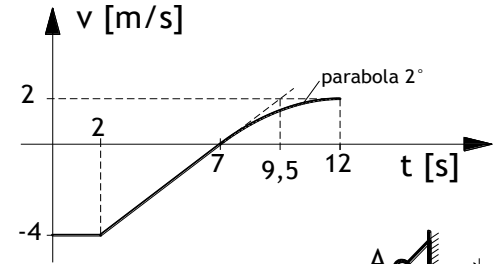


NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznaka** i **kotama**. Prije numeričkog računa **napisati općeniti izraz** koji se koristi. Za sve orijentirane veličine potrebno je prikazati **iznos i vektor**.

1. Čestica se giba po pravcu. Zadan je dijagram promjene brzine. **Napisati diferencijalne i integralne odnose** koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijeđeni put, te koristeći te odnose odrediti dijagrame  $a(t)$  i  $s(t)$  sa ucrtanim tangentama,  $s_0 = 0$ . Odredi koliko je metara točka prešla u vremenskom intervalu od  $0s$  do  $12s$ .



(20 bodova)

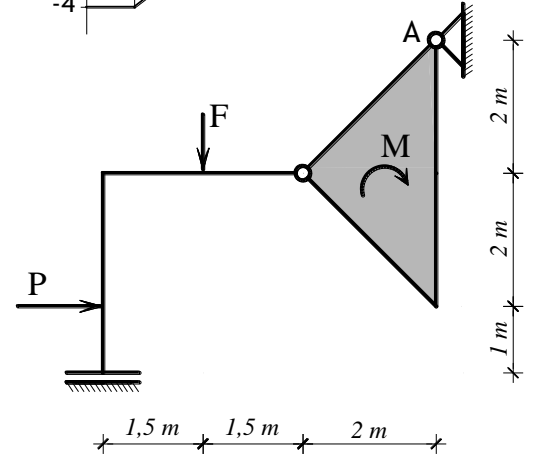
2. Za zadani statički sustav potrebno je metodom virtualnog rada odrediti vertikalnu reakciju u ležaju A. **Na crtežu prikazati polove, planove pomaka oba tijela i veličine svih potrebnih pomaka.** Provjeriti točnost pomoću jednadžbi ravnoteže.

$$F = 4 \text{ [kN]}$$

$$P = 5 \text{ [kN]}$$

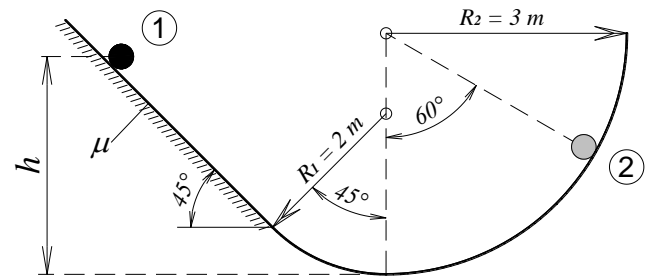
$$M = 2 \text{ [kNm]}$$

(20 bodova)



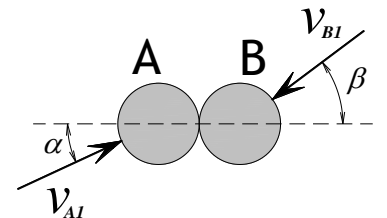
3. Čestica mase  $m=3 \text{ [kg]}$  se iz **položaja 1** pusti u gibanje po prikazanoj podlozi. Treba odrediti s koje visine  $h$  treba pustiti česticu da bi u **položaju 2** pritisak na podlogu iznosio  $N=6g \text{ [N]}$ ? Koeffcijent trenja na dijelu podloge u pravcu iznosi  $\mu=0,2$  a na zakrivljenom dijelu podloga je apsolutno glatka.

(20 bodova)



4. Čestice A i B sudare se na horizontalnoj glatkoj podlozi kako je prikazano na slici. Sudar čestica je idealno elastičan. Zadane su brzine kuglica neposredno prije sudara  $v_{AI}=5 \text{ [m/s]}$  i  $v_{BI}=4 \text{ [m/s]}$ , kutovi  $\alpha=20^\circ$  i  $\beta=45^\circ$ , te mase čestica  $m_A=2,5 \text{ [kg]}$  i  $m_B=3 \text{ [kg]}$ . Treba odrediti iznos brzina obiju kuglica nakon sudara i kutove koje vektori brzina zatvaraju s linijom sraza. Vektore brzina prikazati na crtežu.

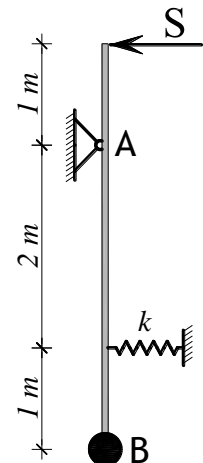
(20 bodova)



5. Prikazani mehanički sustav miruje u horizontalnoj ravnini. Štap ima jednoliko distribuiranu masu  $m=3 \text{ [kg/m]}$  a masa čestice B je  $m_B=4 \text{ [kg]}$ , krutost opruge je  $k=1200 \text{ [N/m]}$ .

U jednom trenutku na sustav djeluje impuls  $S=4 \text{ [Ns]}$ . Potrebno je odrediti zakon oscilacija točke B, frekvenciju i period oscilacija sustava, maksimalnu kinetičku energiju za vrijeme oscilacija.

(20 bodova)



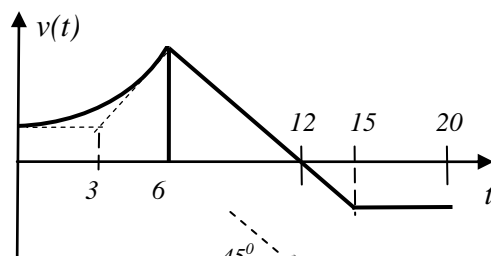
DRUGI DIO ISPITA IZ PREDMETA MEHANIKA 2, od 05.02.2014.

1. (20 bodova) Treba napisati diferencijalne i integralne odnose koji povezuju funkcije  $a(t)$ ,  $v(t)$  i  $s(t)$  kod gibanja čestice po pravcu, te s **nekoliko rečenica objasniti** njihovo **geometrijsko značenje**.

Riješiti zadatak:

Čestica počne gibanje iz ishodišta po osi  $x$  s brzinom  $v_0=9\text{ km/h}$ , i ubrzava tako da za  $6\text{ s}$  postigne brzinu  $75,6\text{ km/h}$ , a zatim se brzina mijenja prema prikazanom grafu. Treba odrediti:

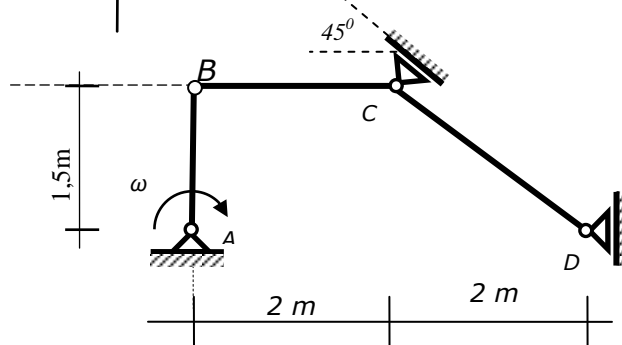
- sve potrebne veličine, i nacrtati funkcije  $a(t)$  i  $s(t)$  u mjerilu, sa ucrtanim tangentama za  $0 \leq t \leq 20\text{ s}$
- koordinatu točke na osi  $x$ ,  $x_{\max}=?$  do koje će doći čestica
- ukupni prijeđeni put za  $20\text{ s}$ .



2. (20 bodova) Objasniti pretpostavke, izvod i značenje teorema o ravnopravnosti izbora pokretnog ishodišta.

Primjenom tog teorema, ako je kutna brzina štapa AB  $\omega_I=2\text{ rad/s}=\text{const.}$  uz **grafičko** rješenje vektorskih jednadžbi treba odrediti:

- iznose brzina i ubrzanja u označenim točkama.
- vektore i iznose kutnih brzina i kutnih ubrzanja svih štapova u prikazanom mehanizmu,

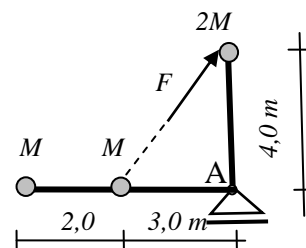


3. (18 bodova) Opisati koji se zakoni primjenjuju i kako se analizira gibanje sustava čestica pod djelovanjem sila u ravnini. Napisati jednadžbe i objasniti značenje svih veličina u tim jednadžbama. Primijeniti navedeno na rješenje zadatka:

Tri čestice vezane štapom bez mase miruju na horizontalnoj glatkoj podlozi u ravnini crteža. U jednom trenutku na sustav počne djelovati sila  $F=100\text{ N}$ .

Masa  $M=3,0\text{ kg}$ . Treba odrediti:

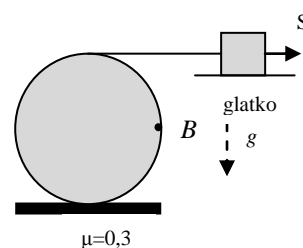
- vektor i iznos ubrzanja čestice na koju djeluje sila
- vektor u iznos ubrzanja točke A
- vektor i iznos reakcije u spoju A



4. (20 bodova) Prikazati kako se izvodi zakon impulsa za česticu, te objasniti koja je razlika u tom zakonu ako impuls djeluje na tijelo. Riješiti zadatak:

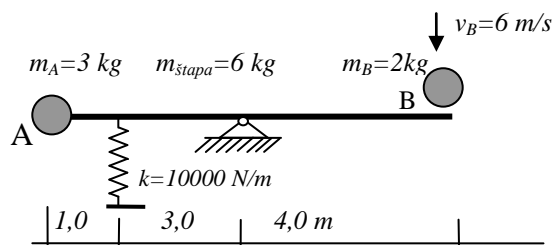
Kružni disk polumjera  $R=3\text{ m}$ , mase  $M=6\text{ kg}$  miruje oslonjen na horizontalnu hrapavu podlogu. Na disk je namotana nit za koju je vezana čestica mase  $2\text{ kg}$ . U jednom trenutku na česticu djeluje impuls  $S=27\text{ N}\cdot\text{s}$ . Za taj trenutak treba odrediti:

- vektor i iznos brzine čestice
- vektor i iznos kutne brzine diska
- vektor u iznos brzine točke B
- reaktivni impuls u niti



5. (22 boda) Nabrojati i ukratko objasniti postupke određivanja diferencijalne jednadžbe slobodnih oscilacija. Riješiti zadatak: Sustav miruje položen na **horizontalnu** glatku ravninu u trenutku kad u štap udara kuglica B. Sraz je plastičan. Treba odrediti:

- diferencijalnu jednadžbu slobodnih oscilacija točke A pomoću metode virtualnog rada
- frekvenciju i period slobodnih oscilacija
- zakon gibanja točke A
- odrediti veličinu maksimalne deformacije opruge za vrijeme nastalog gibanja



NAPOMENA:

Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr.  $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$ ).

Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.

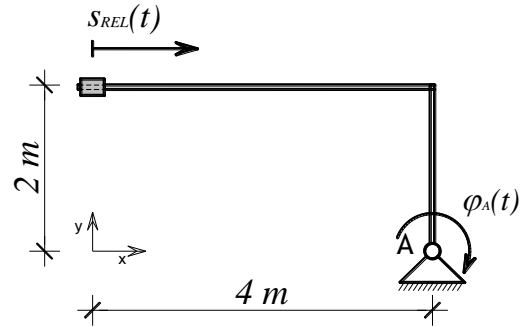
NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **napisati općeniti izraz** koji se koristi. Za sve orijentirane veličine potrebno je prikazati **iznos i vektor**.

1. Štap prikazanog oblika rotira oko točke A po zakonu  $\varphi_A(t)$ . Na štapu se nalazi klizač koji se giba prema zakonu  $s_{REL}(t)$ . Početni položaj sustava ( $t_0 = 0$  [s]) prikazan je na slici.

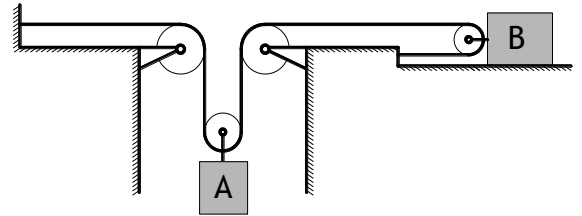
$$\varphi_A = \frac{3\pi}{16} t^2 \text{ [rad]}$$

$$s_{REL}(t) = t \text{ [m]}$$

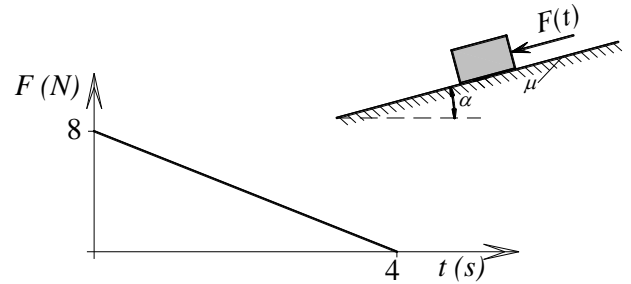
Treba odrediti vektor i iznos apsolutne brzine i apsolutnog ubrzanja klizača u trenutku  $t_1 = 2$  [s]. Položaj i sve vektore treba prikazati na crtežu.



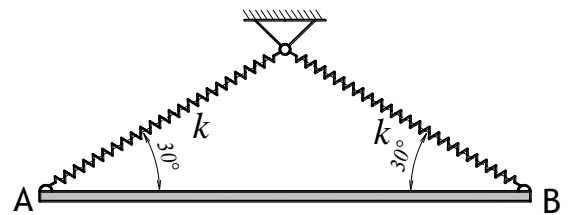
2. Tereti A i B povezani su nerastezljivim užetom kako je prikazano na slici. Potrebno je odrediti zakon promjene brzine za oba tereta i zakon promjene ubrzanja tereta B, ako sustav početno miruje i teret A se počne gibati prema dolje s ubrzanjem  $a_A(t) = 3t$  [m/s<sup>2</sup>].



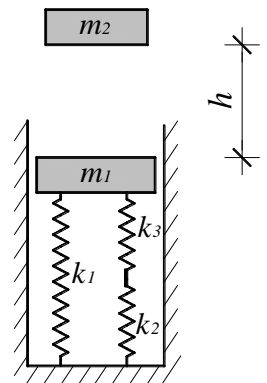
3. Čestica mase  $m=3$  [kg] miruje na hrapavoj kosini ( $\mu=0,25$  i  $\alpha=10^\circ$ ), kad na nju počne djelovati sila  $F(t)$  koja se u vremenu mijenja prema prikazanom grafu. Treba odrediti dijagrame  $R(t)$ ,  $a(t)$ ,  $v(t)$  i  $s(t)$  s ucrtanim tangentama i njihovim nagibima u mjerilu za vrijeme gibanja čestice.



4. Štap AB duljine  $L=4$  [m] i jednoliko distribuirane mase  $m=1,5$  [kg/m] spojen je s dvije identične opruge u točkama A i B u vertikalnoj ravnini. Ako se u jednom trenutku ukloni opruga spojena u točki B, odredi koliko iznosi kutno ubrzanje štapa, te vektori i iznosi ubrzanja točaka A i B za taj trenutak.



5. Čestica mase  $m_1=4$  [kg] miruje spojena na sustav opruga kako je prikazano na slici. Krutosti opruga su  $k_1 = 1500$  [N/m],  $k_2 = 750$  [N/m] i  $k_3=1200$  [N/m]. U jednom trenutku čestica mase  $m_2=1$  [kg] pusti se sa visine  $h=0,5$  [m] tako da udari česticu  $m_1$ . Koeficijent restitucije sraza čestica iznosi  $e=0,5$ . Potrebno je odrediti period, zakon oscilacija i iznos maksimalne amplitude nastalih oscilacija.



1. (20 bodova) Prikazati izvod za radijus zakrivljenosti trajektorije pomoću kinematičkih veličina. Riješiti zadatak: Položaj čestice određen je vektorskom funkcijom

$$\vec{r}(t) = [2 + 3\cos(2t)]\vec{i} + 2\sin(2t)\vec{j} \quad [m]$$

Potrebno je:

- odrediti i nacrtati jednadžbu trajektorije, položaj čestice za  $t=0$  [s] i označiti smjer gibanja čestice po trajektoriji, odrediti vektorsku i skalarnu funkciju promjene brzine i ubrzanja
- odrediti položaj čestice na trajektoriji, brzinu i ubrzanje za trenutak  $t_1 = \frac{\pi}{4}$  [s] (vektor i skalar)
- na crtežu prikazati položaj čestice i vektore brzine i ubrzanje za trenutak  $t_1$
- odrediti radijus zakrivljenosti, normalnu i tangencijalnu komponentu ubrzanja za trenutak  $t_1$

2. (19 bodova) Objasniti svojstva apsolutnih i relativnih polova brzina u kinematici mehanizama. Navedi koji uvjeti i koja pravila vrijede pri njihovom određivanju. Primijeniti navedeno na rješenje zadatka: Dvije ploče gibaju se u ravnini x,y. U promatranom trenutku poznate su koordinate točke A (14,5m; 2,0m) i točke B (10,5m; 7,0m) na ploči I, i njihove brzine  $\vec{v}_B = -4,5\vec{i} + 6,75\vec{j} (m/s)$  i  $\vec{v}_{Ay} = -11,25\vec{j} (m/s)$ . Točka D (1,0m; 4,0m) i E (5,5m; 6,5m) nalaze se na ploči II i imaju brzine  $\vec{v}_D = [-3,0\vec{i} - 4,5\vec{j}] (m/s)$  i  $v_{Ex} = -6,75m/s$ . Treba sve podatke prikazati na crtežu, odrediti koordinate apsolutnih polova brzina i koordinate relativnog pola brzina promatranih ploča, prikazati njihov položaj na crtežu u mjerilu, te grafički provjeriti točnost rezultata.

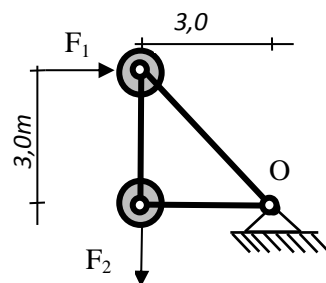
3. (18 bodova) Navesti i objasniti kako se određuje rad koji vrši neka sila, i koji je zakon povezan s radom. Riješiti zadatak:

Čestica mase  $1,5 \text{ kg}$  miruje na glatkoj horizontalnoj podlozi. U jednom trenutku čestica se zbog djelovanja sile  $F(t)$  počne gibati po kružnoj putanji radijusa  $R=1m$  po zakonu  $s(t)=1,5t^2$ . Treba odrediti

- silu  $F(t)$
- koji rad izvrši sila ako čestica dva puta obiđe kružnicu

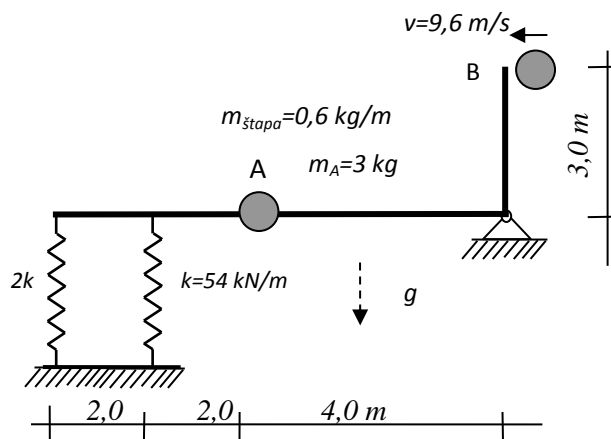
4. (18 bodova) Opisati koji se zakoni primjenjuju i kako se analizira gibanje sustava čestica pod djelovanjem sila u ravnini. Napisati jednadžbe i objasniti značenje svih veličina u tim jednadžbama. Primijeniti navedeno na rješenje zadatka:

Dvije jednake čestice mase  $m=2\text{kg}$  spojene štapovima bez mase miruju na horizontalnoj glatkoj podlozi kad na njih počnu djelovati sile  $F_1=152\text{N}$  i  $F_2=80\text{N}$ . Treba odrediti vektor i iznos reakcije u spoju O i iznose sila u štapovima u trenutku kad počne gibanje.



