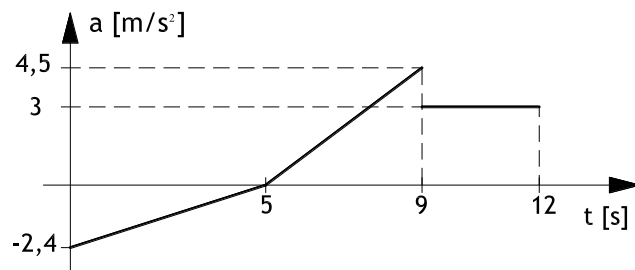


NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **napisati općeniti izraz** koji se koristi. Za sve orijentirane veličine potrebno je prikazati **iznos i vektor**.

1. Čestica se giba po pravcu. Zadan je dijagram promjene ubrzanja. Prijeđeni put u trenutku $t=9$ s iznosi 22 m. Potrebno je napisati **diferencijalne i integralne odnose** koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijeđeni put, te koristeći te odnose odrediti dijagrame $v(t)$ i $s(t)$ u **mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti**.

(11 bodova)

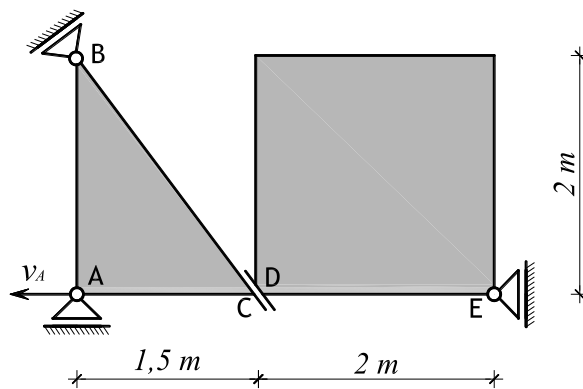


2. Prikazani mehanizam giba se u ravnini XY. U položaju prikazanom na slici poznata je brzina točke A:

$$v_A = 4 \text{ [m/s]} = \text{const.}$$

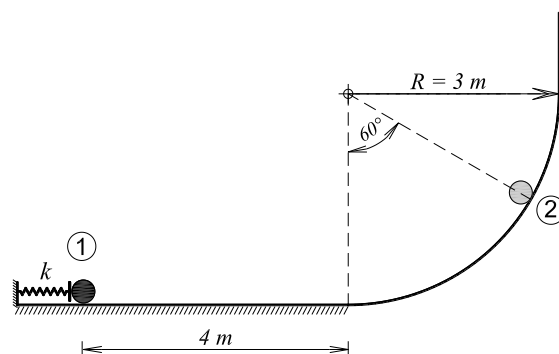
Potrebno je napisati vektorske jednadžbe koje povezuju brzine i ubrzanja označenih točaka i riješiti ih **grafičkim postupkom**. Odrediti vektore i iznose brzina i ubrzanja svih točaka, kutne brzine i kutna ubrzanja tijela.

(16 bodova)



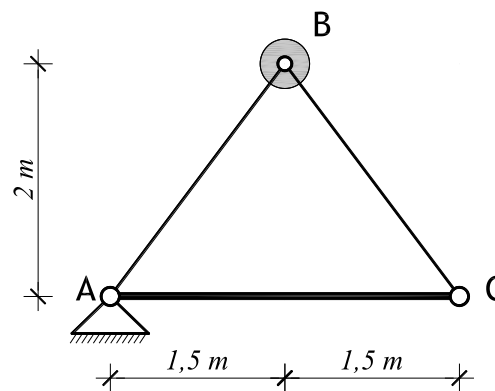
3. Čestica mase 3 kg miruje u **položaju 1** u kojem je opruga krutosti $k=100$ N/cm pridržana i stisnuta za $0,15$ m. U jednom trenutku uklanja se pridržanje opruge i čestica se počne gibati po prikazanoj podlozi. Podloga je na horizontalnom dijelu duljine 4 m hrapava ($\mu=0,2$) dok je u zakrivljenom i vertikalnom dijelu apsolutno glatka. Odredi brzinu i pritisak kuglice na podlogu u položaju 2. Odredi i maksimalnu visinu do koje će dospjeti čestica.

(10 bodova)



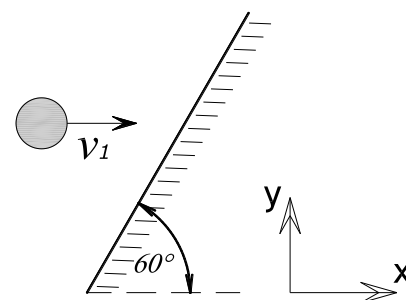
4. Čestica B mase $m_B=2$ kg, vezana je s dva zglobna štapa bez mase, za štap AC mase 2 kg/m'. Prikazani sustav miruje pridržan u gravitacijskom polju. U jednom trenutku uklanja se pridržanje i sustav se počinje gibati. Za taj trenutak odredi iznos i vektor ubrzanja čestice B i iznose sila u zglobnim štapovima AB i BC.

(15 bodova)



5. Čestica mase $m=3$ [kg] udara u kosinu brzinom $v_1=3$ [m/s] kako je prikazano na slici. Koefficient restitucije pri sudaru čestice i podloge iznosi $e=0,5$. Potrebno je odrediti iznos i vektor (u zadanom koordinatnom sustavu) brzine v_2 kojom će se čestica odbiti od kosine te kut koji brzina v_2 zatvara s kosinom. Odredi koliko iznosi smanjenje kinetičke energije čestice zbog sudara.

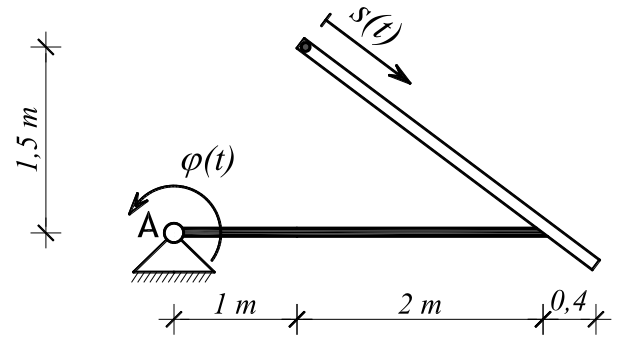
(8 bodova)



NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **napisati općeniti izraz** koji se koristi. Za sve orijentirane veličine potrebno je prikazati **iznos i vektor**.

1. Na štap koji je zgloбно spojen u točki A kruto je spojena cijev u kojoj se giba kuglica. Štap rotira oko točke A po zakonu $\varphi(t) = \frac{4\pi}{9}t^2$ [r]. Istovremeno se po cijevi giba kuglica zakonom $s(t) = \frac{5}{3}t$ [m]. Za trenutak $t_1 = 1,5$ s potrebno je odrediti vektor i iznos apsolutne brzine i apsolutnog ubrzanja kuglice.

(15 bodova)



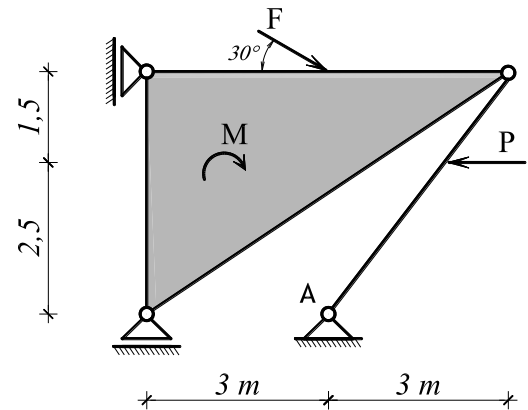
2. Za zadani statički sustav potrebno je metodom virtualnog rada odrediti horizontalnu komponentu reakcije u ležaju A. **Na crtežu pokazati polove, planove pomaka i veličine svih potrebnih pomaka.**

$$P = 6 \text{ kN}$$

$$F = 10 \text{ kN}$$

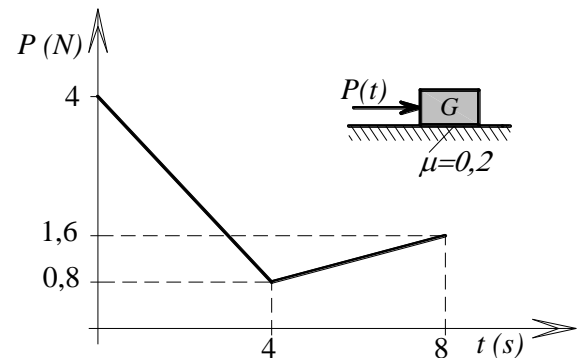
$$M = 7 \text{ kN}$$

(10 bodova)



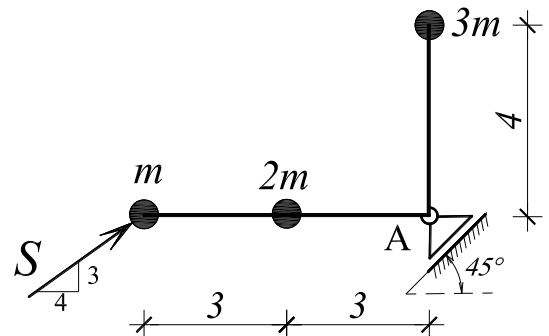
3. Čestica težine $G=8$ [N] miruje na hrapavoj horizontalnoj podlozi ($\mu=0,2$) kad na nju počne djelovati sila $P(t)$ koja se mijenja prema prikazanom dijagramu. Treba odrediti dijagrame $R(t)$, $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ s ucrtanim tangentama i njihovim nagibima u mjerilu za vrijeme gibanja čestice (**do zaustavljanja**).

(12 bodova)



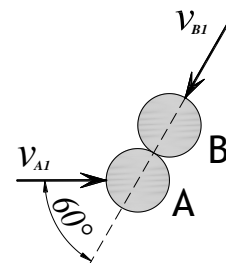
4. Tri čestice ($m = 3 \text{ kg}$) kruto su spojene na štap koji je bez mase. Štap je spojen zglobnim kliznim ležajem u točki A. Sustav miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. U jednom trenutku na sustav djeluje impuls $S=32,4$ Ns. Treba odrediti brzinu točke A i reaktivni impuls u spoju A.

(15 bodova)



5. Čestice A i B sudare se na horizontalnoj glatkoj podlozi kako je prikazano na slici. Koeficijent restitucije sudara iznosi $e=0,6$. Zadani su iznosi brzina kuglica neposredno prije sudara $v_{A1}=8$ [m/s] i $v_{B1}=8$ [m/s], te mase čestica $m_A=10$ [kg] i $m_B=5$ [kg]. Treba odrediti iznos brzina obiju kuglica nakon sudara.

(8 bodova)



1. Objasniti kako se može odrediti radijus trajektorije po kojoj se giba čestica ako su poznati podaci o brzini i ubrzanju čestice. Prikazati izvod izraza koji povezuje navedene veličine. Riješiti zadatak: Čestica se giba konstantnim ubrzanjem $\vec{a} = 4\vec{j} (m/s^2)$. Za trenutak $t_0=0$ čestica se nalazi u položaju $A(0, -1,5) (m)$ i ima brzinu $\vec{v}_0 = 2\vec{i} - 2\vec{j} (m/s)$. Treba odrediti:

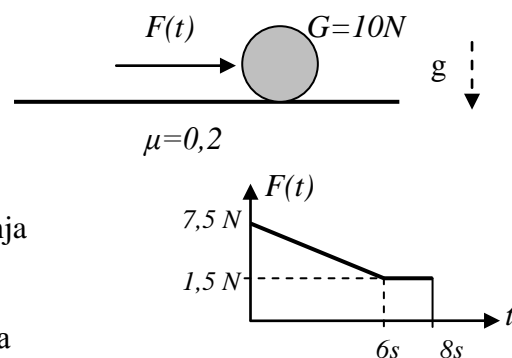
- funkciju promjene brzine i položaja u vremenu (vektore i iznose)
- jednadžbu krivulje po kojoj se čestica giba, nacrtati krivulju i položaj čestice u $t_0=0$, te smjer gibanja čestice
- iznose i vektore brzine i položaja čestice za trenutak t_1 kad trajektorija presijeca os x, ucrtati vektore!
- iznos normalne i tangencijalne komponente ubrzanja u trenutku t_1
- radijus zakrivljenosti trajektorije u toj točki pomoću kinematičkih veličina

2. Objasniti svojstva apsolutnih i relativnih polova brzina u kinematici mehanizama. Navedi koji uvjeti i koja pravila vrijede pri njihovom određivanju. Primijeniti navedeno na rješenje zadatka: Dvije ploče gibaju se u ravnini x,y. U promatranom trenutku poznate su koordinate točke A (5,0m; 2,0m) i točke B (7,5m; 5,5m) na ploči I, i njihove brzine $\vec{v}_A = 1,8\vec{i} + 2,4\vec{j} (m/s)$ i $\vec{v}_B = 0,6\vec{j} (m/s)$. Točka D (0,5m; 0,5m) nalazi se na ploči II koja se rotira kutnom brzinom $\vec{\omega}_II = -2,4\vec{k} (r/s)$, i ima brzinu $\vec{v}_D = [3,6\vec{i} + 1,2\vec{j}] (m/s)$. Treba sve podatke i oznake prikazati na crtežu, odrediti koordinate apsolutnih polova i koordinate relativnog pola brzina promatranih ploča, prikazati njihov položaj na crtežu u mjerilu, te grafički provjeriti točnost rezultata.

