0\text{m}$) nalaze se na ploči II i imaju brzine $\vec{v}_C = [-4,5\vec{i} + 4,5\vec{j}] \text{ (m/s)}$ i $v_{Dx} = 0 \text{ m/s}$. Sve podatke treba skicirati i označiti na crtežu, odrediti koordinate apsolutnih polova i koordinate relativnog pola brzina promatranih ploča, prikazati njihov položaj na crtežu u mjerilu, te grafički provjeriti točnost rezultata.

4. (20 bodova) Objasniti koje pretpostavke i koje zakonitosti primjenjujemo pri srazu čestica. Riješiti primjer:

Kuglica A mase $0,25 \text{ kg}$, brzinom $v_A=6 \text{ m/s}$ udara u kuglicu B mase $0,6 \text{ kg}$ koja ima brzinu $v_B=4,2 \text{ m/s}$. Koeficijent restitucije je $e=0,4$. Treba odrediti iznose brzina kuglica nakon sraza i iznos energije koja je izgubljena za vrijeme sraza.



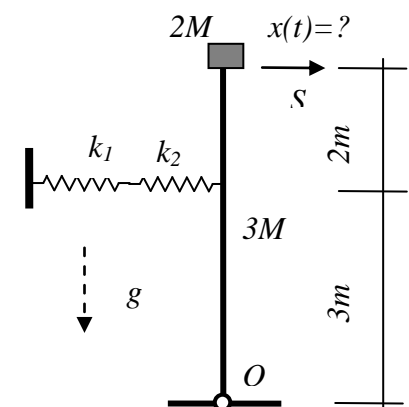
5. (25 boda) Prikazati izvod zakona impulsa, objasniti pojam impulsa te navesti osnovne razlike kod djelovanja impulsa na gibanje čestice i gibanje tijela. Riješiti zadatak: Štap sa kruto spojenom česticom miruje u vertikalnoj ravnini kad na česticu djeluje impuls S.

Treba odrediti

- reaktivni impuls u zglobu O
- jednadžbu, period i zakon slobodnih oscilacija $x(t)$
- maksimalnu veličinu elastične sile za vrijeme oscilacija

$$S = 12 \text{ Ns}, \quad M = 10 \text{ kg},$$

$$k_1 = 25 \text{ kN/m}, \quad k_2 = 16 \text{ kN/m},$$



NAPOMENA: Odgovori se boduju navedenim bodovima samo ako rješenja sadrže crteže, oznake i objašnjenja u oba dijela pitanja, te je pri rješavanju zadatka primijenjena pripadna teorija

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **napisati općeniti izraz** koji se koristi. Za sve orijentirane veličine potrebno je prikazati **iznos i vektor**.

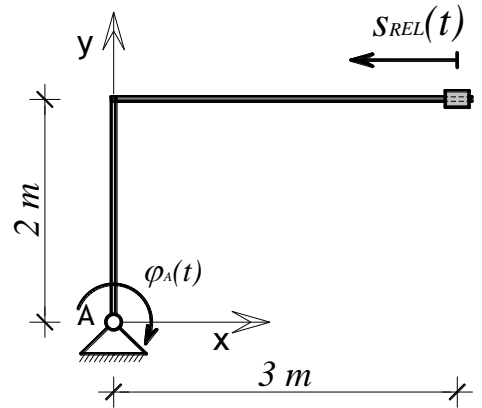
1. Štap prikazanog oblika rotira oko točke A po zakonu $\varphi_A(t)$. Na štapu se nalazi klizač koji se giba po štapu prema zakonu $s_{REL}(t)$. Početni položaj sustava ($t = 0$ s) prikazan je na slici.

Štap rotira po zakonu: $\varphi_A(t) = \frac{\pi}{16} t^2$,

Gibanje klizača po štapu dano je zakonom: $s_{REL}(t) = \frac{t^3}{8}$.