5. (25 bodova) Prikazani sustav miruje u gravitacijskom polju. U jednom trenutku udari kuglica mase  $2 \text{ kg}$  u točku B na štapu. Sraz je idealno elastičan. Za nastalo gibanje sustava treba odrediti:

- funkciju promjene kinetičke energije u vremenu
- funkciju promjene potencijalne energije u vremenu
- diferencijalnu jednadžbu oscilacija čestice A iz funkcije ukupne mehaničke energije zadanog sustava, frekvenciju i period slob. oscilacija
- zakon gibanja točke A nakon udara čestice
- zakon promjene brzine točke A
- maksimalnu brzinu točke A



NAPOMENA:

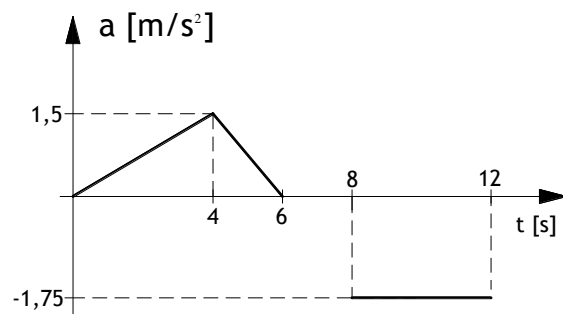
Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr.  $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$ ).

Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **napisati općeniti izraz** koji se koristi. Za sve orijentirane veličine potrebno je prikazati **iznos i vektor**.

1. Čestica se giba po pravcu. Zadan je dijagram promjene ubrzanja. Prijedeni put u trenutku  $t=6$  s iznosi  $27$  m. Potrebno je napisati **diferencijalne i integralne odnose** koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijedeni put, te koristeći te odnose odrediti dijagrame  $v(t)$  i  $s(t)$  u mjerilu, ucrtati **tangente i nagibe tangenti**.

(21 bod)



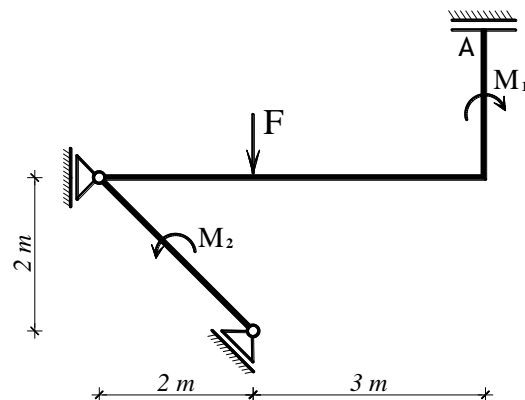
2. Za zadani statički sustav potrebno je metodom virtualnog rada odrediti reaktivni moment u spoju A, potrebno je odrediti polove i nacrtati plan horizontalnih i vertikalnih pomaka. **Na planu pomaka označiti veličine svih potrebnih pomaka.**

$$F = 2 \text{ [kN]}$$

$$M_1 = 3 \text{ [kNm]}$$

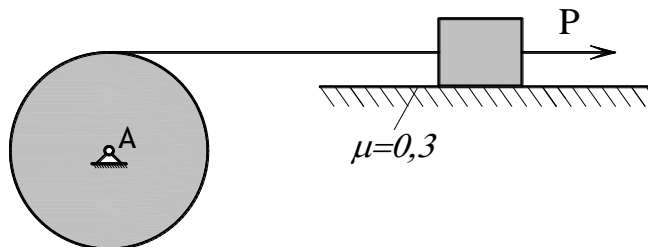
$$M_2 = 5 \text{ [kNm]}$$

(21 bod)



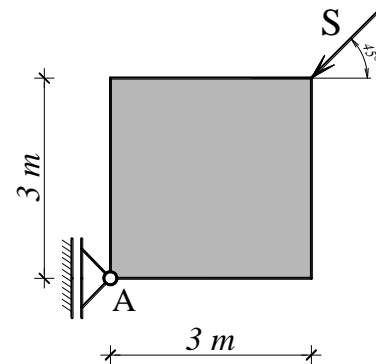
3. Teret mase  $m = 2$  [kg] povezan je nerastezljivim užetom koje je bez mase. Uže je namotano na kružni disk koji je zglobno spojen u točki A kako je prikazano na slici. Sustav miruje u vertikalnoj ravnini. Potrebno je odrediti koliko iznosi sila u užetu te reakcija u spoju A u trenutku kada na teret počne djelovati sila  $P = 10$  [N]. Disk ima polumjer  $R = 0,5$  [m] i masu  $m_D = 6$  [kg].

(18 bodova)



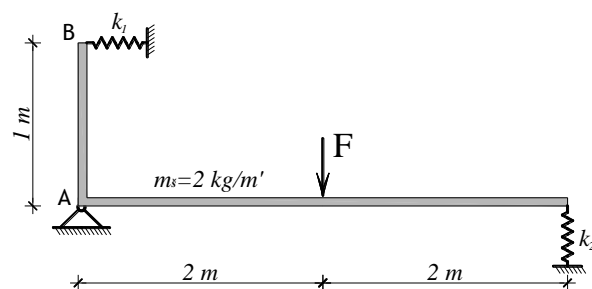
4. Ploča mase  $m_p = 10$  [kg] miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. Ploča je spojena zglobnim kliznim spojem u točki A kako je prikazano na slici. U jednom trenutku na ploču djeluje impuls  $S = 5$  [Ns]. Za taj trenutak potrebno je odrediti reaktivni impuls u točki A, vektor i iznos brzine točke A i kutnu brzinu s kojom počinje gibanje ploče.

(20 bodova)



5. Štap prikazanog oblika, jednoliko distribuirane mase zglobno je spojen u točki A te s dvije opruge krutosti  $k_1 = 1000$  [N/m'] i  $k_2 = 600$  [N/m'] kako je prikazano na slici. **Sustav miruje u horizontalnoj ravnini** dok na njega djeluje statička sila  $F = 25,6$  [N]. U jednom trenutku sila  $F$  naglo prestane djelovati. Odredi kružnu frekvenciju, period i zakon oscilacija točke B koje će nastati nakon uklanjanja sile  $F$ . Odredi iznos maksimalne kinetičke energije nastalih oscilacija.

(20 bodova)



1. (20 bodova) Opisati prirodni način zadavanja gibanja čestice, te kako se u tom slučaju određuje brzina i ubrzanje. Riješiti zadatak: Gibanje čestice zadano je vektorskom funkcijom  $\vec{r}(t) = 4t\vec{i} + (3t - 4t^2)\vec{j}$ .

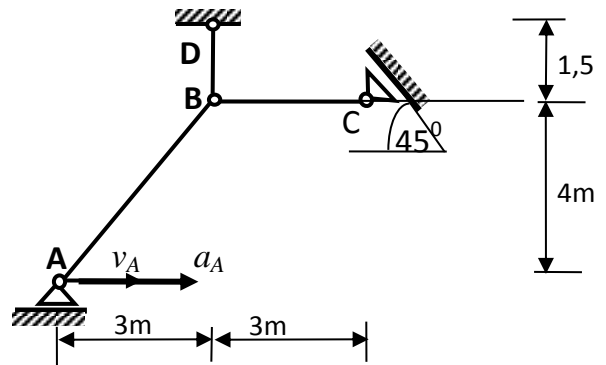
Treba:

- Odrediti i nacrtati trajektoriju po kojoj se čestica giba, prikazati smjer gibanja čestice
- Odrediti funkciju brzine i ubrzanja (vektor i iznos)
- Odrediti iznos i vektor brzine i ubrzanja u točki u kojoj trajektorija presijeca os  $x$
- Odrediti normalnu i tangencijalnu komponentu ubrzanja te radijus zakrivljenosti trajektorije u istoj točki

2. (20 bodova) Prikazati izvod osnovnog teorema kinematike uz objašnjenje osnovnih pretpostavki i značenja pojedinih veličina. Riješiti zadatak: U prikazanom položaju mehanizma na slici poznata je brzina i ubrzanje točke A,

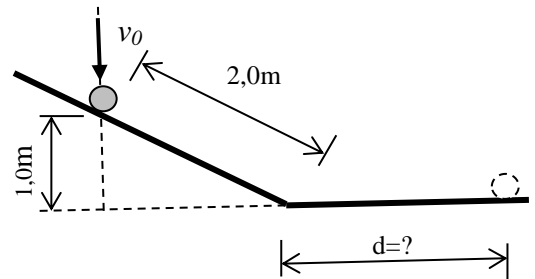
$v_A = 1,5 \text{ m/s}$  i  $a_A = 3,5 \text{ m/s}^2$ . Treba odrediti:

- brzinu i ubrzanje točke B i točke C u tom trenutku
- vektore kutnih brzina i kutnih ubrzanja svih štapova u tom trenutku



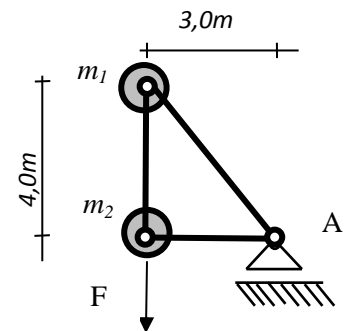
3. (15 bodova) Opisati pretpostavke i zakonitosti koje vrijede kod sruca čestica. Riješiti zadatak: Kuglica mase  $0,2 \text{ kg}$  udara u kosu podlogu brzinom  $\vec{v}_0 = -8\vec{j} \text{ m/s}$ . Koeficijent restitucije  $e = 0,5$ . Treba odrediti

- brzinu kuglice nakon sruca (iznos i smjer) u (1)
- udaljenost  $d$  na kojoj će kuglica udariti u podlogu
- brzinu kuglice neposredno prije pada na horizontalnu podlogu u (2)



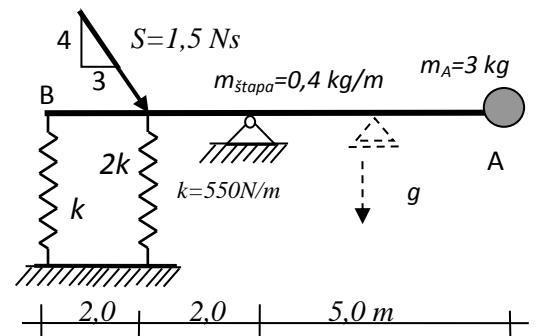
4. (18 bodova) Opisati koji se zakoni primjenjuju i kako se analizira gibanje sustava čestica pod djelovanjem sila u ravnini. Napisati jednađbe i objasniti značenje svih veličina u tim jednađbama. Primijeniti navedeno na rješenje zadatka:

Dvije čestice mase  $m_1 = 6 \text{ kg}$  i  $m_2 = 2 \text{ kg}$  vezane na zgلوبno spojene štapove bez mase miruju na horizontalnoj glatkoj podlozi kad na njih počne djelovati sila  $F = 40,5 \text{ N}$ . Treba odrediti vektor i iznos reakcije u spoju A i iznose sila u štapovima u trenutku kad počne gibanje.