3. Navesti i objasniti Newtonove aksiome. Koji aksiom treba primijeniti da bi riješili zadatak:

Čestica težine $G=10 N$ miruje na horizontalnoj hrapavoj podlozi kad na nju počne djelovati sila $F(t)$, koja se mijenja prema prikazanom grafu. Treba za vrijeme dok traje gibanje:

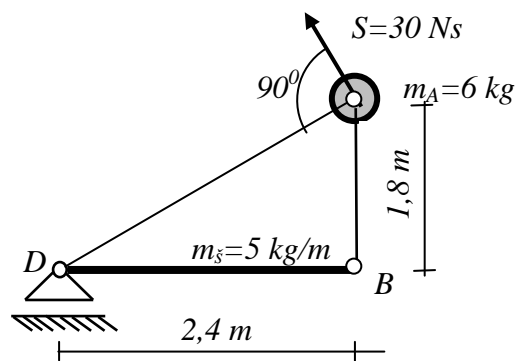
- odrediti i nacrtati zakon promjene sile koja je uzrok gibanja
- odrediti i nacrtati zakon promjene ubrzanja čestice
- odrediti i nacrtati zakon promjene brzine čestice
- odrediti duljinu puta koji je čestica prošla do zaustavljanja



4. Navesti koji zakon vrijedi pri analizi gibanja tijela u ravnini nastalog zbog djelovanja impulsa. Objasniti značenje zadanog kinematičkog ograničenja i svih navedenih oznaka. Riješiti zadatak:

Čestica A vezana je s dva zglobova štapa bez mase, za štap OB , u prikazani sustav koji miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. U jednom trenutku na česticu djeluje impuls S . Treba odrediti:

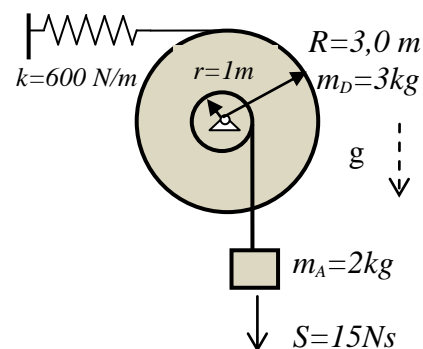
- brzinu čestice A za trenutak kad počne gibanje
- reaktivni impuls u štapu AD



5. Opisati postupke za određivanje diferencijalne jednadžbe oscilacija linearnog harmonijskog oscilatora, uz objašnjenje značenja pojedinih oznaka. Riješiti zadatak:

Prikazani mehanički sustav miruje u gravitacijskom polju kad na česticu djeluje impuls S . Treba odrediti:

- diferencijalnu jednadžbu slobodnih oscilacija čestice A
- period i frekvenciju oscilacija
- zakon gibanja čestice A
- iznos maksimalne deformacije opruge za vrijeme gibanja



NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_o \vec{\epsilon} = \sum \vec{M}_o$). Vektorske veličine u jednadžbama moraju odgovarati gibanju ili pretpostavci gibanja koja je označena na crtežu. **Bođuju se isključivo točno napisani izrazi i rješenja.**

1. Položaj čestice određen je vektorskom funkcijom:

$$\vec{r}(t) = -6t\vec{i} + (36t^2 - 18t)\vec{j}$$

Treba odrediti:

- a) Vektorske funkcije brzine i ubrzanja čestice, jednadžbu trajektorije i nacrtati graf, odrediti i označiti položaj točke za trenutke $t = 0$ s i $t_1 = 0,5$ s,
- b) veličinu i vektor brzine i ubrzanja za trenutak $t_1 = 0,5$ s, te iznos normalne i tangencijalne komponente ubrzanja. Sve vektore treba prikazati na crtežu.

(11 bodova)

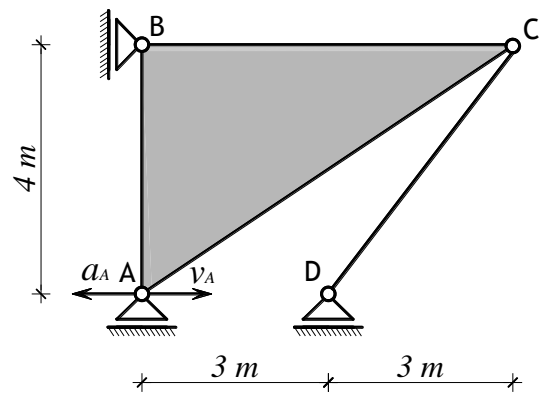
2. Mehanizam giba se u ravnini XY. U položaju prikazanom na slici poznate su brzina i ubrzanje točke A:

$$v_A = 2 \text{ [m/s]}$$

$$a_A = 2 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

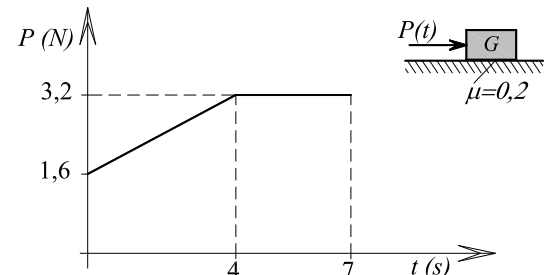
Potrebno je napisati vektorske jednadžbe koje povezuju brzine i ubrzanja označenih točaka i riješiti ih **grafičkim postupkom**. Odrediti vektore i iznose brzina i ubrzanja svih točaka, kutne brzine i kutna ubrzanja tijela.

(15 bodova)



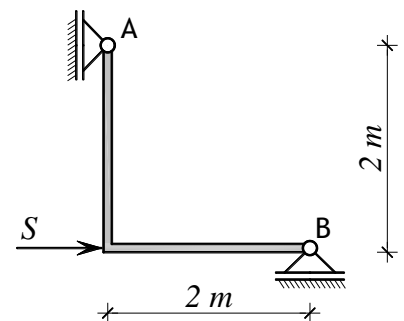
3. Čestica težine $G=8$ [N] miruje na hrapavoj horizontalnoj podlozi ($\mu=0,2$) kad na nju počne djelovati sila $P(t)$ koja se mijenja prema prikazanom dijagramu. Treba odrediti dijagrame $R(t)$, $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ s ucrtanim tangentama i njihovim nagibima u mjerilu za vrijeme gibanja čestice (**do zaustavljanja**).

(11 bodova)



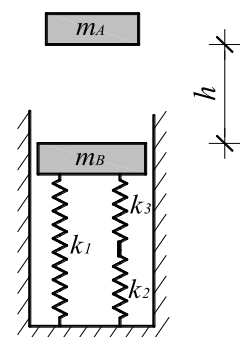
4. Štap mase $m=1,5$ [kg/m] miruje na **horizontalnoj** glatkoj podlozi. Štap je spojen zglobnim kliznim spojevima u točkama A i B kako je prikazano na slici. U jednom trenutku na štap djeluje impuls $S=16$ [Ns]. Za taj trenutak potrebno je odrediti reaktivne impulse u spojevima A i B, vektor i iznos brzine točke B te kutnu brzinu s kojom počinje gibanje.

(15 bodova)



5. Čestica B, mase $m_B = 2$ [kg], miruje spojena ns sustav opruga kako je prikazano na slici. Krutosti opruga su $k_1=1500$ [N/m], $k_2=750$ [N/m] i $k_3=1200$ [N/m]. U jednom trenutku se čestica A, mase $m_A=5$ [kg], pusti s visine $h=0,25$ [m]. Sraz je plastičan. Potrebno je odrediti period i zakon oscilacija koje će nastati nakon sraza čestica.

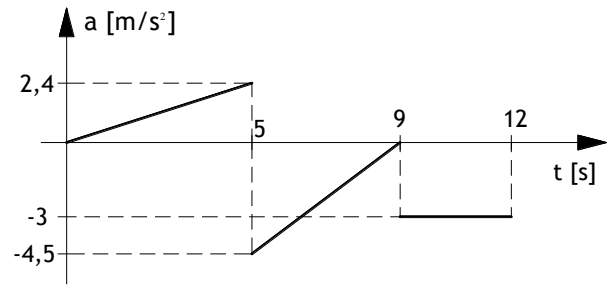
(8 bodova)



NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_o \vec{\varepsilon} = \sum \vec{M}_o$). Vektorske veličine u jednadžbama moraju odgovarati gibanju ili pretpostavci gibanja koja je označena na crtežu. **Boduju se isključivo točno napisani izrazi i rješenja.**

3. Čestica se giba po pravcu. Zadan je dijagram promjene ubrzanja. Prijedeni put u trenutku $t=9\text{ s}$ iznosi 37 m . Potrebno je napisati **diferencijalne i integralne odnose** koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijeđeni put, te koristeći te odnose odrediti dijagrame $v(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati **tangente i nagibe tangenti**.

(15 bodova)

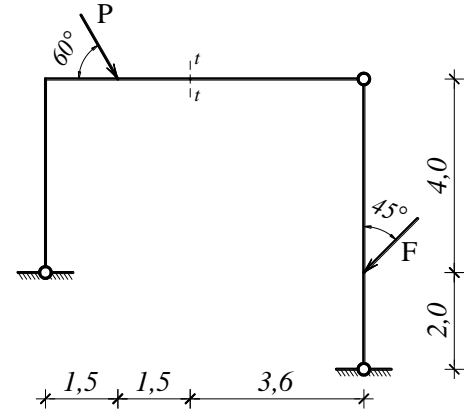


2. Za zadani statički sustav potrebno je metodom virtualnog rada odrediti moment savijanja u presjeku t-t. **Na crtežu prikazati polove, planove pomaka i veličine svih potrebnih pomaka.**

$$P = 12 \text{ [kN]}$$

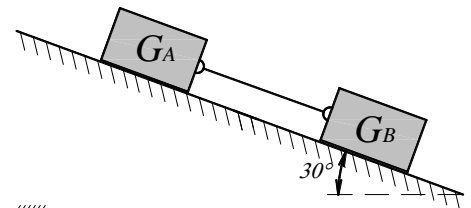
$$F = 8 \text{ [kN]}$$

(15 bodova)



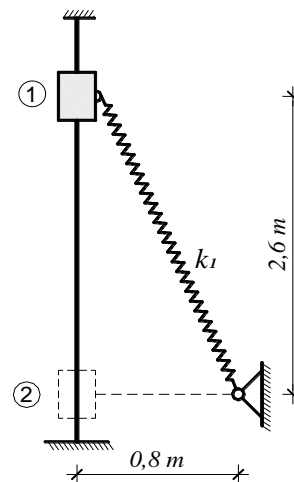
3. Dva tereta, $G_A=18\text{ [N]}$ i $G_B=6\text{ [N]}$ spojena su štapom bez mase i puštena da se gibaju niz kosinu kako je prikazano na slici. Koeficijent trenja između tereta G_A i kosine je 0,1 a između tereta G_B i kosine 0,4. Potrebno je odrediti koliko iznosi sila u štapu za vrijeme gibanja sustava.

(8 bodova)



4. Prsten mase $m=5\text{ [kg]}$ vezan je oprugom krutosti $k_1=100\text{ [N/m]}$ i pridržan je u **položaju 1**. U jednom trenutku prsten se pusti u gibanje da klizi po vertikalnom štapu bez trenja. Potrebno je odrediti koliko iznosi brzina prstena i pritisak prstena na štap u **položaju 2**. Nedeformirana duljina opruge iznosi $L_0=1,5\text{ [m]}$.

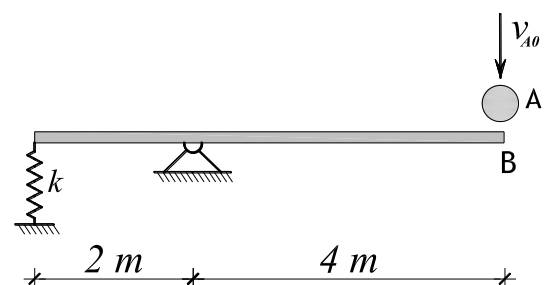
(8 bodova)



5. Štap mase $2,5\text{ kg/m'}$ miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi vezan za oprugu krutosti $k=3000\text{ N/m'}$ i zglojni spoj. U jednom trenutku u točku na štapu udari čestica A mase $m_A=3\text{ kg}$ brzinom $v_{A0}=0,45\text{ m/s}$, te se sustav počne gibati. Sudar je plastičan. Potrebno je odrediti:

- Zakon oscilacija točke B koje će nastati nakon sudara čestice A s štapom
- Maksimalnu deformaciju opruge za vrijeme oscilacija.

