

# MATEMATIKA 3, Kolokvij 15.12.2014. B

1. (12+8 bodova)

- (a) Riješite problem slobodnih oscilacija homogene žice duljine 4, linijske gustoće 3, napetosti 27, uz sljedeće početne i rubne uvjete:

$$u(0, t) = -3, \quad u(4, t) = 5, \quad u(x, 0) = 2x - 3, \quad \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = \sin(4\pi x).$$

- (b) Što je to kontaktna sila? Koji član u valnoj jednačbi dolazi od kontaktne sile? Kakva je veza kontaktne sile i progiba?

2. (14+8 bodova)

- (a) Izračunajte temperaturu izoliranog homogenog štapa duljine  $l = 6$  koji ima koeficijent toplinskog kapaciteta  $\gamma = 2$  i koeficijent provođenja  $\delta = 8$ , ako su rubovi štapa također izolirani, a inicijalna distribucija temperature dana s

$$u(x, 0) = 2 \cos(\pi x) + 3 \cos\left(\frac{\pi}{3}x\right).$$

Kolika je temperatura na sredini štapa nakon 10 sekundi?

- (b) Zašto je jednačba oscilacija žice drugog, a jednačba oscilacija grede četvrtog reda? U čemu je razlika?

3. (10+8 bodova)

- (a) Odredite ravnotežni oblik homogene kružne membrane radijusa  $R = 5$  i napetosti  $p = 3$  ako na membranu djeluje vanjska sila gustoće  $f(r) = 3r^2 - 6r$  uz rubni uvjet  $u|_{r=5} = 2$ .

- (b) Što su to harmoničke funkcije u Kartezijevim, a što u polarnim koordinatama? Koje harmoničke funkcije u varijablama  $r$  i  $\varphi$  ne ovise o  $\varphi$ ?