5. (20 bodova) Prikazani sustav miruje u gravitacijskom polju pridržan tako da opruge nisu deformirane. U jednom trenutku djeluje impuls  $S$ , i istovremeno se uklanja pridržanje. Za nastalo gibanje sustava treba odrediti:

- prikazati izvod funkcije promjene ukupne potencijalne energije sustava za proizvoljni trenutak gibanja u gravitacijskom polju
- diferencijalnu jednađbu oscilacija čestice A, te frekvenciju i period slobodnih oscilacija
- zakon gibanja točke A
- maksimalnu deformaciju opruge u točki B



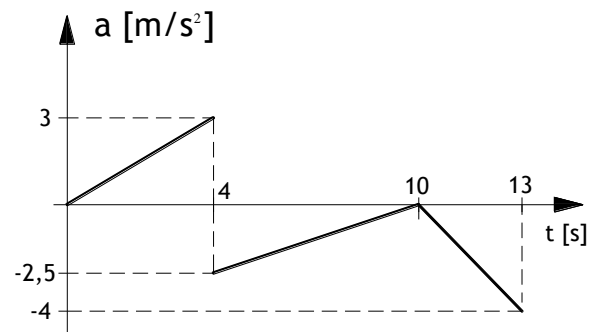
NAPOMENA:

Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr.  $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$ ).

Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **napisati općeniti izraz** koji se koristi. Za sve orijentirane veličine potrebno je prikazati **iznos i vektor**.

1. Čestica se giba po pravcu. Zadan je dijagram promjene ubrzanja. Prijedeni put u trenutku  $t=10$  s iznosi  $29$  m. Potrebno je napisati **diferencijalne i integralne odnose** koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijedeni put, te koristeći te odnose odrediti dijagrame  $v(t)$  i  $s(t)$  u mjerilu, ucrtati **tangente i nagibe tangenti**.

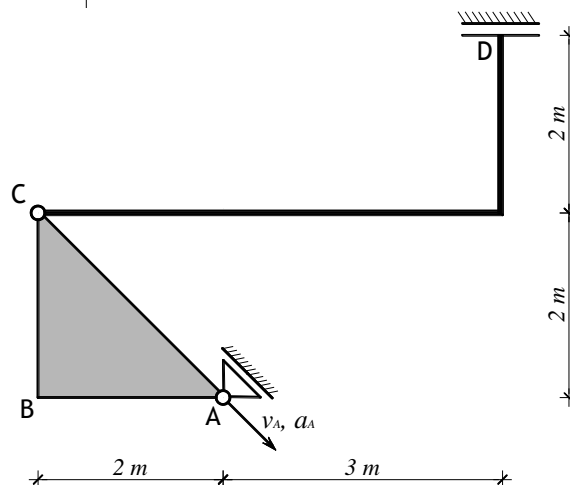


2. Prikazani mehanizam giba se u ravnini XY. U položaju prikazanom na slici poznata je brzina i ubrzanje točke A:

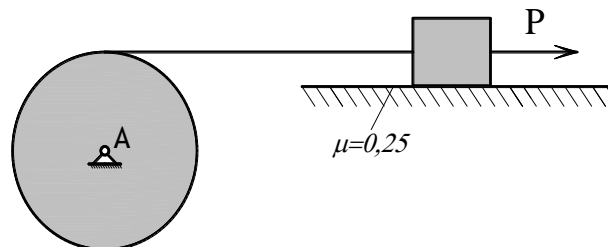
$$v_A = 2\sqrt{2} \text{ [r/s]}$$

$$a_A = 4\sqrt{2} \text{ [m/s}^2\text{]}$$

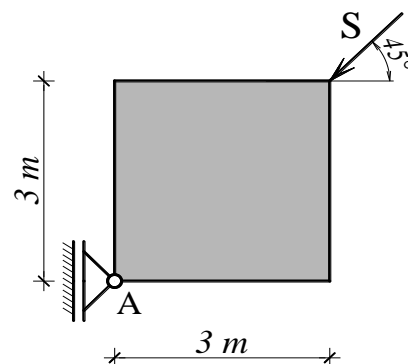
Potrebno je napisati vektorske jednadžbe koje povezuju brzine i ubrzanja označenih točaka i riješiti ih **grafičkim postupkom**. Odrediti vektore i iznose brzina i ubrzanja svih točaka, kutne brzine i kutna ubrzanja tijela.



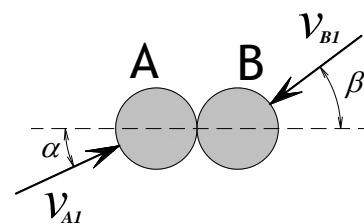
3. Teret mase  $m = 2$  [kg] povezan je nerastezljivim užetom koje je bez mase. Uže je namotano na kružni disk koji je zgloбно spojen u točki A kako je prikazano na slici. Sustav miruje u vertikalnoj ravnini. Potrebno je odrediti koliko iznosi sila u užetu te reakcija u spoju A u trenutku kada na teret počne djelovati sila  $P = 10$  [N]. Disk ima polumjer  $R = 0,5$  [m] i masu  $m_D = 6$  [kg].



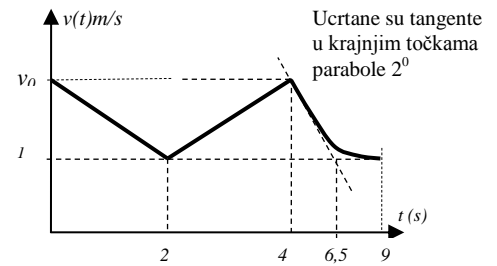
4. Ploča mase  $m_P = 12$  [kg] miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. Ploča je spojena zglobnim kliznim spojem u točki A kako je prikazano na slici. U jednom trenutku na ploču djeluje impuls  $S = 6,5$  [Ns]. Za taj trenutak potrebno je odrediti reaktivni impuls u točki A, vektor i iznos brzine točke A i kutnu brzinu s kojom počinje gibanje ploče.



5. Čestice A i B sudare se na horizontalnoj glatkoj podlozi kako je prikazano na slici. Sudar čestica je plastičan. Zadane su brzine kuglica neposredno prije sudara  $v_{AI} = 5$  [m/s] i  $v_{BI} = 4$  [m/s], kutovi  $\alpha = 20^\circ$  i  $\beta = 45^\circ$ , te mase čestica  $m_A = 2,5$  [kg] i  $m_B = 3$  [kg]. Treba odrediti iznos brzina obiju kuglica nakon sudara i kutove koje vektori brzina zatvaraju s linijom sraza. Vektore brzina prikazati na crtežu.



1. Napisati opće izraze diferencijalnih i integralnih odnosa između ubrzanja, brzine i prijeđenog puta čestice koja se giba po pravcu te **ukratko objasniti geometrijsko značenje** svakog napisanog izraza. Primjeniti i pokazati razumijevanje navedenog pri određivanju veličina i crtanju grafova funkcija  $a(t)$  i  $s(t)$  iz zadane funkcije  $v(t)$ , a ne na crtežima funkcija iz skripte. Treba odrediti  $v_0$ , ako čestica za 9 s prijeđe 15 m, nacrtati sve funkcije i tangente trokutima u mjerilu, upisati i pokazati kako su određene sve vrijednosti na grafovima te kako su određene i ucrtane tangente.

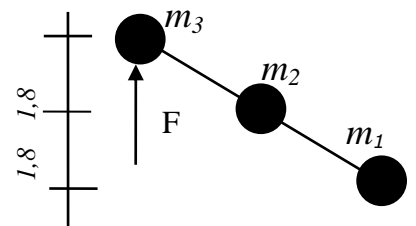


2. Objasniti svojstva i načine određivanja apsolutnih i relativnih polova brzina u kinematici mehanizama. Navesti i objasniti **zaključke** Kennedyevog teorema (ne traži se izvod teorema). Pokaži da to vrijedi na primjeru: Dvije ploče gibaju se u ravnini x,y. U promatranom trenutku poznate su koordinate točke A (10,5m ; 4,5m) i točke B (7,5m; 0,5m) na ploči I, i njihova brzina  $\vec{v}_A = 6\vec{i} - \vec{j} (m/s)$  i  $\vec{v}_{By} = 5,5\vec{j} (m/s)$ . U istom trenutku ploča II rotira se kutnom brzinom  $\vec{\omega}_{II} = 2\vec{k} (r/s)$  tako da točka C(1,5m; 0,5m) na ploči II ima brzinu  $\vec{v}_C = -9\vec{i} - 3\vec{j} (m/s)$ . Treba odrediti koordinate apsolutnih polova i koordinate relativnog pola brzina promatranih ploča isključivo koristeći kinematička svojstva polova. Na crtežu treba označiti sve zadane točke i vektore, označiti pretpostavke i rješenja traženih veličina i pokazati da vrijedi Kennedyev teorem.