(14 bodova)



1. Objasniti kako se može odrediti radijus trajektorije po kojoj se giba čestica ako su poznati podaci o brzini i ubrzanju čestice. Prikazati izvod izraza koji povezuje navedene veličine. Riješiti zadatak: Čestica se giba konstantnim ubrzanjem $\vec{a} = 4\vec{j} (m/s^2)$. Za trenutak $t_0=0s$ čestica se nalazi u položaju $A(0, -1,5) (m)$ i ima brzinu $\vec{v}_0 = -2\vec{i} - 2\vec{j} (m/s)$. Treba odrediti:

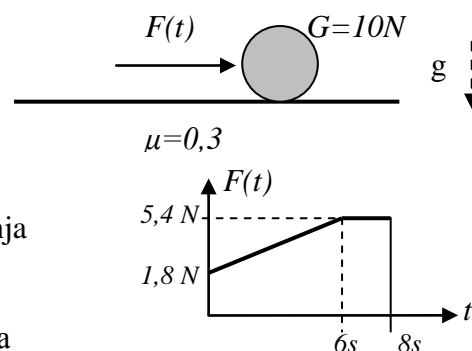
- funkciju promjene brzine i položaja u vremenu (vektore i iznose)
- jednadžbu krivulje po kojoj se čestica giba, nacrtati krivulju i položaj čestice u $t_0=0$, te smjer gibanja
- iznose i vektore brzine i položaja čestice za trenutak t_1 kad trajektorija presijeca os x, ucrtati vektore!
- iznos normalne i tangencijalne komponente ubrzanja u trenutku t_1
- radijus zakrivljenosti trajektorije u toj točki pomoću kinematičkih veličina

2. Objasniti svojstva apsolutnih i relativnih polova brzina u kinematici mehanizama. Navedi koji uvjeti i koja pravila vrijede pri njihovom određivanju. Primijeniti navedeno na rješenje zadatka: Dvije ploče gibaju se u ravnini x,y. U promatranom trenutku poznate su koordinate točke A (5,0m; 2,0m) i točke B (7,5m; 5,5m) na ploči I, i njihove brzine $\vec{v}_A = 1,8\vec{i} - 2,4\vec{j} (m/s)$ i $\vec{v}_B = 0,6\vec{j} (m/s)$. Točka D (0,5m; -2,5m) nalazi se na ploči II koja se rotira kutnom brzinom $\vec{\omega}_{II} = -2,4\vec{k} (r/s)$, i ima brzinu $\vec{v}_D = [-3,6\vec{i} + 1,2\vec{j}] (m/s)$. Treba sve podatke i oznake prikazati na crtežu, odrediti koordinate apsolutnih polova i koordinate relativnog pola brzina promatranih ploča, prikazati njihov položaj na crtežu u mjerilu, te grafički provjeriti točnost rezultata.

3. Navesti i objasniti Newtonove aksiome. Koji aksiom treba primijeniti da bi riješili zadatak:

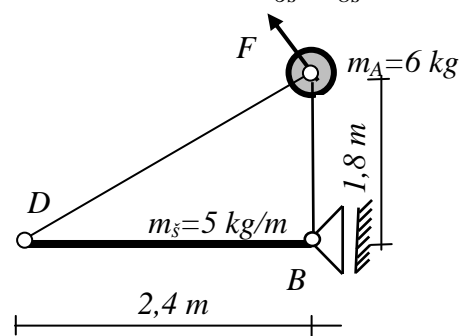
Čestica težine $G=10 N$ miruje na horizontalnoj hrapavoj podlozi kad na nju počne djelovati sila $F(t)$, koja se mijenja prema prikazanom grafu. Treba za vrijeme dok traje gibanje:

- odrediti i nacrtati zakon promjene sile koja je uzrok gibanja
- odrediti i nacrtati zakon promjene ubrzanja čestice
- odrediti i nacrtati zakon promjene brzine čestice
- odrediti duljinu puta koji je čestica prošla do zaustavljanja



4. Navesti koji zakoni vrijede pri analizi gibanja krutog tijela u ravnini pod djelovanjem sila. Po čemu su slični i po čemu se razlikuju zakoni gibanja sustava čestica u ravnini pod djelovanjem sila. Riješiti zadatak: Čestica A vezana je s dva zglobova štapa bez mase, za štap DB, u kruti sustav koji miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. U prikazanom trenutku na česticu A djeluje sila $\vec{F} = -9,8\vec{i} + 36\vec{j} (N)$. Treba odrediti:

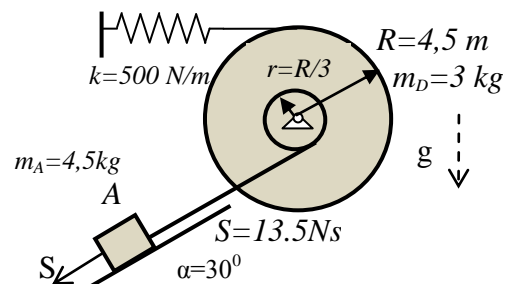
- iznos i vektor ubrzanja čestice A za prikazani trenutak
- silu reakcije u štapu AD u istom trenutku



5. Nabrojati i prikazati postupke pomoću kojih možemo odrediti diferencijalnu jednadžbu oscilacija, na primjeru linearnog harmonijskog oscilatora. Riješiti zadatak:

Prikazani mehanički sustav miruje pridržan tako da opruga nije deformirana. Pridržanje se ukloni u istom trenutku kad na česticu djeluje impuls S. Treba odrediti:

- diferencijalnu jednadžbu slobodnih oscilacija čestice A
- period i frekvenciju oscilacija
- zakon gibanja čestice A
- iznos maksimalne elastične sile za vrijeme nastalog gibanja

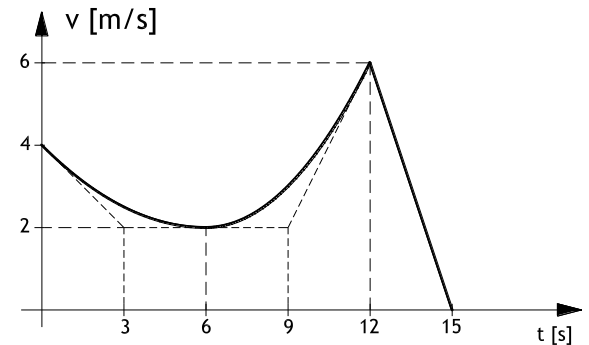


NAPOMENA: Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr. $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$ i slično). Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_o \vec{\varepsilon} = \sum \vec{M}_o$). Vektorske veličine u jednadžbama moraju odgovarati gibanju ili pretpostavci gibanja koja je označena na crtežu. **Boduju se isključivo točno napisani izrazi i rješenja.**

1. Čestica se giba po pravcu. Zadan je dijagram promjene brzine. Potrebno je napisati diferencijalne i integralne odnose koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijeđeni put, te koristeći te odnose odrediti dijagrame $a(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti.

(10 bodova)



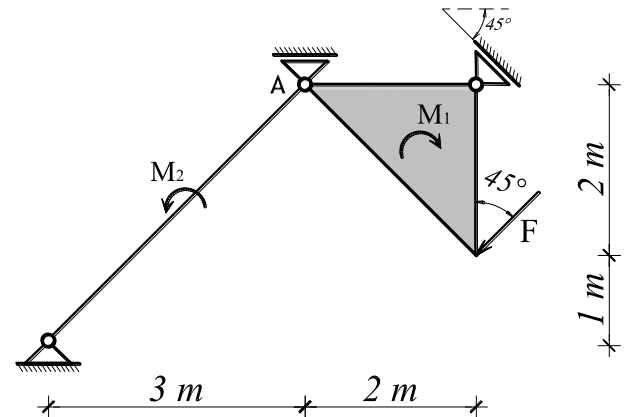
2. Za zadani statički sustav potrebno je metodom virtualnog rada odrediti reakciju u kliznom ležaju A. Na crtežu prikazati polove, planove pomaka i veličine svih potrebnih pomaka.

$$F = 10 \text{ [kN]}$$

$$M_1 = 8 \text{ [kNm]}$$

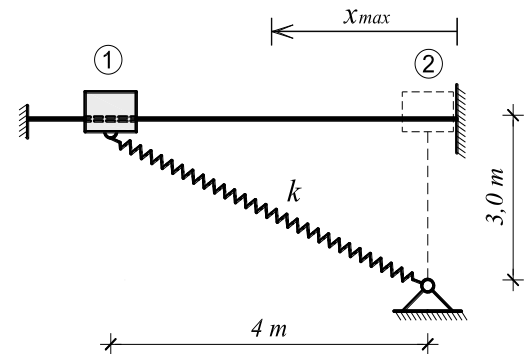
$$M_2 = 6 \text{ [kNm]}$$

(10 bodova)



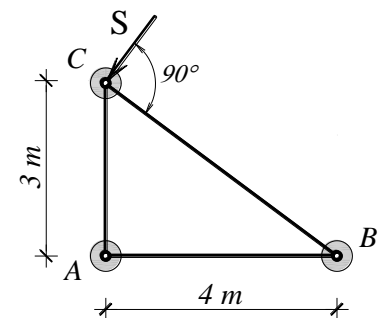
3. Prsten mase $m=10 \text{ kg}$ spojen je s elastičnom oprugom krutosti $k=90 \text{ N/m'}$ te je pridržan u položaju 1. U jednom trenutku prsten se pusti u gibanje da klizi po horizontalnom štapu bez trenja kako je prikazano na slici. U položaju 2 prsten se sudara s vertikalnom preprekom pri čemu koeficijent restitucije sraza iznosi $e=0,6$. Potrebno je odrediti maksimalnu udaljenost do koje će se prsten nakon sudara odbiti. Nedeformirana duljina opruge iznosi $L_0=3 \text{ m}$.

(12 bodova)



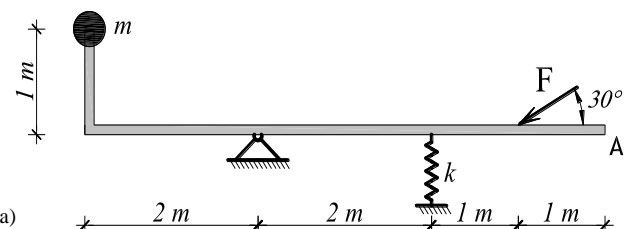
4. Tri čestice masa $m_A=2 \text{ kg}$, $m_B=2 \text{ kg}$ i $m_C=4 \text{ kg}$ spojene su zglobnim štapovima koji su bez mase. Sustav miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. U jednom trenutku u točku C djeluje impuls $S=12 \text{ Ns}$ kako je prikazano na slici. Potrebno je odrediti vektor brzine točke B i reaktivni impuls u štapu BC.

(13 bodova)



5. Prikazani sustav miruje u horizontalnoj ravnini. Štap ima jednoliko distribuiranu masu $m_s=1,5 \text{ kg/m'}$, a masa čestice je $m=4 \text{ kg}$, krutost opruge je $k=1200 \text{ N/m'}$. Na sustav djeluje statička sila $F=10 \text{ N}$. Potrebno je odrediti period i zakon oscilacija točke A koje će nastati kada se naglo ukloni sila F.

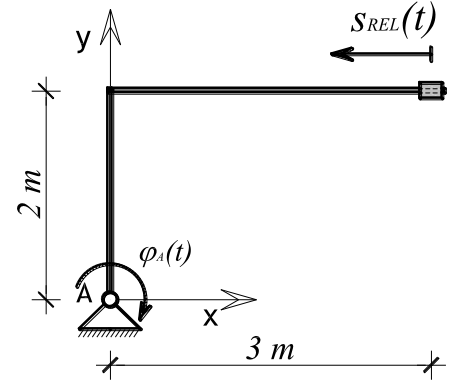
(15 bodova)



NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_o \ddot{\epsilon} = \sum \vec{M}_o$). Vektorske veličine u jednadžbama moraju odgovarati gibanju ili pretpostavci gibanja koja je označena na crtežu. **Boduju se isključivo točno napisani izrazi i rješenja.**

1. Štap prikazanog oblika rotira oko točke A po zakonu $\varphi(t) = \frac{2\pi}{3}t$ [r]. Na štapu se nalazi klizač koji se giba po štapu prema zakonu $s_{REL}(t) = \frac{4}{9}t^3$ [m]. Početni položaj sustava ($t=0$ s) prikazan je na slici. Treba odrediti iznos i vektor apsolutne brzine i apsolutnog ubrzanja klizača u trenutku $t = 1,5$ s.

(14 bodova)

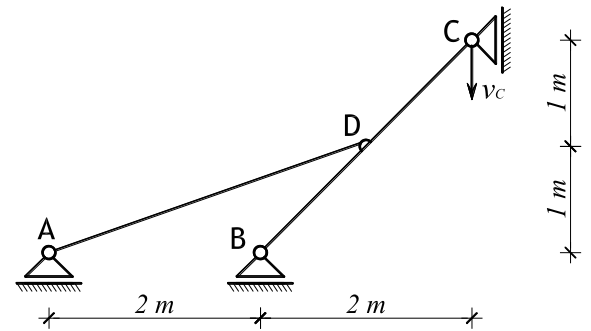


2. Mehanizam giba se u ravnini XY. U položaju prikazanom na slici poznata je brzina točke C:

$$v_C = 6 \text{ [m/s]}$$

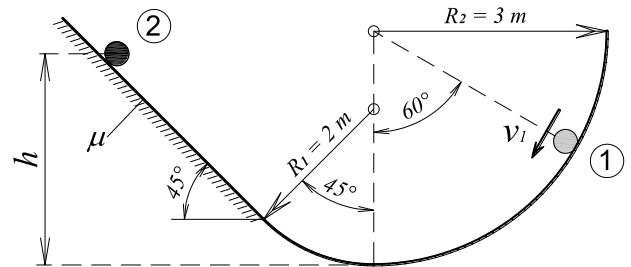
Potrebno je isključivo primjenom **plana projekcija brzina** odrediti iznose i vektore brzine svih označenih točaka, te vektore i iznose kutnih brzina štapova prikazanog mehanizma.

