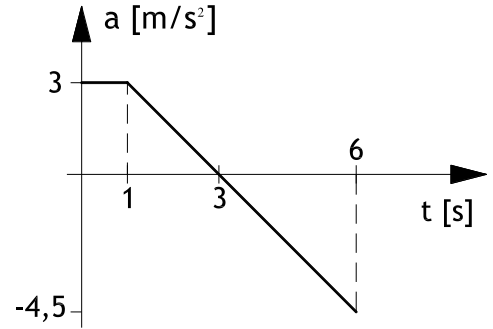


NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_O \vec{\varepsilon} = \sum \vec{M}_O$). Vektorske veličine u jednadžbama moraju odgovarati gibanju ili pretpostavci gibanja koja je označena na crtežu. **Boduju se isključivo točno napisani izrazi i rješenja.**

1. Čestica se giba po osi x prema zadanoj funkciji ubrzanja. U početnom trenutku nalazi se u ishodištu te nakon $t=3$ [s] čestica se od početnog položaja udaljila za $13,75$ m. Potrebno je koristeći geometrijsku interpretaciju diferencijalnih i integralnih odnosa kinematičkih veličina nacrtati dijagrame $v(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti.

(10 bodova)



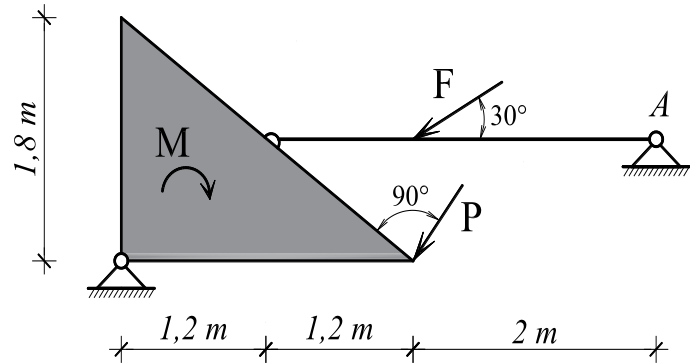
2. Za zadani statički sustav potrebno je odrediti polove i nacrtati planove pomaka te metodom virtualnog rada odrediti horizontalnu komponentu reakcije u ležaju A. Na planu pomaka označiti veličine svih potrebnih pomaka.

$$P=12 \text{ kN}$$

$$F=4 \text{ kN}$$

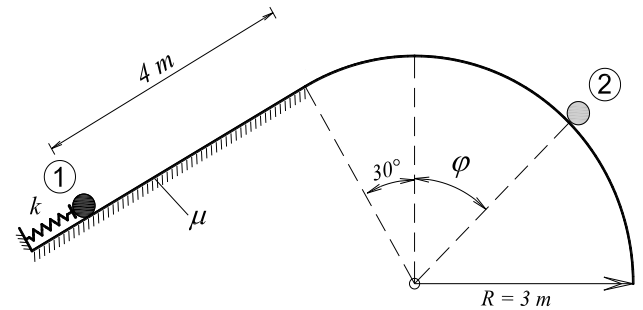
$$M=7 \text{ kNm}$$

(13 bodova)



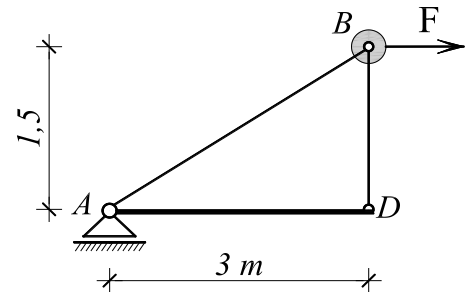
3. Kuglica mase $m=4$ [kg] miruje u položaju 1 u kojem je opruga krutosti $k=4000$ [N/m] pridržana i stisnuta za $0,25$ m. U jednom trenutku uklanja se pridržanje opruge i čestica se počne gibati po prikazanoj podlozi. Podloga je na kosini nagiba 30° i duljine 4 m hrapava ($\mu=0,2$) dok je u zakrivljenom dijelu radijusa $R=3$ [m] apsolutno glatka. Potrebno je odrediti položaj u kojem kuglica gubi kontakt s podlogom (kut φ za položaj 2).

(10 bodova)



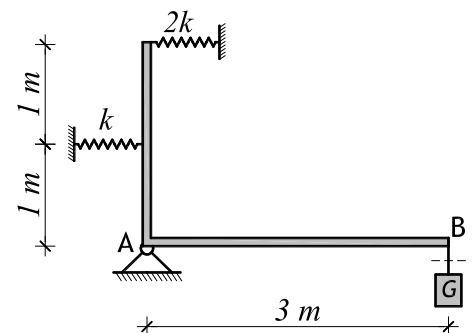
4. Čestica B mase $m_B=3$ kg, vezana je s dva zglobna štapa AB i BD koji su bez mase, za štap AD mase $m_s = 2$ [kg/m]. Prikazani sustav miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. U jednom trenutku na sustav djeluje sila $F=9$ [N]. Za taj trenutak odredi reakciju u spoju A, iznos i vektor ubrzanja čestice B i iznos sile u štapu AB.

(15 bodova)



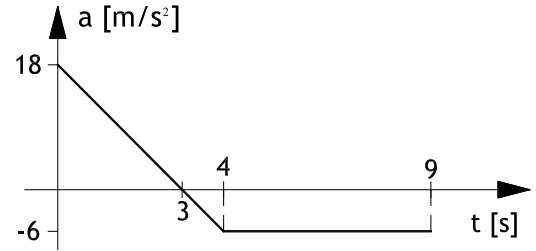
5. Štap prikazanog oblika i jednoliko distribuirane mase ($m_s = 3$ [kg/m]) zglobno je spojen u točki A i miruje u gravitacijskom polju. Na štap je u točki B obješen teret $G=50$ [N]. Potrebno je odrediti period i zakon oscilacija točke B ako se u jednom trenutku teret G naglo ukloni. Krutost $k=4500$ [N/m].

(12 bodova)



NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim oznakama i kotama. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_o \vec{\varepsilon} = \sum \vec{M}_o$). Vektorske veličine u jednadžbama moraju odgovarati gibanju ili pretpostavci gibanja koja je označena na crtežu. **Boduju se isključivo točno napisani izrazi i rješenja.**

1. Čestica se giba po osi x prema zadanoj funkciji ubrzanja. U početnom trenutku nalazi se u ishodištu te nakon $t=4$ [s] čestica se od početnog položaja udaljila za 104 m. Potrebno je koristeći geometrijsku interpretaciju diferencijalnih i integralnih odnosa kinematičkih veličina nacrtati dijagrame $v(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti.

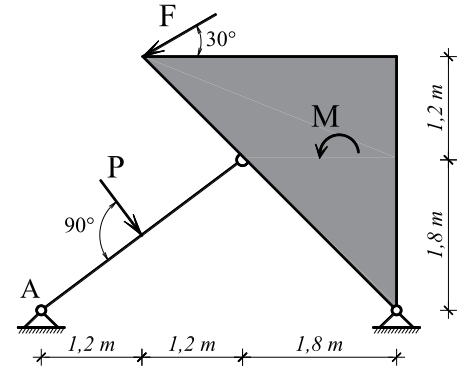


(10 bodova)

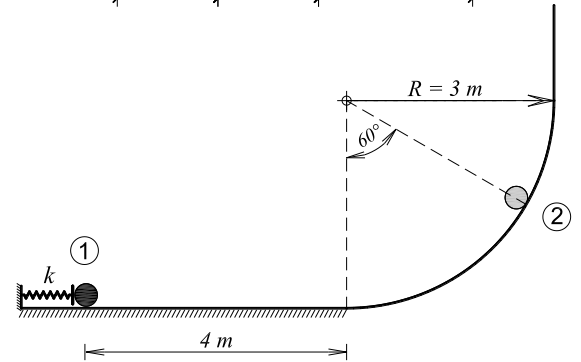
2. Za zadani statički sustav potrebno je odrediti polove i nacrtati planove pomaka te metodom virtualnog rada odrediti horizontalnu komponentu reakcije u ležaju A. Na planu pomaka označiti veličine svih potrebnih pomaka.