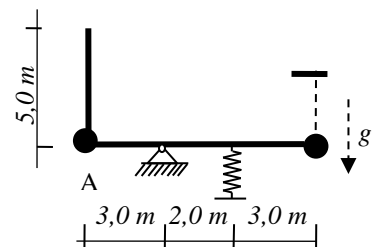
3. Objasniti početne pretpostavke i prikazati izvod osnovnog teorema kinematike nedeformabilnog tijela. Pokazati primjenu pri određivanju brzina točaka A, B i C na ploči koja se giba u ravnini XY. U promatranom trenutku poznat je položaji svih točaka: C(-3m; 3m), točka A nalazi se u ishodištu i ima brzinu  $\vec{v}_A = 7\vec{i} (m/s)$ , a točka B ima koordinate B(4m;3m) i poznatu y koordinatu vektora brzine  $\vec{v}_{By} = 4\vec{j} (m/s)$ . Treba odrediti vektore i iznose brzina zadanih točaka isključivo pomoću navedenog teorema!

4. Objasniti prvi i drugi Newtonov aksiom i njihovu primjenu na analizu gibanja sustava čestica. Pokazati na rješenju zadatka:

Tri čestice zanemarivih dimenzija i mase  $m_1=2,5 \text{ kg}$ ,  $m_2=1,5 \text{ kg}$  i  $m_3=1 \text{ kg}$ , kruto su spojene na štap duljine  $L=6,0 \text{ m}$  bez mase, kako je prikazano na crtežu. Štap s kuglicama miruje na glatkoj horizontalnoj podlozi u trenutku kad na česticu  $m_3$  djeluje sila  $F=120 \text{ N}$ . Treba odrediti veličinu ubrzanja kuglice 3, te veličinu i položaj ukupne sile inercije sustava u trenutku kad na česticu  $m_3$  djeluje sila  $F=120 \text{ N}$ .



5. Pokazati postupke za određivanje diferencijalne jednadžbe oscilacija sustava s jednim stupnjem slobode, uz objašnjenje pretpostavki i značenja pojedinih oznaka. Primijeniti jedan od navedenih načina na određivanje diferencijalne jednadžbe slobodnih oscilacija čestice A u prikazanom sustavu. Treba odrediti zakon slobodnih oscilacija čestice A, koje će nastati ako se ukloni pridržanje pri kojem opruga nije bila deformirana. Krutost opruge je  $k=5500 \text{ N/m}$ . Masa štapova je  $1,5 \text{ kg/m}^1$  a obje čestice imaju jednaku masu  $m=2,5 \text{ kg}$ .



SVI ZADACI NOSE JEDNAKI BROJ BODOVA: 20 x 5=100

NAPOMENA:

Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr.  $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$ ). Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.



**NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno.** Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim oznakama i kotama. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr.  $I_A \vec{\epsilon} = \sum \vec{M}_A$ ). Na kraju svakog zadatka iskazati tražena rješenja.

1. Položaj čestice određen je vektorskom funkcijom:

$$\vec{r}(t) = 2 \cos(t) \vec{i} + 4(\cos^2(t) - 1) \vec{j}$$

Treba odrediti:

a) Vektorske funkcije brzine i ubrzanja čestice, jednadžbu trajektorije i nacrtati graf, odrediti i označiti

položaj točke za trenutke  $t = 0$  s i  $t_1 = \frac{\pi}{2}$  s,

b) veličinu i vektor brzine i ubrzanja za trenutak  $t_1 = \frac{\pi}{2}$  s, te normalnu i tangencijalnu komponentu ubrzanja. Odredi koliko iznosi radijus zakrivljenosti trajektorije za  $t_1$ .

(20 bodova)

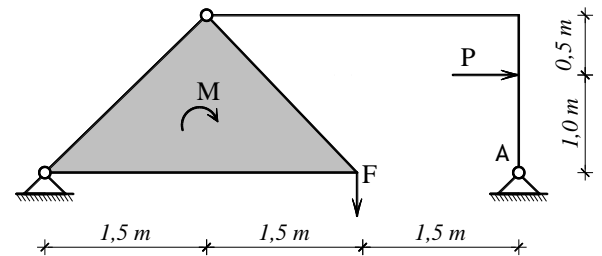
2. Za zadani statički sustav potrebno je metodom virtualnog rada odrediti horizontalnu reakciju u ležaju A. **Na crtežu prikazati polove, planove pomaka oba tijela i veličine svih potrebnih pomaka.** Provjeriti točnost pomoću jednadžbi ravnoteže.

$$P = 1,5 \text{ [kN]}$$

$$F = 2 \text{ [kN]}$$

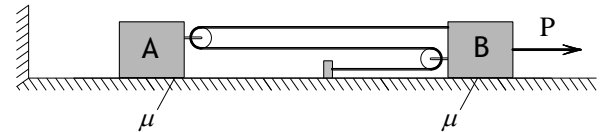
$$M = 3 \text{ [kNm]}$$

(22 boda)



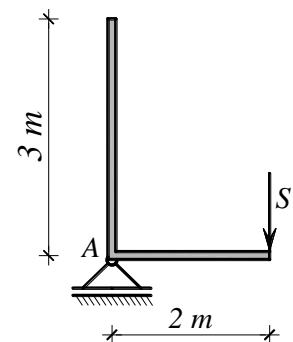
3. Dva tereta A i B povezana su nerastezljivim užetom kako je prikazano na slici. Masa tereta A je  $m_A = 4$  [kg] a masa tereta B iznosi  $m_B = 6$  [kg]. Koeficijent trenja između tereta i podloge je  $\mu = 0,15$ . Odredi koliko iznosi sila u užetu te ubrzanja tereta A i B ako na sustav djeluje konstantna sila  $P = 20$  [N].

(18 bodova)



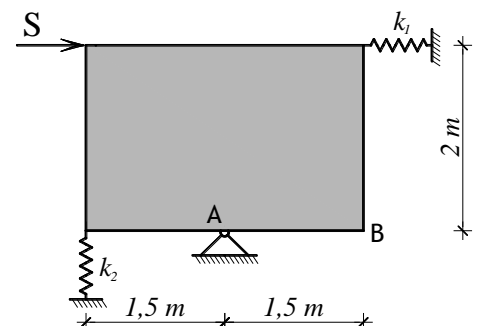
4. Štap prikazanog oblika ima masu  $m = 2$  [kg/m], spojen je zglobnim kliznim ležajem kako je prikazano na slici. Sustav miruje u horizontalnoj ravnini. Odredi koliko iznosi reaktivni impuls u spoju A te iznos i vektor brzine točke A ako u jednom trenutku na sustav djeluje impuls  $S = 12$  [Ns].

(20 bodova)



5. Ploča mase  $m = 12$  [kg] zgloбно je spojena u točki A te s dvije opruge  $k_1 = 1200$  [N/m] i  $k_2 = 900$  [N/m], kako je prikazano na slici. Sustav miruje u horizontalnoj ravnini u trenutku kada na njega djeluje impuls  $S = 5$  [Ns]. Potrebno je odrediti kružnu frekvenciju i period oscilacija sustava, te zakon oscilacija točke B radi djelovanja impulsa S.

(20 bodova)



1. (20 bodova) Prikazati izvod za radijus zakrivljenosti trajektorije pomoću kinematičkih veličina. Riješiti zadatak: Položaj čestice određen je vektorskom funkcijom  $\vec{r}(t) = [2 + 4 \cos t] \vec{i} + [2 + 2 \sin t] \vec{j}$  [m]

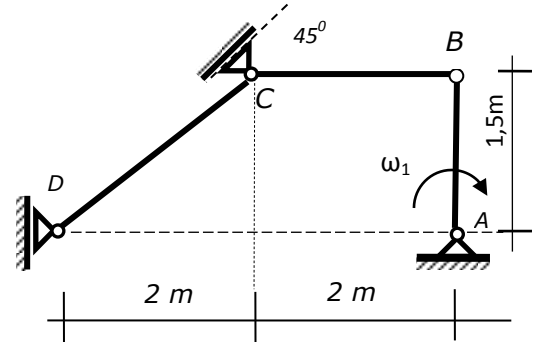
Potrebno je:

- odrediti i nacrtati jednadžbu trajektorije, položaj čestice za  $t=0$  [s] i označiti smjer gibanja čestice po trajektoriji, odrediti vektorsku i skalarnu funkciju promjene brzine i ubrzanja
- odrediti položaj čestice na trajektoriji, brzinu i ubrzanje za trenutak  $t_1 = \pi$  [s] (vektor i skalar)
- na crtežu prikazati položaj čestice i ucrtati vektore brzine i ubrzanja za trenutak  $t_1$
- odrediti radijus zakrivljenosti, te iznos normalne i tangencijalne komponente ubrzanja za trenutak  $t_1$

2. (20 bodova) Objasniti pretpostavke, izvod i značenje teorema o ravnopravnosti izbora pokretnog ishodišta. Primjenom tog teorema, ako je kutna brzina štapa AB  $\omega_1 = 2r/s = \text{const.}$  uz grafičko rješenje vektorskih jednadžbi treba odrediti:

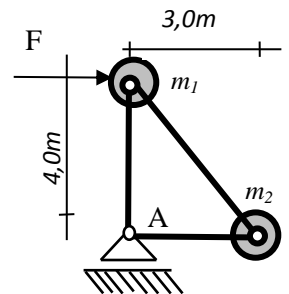
- iznose brzina i ubrzanja u označenim točkama.

- vektore i iznose kutnih brzina i kutnih ubrzanja svih štapova u prikazanom mehanizmu,



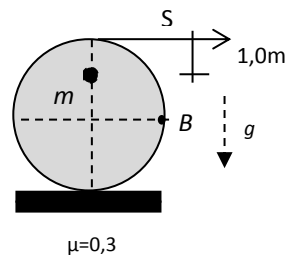
3. (20 bodova) Opisati zakone koji se primjenjuju pri analizi gibanja sustava čestica u ravnini pod djelovanjem sila. Napisati jednadžbe i objasniti značenje svih veličina u tim jednadžbama. Primijeniti navedeno na rješenje zadatka:

Dvije čestice mase  $m_1 = 6\text{kg}$  i  $m_2 = 2\text{kg}$  vezane na zglibno spojene štapove bez mase miruju položene na horizontalnu glatku podlogu kad na njih počne djelovati sila  $F = 42\text{ N}$ . Treba odrediti veličine koje opisuju gibanje sustava, vektor i iznos reakcije u spoju A, te ubrzanje čestice na koju djeluje sila F, u trenutku kad počne gibanje.