(13 bodova)



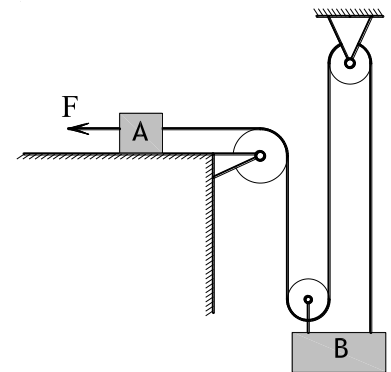
3. Čestica mase $m=2,5$ kg u **položaju 1** ima brzinu $v_1=6$ m/s i giba se u vertikalnoj ravnini po prikazanoj podlozi. Potrebno je odrediti koliko iznosi pritisak kuglice na podlogu u položaju 1 te maksimalnu visinu do koje će dospjeti čestica (položaj 2). Podloga je u zakrivljenom dijelu potpuno glatka, dok na kosini koeficijent trenja $\mu=0,2$.

(10 bodova)



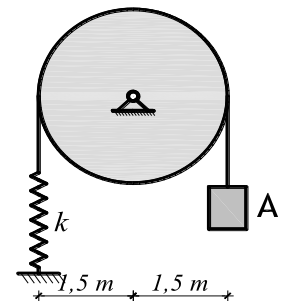
6. Dva tereta masa $m_A=1,5$ kg i $m_B=4$ kg, povezana su nerestezljivim užetom i koloturama zanemarive mase, sustav miruje pridržan u gravitacijskom polju. Teret A nalazi se na glatkoj podlozi. U jednom trenutku na teret A počne djelovati sila $F=20$ N i u istom trenutku uklanja se pridržanje sustava. Za taj trenutak potrebno je odrediti vektore ubrzanja tereta A i B te silu u užetu kojim su tereti povezani.

(11 bodova)



5. Prikazani mehanički sustav miruje u gravitacijskom polju pridržan tako da opruga nije deformirana. U jednom trenutku pridržanje se ukloni i počne gibanje. Treba odrediti maksimalnu deformaciju opruge i maksimalnu brzinu tereta A. Masa diska je $m_D=6$ kg, masa čestice $m_A=5$ kg a krutost opruge iznosi $k=1300$ N/m.

(12 bodova)

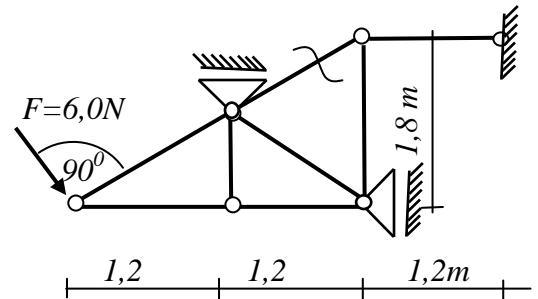


1. Objasniti kako se može odrediti radijus trajektorije po kojoj se giba čestica ako su poznati podaci o brzini i ubrzanju čestice. Prikazati izvod izraza koji povezuje navedene veličine. Riješiti zadatak: Čestica se giba konstantnim ubrzanjem $\vec{a} = 4\vec{i} (m/s^2)$. Za trenutak $t_0=0s$ čestica se nalazi u položaju $A(0, -3,0) (m)$ i ima brzinu $\vec{v}_0 = -4\vec{i} + 2\vec{j} (m/s)$. Treba:

- odrediti funkciju promjene brzine i položaja u vremenu (vektore i iznose)
- skicirati trajektoriju po kojoj se čestica giba, ucrtati položaj čestice za $t_0=0$ i smjer gibanja čestice
- odrediti iznose i vektore brzine i položaja čestice za trenutak t_1 kad putanja čestice presijeca os x
- odrediti iznos normalne i tangencijalne komponente ubrzanja u t_1 , te ucrtati vektore $\vec{v}_1, \vec{a}_1, \vec{a}_{t,1}, \vec{a}_{n,1}$
- pomoću kinematičkih veličina odrediti radijus zakrivljenosti trajektorije u položaju t_1

2. Objasniti svojstva apsolutnih i relativnih polova brzina u kinematici mehanizama. Navedi koje pretpostavke i koja pravila odnosno zakoni vrijede pri određivanju sila metodom virtualnog rada.

Metodom virtualnog rada treba odrediti silu u označenom štapu. Na planu pomaka treba označiti sve elemente te naznačiti smjerove i veličine svih potrebnih pomaka. Provjeriti točnost rezultata pomoću jednadžbi ravnoteže.

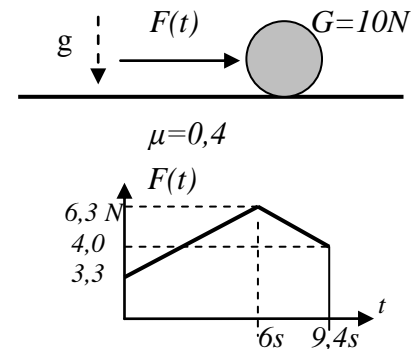


3. Navesti i objasniti Newtonove aksiome. Koji aksiom treba primijeniti da bi riješili zadatak:

Čestica težine $G=10 N$ miruje na horizontalnoj hrapavoj podlozi kad na nju počne djelovati sila $F(t)$, koja se mijenja prema prikazanom grafu.

Treba za vrijeme dok traje gibanje:

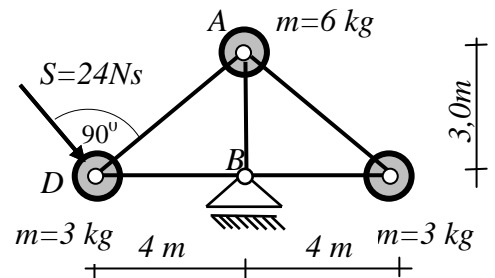
- odrediti i nacrtati zakon promjene sile koja je **uzrok gibanja**
- odrediti i nacrtati zakon promjene ubrzanja čestice
- odrediti i nacrtati zakon promjene brzine čestice
- odrediti duljinu puta koji je čestica prošla do zaustavljanja



4. Prikaži kako se izvodi zakon djelovanja impulsa na česticu, te koji zakoni vrijede ako se analizira djelovanje impulsa na sustav čestica u ravnini. Riješiti zadatak:

Prikazani sustav čestica miruje u horizontalnoj glatkoj ravnini kad na česticu D djeluje impuls S okomito na štap AD. Za trenutak neposredno nakon djelovanja impulsa treba odrediti:

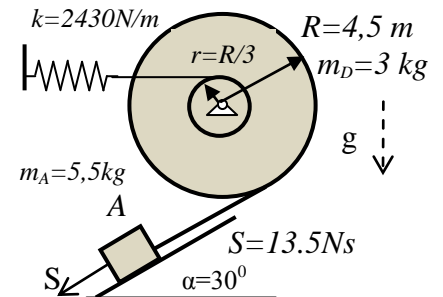
- iznos i vektor reaktivnog impulsa u spoju B
- iznos i vektor brzine točke D
- iznos reaktivnog impulsa u štapu AD



5. Nabrojati i prikazati na primjeru linearnog harmonijskog oscilatora postupke pomoću kojih možemo odrediti diferencijalnu jednadžbu oscilacija. Riješiti zadatak:

Prikazani mehanički sustav miruje u gravitacijskom polju. U jednom trenutku na česticu djeluje impuls S . Treba odrediti:

- period i frekvenciju slobodnih oscilacija
- diferencijalnu jednadžbu slobodnih oscilacija čestice A
- zakon gibanja čestice A
- iznos maksimalne elastične sile za vrijeme nastalog gibanja



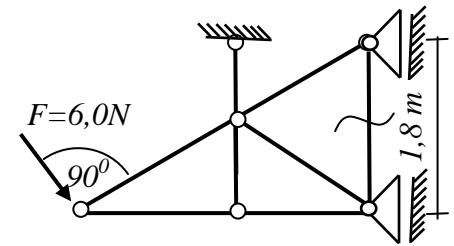
NAPOMENA: Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr. $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$ i slično). Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.

1. Objasniti kako se može odrediti radijus trajektorije po kojoj se giba čestica ako su poznati podaci o brzini i ubrzanju čestice. Prikazati izvod izraza koji povezuje navedene veličine. Riješiti zadatak: Čestica se giba konstantnim ubrzanjem $\vec{a} = 4\vec{i} (m/s^2)$. Za trenutak $t_0=0s$ čestica se nalazi u položaju $A(-1,5;0) (m)$ i ima brzinu $\vec{v}_0 = -2\vec{i} + 2\vec{j} (m/s)$. Treba:

- odrediti funkciju promjene brzine i položaja u vremenu (vektore i iznose)
- skicirati trajektoriju po kojoj se čestica giba, ucrtati položaj čestice za $t_0=0$ i smjer gibanja čestice
- odrediti iznose i vektore brzine i položaja čestice za trenutak t_1 kad putanja čestice presijeca os y
- odrediti iznos normalne i tangencijalne komponente ubrzanja u t_1 , te ucrtati vektore $\vec{v}_1, \vec{a}_1, \vec{a}_{t,1}, \vec{a}_{n,1}$
- pomoću kinematičkih veličina odrediti radijus zakrivljenosti trajektorije u položaju t_1

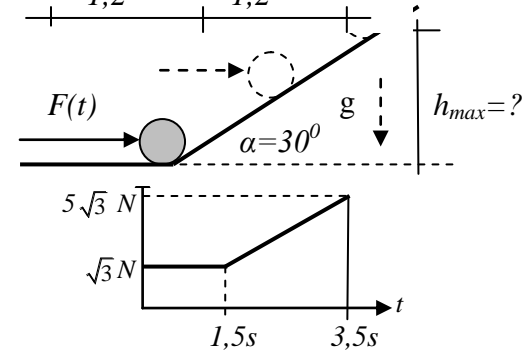
2. Objasniti svojstva apsolutnih i relativnih polova brzina u kinematici mehanizama. Navedi koje pretpostavke i koja pravila odnosno zakoni vrijede pri određivanju sila metodom virtualnog rada.

Metodom virtualnog rada treba odrediti silu u označenom štapu. Na planu pomaka treba označiti sve elemente te naznačiti smjerove i veličine svih potrebnih pomaka. Provjeriti točnost rezultata pomoću jednadžbi ravnoteže.



3. Navesti i objasniti Newtonove aksiome. Koji aksiom treba primijeniti da bi riješili zadatak:

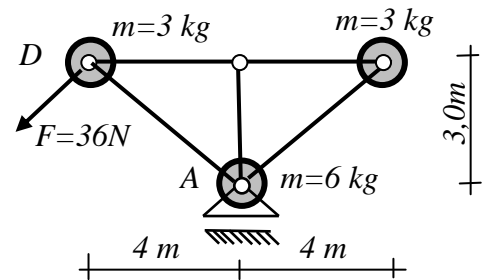
Čestica težine $G=6 N$ miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi kad na nju počne djelovati sila $F(t)$, koja se mijenja prema prikazanom grafu. Treba za vrijeme dok traje gibanje:



- odrediti i nacrtati zakon promjene sile koja je **uzrok ubrzanja**
- odrediti i nacrtati zakon promjene ubrzanja čestice
- odrediti i nacrtati zakon promjene brzine čestice
- odrediti do koje visine h će dospjeti čestica

4. Prikaži koji zakoni vrijede ako se analizira djelovanje sila na sustav čestica u ravnini. Riješiti zadatak:

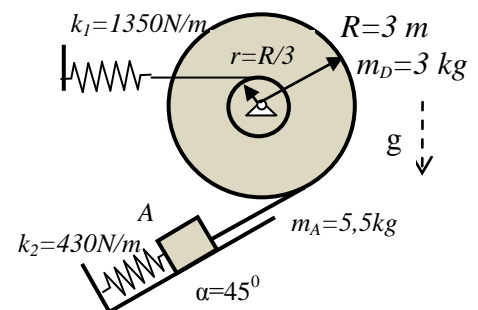
Prikazani sustav čestica miruje u horizontalnoj glatkoj ravnini kad na česticu D djeluje sila F okomito na štap AD. Za taj trenutak treba odrediti:



- iznos i vektor sile u spoju A
- iznos i vektor ubrzanja točke D
- iznos sile u štapu AD

5. Nabrojati i prikazati na primjeru linearnog harmonijskog oscilatora postupke pomoću kojih možemo odrediti diferencijalnu jednadžbu oscilacija. Riješiti zadatak:

Prikazani mehanički sustav miruje u gravitacijskom polju pridržan tako da opruga nije deformirana. U jednom trenutku pridržanje se ukloni i sustav se počne gibati. Treba odrediti:



- period i frekvenciju slobodnih oscilacija
- diferencijalnu jednadžbu gibanja čestice A
- zakon gibanja čestice A
- iznos maksimalne elastične sile za vrijeme nastalog gibanja

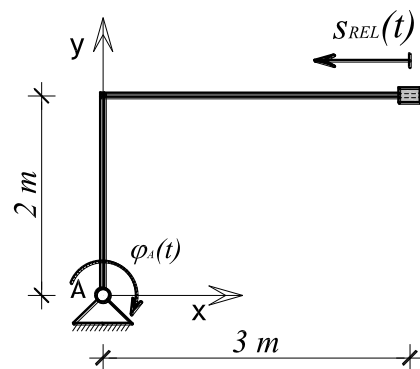
NAPOMENA: Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr. $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$ i slično). Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_o \ddot{\epsilon} = \sum \vec{M}_o$). Vektorske veličine u jednadžbama moraju odgovarati gibanju ili pretpostavci gibanja koja je označena na crtežu. **Boduju se isključivo točno napisani izrazi i rješenja.**

1. Štap prikazanog oblika rotira oko točke A po zakonu $\varphi(t) = \frac{2\pi}{3}t$ [r].