$P=12$ kN
 $F=4$ kN
 $M=7$ kNm

(13 bodova)

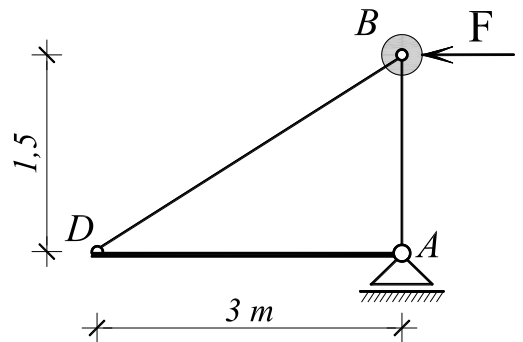


3. Kuglica mase $m=4$ [kg] miruje u položaju 1 u kojem je opruga krutosti $k=4000$ [N/m] pridržana i stisnuta za iznos δ . U jednom trenutku uklanja se pridržanje opruge i čestica se počne gibati po prikazanoj podlozi. Podloga je u horizontalnom dijelu duljine 4 m hrapava ($\mu=0,2$) dok je u zakrivljenom dijelu radijusa $R=3$ [m] apsolutno glatka. Potrebno je odrediti deformaciju opruge δ ako u položaju 2 pritisak čestice na podlogu iznosi 30 N.



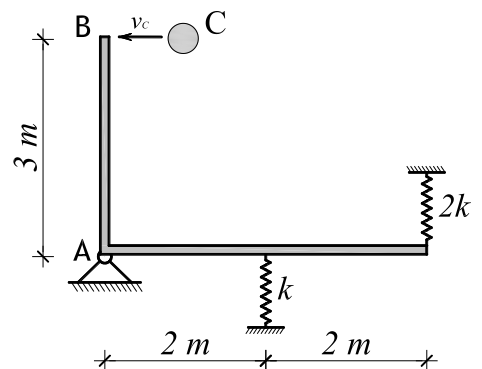
(10 bodova)

4. Čestica B mase $m_B=3$ [kg], vezana je s dva zglobna štapa AB i BD koji su bez mase, za štap AD mase 2 kg/m'. Prikazani sustav miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. U jednom trenutku na sustav djeluje sila $F=4,5$ [N]. Za taj trenutak odredi reakciju u spoju A, iznos i vektor ubrzanja čestice B i iznos sile u štapu BD.



(15 bodova)

5. Štap prikazanog oblika i jednoliko distribuirane mase ($m_s = 3$ [kg/m']) zglobno je spojen u točki A i miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi u trenutku kada u točku B štapa udari čestica C ($m_C = 1$ [kg]) brzinom $v_C=5$ [m/s]. Potrebno je odrediti period i zakon oscilacija točke B ako je sraz plastičan. Krutost $k=4500$ [N/m].



(12 bodova)

Drugi dio ispita iz predmeta Mehanika 2, od 01.02.2016.

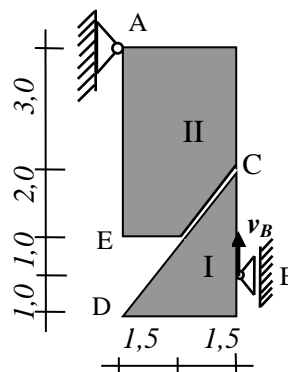
1. (20 bodova) Objasniti kako se može odrediti radijus trajektorije po kojoj se giba čestica ako su poznati podaci o brzini i ubrzanju čestice. Prikazati izvod izraza koji povezuje navedene veličine. Riješiti zadatak: Gibanje čestice zadano je vektorskom funkcijom $\vec{r}(t) = 5t\vec{i} + (6t - 7,5t^2)\vec{j}$. Treba:

- odrediti jednadžbu i nacrtati trajektoriju po kojoj se čestica giba, prikazati položaj čestice u $t_0=0$, i smjer gibanja čestice
- odrediti vektorske i skalarne funkcije promjene brzine i ubrzanja u vremenu
- iznose i vektore brzine i ubrzanja čestice u trenutku kada trajektorija presijeca os x , za $t_1 \neq 0$
- odrediti iznos normalne i tangencijalne komponente ubrzanja u trenutku t_1
- odrediti radijus zakrivljenosti trajektorije u istom trenutku (pomoću kinematičkih veličina)

2. (19 bodova) Navesti teoreme, pretpostavke i pravila koje koristimo pri određivanju plana projekcija pomaka i brzina u kinematici mehanizama. Opisati uvjete gibanja u spoju B i spoju tijela I i II (u C).

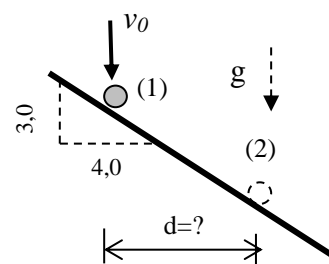
Ako je poznata brzina točke B, $v_B=6 \text{ m/s}$, treba **primjenom plana projekcija** brzina odrediti:

- vektore i iznose apsolutnih brzina ploča u točkama C, D i E
- vektor relativne brzine točke C na ploči II u odnosu na ploču I
- vektore kutnih brzina ploča
- nacrtati u mjerilu i označiti sve potrebne veličine na crtežu



3. (18 bodova) Navesti i opisati pretpostavke i zakonitosti koje vrijede kod sruca čestica. Riješiti zadatak: Kuglica mase $0,25 \text{ kg}$ udari u kosu podlogu brzinom $\vec{v}_0 = -6,0\vec{j} \text{ m/s}$, kako je prikazano na crtežu. Koeficijent sruca $e=0,5625$. Treba odrediti:

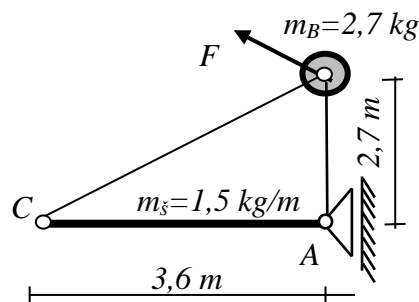
- Iznos i vektor brzine kuglice u položaju (1) neposredno nakon sruca (računati sa 4 decimale!)
- udaljenost d na kojoj će kuglica udariti u podlogu u položaju (2)
- brzinu kuglice neposredno prije udara u podlogu u položaju (2)



4. (20 bodova) Navesti koji zakoni vrijede pri analizi gibanja tijela u ravnini, ako je gibanje nastalo zbog djelovanja sila. Objasniti značenje svih navedenih oznaka. Riješiti zadatak:

Čestica B vezana je s dva zglobna štapa bez mase za štap AC u prikazani sustav koji miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. U jednom trenutku na česticu djeluje sila $\vec{F} = -37,85\vec{i} + 20,25\vec{j} \text{ (N)}$. Treba uz računanje sa 3 decimale odrediti:

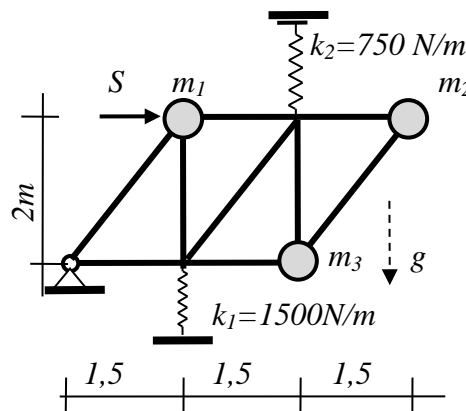
- vektor i iznos ubrzanja čestice B u trenutku kad počne gibanje
- silu u zglobnom štapu CB u trenutku kad počne gibanje



5. (23 boda) Prikazati i objasniti postupak određivanja krutosti kod paralelnog spoja idealno elastičnih tijela. Riješiti zadatak: Rešetka bez mase sa kruto spojenim česticama mase $m_1=m_2=m_3=0,8 \text{ kg}$ miruje u gravitacijskom polju pridržana tako da opruge nisu opterećene. Pridržanje se ukloni u istom trenutku kad na česticu m_1 djeluje impuls $S=2,37 \text{ N}\cdot\text{s}$.

Treba odrediti

- diferencijalnu jednadžbu malih oscilacija čestice m_3
- frekvenciju i period oscilacija
- zakon malih oscilacija
- maksimalnu deformaciju opruge k_1 za vrijeme oscilacija

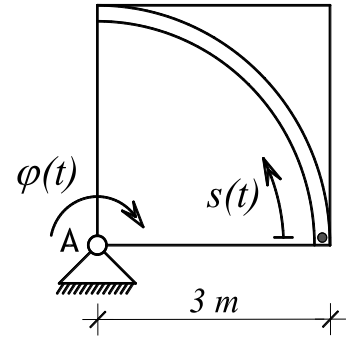


NAPOMENA: Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr. $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$ i slično).

Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_O \vec{\varepsilon} = \sum \vec{M}_O$). Vektorske veličine u jednadžbama moraju odgovarati gibanju ili pretpostavci gibanja koja je označena na crtežu. **Boduju se isključivo točno napisani izrazi i rješenja.**

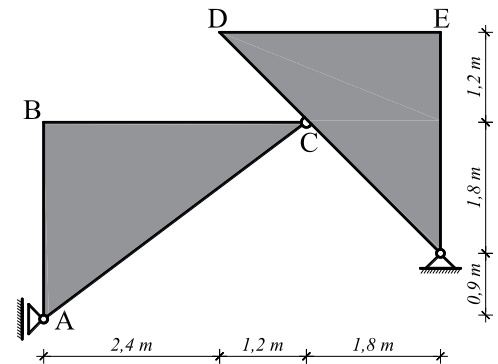
1. Kvadratna ploča miruje u prikazanom položaju u trenutku kad se počne rotirati po zakonu $\varphi(t) = \frac{\pi}{3} t^2$ [rad]. Istovremeno se po cijevi kruto spojenoj za ploču počne gibati kuglica po zakonu $s(t) = \frac{\pi}{3} t^2$ [m]. Za trenutak $t_1 = 1,5$ [s] potrebno je odrediti:



- vektor i iznos apsolutne brzine kuglice
 - vektor i iznos apsolutnog ubrzanja kuglice
- Sve vektore prikazati na crtežu

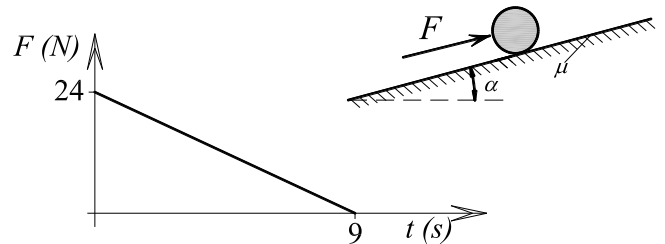
(13 bodova)

2. Mehanizam giba se u ravnini XY. U položaju prikazanom na slici poznata je brzina točke A $\vec{v}_A = 6,3\vec{j}$ [m/s]. Potrebno je isključivo primjenom **plana projekcija brzina** odrediti vektore i iznose brzina svih označenih točaka, te vektore i iznose kutnih brzina tijela prikazanog mehanizma.



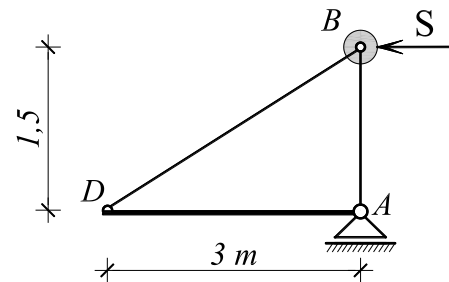
(10 bodova)

3. Čestica mase $m = 2,2$ [kg] miruje na hrapavoj kosini ($\alpha = 10^\circ$ i $\mu = 0,2$) kad na nju počne djelovati sila $F(t)$, koja se mijenja prema prikazanom grafu. Za vrijeme dok traje gibanje treba nacrtati dijagrame $R(t)$, $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti.



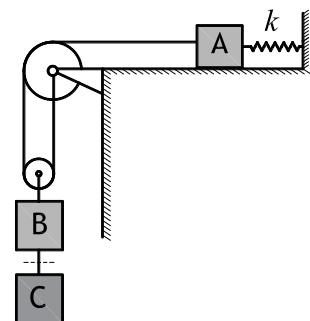
(15 bodova)

4. Čestica B mase $m_B = 4,5$ kg, vezana je s dva zglobova štapa AB i BD koji su bez mase, za štap AD mase $m_s = 3$ [kg/m]. Prikazani sustav miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. U jednom trenutku na sustav djeluje impuls $S = 13,5$ [Ns]. Treba odrediti brzinu točke B kada počne gibanje i reaktivni impuls u štapu BD.



(12 bodova)

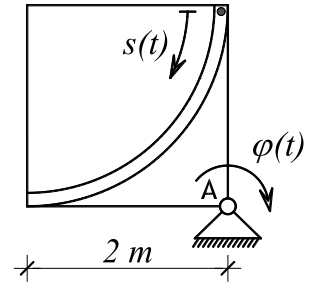
5. Tereti masa $m_A = m_B = m_C = 3$ [kg] spojeni su nerastezljivim užetom kako je prikazano na slici. Teret A spojen je oprugom krutosti $k = 1500$ [N/m]. Sustav miruje u gravitacijskom polju. Odredi zakon oscilacija tereta A i B ako se u jednom trenutku naglo ukloni teret C. Koliko iznosi period nastalih oscilacija? Masa kolotura može se zanemariti a podloga po kojoj se giba teret A je glatka.



(10 bodova)

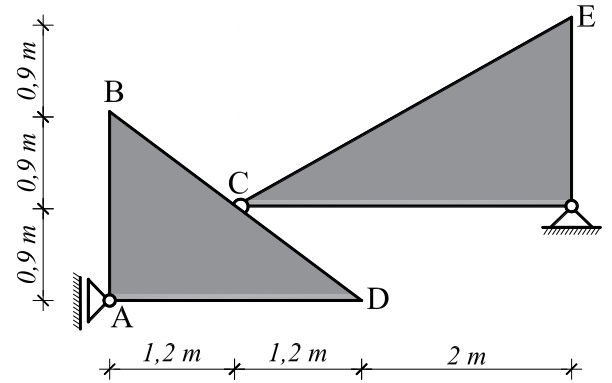
NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim oznakama i kotama. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_O \ddot{\epsilon} = \sum \vec{M}_O$). Vektorske veličine u jednadžbama moraju odgovarati gibanju ili pretpostavci gibanja koja je označena na crtežu. **Boduju se isključivo točno napisani izrazi i rješenja.**

1. Kvadratna ploča miruje u prikazanom položaju u trenutku kad se počne rotirati po zakonu $\varphi(t) = \pi t^2$ [rad]. Istovremeno se po cijevi kruto spojenoj za ploču počne gibati kuglica po zakonu $s(t) = 2\pi t^2$ [m]. Za trenutak $t_1 = 0,5$ [s] potrebno je odrediti:
- vektor i iznos apsolutne brzine kuglice
 - vektor i iznos apsolutnog ubrzanja kuglice
- Sve vektore prikazati na crtežu



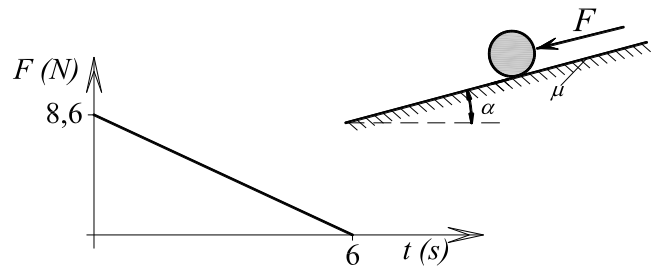
(13 bodova)

2. Mehanizam giba se u ravnini XY. U položaju prikazanom na slici poznata je brzina točke A $\vec{v}_A = -1,6\vec{j}$ [m/s]. Potrebno je isključivo primjenom **plana projekcija brzina** odrediti iznose i vektore brzina svih označenih točaka, te vektore i iznose kutnih brzina tijela prikazanog mehanizma.



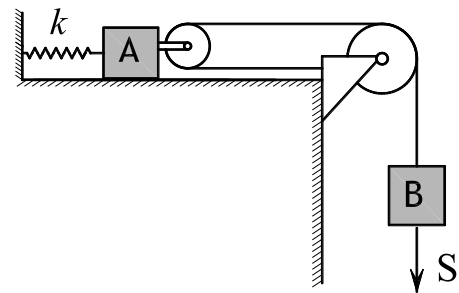
(8 bodova)

3. Čestica mase $m = 2,4$ [kg] miruje na hrapavoj kosini ($\alpha = 10^\circ$ i $\mu = 0,3$) kad na nju počne djelovati sila $F(t)$, koja se mijenja prema prikazanom grafu. Za vrijeme dok traje gibanje treba nacrtati dijagrame $R(t)$, $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti.