4. (20 bodova) Prikazati kako se izvodi zakon impulsa za tijelo, te objasniti po čemu se razlikuje od djelovanja impulsa na česticu. Riješiti zadatak:

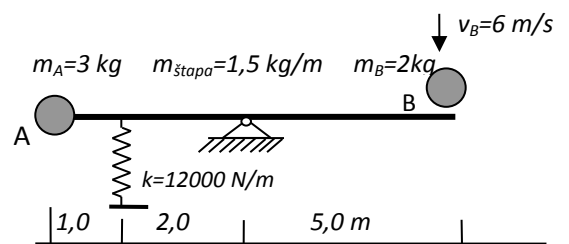
Kružni disk polumjera  $R = 3\text{m}$ , mase  $M = 6\text{kg}$  sa kruto spojenom česticom  $m = 2\text{kg}$ , miruje oslonjen na horizontalnu hrapavu podlogu. Na disk u jednom trenutku djeluje impuls  $S = 18\text{Ns}$ . Za taj trenutak treba odrediti:



- vektor u iznos brzine centra diska
- vektor u iznos brzine točke B

5. (20 bodova) Prikazani sustav miruje u gravitacijskom polju. U jednom trenutku udari kuglica mase  $2\text{ kg}$  u točku B na štapu. Sraz je idealno elastičan. Treba navesti postupke za određivanje dif. Jednadžbe slobodnih oscilacija i odrediti:

- diferencijalnu jednadžbu oscilacija čestice A
- frekvenciju i period slobodnih oscilacija
- zakon gibanja točke A nakon sraza štapa i čestice
- iznos maksimalne sile u opruzi za vrijeme gibanja



NAPOMENA:

Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr.  $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$ ).

Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.

**NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno.** Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr.  $I_A \vec{\epsilon} = \sum \vec{M}_A$ ). Na kraju svakog zadatka iskazati tražena rješenja. Boduju se isključivo točno napisani zakoni i rješenja te uredni crteži.

1. Položaj čestice određen je vektorskom funkcijom:

$$\vec{r}(t) = 3 \cos(2t) \vec{i} + 3(1 - \cos^2(2t)) \vec{j}$$

Treba odrediti:

- a) Vektorske funkcije brzine i ubrzanja čestice, jednadžbu trajektorije i nacrtati graf, odrediti i označiti položaj točke

za trenutke  $t = 0$  s i  $t_1 = \frac{\pi}{4}$  s,

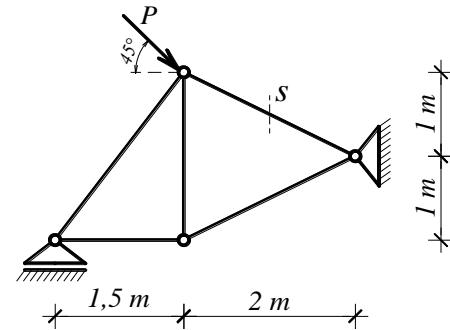
- b) veličinu i vektor brzine i ubrzanja za trenutak  $t_1 = \frac{\pi}{4}$  s, te normalnu i tangencijalnu komponentu ubrzanja. Odredi koliko iznosi radijus zakrivljenosti trajektorije za  $t_1$ .

(20 bodova)

2. Za zadani statički sustav potrebno je metodom virtualnog rada odrediti silu  $S$  u označenom štapu. **Na crtežu prikazati polove, planove pomaka te veličine svih potrebnih pomaka.**

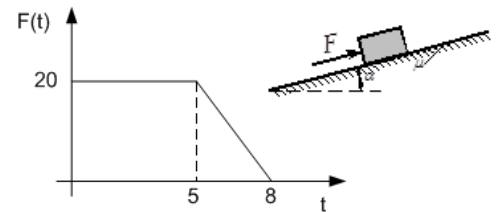
$$P = 10 \text{ [kN]}$$

(20 bodova)



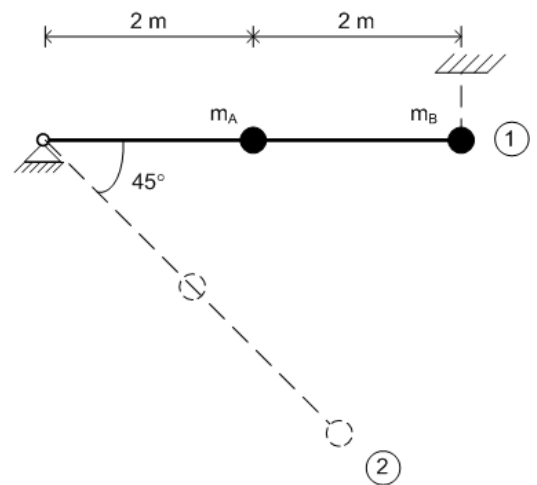
3. Čestica mase  $m = 8$  kg miruje na hrapavoj kosini ( $\mu = 0,1$  i  $\alpha = 5^\circ$ ), kad na nju počne djelovati sila  $F(t)$  koja se u vremenu mijenja prema prikazanom dijagramu. Treba odrediti dijagrame  $R(t)$ ,  $a(t)$ ,  $v(t)$  i  $s(t)$  s ucrtanim tangentama i njihovim nagibima u mjerilu za vremenski interval gibanja čestice.

(20 bodova)



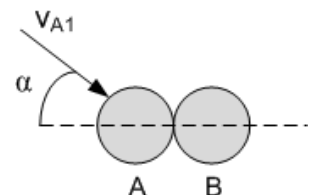
4. Dvije čestice masa  $m_A = 3$  kg i  $m_B = 4$  kg kruto su spojene za apsolutno kruti štap koji je bez mase. Sustav je pridržan u položaju 1 u vertikalnoj ravnini. Odredi koliko iznose brzine i ubrzanja čestice A i B te reakciju u osloncu u položaju 2 ako se u jednom trenutku ukloni pridržanje čestice B.

(25 bodova)



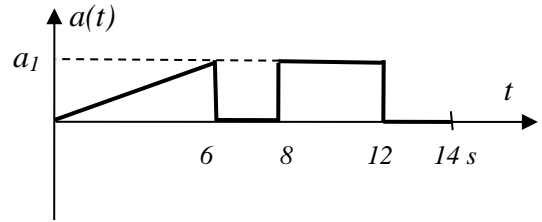
5. Čestica B mase  $m_B = 12$  kg miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. U jednom trenutku čestica A mase  $m_A = 4$  kg udara u česticu B brzinom  $v_{A1} = 8$  m/s kako je prikazano na slici ( $\tan(\alpha) = 3/4$ ), koeficijent restitucije sudara iznosi  $e = 0,6$ . Potrebno je odrediti iznos brzina objiju kuglica nakon sudara i kutove koji vektori brzina zatvaraju s linijom sruza. Vektore brzina prikazati na crtežu.

(15 bodova)



1. Treba napisati diferencijalne i integralne odnose koji povezuju funkcije  $a(t)$ ,  $v(t)$  i  $s(t)$  kod gibanja čestice po pravcu, te s **ukratko objasniti** njihovo **geometrijsko značenje**. Pokazati primjenu pri rješenu zadatka:

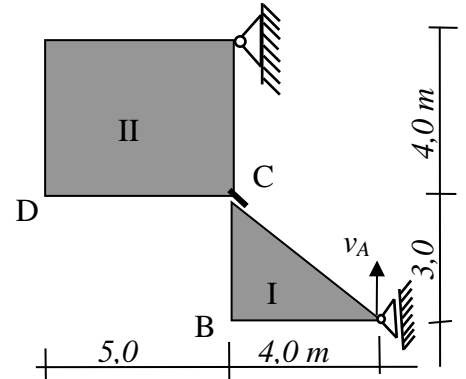
Čestica se giba po osi  $x$  tako da ubrzanje mijenja prema zadanom grafu  $a(t)$ , a gibanje počinje u ishodištu s brzinom  $v_0$ . Treba odrediti početnu brzinu  $v_0$  i iznos ubrzanja  $a_1$ , ako u trenutku  $t_1=8s$  čestica ima brzinu  $v_1=0m/s$ , a za  $14s$  od početka gibanja položaj na osi  $x$  određen je koordinatom  $x_{14}=4m$ .



Treba nacrtati dijagrame funkcija  $v(t)$  i  $s(t)$  sa ucrtanim tangentama za vrijeme  $0 < t < 14 s$

(22 bodova)

2. Navesti teoreme, pretpostavke i pravila koje koristimo pri određivanju plana projekcija pomaka i brzina u kinematici mehanizama. Opisati kinematičke uvjete gibanja u spoju C, te isključivo **primjenom plana projekcija** brzina odrediti vektore i iznose brzina u točkama B, C i D i vektore kutnih brzina ploča, ako je zadana brzina točke A,  $v_A=18,5m/s$ .