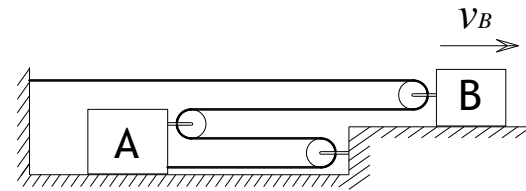
Treba odrediti apsolutnu brzinu i apsolutno ubrzanje klizača u trenutku $t=2$ s. Sve vektore treba prikazati na crtežu.

(27 bodova)



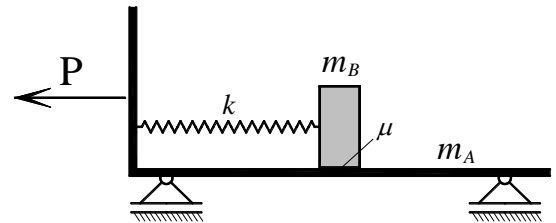
2. Sustav prikazan na slici povezan je nerastezljivim užetom. Potrebno je odrediti brzinu i smjer gibanja tereta A ako se teret B giba brzinom $v_B=3,5$ m/s prema desno.

(10 bodova)



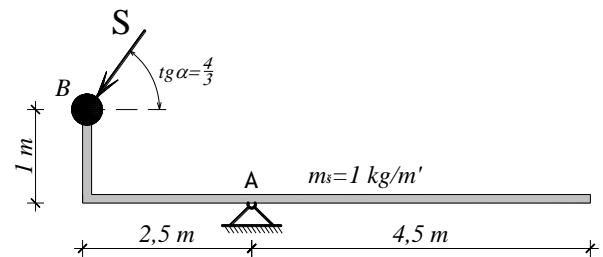
3. Čestica mase $m_B=5$ kg spojena je elastičnom oprugom krutosti $k=30$ N/m za štap prikazanog oblika i mase $m_A=20$ kg. Štap se giba pod djelovanjem konstantne sile $P=40$ N. Koeficijent trenja između čestice i štapa iznosi $\mu=0,1$. Potrebno je odrediti iznos produljenja elastične opruge za vrijeme gibanja.

(15 bodova)



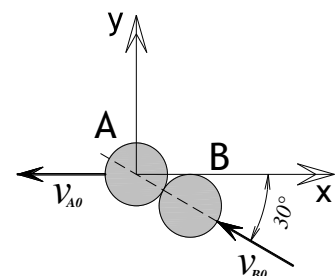
4. Štap jednoliko distribuirane mase $m_s=1$ kg/m' prikazanog oblika s dodatnom česticom mase $m_B=6$ kg, miruje u **horizontalnoj ravnini**. Štap je zglibno spojen u točki A. U jednom trenutku na štap djeluje impuls $S=24$ Ns kako je prikazano na slici. Potrebno je odrediti iznos i vektor brzine čestice B i reaktivni impuls u ležaju A (iznos i vektor) neposredno nakon djelovanja impulsa S.

(26 bodova)



5. Kuglica B udari brzinom $v_{B0}=2$ m/s u kuglicu A koja se giba se brzinom $v_{A0}=1$ m/s po glatkoj **horizontalnoj ravnini** xy. Koeficijent restitucije je $e = 0,6$. Kuglica A ima **dvostruko veću masu** od kuglice B. Treba odrediti **vektor i iznos brzina** obiju kuglica nakon sudara.

(22 boda)



1. (20 bodova) Objasniti koji podaci su potrebni i kako se određuje brzina i ubrzanje čestice ako je gibanje zadano na **prirodni način**. Primijeniti na rješenje zadatka: Čestica se giba po krivulji zadanoj jednačom

$$\frac{(x-2)^2}{16} + \left(\frac{y+4}{4}\right)^2 = 1$$

U trenutku $t_0=0$ čestica u položaju $x_0 = -2m$. Promjena položaja čestice zadana je zakonom