Na štapu se nalazi klizač koji se giba po štapu prema zakonu $s_{REL}(t) = \frac{4}{9}t^3$ [m]. Početni položaj sustava prikazan je na slici ($t=0$ s). Treba odrediti iznos i vektor apsolutne brzine i apsolutnog ubrzanja klizača u trenutku $t = 1,5$ s.

(14 bodova)



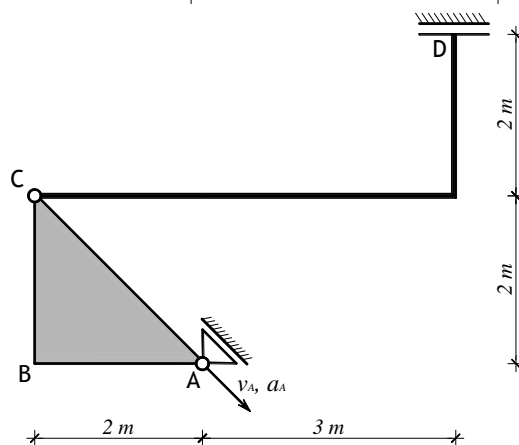
2. Prikazani mehanizam giba se u ravnini XY. U položaju prikazanom na slici poznata je brzina i ubrzanje točke A:

$$v_A = 4\sqrt{2} \text{ [r/s]}$$

$$a_A = 2\sqrt{2} \text{ [m/s}^2\text{]}$$

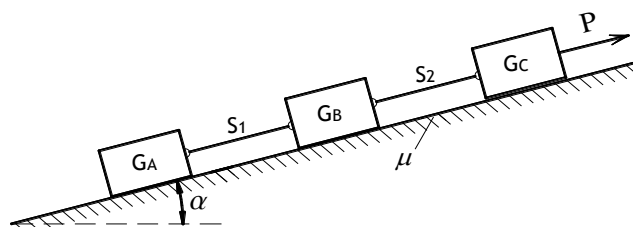
Potrebno je napisati vektorske jednadžbe koje povezuju brzine i ubrzanja označenih točaka i riješiti ih **grafičkim postupkom**. Odrediti vektore i iznose brzina i ubrzanja svih točaka, kutne brzine i kutna ubrzanja tijela.

(12 bodova)



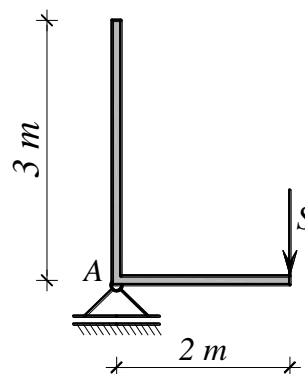
3. Tri tereta $G_A=3$ [N], $G_B=8$ [N] i $G_C=5$ [N] povezani su štapovima S_1 i S_2 , sustav se nalazi na hrapavoj kosini ($\alpha=30^\circ$ i $\mu=0,2$) kako je prikazano na slici. Odredi koliko iznose sile u štapovima ako na sustav djeluje konstantna sila $P=16$ [N].

(12 bodova)



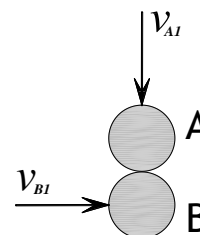
4. Štap prikazanog oblika ima masu $m=2$ [kg/m], spojen je zglobnim kliznim ležajem kako je prikazano na slici. Sustav miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. Odredi koliko iznosi reaktivni impuls u spoju A te iznos i vektor brzine točke A ako u jednom trenutku na sustav djeluje impuls $S = 12$ [Ns].

(14 bodova)



5. Kuglica A mase $m_A=2$ [kg] i brzine $v_{A1}=6$ [m/s] sudari se na horizontalnoj glatkoj podlozi sa kuglicom B mase $m_B=4$ [kg] koja ima brzinu $v_{B1}=4$ [m/s]. Koeficijent restitucije pri sudaru iznosi $e=0,5$. Treba odrediti iznos i vektor brzina obiju kuglica nakon sraza te kut koji vektori brzina zatvaraju s linijom sraza.

(8 bodova)



1. Objasniti kako se može odrediti radijus trajektorije po kojoj se giba čestica ako su poznati podaci o brzini i ubrzanju čestice. Prikazati izvod izraza koji povezuje navedene veličine. Riješiti zadatak: Čestica se giba konstantnim ubrzanjem $\vec{a} = 6\vec{j} (m/s^2)$. Za trenutak $t_0=0$ čestica se nalazi u položaju $A(0, -1,5) (m)$ i ima brzinu $\vec{v}_0 = 2\vec{i} - 2\vec{j} (m/s)$. Treba odrediti:

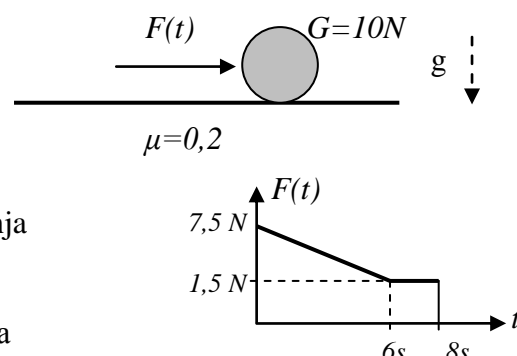
- funkciju promjene brzine i položaja u vremenu (vektore i iznose)
- jednačbu krivulje po kojoj se čestica giba, nacrtati krivulju i položaj čestice u $t_0=0$, te smjer gibanja čestice
- iznose i vektore brzine i položaja čestice za trenutak t_1 kad trajektorija presijeca os x, ucrtati vektore
- iznos normalne i tangencijalne komponente ubrzanja u trenutku t_1 , (ucrtati vektore)
- radijus zakrivljenosti trajektorije u toj točki pomoću kinematičkih veličina

2. Objasniti svojstva apsolutnih i relativnih polova brzina u kinematici mehanizama. Navedi koji uvjeti i koja pravila vrijede pri njihovom određivanju. Primijeniti navedeno na rješenje zadatka: Dvije ploče gibaju se u ravnini x,y. U promatranom trenutku poznate su koordinate točke A (5,0m; 2,0m) i točke B (7,5m; 5,5m) na ploči I, i njihove brzine $\vec{v}_A = 1,8\vec{i} + 2,4\vec{j} (m/s)$ i $\vec{v}_B = 0,6\vec{j} (m/s)$. Točka D (0,5m; 0,5m) nalazi se na ploči II koja se rotira kutnom brzinom $\vec{\omega}_II = -2,4\vec{k} (r/s)$, i ima brzinu $\vec{v}_D = [3,6\vec{i} + 1,2\vec{j}] (m/s)$. Treba sve podatke i oznake prikazati na crtežu, odrediti koordinate apsolutnih polova i koordinate relativnog pola brzina promatranih ploča, prikazati njihov položaj na crtežu u mjerilu, te grafički provjeriti točnost rezultata.

3. Navesti i objasniti Newtonove aksiome. Koji aksiom treba primijeniti da bi riješili zadatak:

Čestica težine $G=10 N$ miruje na horizontalnoj hrapavoj podlozi kad na nju počne djelovati sila $F(t)$, koja se mijenja prema prikazanom grafu. Treba za vrijeme dok traje gibanje:

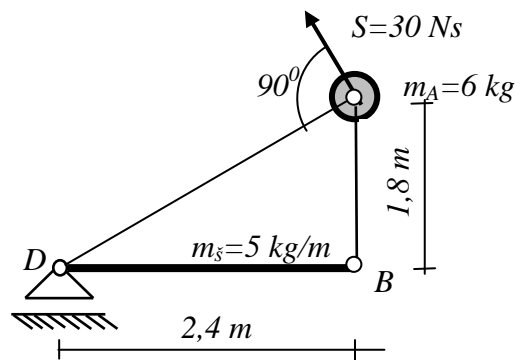
- odrediti i nacrtati zakon promjene sile koja je uzrok gibanja
- odrediti i nacrtati zakon promjene ubrzanja čestice
- odrediti i nacrtati zakon promjene brzine čestice
- odrediti duljinu puta koji je čestica prošla do zaustavljanja



4. Navesti koji zakon vrijedi pri analizi gibanja tijela u ravnini nastalog zbog djelovanja impulsa. Objasniti značenje zadanog kinematičkog ograničenja i svih navedenih oznaka. Riješiti zadatak:

Čestica A vezana je s dva zglobna štapa bez mase, za štap OB , u prikazani sustav koji miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. U jednom trenutku na česticu djeluje impuls S . Treba odrediti:

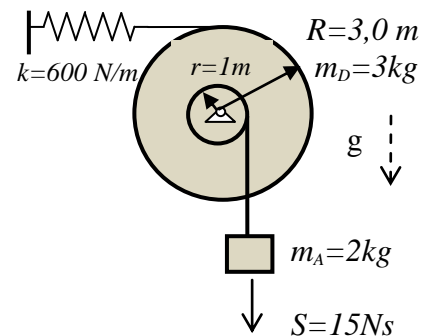
- brzinu čestice A za trenutak kad počne gibanje
- reaktivni impuls u štapu AD



5. Opisati postupke za određivanje diferencijalne jednačbe oscilacija linearnog harmonijskog oscilatora, uz objašnjenje značenja pojedinih oznaka. Riješiti zadatak:

Prikazani mehanički sustav miruje u gravitacijskom polju kad na česticu djeluje impuls S . Treba odrediti:

- diferencijalnu jednačbu slobodnih oscilacija čestice A
- period i frekvenciju oscilacija
- zakon gibanja čestice A
- iznos maksimalne deformacije opruge za vrijeme nastalog gibanja



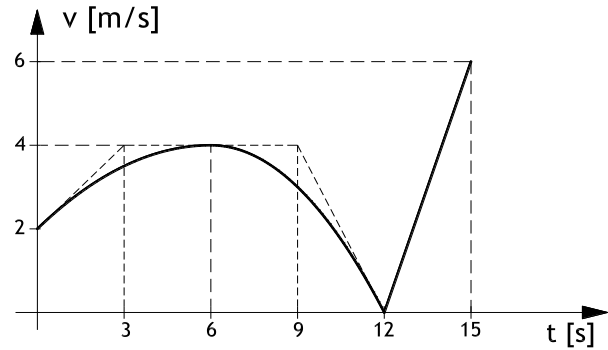
NAPOMENA:

Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr. $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$). Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_o \vec{\varepsilon} = \sum \vec{M}_o$). Vektorske veličine u jednadžbama moraju odgovarati gibanju ili pretpostavci gibanja koja je označena na crtežu. **Buduju se isključivo točno napisani izrazi i rješenja.**

1. Čestica se giba po pravcu. Zadan je dijagram promjene brzine. Potrebno je napisati diferencijalne i integralne odnose koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijeđeni put, te koristeći te odnose odrediti dijagrame $a(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti.

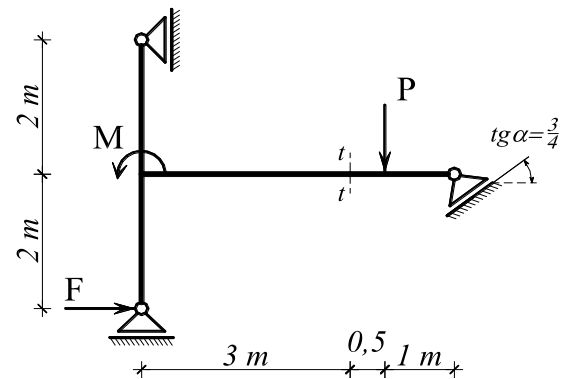
(10 bodova)



2. Za zadani statički sustav potrebno je metodom virtualnog rada odrediti moment savijanja u presjeku t-t. Na crtežu prikazati polove, planove pomaka i veličine svih potrebnih pomaka.

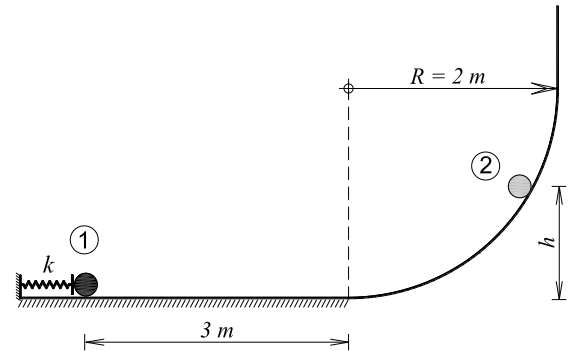
$F = 10 \text{ [kN]}$
 $P = 8 \text{ [kN]}$
 $M = 6 \text{ [kNm]}$

(12 bodova)



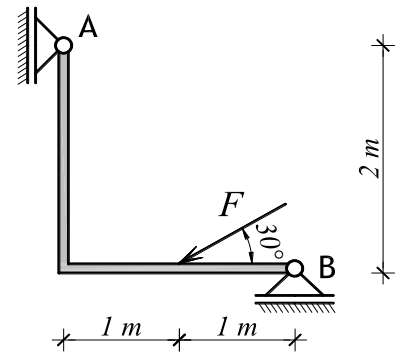
3. Kuglica mase 4 kg miruje u položaju 1 u kojem je opruga krutosti $k=150 \text{ [N/cm]}$ pridržana i stisnuta za $0,1 \text{ [m]}$. U jednom trenutku uklanja se pridržanje opruge i čestica se počne gibati po prikazanoj podlozi. Podloga je na horizontalnom dijelu duljine 3 m hrapava ($\mu=0,3$) dok je u zakrivljenom i vertikalnom dijelu apsolutno glatka. Brzina kuglice u položaju 2 iznosi $v_2=2 \text{ [m/s]}$. Odredi visinu h i pritisak kuglice na podlogu u položaju 2.