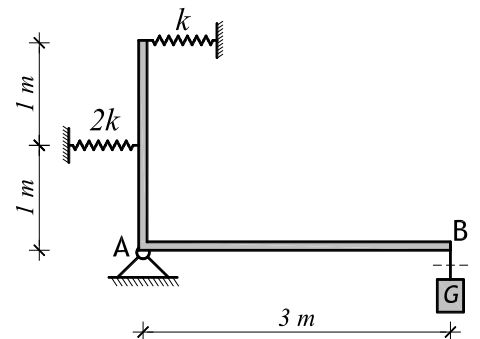
(15 bodova)

4. Dva tereta ($m_A = 3$ [kg] i $m_B = 2$ [kg]) povezana su nerastezljivim užetom i miruju u gravitacijskom polju. Teret A vezan je elastičnom oprugom krutosti $k = 2000$ [N/m] i oslonjen je na glatku podlogu. U jednom trenutku na teret B djeluje impuls $S = 11$ [Ns] kako je prikazano na slici. Treba odrediti brzine tereta kada počne gibanje i iznos maksimalne deformacije opruge.



(12 bodova)

5. Štap prikazanog oblika i jednoliko distribuirane mase ($m_s = 4$ [kg/m]) zgloбно je spojen u točki A i miruje u gravitacijskom polju. Na štap je u točki B obješen teret $G = 80$ [N]. Potrebno je odrediti period i zakon oscilacija točke B ako se u jednom trenutku teret G naglo ukloni. Krutost $k = 5000$ [N/m].



(12 bodova)

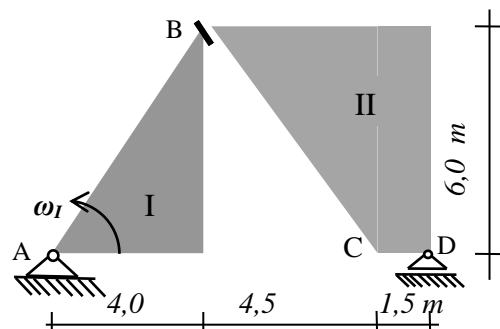
Drugi dio ispita iz predmeta Mehanika 2, od 08.02.2016.

1. (20 boda) Napisati i objasniti izraze koji povezuju zakon gibanja, brzine i ubrzanja ako je gibanje zadano vektorski. Primijeniti na rješenje zadatka: Čestica se giba konstantnim ubrzanjem $\vec{a}(t) = 20\vec{j}(m/s^2)$ tako da se u početnom trenutku nalazi na osi x u položaju $x_0 = -4(m)$ i ima brzinu $\vec{v}_0 = 5\vec{i} - 8\vec{j}(m/s)$. Treba odrediti:

- vektorske funkcije promjene brzine i položaja u vremenu
- jednadžbu trajektorije po kojoj se čestica giba, nacrtati trajektoriju, početni položaj i smjer gibanja
- iznose i vektore brzine i ubrzanja čestice u trenutku kada trajektorija presijeca os x, za $t_1 \neq 0$
- odrediti iznos normalne i tangencijalne komponente ubrzanja u trenutku t_1
- odrediti radijus zakrivljenosti trajektorije u istom trenutku (pomoću kinematičkih veličina)

2. (20 bodova) Prikazati i objasniti dokaz ravnopravnosti točaka za izbor pomičnog ishodišta. Riješiti zadatak: Zadani mehanizam giba se u ravnini kutnom brzinom $\omega_I = 1,5r/s$. Potrebno je:

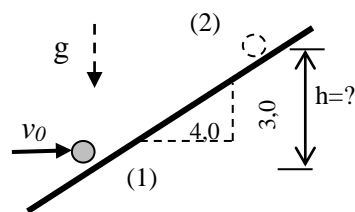
- nacrtati planove projekcija brzina (označiti tijela i brzine)
- odrediti vektore i iznose apsolutnih brzina u točkama B, C i D
- vektor relativne brzine točke B na ploči II u odnosu na ploču I
- napisati vektorski izraz koji povezuje brzine točaka B i D
- nacrtati taj izraz u mjerilu i usporediti s rješenjima očitanim iz plana projekcija brzina.



3. (18 bodova) Navesti i opisati pretpostavke i zakonitosti koje vrijede kod sraza čestica. Riješiti zadatak: Kuglica mase $0,25 kg$ udari u kosu podlogu brzinom $\vec{v}_0 = 6\vec{i}(m/s)$, kako je prikazano na crtežu. Sraz je idealno elastičan.

Treba odrediti:

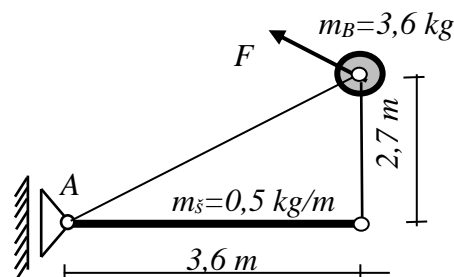
- Iznos i vektor brzine kuglice u položaju (1) neposredno nakon sraza
- Visinu h na kojoj će kuglica udariti u podlogu u položaju (2)
- brzinu kuglice neposredno prije udara u podlogu u položaju (2)



4. (20 bodova) Navesti koji zakoni vrijede pri analizi gibanja tijela u ravnini, ako je gibanje nastalo zbog djelovanja sila. Objasniti značenje svih navedenih oznaka. Riješiti zadatak:

Čestica B vezana je s dva zglobna štapa bez mase za štap u prikazani sustav koji miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. U jednom trenutku na česticu djeluje sila $\vec{F} = -3,5\vec{i} + 10,98\vec{j}(N)$. Za trenutak kad počne gibanje treba uz računanje sa 3 decimale odrediti:

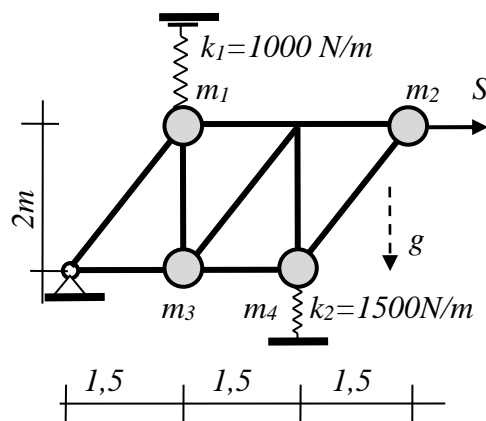
- vektor i iznos ubrzanja čestice B
- reakciju u spoju A i silu u zglobnom štapu AB



5. (22 boda) Prikazati i objasniti postupak određivanja krutosti kod paralelnog spoja idealno elastičnih tijela. Riješiti zadatak: Rešetka bez mase sa kruto spojenim česticama mase $m_1 = m_2 = 1kg$, $m_3 = m_4 = 0,6kg$, miruje u gravitacijskom polju. U jednom trenutku na česticu m_2 djeluje impuls $S = 14,9 Ns$.

Treba odrediti

- diferencijalnu jednadžbu malih oscilacija čestice m_3
- frekvenciju i period slobodnih malih oscilacija
- zakon malih oscilacija
- maksimalni iznos sila oprugama za vrijeme oscilacija



NAPOMENA: Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr. $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$ i slično).

Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim oznakama i kotama. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_O \vec{\varepsilon} = \sum \vec{M}_O$). Vektorske veličine u jednadžbama moraju odgovarati gibanju ili pretpostavci gibanja koja je označena na crtežu. **Boduju se isključivo točno napisani izrazi i rješenja.**

1. Čestica se giba po osi x prema zadanoj funkciji brzine. U početnom trenutku nalazi se u ishodištu. Potrebno je koristeći geometrijsku interpretaciju diferencijalnih i integralnih odnosa kinematičkih veličina nacrtati dijagrame $a(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti.

(10 bodova)

2. Za zadani mehanizam potrebno je **grafičkim rješavanjem vektorskih jednadžbi** odrediti vektore i iznose brzina i ubrzanja označenih točaka te vektore i iznose kutnih brzina i kutnih ubrzanja tijela. Za položaj prikazan na slici poznata je vrijednost brzine i ubrzanja točke A:

$$\vec{v}_A = 3,6\vec{i} \text{ [m/s]},$$

$$\vec{a}_A = -3,6\vec{i} \text{ [m/s}^2\text{]}.$$

(17 bodova)

3. Prsten mase $m=3$ [kg] vezan je oprugom krutosti $k=250$ [N/m] kojoj nedeformirana duljina iznosi $L_0=4,3$ [m]. Prsten miruje pridržan u **položaju 1**. U jednom se trenutku ukloni pridržanje i prsten se počne gibati po žici prikazanog oblika. Treba odrediti iznos brzine i pritisak prstena za žicu u **položaju 2**.