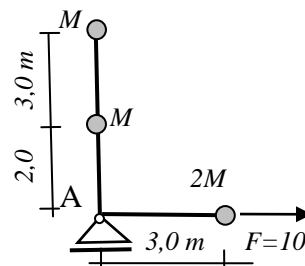
$$s(t) = \frac{\pi}{2} \cdot t^2 (m)$$

u smjeru suprotno od kazaljke na satu. Treba

- nacrtati krivulju, ucrtati početni položaj čestice i smjer gibanja
- odrediti skalarne funkcije promjene brzine i ubrzanja u vremenu
- odrediti vektore i iznose, te nacrtati položaj vektora brzine i ubrzanja čestice za trenutak $t_1=2(s)$

2. (20 bodova) Objasniti svojstva i postupak određivanja apsolutnog i relativnog pola brzina u kinematici mehanizama. Navesti i objasniti sve zaključke Kennedyevog teorema. Provjeri da li to vrijedi na primjeru: Dvije ploče gibaju se u ravni x,y. U promatranom trenutku poznate su koordinate točke A (0,0m; -3,0m) i točke B (4,0m; 1,0m) na ploči I, i njihove brzine $\vec{v}_A = 6,0\vec{i} - 6,0\vec{j} (m/s)$ i $\vec{v}_B = -2,0\vec{j} (m/s)$. Točke C(8,0m; 4,0m) i D(10,0m; -5,0m) nalaze se na ploči II i imaju brzine $\vec{v}_C = [-9,0\vec{i} + 4,5\vec{j}] (m/s)$ i $v_{Dx} = 0m/s$. Treba **objasniti** iz kojih uvjeta i pomoću kojih jednačbi se određuju polovi, te odrediti koordinate apsolutnih polova i koordinate relativnog pola brzina promatranih ploča. Na **crtežu u mjerilu** prikazati položaj polova i provjeriti vrijede li zaključci Kennedyevog teorema.

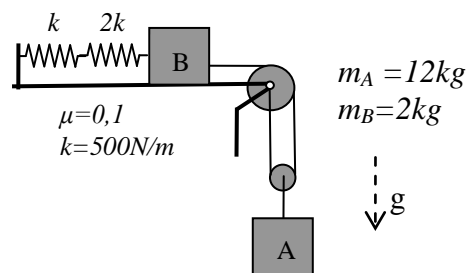
3. (20 bodova) Opisati koji se zakoni primjenjuju i kako se analizira gibanje sustava čestica pod djelovanjem sila. Napisati jednačbe i objasniti značenje svih veličina u tim jednačbama. Primijeniti navedeno na rješenje zadatka: Tri čestice vezane štapom bez mase miruju u horizontalnoj ravni. $M=2,0$ kg. U prikazanom trenutku na sustav počne djelovati sila F.



Treba odrediti:

- ubrzanje točke A
- reakciju u spoju A

4. (20 bodova) Prikazati i objasniti izvod zakona promjene kinetičke energije. Riješiti zadatak primjenom navedenog zakona: Prikazani sustav miruje pridržan tako da opruga nije deformirana. U jednom trenutku pridržanje se ukloni i sustav se počne gibati. Treba odrediti

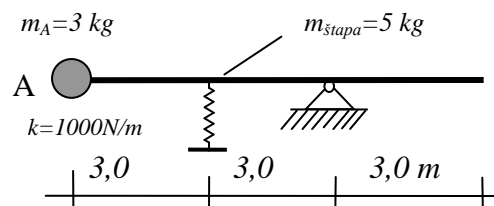


- a) maksimalnu deformaciju opruge
- b) maksimalnu brzinu čestice B

5. (20 bodova) Nabrojati i ukratko objasniti postupke određivanja diferencijalne jednačbe slobodnih oscilacija. Riješiti zadatak:

Sustav miruje u **horizontalnoj** ravni pridržan tako da je opruga izdužena za 2cm. U jednom trenutku to pridržanje se ukloni. Treba odrediti:

- a) diferencijalnu jednačbu slobodnih oscilacija točke A
- b) frekvenciju i period slobodnih oscilacija
- c) zakon gibanja točke A
- d) odrediti veličinu maksimalnu brzinu čestice A za vrijeme nastalog gibanja



NAPOMENA:

Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr. $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$). Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.