(11 bodova)



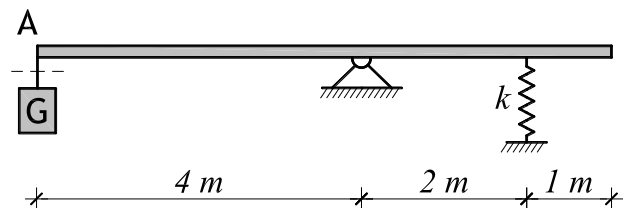
4. Štap mase $m=3 \text{ [kg/m]}$ miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. Štap je spojen zglobnim kliznim spojevima u točkama A i B kako je prikazano na slici. U jednom trenutku na štap djeluje sila $F=10 \text{ [N]}$. Za taj trenutak potrebno je odrediti reakcije u spojevima A i B, vektor i iznos ubrzanja točke A te kutno ubrzanje sustava kojim počinje gibanje.

(14 bodova)



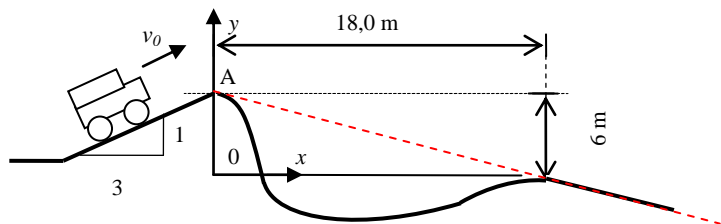
5. Prikazani sustav miruje u **vertikalnoj ravnini**. Štap ima jednoliko distribuiranu masu $m_s=1,5 \text{ [kg/m]}$, a u točki A obješen je teret težine $G=15 \text{ [N]}$. Krutost elastične opruge je $k=1500 \text{ [N/m]}$. Potrebno je odrediti period i zakon oscilacija točke A koje će nastati kada se naglo ukloni teret G.

(13 bodova)



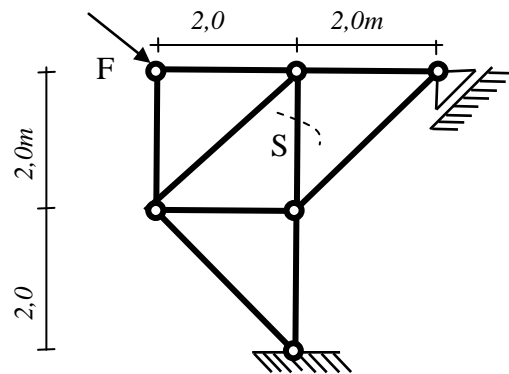
1. (16 bodova) Objasniti uz koje pretpostavke i uz koje zakonitosti izvodimo jednađbe za kosi hitac. Prikazati izvod jednađbi gibanja džipa u zadanom koordinatnom sustavu. Primijeniti na rješenje zadatka:

Džip u položaju A džip ima brzinu 63 km/h, Treba odrediti koordinate točke B u kojoj će džip dotaknuti tlo na drugoj obali. Zanimariti dimenzije džipa.



2. (24 boda) Ukratko navesti koji teorem i koje pretpostavke i pravila koristimo pri određivanju plana projekcija pomaka u kinematici mehanizama. Opisati statička i kinematička svojstva zglobnog spoja. Riješiti zadatak: Treba metodom virtualnog rada odrediti silu u štapu S. Označiti sva tijela i sve potrebne pomake u planu projekcija pomaka. Provjeriti točnost uz pomoć jednađbi ravnoteže.

$$\vec{F} = 4\vec{i} - 8\vec{j} \text{ (kN)}$$



3. (20 bodova) Prikazati kako se definira brzina i ubrzanje i koje zakonitosti vrijede ako je gibanje čestice zadanu u polarnom koordinatnom sustavu? Prikazati izvod za funkciju brzine $v(t)$ i ubrzanja $a(t)$.

Primijeniti na rješenje zadatka: Štap AB zglobno spojen na nepomičnu podlogu u točki A, rotira u horizontalnoj ravnini tako da mu se kut prema osi x mijenja po zakonu $\varphi(t) = -\frac{\pi}{2}t^2 \text{ k}$. Po štapu se giba klizač K, tako da mu se udaljenost od zgloba A mijenja po zakonu $r(t) = 10t^2 \text{ (m)}$. Treba nacrtati položaj i vektore, te odrediti brzinu i ubrzanje klizača u trenutku $t_1 = 2s$ (skalar i vektor).

4. (18 bodova) Prikazana ploča polumjera $R = 0,6 \text{ m}$, mase $M = 120 \text{ kg}$ jednoliko raspoređene po površini, na čiji je rub kruto spojena čestica B, mase $m = 60 \text{ kg}$, miruje oslonjena na horizontalnu glatku podlogu A. U jednom trenutku zbog udara impulsa $S = 108 \text{ Ns}$ u česticu B, počne gibanje.

Za trenutak kad gibanje počne treba nacrtati skicu s oznakama i odrediti:

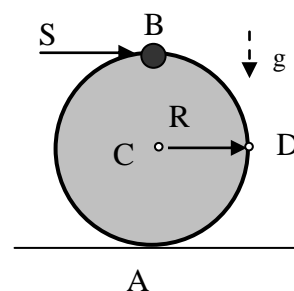
a) kutnu brzinu ploče

$$\vec{\omega} = ?$$

b) brzinu točke B i D

$$\vec{v}_B = ?, \quad v_B = ?, \quad \vec{v}_D = ?, \quad v_D = ?$$

c) kinetičku energiju neposredno nakon sraza



5. (22 boda) Sustav miruje u **vertikalnoj** ravnini u trenutku kad u točku B udari kuglica C mase 2,2 kg. Sraz je plastičan. Treba odrediti:

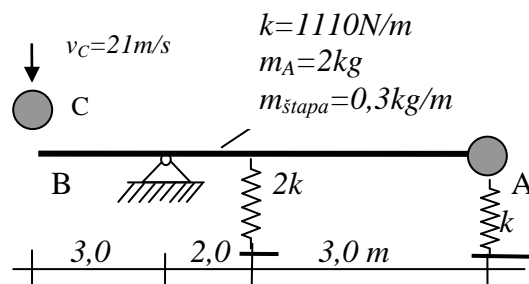
a) diferencijalnu jednađbu slobodnih oscilacija točke A

b) frekvenciju i period slobodnih oscilacija

c) zakon gibanja točke A

d) brzinu i ubrzanje v_A i a_A s kojom je započelo gibanje

e) odrediti veličinu maksimalne deformacije opruge za vrijeme nastalog gibanja



NAPOMENA:

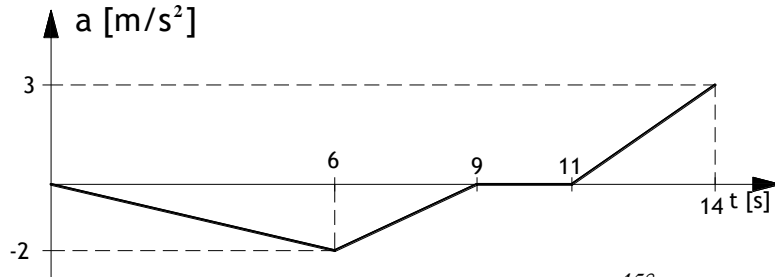
Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr. $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$).

Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznaka** i **kotama**. Prije numeričkog računa **napisati općeniti izraz** koji se koristi. Za sve orijentirane veličine potrebno je prikazati **iznos i vektor**.

1. Čestica se giba po pravcu. Zadan je dijagram promjene ubrzanja. Prijedeni put u trenutku $t=9$ [s] iznosi 45 [m]. Potrebno je napisati **diferencijalne i integralne odnose** koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijedeni put, te koristeći te odnose odrediti dijagrame $v(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati **tangente i nagibe tangenti**.

(10 bodova)



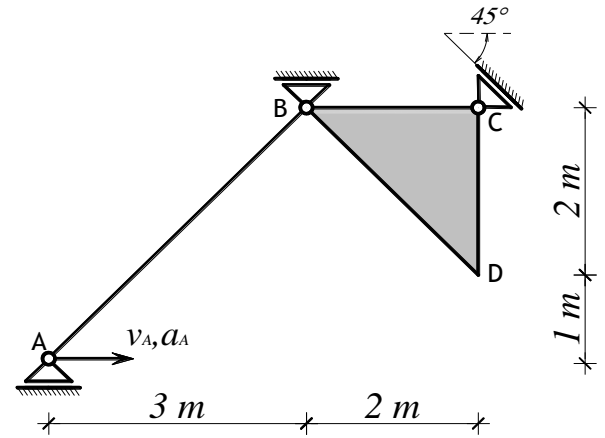
2. Prikazani sustav giba se u ravnini XY. U položaju prikazanom na slici poznati su iznosi brzine i ubrzanja točke A:

$$v_A = 3 \text{ [m/s]}$$

$$a_A = 2,5 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

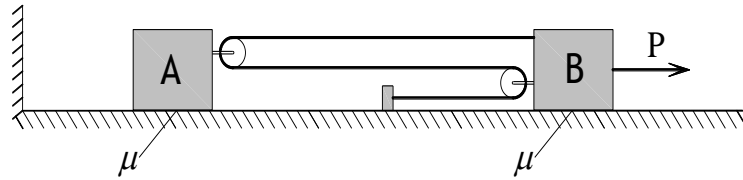
Potrebno je napisati vektorske jednadžbe koje povezuju brzine i ubrzanja označenih točaka i riješiti ih grafičkim postupkom. Odrediti vektore kutne brzine i kutnog ubrzanja štapa i diska.

(14 bodova)



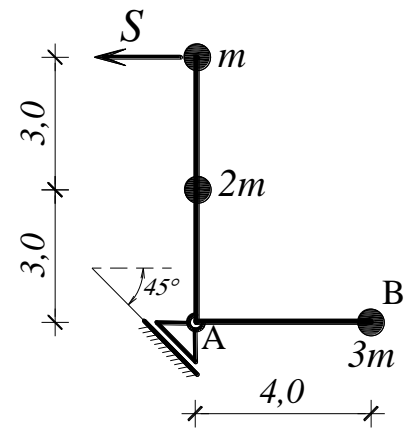
3. Dva tereta povezana su nerastezljivim užetom. Težina tereta A iznosi $G_A=8$ [N], a težina tereta B je $G_B=6$ [N], koeficijent trenja između tereta i podloge je $\mu=0,25$. Odredi iznose ubrzanja tereta A i B te silu u užetu ako na sustav u jednom trenutku počne djelovati konstantna sila $P=12$ [N]. Odredi iznos ukupne kinetičke energija sustava u trenutku $t_1=3$ [s] od početka gibanja.

(13 bodova)



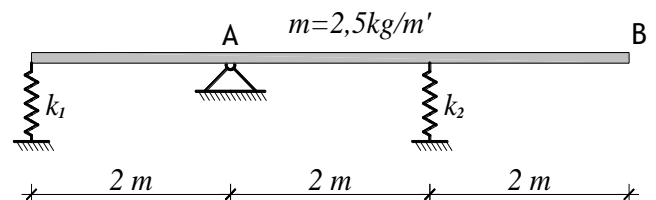
4. Na štap bez mase kruto su spojene tri čestice različitih masa. Štap je spojen zglobnim kliznim ležajem u točki A te miruje u **horizontalnoj ravnini**. U jednom trenutku na štap djeluje impuls S kako je prikazano na slici. Potrebno je odrediti iznos i vektor brzine točaka A i B te reaktivni impuls u kliznom ležaju neposredno nakon djelovanja impulsa S. Zadane veličine su $S = 16,2$ [Ns] i $m=3$ [kg].

(12 bodova)



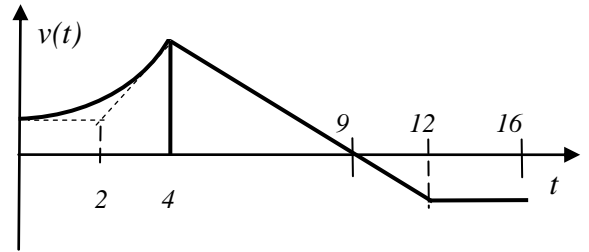
5. Štap jednoliko distribuirane mase spojen je dvjema oprugama krutosti $k_1=2000$ [N/m'] i $k_2=4000$ [N/m']. Sustav je pridržan u vertikalnoj ravnini tako da su opruge nenapregnute. Potrebno je odrediti frekvenciju, period i zakon oscilacija točke B ako se u jednom trenutku pridržanje ukloni. Odredi koliko iznosi maksimalna kinetička energija sustava.