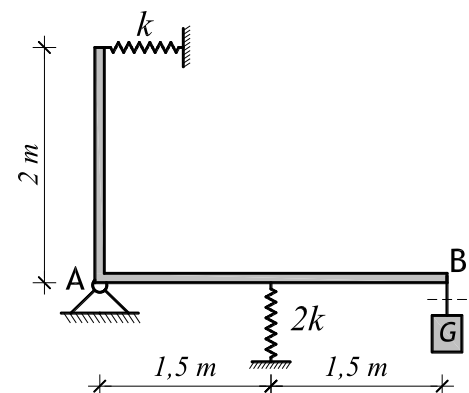
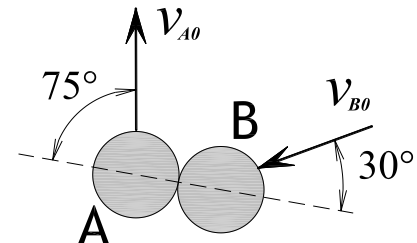
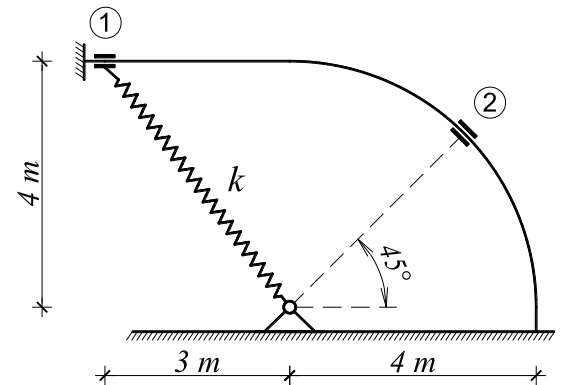
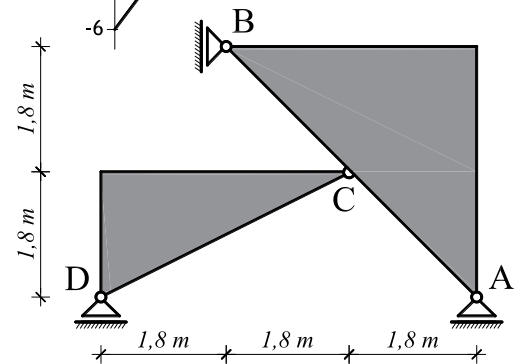
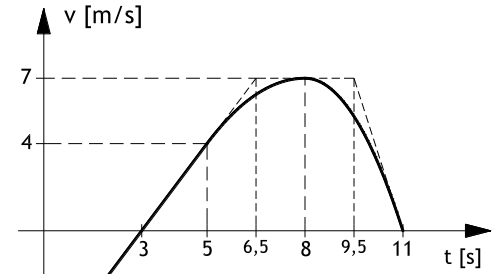
(10 bodova)

4. Kuglice A i B sudare se na horizontalnoj glatkoj podlozi kako je prikazano na slici. Koeficijent restitucije iznosi $e=0,8$. Treba odrediti iznos brzina obiju kuglica nakon sruza ako im je brzina neposredno prije sruza $v_{A0}=4$ [m/s] i $v_{B0}=8$ [m/s]. Mase kuglica su $m_A=10$ [kg] i $m_B=8$ [kg].

(11 bodova)

5. Štap prikazanog oblika i jednoliko distribuirane mase ($m_s = 2,5$ [kg/m]) zgloбно je spojen u točki A i miruje u gravitacijskom polju. Na štap je u točki B obješen teret $G=50$ [N]. Potrebno je odrediti period i zakon oscilacija točke B ako se u jednom trenutku teret G naglo ukloni. Krutost $k=5500$ [N/m].

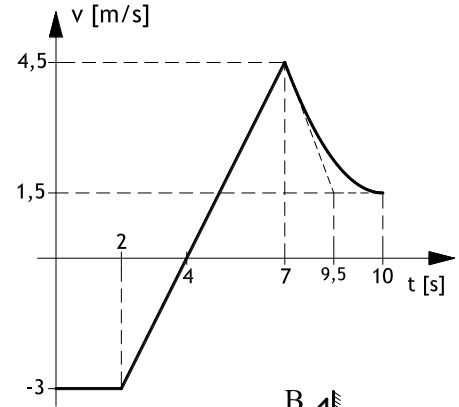
(12 bodova)



NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim oznakama i kotama. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_O \vec{\varepsilon} = \sum \vec{M}_O$). Vektorske veličine u jednadžbama moraju odgovarati gibanju ili pretpostavci gibanja koja je označena na crtežu. **Boduju se isključivo točno napisani izrazi i rješenja.**

1. Čestica se giba po osi x prema zadanoj funkciji brzine. U početnom trenutku nalazi se u ishodištu. Potrebno je koristeći geometrijsku interpretaciju diferencijalnih i integralnih odnosa kinematičkih veličina nacrtati dijagrame $a(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti.

(10 bodova)

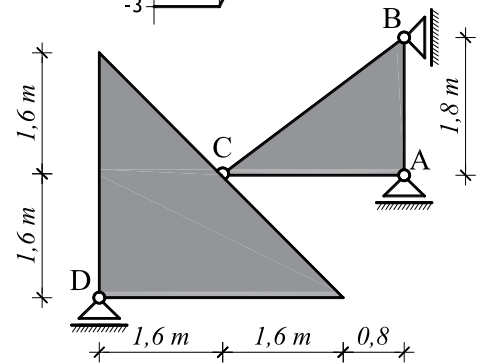


2. Za zadani mehanizam potrebno je **grafičkim rješavanjem vektorskih jednadžbi** odrediti vektore i iznose brzina i ubrzanja označenih točaka te vektore i iznose kutnih brzina i kutnih ubrzanja tijela. Za položaj prikazan na slici poznata je vrijednost brzine i ubrzanja točke A.

$$\vec{v}_A = -1,8\vec{i} \text{ [m/s]},$$

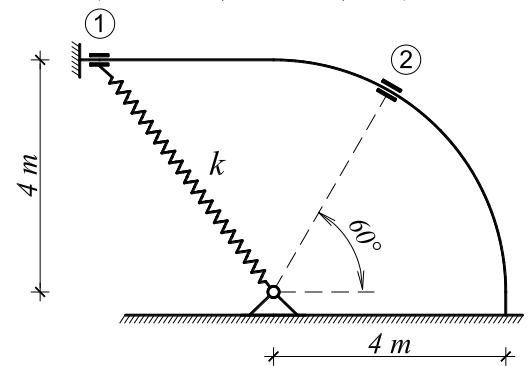
$$\vec{a}_A = 3,6\vec{i} \text{ [m/s}^2\text{]}.$$

(17 bodova)



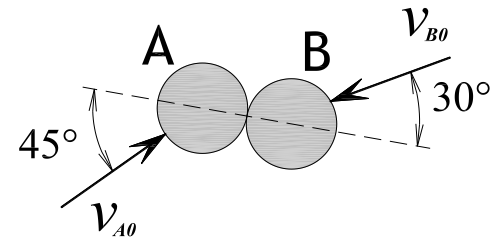
3. Prsten mase $m=2$ [kg] vezan je oprugom krutosti $k=120$ [N/m] kojoj nedeformirana duljina iznosi $L_0=3,8$ [m]. Prsten miruje pridržan u **položaju 1**. U jednom se trenutku ukloni pridržanje i prsten se počne gibati po žici prikazanog oblika. Treba odrediti deformaciju opruge u položaju 2 ako je u **položaju 2** pritisak prstena na žicu $N=25$ [N].

(10 bodova)



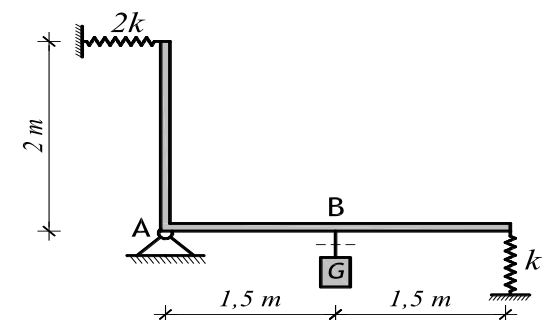
4. Kuglice A i B sudare se na horizontalnoj glatkoj podlozi kako je prikazano na slici. Koeficijent restitucije iznosi $e=0,6$. Treba odrediti iznos brzina obiju kuglica nakon sruza ako im je brzina neposredno prije sruza $v_{A0}=8$ [m/s] i $v_{B0}=4$ [m/s]. Mase kuglica su $m_A=10$ [kg] i $m_B=8$ [kg].

