

1. Odredite i skicirajte domenu funkcije: (3 boda)

$$f(x, y) = \sqrt{x+y} + \arcsin(x+y).$$

2. Odredite (4 boda)

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y}$$

ako je:

$$f(x, y) = x \ln(x+y).$$

3. Nađite rješenje diferencijalne jednačine: (5 bodova)

$$x^2 + y^2 - 2xyy' = 0$$

uz uvjet  $y(1) = 2$ .

### RJEŠENJE:

1.  $D(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; y \geq -x, y \leq -x + 1\}$

2.  $\frac{1}{x+y}$

3.  $y^2 = x^2 + 3x$

1. Odredite (3 boda)

$$2x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y}$$

ako je

$$z = x\varphi\left(\frac{x}{y^2}\right).$$

2. Za funkciju  $f(x, y) = x^2 - 6xy + y^3 + 3x + 6y$

jedna stacionarna točka je  $T_1\left(\frac{27}{2}, 5\right)$ . (4boda)

- a) Ispitajte da li u toj točki funkcija ima ekstrem i koji je.  
b) Odredite vrijednost ekstrema ako postoji.

3. Nađite rješenje diferencijalne jednađbe:

(5 bodova)

$$y'' - 3y' + 2y = x + 1;$$

**RJEŠENJE:**

1.  $2x\varphi\left(\frac{x}{y^2}\right)$

2.  $-\frac{109}{4}$

3.  $y = C_1e^{2x} + C_2e^x + \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$

**MATEMATIKA II**

**1.kolokvij**

**11.4.2007.**

III

1. Odredite jednađbu tangencijalne ravnine na plohu

(3 boda)

$$f(x, y) = 4x^2 - 3xy + 2y^2 - 6x + 2y - 3$$

u njenoj točki  $D(2, 3, ?)$ .

2. Nađite rješenje diferencijalne jednađbe:

(4 boda)

$$xy^2 + x + (x^2y - y)y' = 0$$

uz uvjet

$$y(0) = 1.$$

3. Nađite opće rješenje diferencijalne jednađbe:

(5 bodova)

$$y'' - 3y' + 2y = e^x.$$

**RJEŠENJE:**

1.  $x + 8y - z - 19 = 0$

2.  $y = C_1e^{2x} + C_2e^x - xe^x$

3.  $(x^2 - 1)(y^2 + 1) = -2$

**MATEMATIKA II**

**1.kolokvij**

**11.4.2007.**

IV

1. Zadana je funkcija  $f(x, y) = e^{x^2+y} - \frac{y}{x^2}$ .

(3 boda)

Nađite:

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2}$$

u točki

$$T(1, -1).$$

2. Nađite jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu (4 boda)

$$f(x, y) = 2x^2 + 2y^2$$

paralelne s ravninom

$$x + y - 2z = 2.$$

3. Nađite rješenje diferencijalne jednadžbe: (5 bodova)

$$(1 + x)y' + y = -x^2(1 + x)$$

uz uvjet

$$y(0) = 1.$$

**RJEŠENJE:**

- 12
- $8x + 8y - 16z - 1 = 0$
- $y = \frac{1}{x+1} \left( -\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + 1 \right).$

**MATEMATIKA II      1.kolokvij      11.4.2007.      V**

1. Odredite i skicirajte domenu funkcije (3 boda)

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 9}} + \sqrt{y - x}.$$

2. Nađite jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu (4 boda)

$$f(x, y) = 4 - x^2 - y^2$$

okomite na pravac

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}.$$

3. Nađite rješenje diferencijalne jednadžbe: (5 bodova)

$$xy' - y \ln \frac{y}{x} = 0$$

uz uvjet

$$y(1) = 1.$$

**RJEŠENJE:**

- $D(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 > 9, y \geq x\}$
- $x + y + z - \frac{9}{2} = 0$
- $y = xe^{-x+1}$

**MATEMATIKA II      1.kolokvij      11.4.2007.      VI**

1. Ako je:  $z = \varphi(x^2 + y^2)$ , izračunajte  $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y}$ . (3 boda)

2. Nađite rješenje diferencijalne jednačbe (4 boda)

$$y' - y + x = 0$$

uz uvjet

$$y(0) = \frac{3}{2}.$$

3. Nađite opće rješenje diferencijalne jednačbe: (5 bodova)

$$y'' - 4y' + 4y = 2 \sin x.$$

### RJEŠENJE:

1. 0

2.  $y = x + 1 + \frac{1}{2}e^x$

3.  $y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x} + \frac{8}{25} \cos x + \frac{6}{25} \sin x$