(11 bodova)



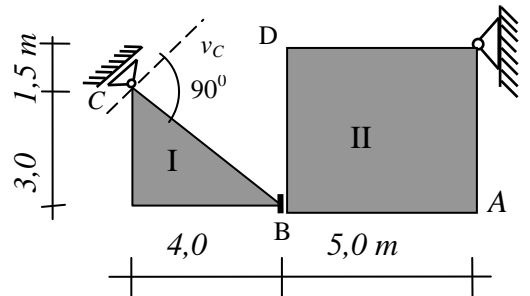
1. Treba napisati diferencijalne i integralne odnose koji povezuju funkcije $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ kod gibanja čestice po pravcu, te s **nekoliko rečenica objasniti** njihovo **geometrijsko značenje**.

Riješiti zadatak: Čestica se giba po osi x tako da u ishodištu pri brzini $v_0=18\text{km/h}$ počne prvo ubrzavati do maksimalne brzine od 90km/h , a zatim usporava tako da brzinu mijenja prema prikazanom grafu. Treba odrediti:



- koordinatu $x_{MAX}=?$ do koje će doći čestica
- ukupni prijeđeni put za vrijeme $t_I=16\text{s}$.
- sve potrebne veličine, te nacrtati u mjerilu funkcije $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ sa ucrtanim tangentama (20 bodova)

2. Navesti koji teorem i koje pretpostavke i pravila koristimo pri određivanju plana projekcija pomaka i brzina u kinematici mehanizama. Opisati statička i kinematička svojstva spoja B, te isključivo pomoću plana **projekcija brzina** odrediti vektore i iznose kutnih brzina ploča, i brzina u točkama B, C i D, ako je zadana brzina $\vec{v}_A = 6,75\vec{i} \text{ (m/s)}$.



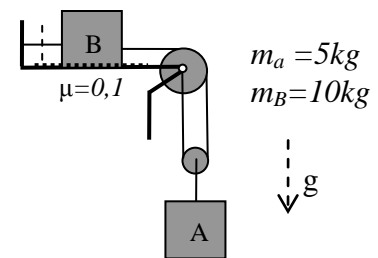
(18 bodova)

3. Objasniti svojstva apsolutnih i relativnih polova brzina u kinematici mehanizama. Navesti koja pravila vrijede pri određivanju polova i pokazati na primjeru: Dvije ploče gibaju se u ravni x,y . U promatranom trenutku poznate su koordinate položaja točke $A(0,0\text{m}; 3,0\text{m})$ i točke $B(4,0\text{m}; 1,0\text{m})$ na ploči I, i njihove brzine $\vec{v}_A = -6,0\vec{i} + 6,0\vec{j} \text{ (m/s)}$ i $\vec{v}_B = -2,0\vec{j} \text{ (m/s)}$. Točke $C(8,5\text{m}; 6,0\text{m})$ i $D(6,5\text{m}; 6,0\text{m})$ nalaze se na ploči II i imaju zadane brzine $\vec{v}_C = [-9,0\vec{i} + 4,5\vec{j}] \text{ (m/s)}$ i $v_{Dy} = 0\text{m/s}$. Treba napisati jednadžbe kinematičkih uvjeta iz kojih se određuju polovi u općem obliku, odrediti koordinate apsolutnih polova i koordinate relativnog pola brzina ploča. Na crtežu prikazati ploče i točke, te u mjerilu prikazati položaj polova i provjeriti da li vrijedi Kennedyev teorem.

(20 bodova)

4. Napisati i objasniti prvi, drugi i treći Newtonov aksiom, te navesti koji će se primjeniti na rješenje zadatka:

Čestice A i B vezane su užetom i pridržane miruju u gravitacijskom polju. U trenutku kad se **presiječe pridržanje** čestice se počnu gibati. Koloture su bez mase. Treba odrediti:



- vektore ubrzanja čestica.
- iznos sile u užetu
- nakon koliko sekundi će se čestica A spustiti za 3m

(19 bodova)

5. Opisati kako nastaju oscilacije i navesti vrste oscilacija.

Prikazani sustav miruje u **horizontalnoj** ravni. U jednom trenutku u česticu A udari kuglica C mase 0,5 kg. Sraz je plastičan. Treba:

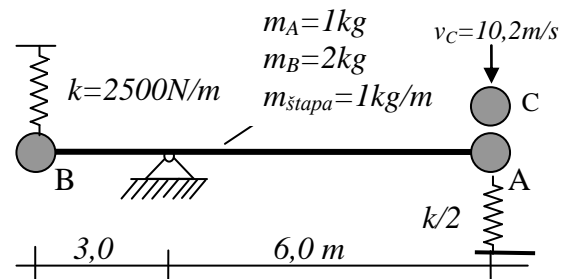
- a) odrediti s kojom brzinom će čestica A započeti gibanje
- b) odrediti diferencijalnu jednadžbu oscilacija čestice B

iz funkcije ukupne mehaničke energije zadanog sustava

- c) odrediti frekvenciju i period slobodnih oscilacija
- d) odrediti zakon gibanja čestice B

- e) odrediti iznos maksimalne potencijalne i maksimalne kinetičke energije sustava tijekom gibanja

(23 boda)

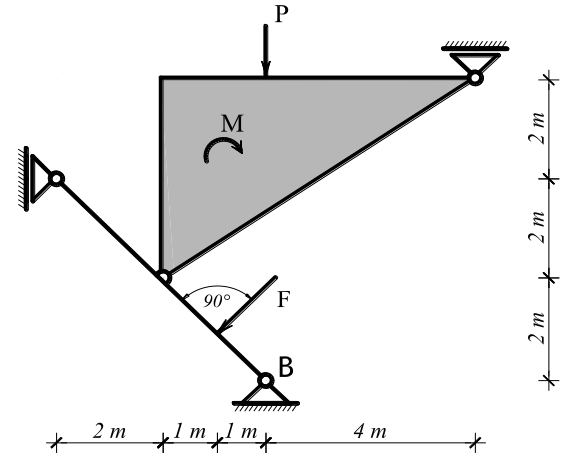


NAPOMENA: Odgovori se boduju navedenim bodovima samo ako rješenja sadrže crteže, oznake i objašnjenja u oba dijela pitanja, te je pri rješavanju zadatka primjenjena pripadna teorija

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_o \ddot{\epsilon} = \sum \vec{M}_o$). Vektorske veličine u jednadžbama moraju odgovarati gibanju ili pretpostavci gibanja koja je označena na crtežu. **Boduju se isključivo točno napisani izrazi i rješenja.**

1. Gibanje čestice po pravcu zadano je funkcijom $s(t) = t^3 - 6t^2 - 15t + 40$ [m]. Potrebno je odrediti trenutak u kojem je brzina jednaka nuli, položaj i ukupno prijeđeni put čestice u tom trenutku. Potrebno je nacrtati dijagrame $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti.

(11 bodova)



2. Za zadani statički sustav potrebno je metodom virtualnog rada odrediti horizontalnu reakciju u spoju B. **Na crtežu prikazati polove, planove pomaka i veličine svih potrebnih pomaka.** Točnost rješenja provjeriti pomoću jednadžbi ravnoteže.

$$F = 10 \text{ [kN]}$$

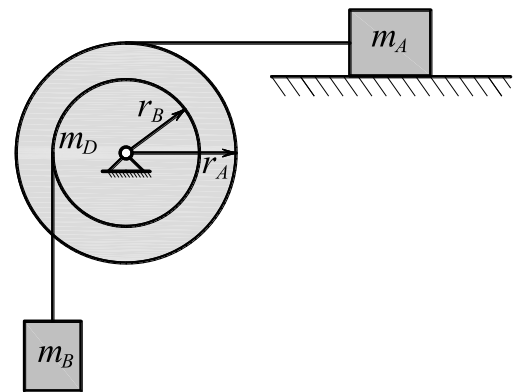
$$P = 8 \text{ [kN]}$$

$$M = 16 \text{ [kNm]}$$

(13 bodova)

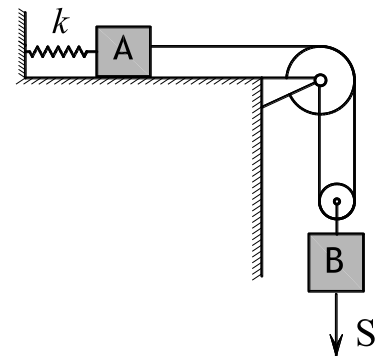
3. Tereti masa $m_A=5$ [kg] i $m_B=10$ [kg] spojeni su na koluturu mase $m_D=6$ [kg] nerastezljivom užadi koje su namotane na koluturu kako je prikazano na slici. Polumjeri koluture su $r_A=0,6$ [m] i $r_B=0,4$ [m]. Potrebno je odrediti sile u užadi, ubrzanja tereta A i B te kutno ubrzanje koluture za vrijeme gibanja sustava. Koeficijent trenja podloge po kojoj se giba teret A iznosi $\mu=0,25$.

(13 bodova)



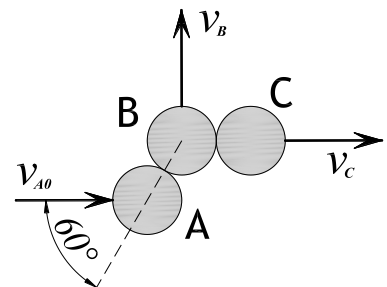
4. Tereti masa $m_A=1$ [kg] i $m_B=3$ [kg] spojeni su nerastezljivim užetom kako je prikazano na slici. Masa kolutura može se zanemariti. Sustav miruje u vertikalnoj ravnini kada na teret B djeluje impuls $S=14$ [Ns]. Potrebno je odrediti reaktivni impuls u užetu u trenutku djelovanja zadanog impulsa te period i zakon oscilacija tereta A koje će nastati nakon djelovanja impulsa. Krutost opruge je $k=1200$ [N/m]

(12 bodova)

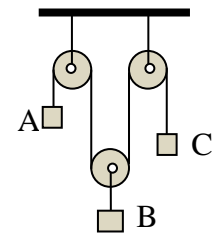


5. Kuglica A udari brzinom $v_{A0}=5$ [m/s] u kuglicu B koja miruje pored kuglice C. Sve kuglice apsolutno su krute i imaju jednake mase. Nakon sraza kuglice B i C nastave gibanje u smjerovima prikazanim na skici. Treba odrediti iznose brzine kuglica B i C, te vektor i iznos brzine kuglice A.

(11 bodova)

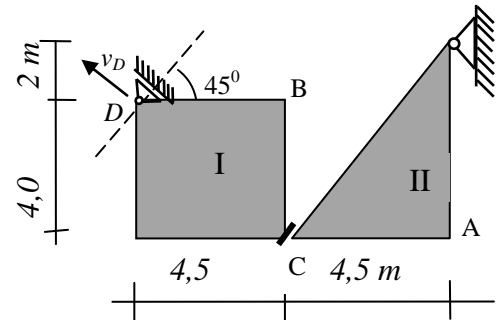


1. Objasniti koji podaci su potrebni i kako se određuje brzina i ubrzanje čestice ako je gibanje zadano na prirodni način. Navesti kako je povezan zakon gibanja sa zakonom brzine i ubrzanja ako se čestica giba po pravcu. Riješiti zadatak: Tri čestice miruju povezane užetom prebačenim preko kolotura u prikazanom položaju (1). U jednom trenutku čestica A počne se gibati s konstantnim ubrzanjem tako da u trenutku kad se spusti za $9,8\text{ m}$ u položaj (2) postigne brzinu $v_{A2}=14\text{ m/s}$. Za to vrijeme čestica B spušta se konstantnom brzinom od $2,5\text{ m/s}$. Treba odrediti iznos i smjer prijedrenog puta, vektor brzine i vektor ubrzanja čestice C, u trenutku kad čestica A prolazi kroz položaj (2).



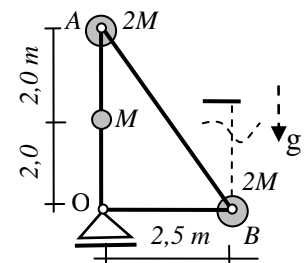
(20 bodova)

2. Navesti koji teorem te koja pravila i pretpostavke koristimo pri određivanju plana projekcija pomaka i brzina u kinematici mehanizama. Opisati statička i kinematička svojstva spoja C. **Primjenom plana projekcija brzina** odrediti vektore kutnih brzina ploča, te vektore i iznose brzina točkaka A, B, i C, ako je zadana brzina $v_{Dy}=6,0\text{ m/s}$.