(11 bodova)



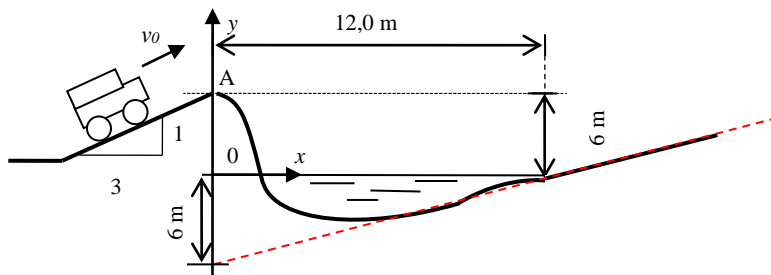
5. Štap prikazanog oblika i jednoliko distribuirane mase ($m_s = 2$ [kg/m']) zglobno je spojen u točki A i miruje u gravitacijskom polju. Na štap je u točki B obješen teret $G=80$ [N]. Potrebno je odrediti period i zakon oscilacija točke B ako se u jednom trenutku teret G naglo ukloni. Krutost $k=5500$ [N/m].

(12 bodova)

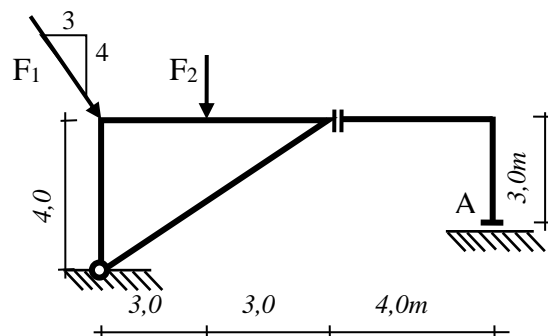


1. (16 bodova) Objasniti uz koje pretpostavke i uz koje zakonitosti izvodimo jednačbe za kosi hitac. Prikazati izvod jednačbi gibanja džipa u zadanom koordinatnom sustavu. Primijeniti na rješenje zadatka:

Džip u položaju A džip ima brzinu 90 km/h , Treba odrediti koordinate točke B u kojoj će džip dotaknuti tlo na drugoj obali. Zanimariti dimenzije džipa.



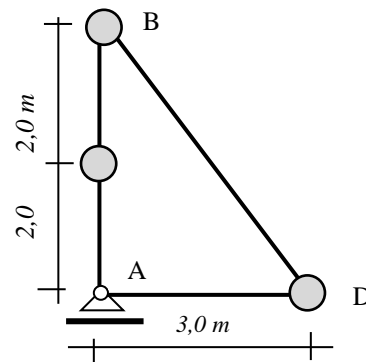
2. (20 boda) Ukratko navesti koji teorem i koje pretpostavke i pravila koristimo pri određivanju plana projekcija pomaka u kinematici mehanizama. Opisati statička i kinematička svojstva klznog spoja u A. Riješiti zadatak: Treba metodom virtualnog rada odrediti moment u spoju A za opterećenje silama $F_1=15 \text{ kN}$, $F_2=6 \text{ kN}$. Označiti sva tijela i sve potrebne pomake. Provjeriti točnost uz pomoć jednačbi ravnoteže.



3. (20 bodova) Navesti koji zakoni vrijede pri analizi sustava čestica u ravnini, ako gibanje nastaje zbog djelovanja sila. Objasniti značenje svih navedenih oznaka. Riješiti zadatak:

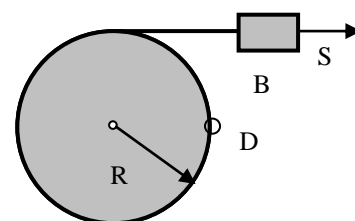
Tri čestice mase $m=3 \text{ kg}$ kruto su spojene na **tri zglobno spojena štapa** bez mase u prikazani sustav koji miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. U jednom trenutku na česticu B djeluje sila $\vec{F} = 15,3\vec{i} \text{ (N)}$. Za trenutak kad počne gibanje treba odrediti:

- Svojstva gibanja sustava
- Vektor sile u spoju A
- Vektor i iznos sile u zglobnom štapu BD



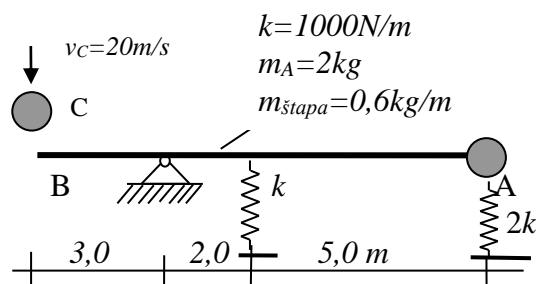
4. (20 bodova) Prikazati i objasniti izvod zakona impulsa za česticu. Riješiti zadatak: Kružna ploča polumjera $R=0,3 \text{ m}$, mase $M=4 \text{ kg}$ jednoliko raspoređene po površini miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. Na rub ploče namotano je uže bez mase za koje je spojena čestica B, mase $m_B=2 \text{ kg}$. U jednom trenutku na česticu B djeluje impuls $S=3,96 \text{ Ns}$ i počne gibanje. Za taj trenutak odrediti:

- Vektor kutne brzine ploče $\vec{\omega} = ?$,
- Vektor i iznos brzine točke B i D $\vec{v}_B = ?$, $v_B = ?$, $\vec{v}_D = ?$, $v_D = ?$
- Reaktivni impuls u užetu



5. (22 boda) Prikazati izvod krutosti serijskog spoja. Sustav miruje u **vertikalnoj** ravnini u trenutku kad u točku B udari kuglica C mase 3 kg . Sraz je plastičan. Treba odrediti:

- diferencijalnu jednačbu slobodnih oscilacija točke B
- frekvenciju i period slobodnih oscilacija
- zakon gibanja točke B
- brzinu i ubrzanje v_B i a_B s kojom je započelo gibanje
- odrediti veličinu maksimalne deformacije opruge krutosti k za vrijeme nastalog gibanja

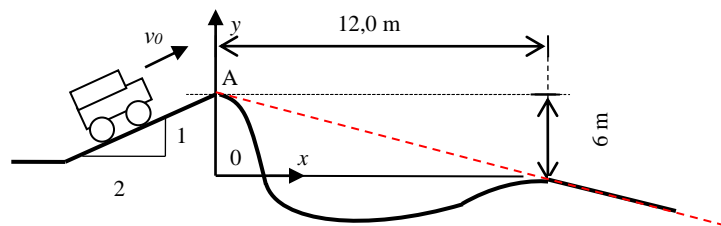


NAPOMENA:

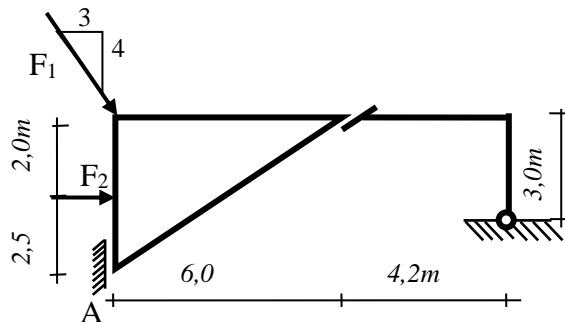
Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr. $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$).

Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.

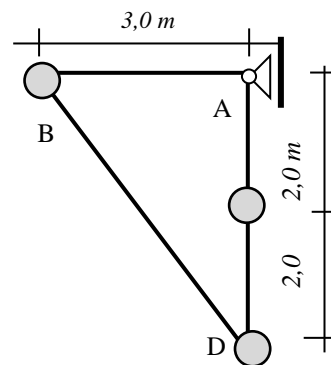
1. (18 bodova) Napisati i objasniti zakonitosti koje povezuju funkcije položaja, brzine i ubrzanja ako je gibanje zadano parametarskim načinom. Prikazati izvod parametarskih jednadžbi brzine i položaja džipa u prikazanom koordinatnom sustavu. Primijeniti na rješenje zadatka: Odrediti brzinu v_0 koju mora imati džip da bi dospio na drugu obalu rijeke. Koju brzinu ima džip neposredno prije kontakta sa tlom? Zanimariti dimenzije džipa.



2. (20 bodova) Ukratko navesti koji teorem i koje pretpostavke i pravila koristimo pri određivanju plana projekcija pomaka u kinematici mehanizama. Opisati statička i kinematička svojstva zglobnog spoja. Riješiti zadatak: Treba metodom virtualnog rada odrediti moment u spoju A za opterećenje silama $F_1=15kN$, $F_2=6kN$. Označiti sva tijela i sve potrebne pomake. Provjeriti točnost uz pomoć jednadžbi ravnoteže.

