

Primjer zadatka s drugog dijela ispita:

Objasniti koji podaci su potrebni i kako se određuje brzina i ubrzanje čestice ako je gibanje zadano **prirodnim načinom**, te primijeniti pri rješavanju zadatka:

Čestica se giba po krivulji zadanoj jednačbom  $\frac{(x-2)^2}{16} + \left(\frac{y+4}{4}\right)^2 = 1$

U trenutku  $t_0=0$  čestica je u položaju  $x_0 = -2,0(m)$ . Promjena položaja čestice po trajektoriji zadana je skalarnom funkcijom  $s(t) = \frac{\pi}{2}t^2(m)$ , u smjeru suprotno od kazaljke na satu. Treba

- nacrtati krivulju, ucrtati početni položaj, i smjer gibanja čestice
- odrediti skalarne funkcije promjene brzine i ubrzanja u vremenu
- odrediti vektore i iznose, te nacrtati položaj vektora brzine i ubrzanja

čestice za trenutak  $t_1=2(s)$

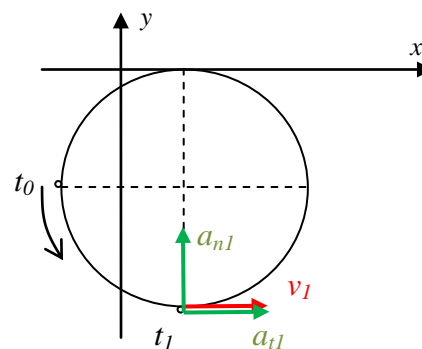
Rješenje zadatka:

Trajektorija je kružnica polumjera  $R=4(m)$ , sa centrom u točki  $x_C = 2,0(m), y_C = -4,0(m)$

Skalarna funkcija brzine odredi se derivacijom skalarne funkcije  $s(t)$  po vremenu, a vektor brzine u svakom trenutku ima smjer tangente na trajektoriju.

$$v(t) = \frac{ds}{dt} = \pi \cdot t$$

$$\vec{v}(t) = \pi \cdot t \cdot \vec{\tau}_0(t)$$



Skalarna funkcija ubrzanja sastoji se od dvije međusobno okomite komponente:

- tangencijalno ubrzanje  $a_t(t) = \frac{dv}{dt} = \pi$
- normalno ubrzanje  $a_n(t) = \frac{v^2}{R} = \frac{\pi^2}{4}t^2$
- ukupno ubrzanje  $a(t) = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{\frac{\pi^4}{16}t^4 + \pi^2}$

Za trenutak  $t_1=2(s)$  slijedi:

- položaj čestice izračunava se pomoću prijednog puta i opsega kružnice:

$$s_1 = 2\pi(m) \quad \text{opseg} = 2R\pi = 8\pi$$

$$s_1 = \frac{1}{4} \text{opsega}$$

- iznosi brzine i ubrzanja:

$$v_1 = 2 \cdot \pi = 6,28(m/s)$$

$$a_{t,1} = \pi = 3,14(m/s^2)$$

$$a_{n,1} = \pi^2 = 9,86(m/s^2)$$

$$a_1 = \sqrt{a_{t,1}^2 + a_{n,1}^2} = \sqrt{3,14^2 + 9,86^2} = 10,35(m/s^2)$$

- vektori brzine i ubrzanja:

$$\vec{v}_1 = 2 \cdot \pi \vec{i} = 6,28 \vec{i}(m/s)$$

$$\vec{a}_{t,1} = \pi \vec{i} = 3,14 \vec{i}(m/s^2)$$

$$\vec{a}_{n,1} = \pi^2 \vec{j} = 9,86 \vec{j}(m/s^2)$$

$$\vec{a}_1 = 3,14 \vec{i} + 9,86 \vec{j}$$