(20 bodova)

3. Opisati kako se analizira gibanje sustava čestica pod djelovanjem sila i navesti zakone koji se primjenjuju, te opisati značenje svih veličina u tim jednadžbama. Primijeniti navedeno na rješenje zadatka: Tri čestice vezane za tri zglobno spojena štapa bez mase, miruju u vertikalnoj ravnini. $M=1,0\text{ kg}$. U jednom trenutku nit kojom je sustav pridržan presiječe se, te počne gibanje sustava. U tom trenutku treba odrediti:

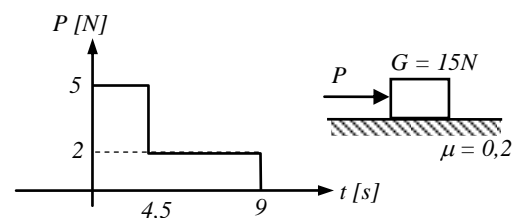


- vektor i iznos ubrzanja čestice B
- iznos sile u štapu koji povezuje česticu A i B

(20 bodova)

4. Napisati i objasniti prvi, drugi i treći Newtonov zakon te primijeniti odgovarajući zakon pri rješenju zadatka:

Čestica težine G miruje na hrapavoj horizontalnoj podlozi ($\mu = 0,2$), kad na nju počne djelovati sila P koja se u vremenu mijenja prema prikazanom dijagramu. Treba odrediti vrijeme trajanja gibanja t_1 , napisati veze između funkcija $a(t)$, $v(t)$, $s(t)$ koje se koristi za određivanje potrebnih veličina i u mjerilu nacrtati sve funkcije za vrijeme gibanja.



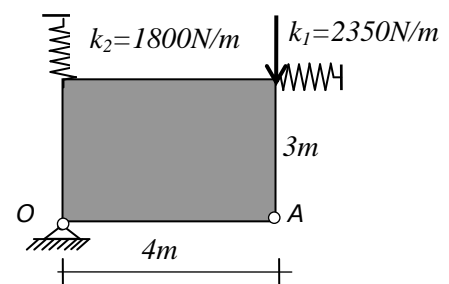
(20 bodova)

5. Na prikazani mehanički sustav koji **miruje u vertikalnoj ravnini** djeluje impuls S prema slici. Masa ploče je $1,5\text{ kg/m}^2$. Treba:

- a) Nabrojati postupke za određivanje jednadžbe oscilacija i vrste oscilacija
- b) Odrediti diferencijalnu jednadžbu slobodnih oscilacija zadanog sustava
- c) Odrediti period slobodnih oscilacija
- d) Odrediti zakon oscilacija točke A
- e) Odrediti iznos maksimalne sile u svakoj opruzi za vrijeme nastalih oscilacija

$$S=7,5\text{Ns}$$

(20 bodova)

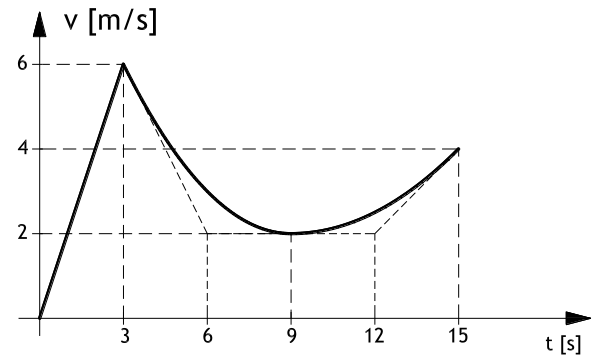


NAPOMENA: Odgovori se boduju navedenim bodovima samo ako rješenja sadrže crteže, oznake i objašnjenja u oba dijela pitanja, te je pri rješavanju zadatka primijenjena pripadna teorija

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_o \vec{\varepsilon} = \sum \vec{M}_o$). Vektorske veličine u jednadžbama moraju odgovarati gibanju ili pretpostavci gibanja koja je označena na crtežu. **Bođuju se isključivo točno napisani izrazi i rješenja.**

1. Čestica se giba po pravcu. Zadan je dijagram promjene brzine. Potrebno je napisati diferencijalne i integralne odnose koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijeđeni put, te koristeći te odnose odrediti dijagrame $a(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti.

(10 bodova)

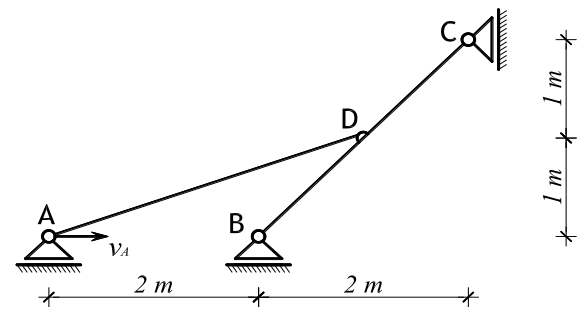


2. Mehanizam giba se u ravnini XY. U položaju prikazanom na slici poznata je brzina točke A:

$$v_A = 6 \text{ [m/s]}$$

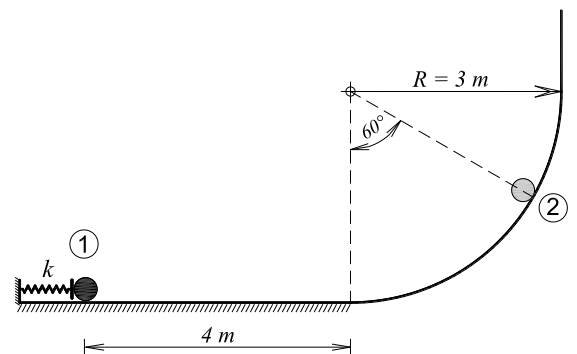
Potrebno je isključivo primjenom **plana projekcija brzina** odrediti iznos i vektor brzine svih označenih točaka, te vektor i iznos kutnih brzina štapova zadanog mehanizma.

(13 bodova)



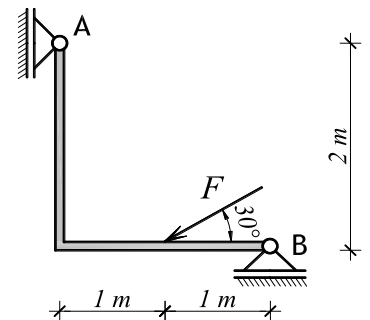
3. Čestica mase 4 kg miruje u **položaju 1** u kojem je opruga krutosti $k=120 \text{ N/cm}$ pridržana i stisnuta za $0,2 \text{ m}$. U jednom trenutku uklanja se pridržanje opruge i čestica se počne gibati po prikazanoj podlozi. Podloga je na horizontalnom dijelu duljine 4 m hrapava ($\mu=0,2$) dok je u zakrivljenom i vertikalnom dijelu apsolutno glatka. Odredi brzinu i pritisak kuglice na podlogu u položaju 2. Odredi i maksimalnu visinu do koje će dospjeti čestica.

(10 bodova)



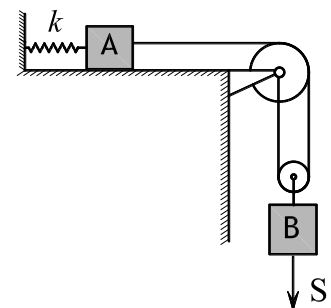
4. Štap mase $m=2,5 \text{ [kg/m]}$ miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. Štap je spojen zglobnim kliznim spojevima u točkama A i B kako je prikazano na slici. U jednom trenutku na štap djeluje sila $F=12 \text{ [N]}$. Za taj trenutak potrebno je odrediti reakcije u spojevima A i B, vektor i iznos ubrzanja točka A i B te kutno ubrzanje sustava kojim počinje gibanje.

(15 bodova)



5. Tereti masa $m_A=3 \text{ [kg]}$ i $m_B=3 \text{ [kg]}$ spojeni su nerastezljivim užetom kako je prikazano na slici. Masa kolotura može se zanemariti. Sustav miruje u vertikalnoj ravnini kada na teret B djeluje impuls $S=15 \text{ [Ns]}$. Potrebno je odrediti reaktivni impuls u užetu u trenutku djelovanja zadanog impulsa te period i zakon oscilacija tereta B koje će nastati nakon djelovanja impulsa. Krutost opruge je $k=2000 \text{ [N/m]}$, a podloga po kojoj se giba teret A je glatka.

(12 bodova)



1. Objasniti kako se može odrediti radijus trajektorije po kojoj se giba čestica ako su poznati podaci o brzini i ubrzanju čestice. Prikazati izvod izraza koji povezuje navedene veličine. Riješiti zadatak: Čestica se giba konstantnim ubrzanjem $\vec{a} = 6\vec{j} (m/s^2)$. Za trenutak $t_0=0s$ čestica se nalazi u položaju $A(0, -2) (m)$ i ima brzinu $\vec{v}_0 = -4\vec{i} - 4\vec{j} (m/s)$. Treba odrediti:

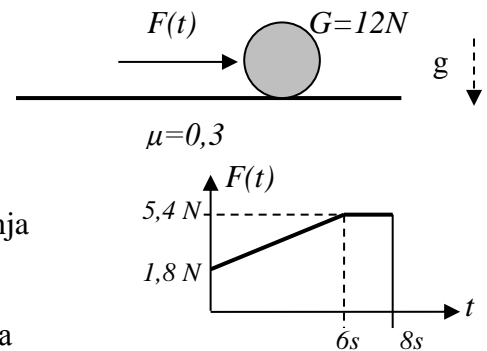
- Odrediti funkcije promjene brzine i položaja u vremenu (vektore i iznose)
- Nacrtati krivulju po kojoj se čestica giba i položaj čestice u $t_0=0$, te označiti smjer gibanja
- Odrediti iznose i vektore brzine i položaja čestice za trenutak t_1 kad trajektorija presijeca os x, ucrtati vektore!
- iznos normalne i tangencijalne komponente ubrzanja u trenutku t_1
- radijus zakrivljenosti trajektorije u toj točki pomoću kinematičkih veličina

2. Objasniti svojstva apsolutnih i relativnih polova brzina u kinematici mehanizama. Navedi koji uvjeti i koja pravila vrijede pri njihovom određivanju. Primijeniti navedeno na rješenje zadatka: Dvije ploče gibaju se u ravnini x,y. U promatranom trenutku poznate su koordinate točke A (5,0m; 2,0m) i točke B (7,5m; 5,5m) na ploči I, i njihove brzine $\vec{v}_A = 8\vec{i} - 7\vec{j} (m/s)$ i $\vec{v}_{Bx} = -15\vec{i} (m/s)$. Točka D (0,5m; 0,5m) nalazi se na ploči II koja se rotira kutnom brzinom $\vec{\omega}_II = 2,4\vec{k} (r/s)$, i ima brzinu $\vec{v}_D = [-3,6\vec{i} + 1,2\vec{j}] (m/s)$. Treba sve podatke i oznake prikazati na crtežu, odrediti koordinate apsolutnih polova i koordinate relativnog pola brzina promatranih ploča, prikazati njihov položaj na crtežu u mjerilu, te grafički provjeriti točnost rezultata.

3. Navesti i objasniti Newtonove aksiome. Koji aksiom treba primijeniti da bi riješili zadatak:

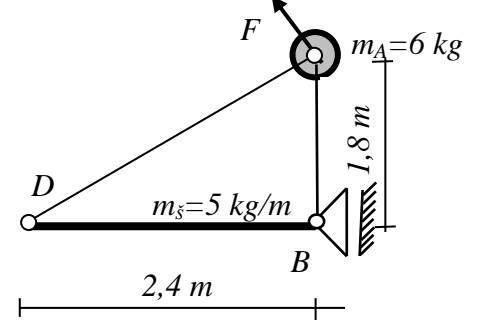
Čestica težine G miruje na horizontalnoj hrapavoj podlozi kad na nju počne djelovati sila $F(t)$, koja se mijenja prema prikazanom grafu. Treba za vrijeme dok traje gibanje:

- odrediti i nacrtati zakon promjene sile koja je uzrok gibanja
- odrediti i nacrtati zakon promjene ubrzanja čestice
- odrediti i nacrtati zakon promjene brzine čestice
- odrediti duljinu puta koji je čestica prošla do zaustavljanja



4. Navesti koji zakoni vrijede pri analizi gibanja krutog tijela u ravnini pod djelovanjem sila. Po čemu su slični i po čemu se razlikuju zakoni gibanja sustava čestica u ravnini pod djelovanjem sila. Riješiti zadatak: Čestica A vezana je s dva zglobova štapa bez mase, za štap DB, u kruti sustav koji miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. U prikazanom trenutku na česticu A djeluje sila $\vec{F} = -14,7\vec{i} + 18\vec{j} (N)$. Treba odrediti:

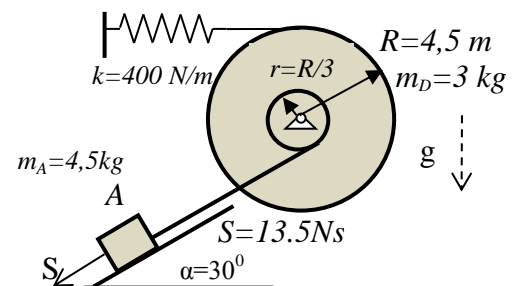
- iznos i vektor ubrzanja čestice A za prikazani trenutak
- silu reakcije u štapu AD u istom trenutku



5. Opisati pojmove idealno elastično tijelo, elastična sila i krutost. Opisati osnovne spojeve s idealno elastičnim tijelima i pripadne krutosti. Riješiti zadatak:

Prikazani mehanički sustav miruje u ravnotežnom položaju. U jednom trenutku na česticu djeluje impuls S . Treba odrediti:

- diferencijalnu jednadžbu slobodnih oscilacija čestice A
- period i frekvenciju oscilacija
- zakon gibanja čestice A
- iznos maksimalne elastične sile za vrijeme nastalog gibanja



NAPOMENA: Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr. $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$ i slično). Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.