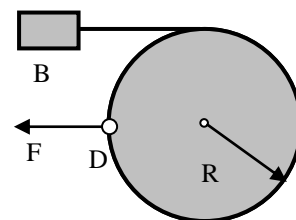


3. (20 bodova) Navesti koji zakoni vrijede pri analizi sustava čestica u ravnini, ako gibanje nastaje zbog djelovanja impulsa. Objasniti značenje svih navedenih oznaka. Riješiti zadatak: Tri čestice mase $m=3\text{ kg}$ kruto su spojene na **tri zglobno spojena štapa** bez mase u prikazani sustav koji miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. U jednom trenutku na česticu B djeluje impuls $\vec{S} = -46,8\vec{j} \text{ (Ns)}$. Za trenutak kad počne gibanje treba odrediti:



- Svojstva gibanja sustava
- Vektor reaktivnog impulsa u spoju A
- Vektor i iznos impulsa u zglobnom štapi BD

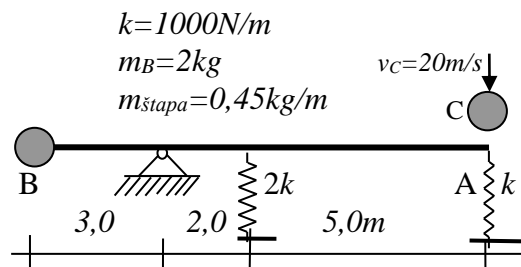
4. (20 bodova) Navesti koji zakoni vrijede pri analizi sustava čestica u ravnini, ako gibanje nastaje zbog djelovanja sila. Kružna ploča polumjera $R=1,5m$, mase $M=6kg$ jednoliko raspoređene po površini miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. Na rub ploče namotano je uže bez mase za koje je spojena čestica B, mase $m_B=6kg$. U jednom trenutku u točki D na ploči djeluje sila $\vec{F} = -13,5\vec{i} \text{ (N)}$ i počne gibanje. Za taj trenutak treba odrediti:



- Vektor kutnog ubrzanja ploče $\vec{\epsilon} = ?$,
- Vektor i iznos ubrzanja u točki B i D $\vec{a}_B = ?$, $a_B = ?$, $\vec{a}_D = ?$, $a_D = ?$
- Silu u užetu

5. (22 bodova) Prikazati izvod krutosti paralelnog spoja. Sustav miruje u **horizontalnoj** ravnini u trenutku kad u točku A udari kuglica C mase $2kg$. Sraz je plastičan. Treba odrediti:

- diferencijalnu jednadžbu slobodnih oscilacija točke A
- frekvenciju i period slobodnih oscilacija
- zakon gibanja točke A
- brzinu v_A s kojom je započelo gibanje
- odrediti veličinu maksimalne deformacije opruge krutosti $2k$ za vrijeme nastalog gibanja



NAPOMENA:

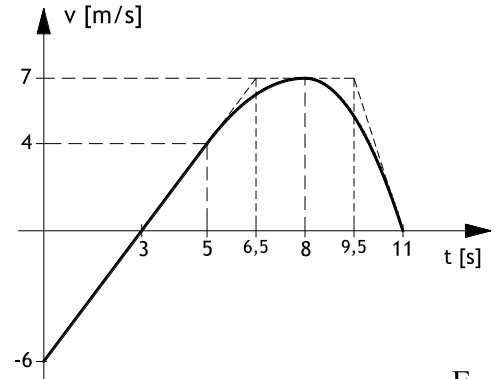
Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr. $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$).

Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_O \vec{\varepsilon} = \sum \vec{M}_O$). Vektorske veličine u jednadžbama moraju odgovarati gibanju ili pretpostavci gibanja koja je označena na crtežu. **Boduju se isključivo točno napisani izrazi i rješenja.**

1. Čestica se giba po osi x prema zadanoj funkciji brzine. U početnom trenutku nalazi se u ishodištu. Potrebno je koristeći geometrijsku interpretaciju diferencijalnih i integralnih odnosa kinematičkih veličina nacrtati dijagrame $a(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti.

(10 bodova)

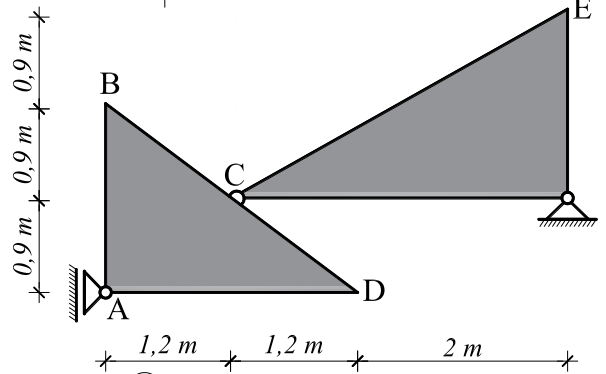


2. Za zadani mehanizam potrebno je **grafičkim rješavanjem vektorskih jednadžbi** odrediti vektore i iznose brzina i ubrzanja označenih točaka te vektore i iznose kutnih brzina i kutnih ubrzanja tijela. Za položaj prikazan na slici poznata je vrijednost brzine i ubrzanja točke A.

$$\vec{v}_A = -3,2 \vec{j} \text{ [m/s]},$$

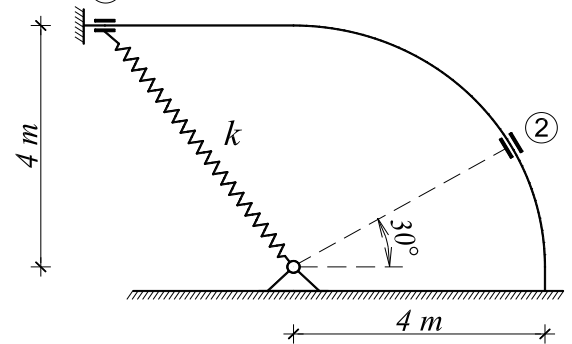
$$\vec{a}_A = 6,0 \vec{j} \text{ [m/s}^2\text{]}.$$

(17 bodova)



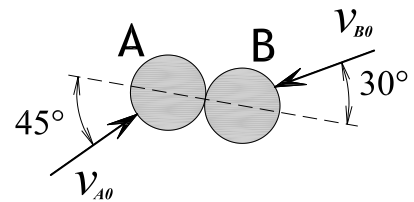
3. Prsten mase $m=2$ [kg] vezan je oprugom krutosti $k=120$ [N/m] kojoj nedeformirana duljina iznosi $L_0=3,8$ [m]. Prsten miruje pridrzan u **položaju 1**. U jednom se trenutku ukloni pridrzanje i prsten se počne gibati po žici prikazanog oblika. Treba odrediti deformaciju opruge u položaju 2 ako je u **položaju 2** pritisak prstena na žicu $N=10$ [N].

(10 bodova)



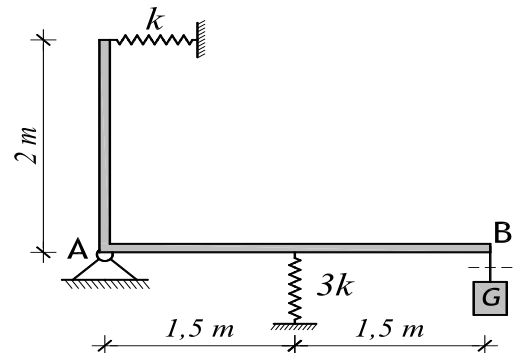
4. Kuglice A i B sudare se na horizontalnoj glatkoj podlozi kako je prikazano na slici. Koeficijent restitucije iznosi $e=0,8$. Treba odrediti iznos brzina obiju kuglica nakon sraza ako im je brzina neposredno prije sraza $v_{A0}=8$ [m/s] i $v_{B0}=4$ [m/s]. Mase kuglica su $m_A=5$ [kg] i $m_B=6$ [kg].

(11 bodova)

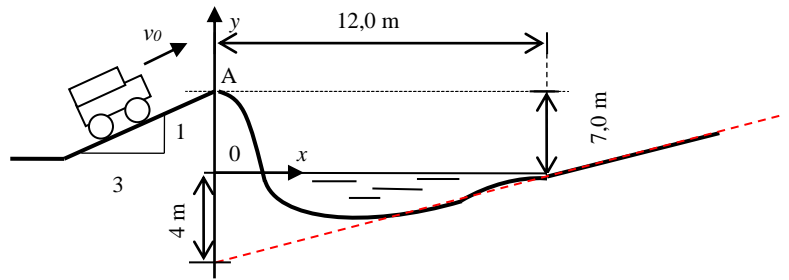


5. Štap prikazanog oblika i jednoliko distribuirane mase ($m_s = 2,5$ [kg/m']) zglobno je spojen u točki A i miruje u gravitacijskom polju. Na štap je u točki B obješen teret $G=80$ [N]. Potrebno je odrediti period i zakon oscilacija točke B ako se u jednom trenutku teret G naglo ukloni. Krutost $k=4500$ [N/m].