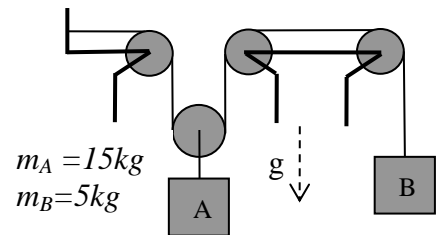


(18 bodova)

3. Napisati i objasniti prvi, drugi i treći Newtonov zakon te primijeniti odgovarajući zakon na rješenu zadatka:

Prikazani sustav miruje pridržan u vertikalnoj ravnini. U jednom trenutku ukloni se vanjsko pridržanje i sustav se počne gibati. Koloture su bez mase. Treba odrediti:

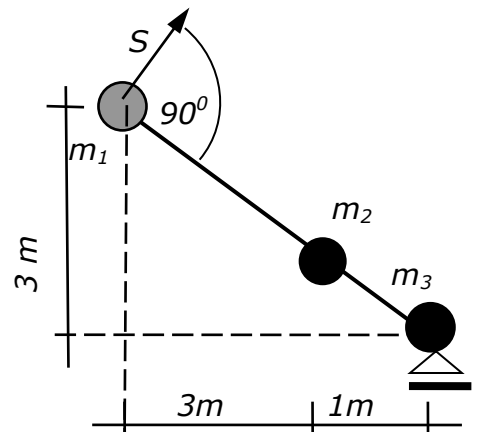
- vektore ubrzanja čestica A i B.
- koliko se pomakla čestica A nakon 5s od početka gibanja



(20 bodova)

4. Treba objasniti razliku u kinetičkoj energiji jedne čestice i sustava čestica. Prikazati izvod zakona promjene kinetičke energije čestice. Riješiti zadatak: Tri kuglice zanemarivih dimenzija mase  $m_1=3,5 kg$ ,  $m_2=2 kg$ , i  $m_3=2,5 kg$  kruto su spojene na krajeve krutog štapa bez mase, miruju spojene u horizontalnoj glatkoj podlozi. U jednom trenutku na česticu  $m_1$  djeluje u horizontalnoj ravnini impuls  $S=12 Ns$ . Za trenutak kad počne gibanje treba odrediti

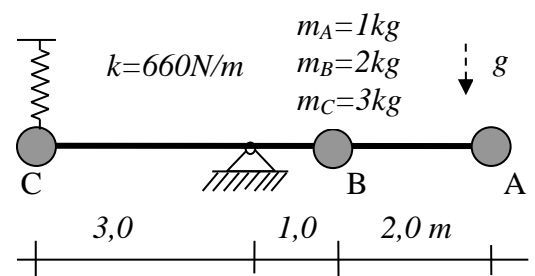
- iznos brzine čestice  $m_1$
- brzinu klizača
- ukupnu kinetičku energiju sustava



(20 bodova)

5. Tri čestice spojene su štapom mase  $0,5 kg/m$  u prikazani sustav koji miruje u **vertikalnoj ravnini** pridržan tako da opruga nije deformirana. U jednom trenutku ukloni se pridržanje. Za nastalo gibanje treba:

- prikazati izvod funkcije promjene ukupne mehaničke energije sustava u vremenu
- odrediti diferencijalnu jednadžbu koja opisuje nastalo gibanje
- odrediti frekvenciju i period nastalog gibanja
- odrediti zakon gibanja točke A



(20 bodova)

NAPOMENA: Odgovori se boduju navedenim bodovima samo ako rješenja sadrže crteže, oznake i objašnjenja u oba dijela pitanja, te su u rješenu zadatka navedeni opći zakoni koji se primjenjuju.

Rješenja zadataka:

U teorijskom dijelu treba ukratko odgovoriti na sva postavljena pitanja

1.  $v_0 = -3,0 \text{ m/s}$ ,  $a_I = 1 \text{ m/s}^2$  (12 bodova)

2.  $\vec{\omega}_1 = \vec{\omega}_2 = 2\vec{k} \text{ r/s}$   $v_B = 10,5 \text{ m/s}$ ,  $v_D = 12,81 \text{ m/s}$   $v_{C,I} = 12,09 \text{ m/s}$   $v_{C,II} = 8 \text{ m/s}$   
(15 bodova)

3.  $\vec{a}_A = -1,4\vec{j} \text{ m/s}^2$   $\vec{a}_B = 2,8\vec{j} \text{ m/s}^2$   $s_{t=5} = 17,5 \text{ m}$  (15 bodova)

4.  $v_1 = 3,32 \text{ m/s}$   $\vec{v}_k = -0,12\vec{i} \text{ m/s}$   $E_{kin} = 19,852 \text{ J}$  (14 bodova)

5.

a)  $E_{uk}(t) = 2,611 \cdot \dot{x}^2(t) + 330 \cdot x^2(t) + c$

b)  $\ddot{x}(t) + 126,38x(t) = 0$

c)  $\Omega = 11,24 \text{ r/s}$   $T = 0,559 \text{ s}$

d)  $x(t) = \pm 0,0198 \cos 11,24t$  (predznak ovisi o odabiru smjera  $x(t)$  koji treba označiti na crtežu)

a) (8 bodova) - izvod umjesto teorijskog pitanja

b) - d) (12 bodova)

**NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno.** Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim oznakama i kotama. Prije numeričkog računa navesti općeniti zakon koji se koristi (npr.  $I_A \ddot{\varphi} = \sum \overline{M_A}$ ). Vektorske veličine u jednažbama moraju odgovarati gibanju ili pretpostavci gibanja koja je označena na crtežu. **Boduju se isključivo točno napisani izrazi i rješenja.**

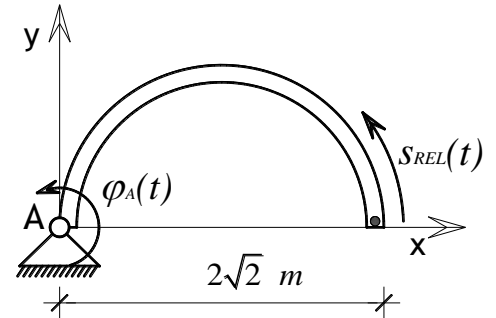
1. Polukružna cijev spojena je zglobno u točki A oko koje rotira po zakonu  $\varphi_A(t)$ . U cijevi se nalazi kuglica koja se giba po zakonu  $s_{REL}(t)$ . Početni položaj sustava ( $t_0 = 0$  [s]) prikazan je na slici.

$$\varphi_A(t) = \pi t^2 \text{ [rad]}$$

$$s_{REL}(t) = \pi \sqrt{2} t \text{ [m]}$$

Treba odrediti vektor i iznos apsolutne brzine i apsolutnog ubrzanja kuglice u trenutku  $t_1 = 0,5$  [s]. Položaj i sve vektore treba prikazati na crtežu.

(25 bodova)

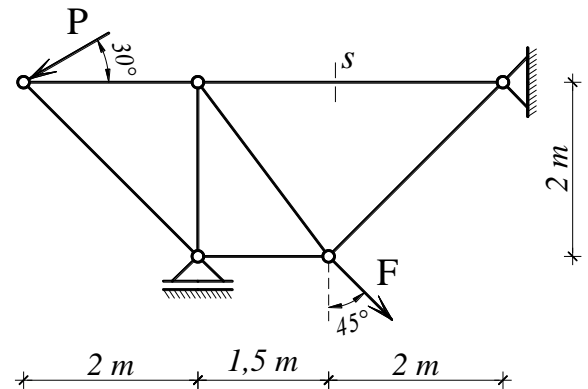


2. Za zadani statički sustav potrebno je metodom virtualnog rada odrediti silu u označenom štapu. Na crtežu prikazati polove, planove pomaka i veličine svih potrebnih pomaka. Provjeriti točnost pomoću jednažbi ravnoteže.

$$P = 4 \text{ [kN]}$$

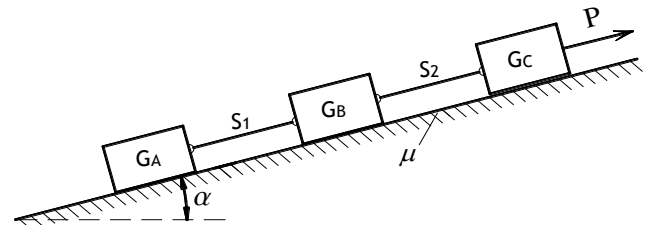
$$F = 5 \text{ [kN]}$$

(22 boda)



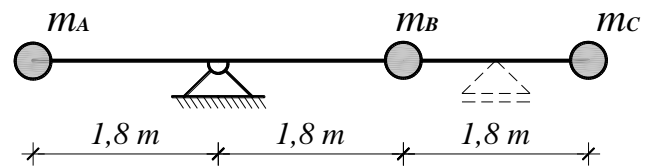
3. Tri tereta  $G_A = 3$  [N],  $G_B = 8$  [N] i  $G_C = 5$  [N] povezani su štapovima  $S_1$  i  $S_2$ , sustav se nalazi na hrapavoj kosini ( $\alpha = 30^\circ$  i  $\mu = 0,2$ ) kako je prikazano na slici. Odredi koliko iznose sile u štapovima ako na sustav djeluje konstantna sila  $P = 16$  [N].

(18 bodova)



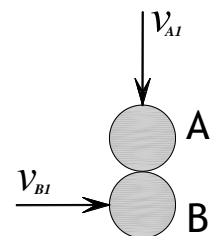
4. Tri čestice masa  $m_A = 3$  [kg],  $m_B = 1$  [kg] i  $m_C = 0,5$  [kg] spojene su na apsolutno kruti štap koji je bez mase. Nakon uklanjanja pridržanja doći će do gibanja u **vertikalnoj ravni**. Odredi koliko iznose kutna brzina, kutno ubrzanje i reakcija u zglobnom spoju u trenutku kada počinje gibanje i u trenutku kada se štap nalazi u vertikalnom položaju.

(22 boda)

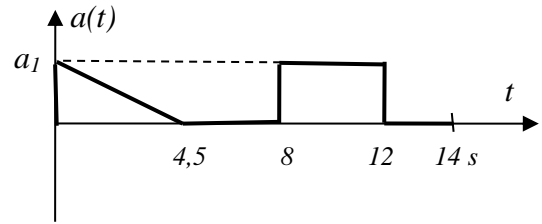


5. Kuglica A mase  $m_A = 2$  [kg] i brzine  $v_{A1} = 6$  [m/s] sudari se na horizontalnoj glatkoj podlozi sa kuglicom B mase  $m_B = 4$  [kg] koja ima brzinu  $v_{B1} = 4$  [m/s]. Koeficijent restitucije pri sudaru iznosi  $e = 0,5$ . Treba odrediti iznos i vektor brzina obiju kuglica nakon sraza te kut koji vektori brzina zatvaraju s linijom sraza.

(13 bodova)

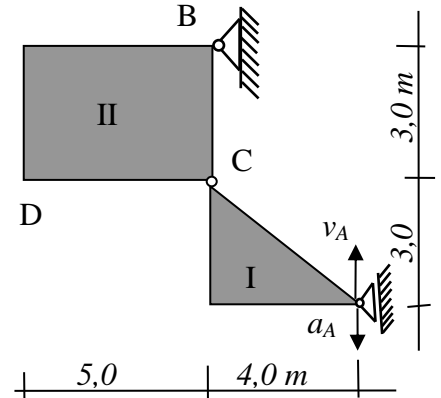


1. (22 boda) Napisati opće izraze diferencijalnih i integralnih odnosa između ubrzanja, brzine i prijeđenog puta čestice koja se giba po pravcu te **ukratko objasniti geometrijsko značenje** svakog napisanog izraza. Primijeniti i pokazati razumijevanje navedenog pri određivanju veličina i crtanju grafova funkcija  $v(t)$  i  $s(t)$  iz zadanih podataka i funkcije  $a(t)$ , a ne na crtežima iz skripte. Pokazati primjenu pri rješenju zadatka:



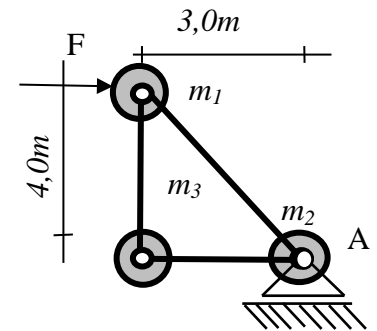
Čestica se giba po osi  $x$  tako da ubrzanje mijenja prema zadanom grafu  $a(t)$ , a gibanje počinje u ishodištu s brzinom  $v_0$ . Treba odrediti početnu brzinu  $v_0$  i iznos ubrzanja  $a_1$ , ako u trenutku  $t_1=12s$  čestica ima brzinu  $v_1=6m/s$ , i njezina udaljenost od ishodišta je  $37,3m$ . Treba nacrtati dijagrame funkcija  $v(t)$  i  $s(t)$  sa ucrtanim tangentama za vrijeme  $0 < t < 14 s$

2. (21 bodova) Navesti pretpostavke, te objasniti izvod i značenje veličina u teoremu o ravnopravnosti izbora pokretnog ishodišta. Primjenom tog teorema uz grafičko rješenje vektorskih jednadžbi treba riješiti zadatak: U prikazanom položaju mehanizma na slici poznati su vektori brzine i ubrzanja za točku A:  $v_A=2,0 m/s$  i  $a_A=1,25m/s^2$ . Za prikazani trenutak treba odrediti:



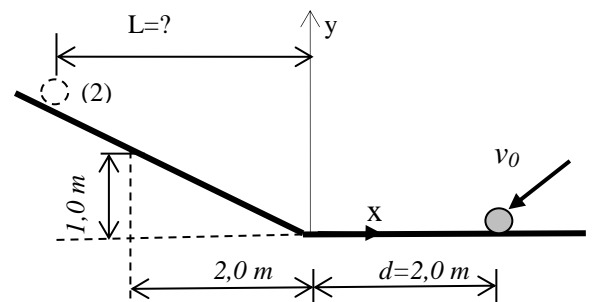
- iznose brzina i ubrzanja u točkama C i D
- vektore kutnih brzina i kutnih ubrzanja oba tijela

3. (20 bodova) Opisati zakone koji se primjenjuju pri analizi gibanja sustava čestica u ravnini pod djelovanjem sila. Napisati jednadžbe i objasniti značenje svih veličina u tim jednadžbama. Primijeniti navedeno na rješenje zadatka: Tri čestice mase  $m_1=4kg$ ,  $m_2=2kg$  i  $m_3=2kg$ , vezane na zglobno spojene štapove bez mase miruju položene na horizontalnu glatku podlogu kad na njih počne djelovati sila  $F=43 N$ . Za početni trenutak treba odrediti vektore i iznose:



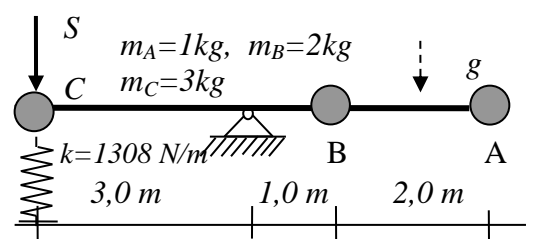
- veličina koje određuju gibanje sustava čestica
- reakcije u spoju A
- ubrzanje čestice na koju djeluje sila F
- ubrzanje točke A

4. (17 bodova) Opisati pretpostavke i zakonitosti koje vrijede kod sraza čestica. Riješiti zadatak: Kuglica mase  $0,2 kg$  udari u podlogu brzinom  $\vec{v}_0 = -8\vec{i} - 8\vec{j} (m/s)$ .



- Koeficijent restitucije  $e=0,5$ . Treba odrediti
- udaljenost  $L$  na kojoj će kuglica pasti na podlogu
  - iznos brzine kuglice neposredno prije pada na podlogu u (2)

5. (20 boda) Tri čestice A, B i C spojene su štapom mase  $1,0 kg/m$  u prikazani sustav koji miruje u **vertikalnoj ravnini**. U jednom trenutku djeluje impuls  $S=11,2 Ns$ . Za nastalo gibanje treba:



- prikazati izvod funkcije ukupne mehaničke energije sustava masa i opruga u gravitacijskom polju za proizvoljni trenutak gibanja  $t$
- iz te funkcije odrediti diferencijalnu jednadžbu koja opisuje nastalo gibanje
- odrediti frekvenciju i period nastalog gibanja
- odrediti zakon gibanja čestice A

NAPOMENA: Odgovori se boduju navedenim bodovima samo ako rješenja sadrže crteže, oznake i objašnjenja u oba dijela pitanja, te su u rješenju zadatka navedeni opći zakoni koji se primjenjuju.

Rješenja zadataka:

1. zadatak

$$a_0 = 0,8 \text{ m/s}^2, v_0 = 1,0 \text{ m/s}, s_{(t=14)} = 49,3 \text{ m/s}$$

2. zadatak

$$a) v_C = 1,5 \text{ m/s}, v_D = 2,9 \text{ m/s}, a_C = 3,15 \text{ m/s}^2, a_D = 6,12 \text{ m/s}^2$$

$$b) \vec{\omega}_1 = 0,5\vec{k} \text{ r/s}, \vec{\omega}_2 = -0,5\vec{k} \text{ r/s}, \vec{\epsilon}_1 = -0,7\text{r/s}^2, \vec{\epsilon}_2 = 1,0\text{r/s}^2$$

3. Zadatak

$$a) \vec{a}_{CM} = 5,375\vec{i} + 2,25\vec{j} \text{ (m/s}^2\text{)}, a_{CM} = 5,83 \text{ m/s}^2, \vec{\epsilon} = -1,0\text{r/s}^2$$

$$b) \vec{R}_A = 18,0\vec{j} \text{ N}$$

$$c) \vec{a}_1 = 7,375\vec{i} + 3,0\vec{j} \text{ (m/s}^2\text{)}, a_1 = 7,96 \text{ m/s}^2$$

$$d) \vec{a}_A = 3,375\vec{i} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

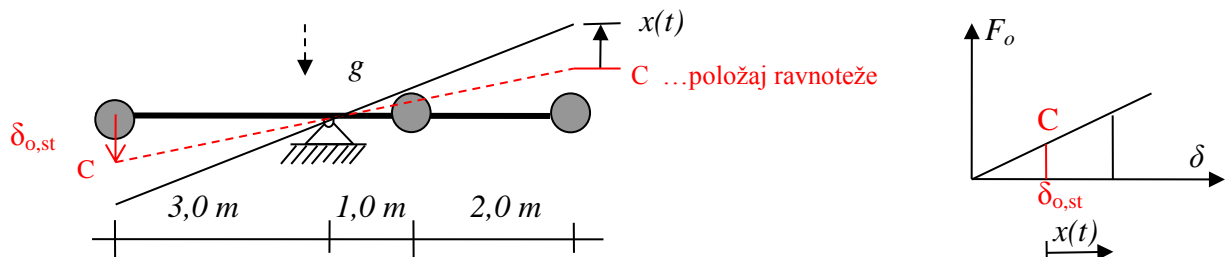
4. Zadatak

$$a) L = 1,612 \text{ m}$$

$$b) \vec{v}_2 = -8\vec{i} - 0,43\vec{j} \text{ (m/s)}, v_2 = 8,01 \text{ m/s}$$

5. Zadatak

a) Rješenje mora sadržati crtež sa svim oznakama za definiranje potencijalne energije (ravnotežni položaj,  $x(t)$ , odabrana ploha konstantnog potencijala c-c, i pripadna deformacija opruge):



$$\delta_{o,st} = \frac{4g}{3k}$$

$$E_{pot}(t) = -3g \cdot x(t) + 2g \frac{x(t)}{3} + g \cdot x(t) + \frac{k}{2} (\delta_{o,st} + x(t))^2 - \frac{k}{2} (\delta_{o,st})^2 + c$$

kvadrira se  $(\delta_{o,st} + x(t))^2$ , uvrsti  $\delta_{o,st}$  te se dosta toga pokradi

$$E_{pot}(t) = \frac{k}{2} x(t)^2 + c = 654 \cdot x(t)^2 + c$$

$$I_0 = 56 \text{ kgm}^2$$

$$E_{kin}(t) = \frac{1}{2} I_0 \left( \frac{\dot{x}(t)}{3} \right)^2 = 3,111 \cdot \dot{x}^2(t)$$

$$E_{uk}(t) = 3,111 \cdot \dot{x}^2(t) + 654 \cdot x(t)^2 + c$$

$$b) \ddot{x}(t) + 210,21x(t) = 0$$

$$c) \Omega = 14,5 \text{ r/s} \quad T = 0,43 \text{ s}$$

$$d) v_0 = 1,8 \text{ m/s}, \quad x(t) = 0,124 \sin 14,5t \text{ m}$$

NAPOMENA: Odgovori se boduju navedenim bodovima samo ako rješenja sadrže crteže, oznake i objašnjenja u oba dijela pitanja, te su u rješenju zadatka navedeni opći zakoni koji se primjenjuju.