(12 bodova)

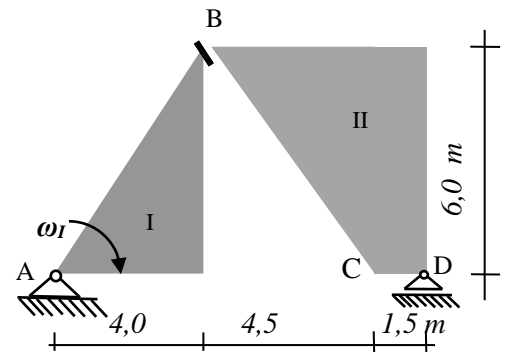


1. (15 bodova) Objasniti uz koje pretpostavke i uz koje zakonitosti izvodimo jednačbe za kosi hitac. Prikazati **izvod** jednačbi gibanja džipa isključivo u **zadanom koordinatnom sustavu**. Primijeniti te jednačbe pri rješenju zadatka: Džip u položaju A džip ima brzinu 90 km/h, Treba odrediti koordinate točke B u kojoj će džip dotaknuti tlo. Zanemariti otpore gibanju i dimenzije džipa.



2. (23 bodova) Prikazati i objasniti dokaz ravnopravnosti točaka za izbor pomičnog ishodišta. Riješiti zadatak: Zadani mehanizam giba se u ravni kutnom brzinom $\omega_I = 2,0 \text{ r/s}$. Potrebno je:

- nacrtati planove projekcija brzina, označiti tijela i iznose brzina
- odrediti vektore i iznose apsolutnih brzina u točkama B, C i D
- iznos relativne brzine točke B na ploči II u odnosu na ploču I
- primjenom teorema o izboru pomičnog ishodišta odrediti izraz koji povezuje brzinu točke B na tijelu I i brzinu točke D
- crtanjem vektorske jednačbe odrediti vektor brzine točke D.

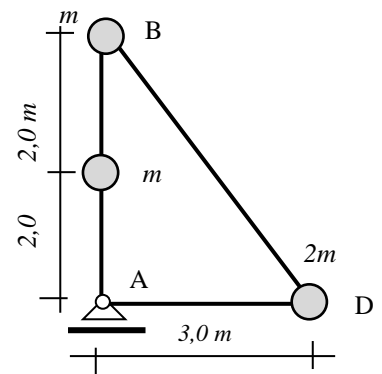


3. (20 bodova) Navesti koji zakoni vrijede pri analizi sustava čestica u ravni, ako gibanje nastaje zbog djelovanja impulsa. Objasniti značenje svih navedenih oznaka. Riješiti zadatak:

Tri čestice kruto su spojene na **tri zglobno spojena štapa bez mase** u prikazani sustav koji miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. Masa $m = 3 \text{ kg}$.

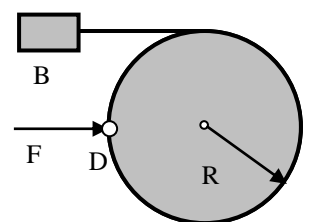
U jednom trenutku na česticu D djeluje impuls $\vec{S} = -34,8\vec{i} \text{ (Ns)}$. Za trenutak kad zbog djelovanja impulsa počne gibanje treba odrediti:

- veliçine koje definiraju gibanja sustava čestica
- vektor brzine točke D
- vektor reaktivnog impulsa u spoju A
- iznos reaktivnog impulsa u zglobnom štupu BD



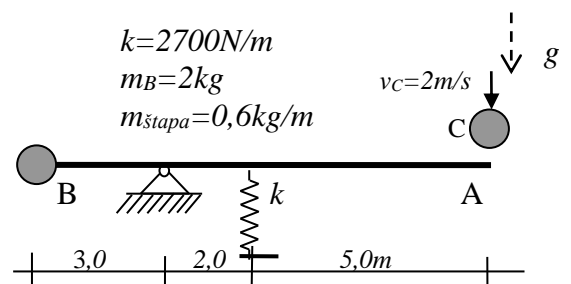
4. (20 bodova) Navesti koji zakoni vrijede pri analizi gibanja tijela u ravni, ako gibanje nastaje zbog djelovanja sila. Riješiti zadatak: Kružna ploča polumjera $R = 1,5 \text{ m}$, mase $M = 6 \text{ kg}$ jednoliko raspoređene po površini miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. Na rub ploče namotano je uže bez mase za koje je vezana čestica B mase $m_B = 3 \text{ kg}$. U jednom trenutku na ploču u točki D djeluje sila $\vec{F} = 13,5\vec{i} \text{ (N)}$ i počne gibanje. Treba odrediti:

- vektor kutnog ubrzanja ploče $\vec{\epsilon} = ?$,
- vektor i iznos ubrzanja u točki B i D $\vec{a}_B = ?$, $a_B = ?$, $\vec{a}_D = ?$, $a_D = ?$
- silu u užetu



5. (22 boda) Prikazati izvod krutosti serijskog spoja. Sustav miruje u **vertikalnoj** ravni u trenutku kad u točku A udari kuglica C mase 3kg. Sraz je plastičan. Treba odrediti:

- diferencijalnu jednačbu slobodnih oscilacija točke B
- frekvenciju i period slobodnih oscilacija
- zakon gibanja točke B
- iznos maksimalne deformacije opruge tijekom oscilacija



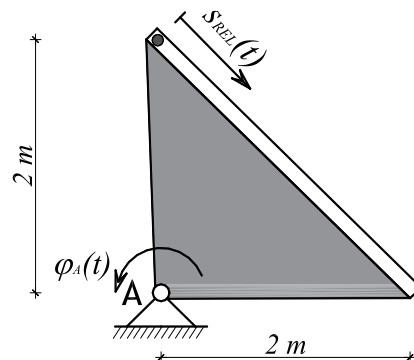
NAPOMENA:

Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr. $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$).

Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_o \ddot{\epsilon} = \sum \vec{M}_o$). Vektorske veličine u jednažbama moraju odgovarati gibanju ili pretpostavci gibanja koja je označena na crtežu. **Boduju se isključivo točno napisani izrazi i rješenja.**

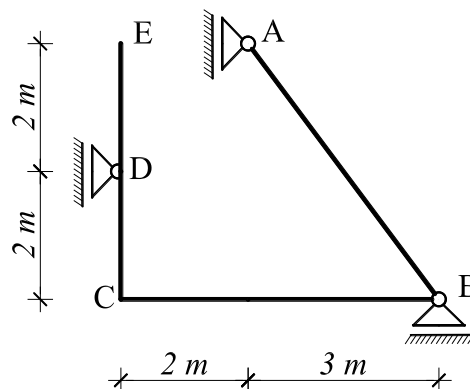
1. Ploča miruje u prikazanom položaju u trenutku kad se počne rotirati po zakonu $\varphi(t) = \frac{\pi}{3} t^2$ [rad]. Istovremeno se po cijevi kruto spojenoj za ploču počne gibati kuglica po zakonu $s(t) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{6} t\right)$ [m]. Za trenutak $t_1 = 1,5$ [s] potrebno je odrediti:



- vektor i iznos apsolutne brzine kuglice
 - vektor i iznos apsolutnog ubrzanja kuglice
- Sve vektore prikazati na crtežu

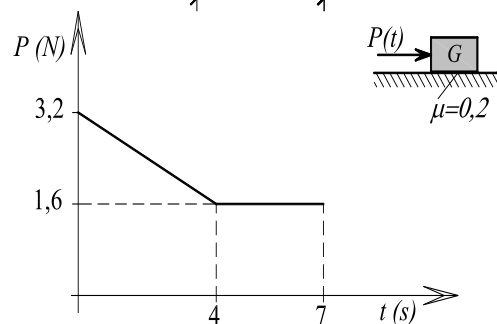
(13 bodova)

2. Mehanizam giba se u ravnini XY. U položaju prikazanom na slici poznata je brzina točke A $\vec{v}_A = 4,5 \vec{j}$ [m/s]. Potrebno je isključivo primjenom **plana projekcija brzina** odrediti vektore i iznose brzina svih označenih točaka, te vektore i iznose kutnih brzina tijela prikazanog mehanizma.



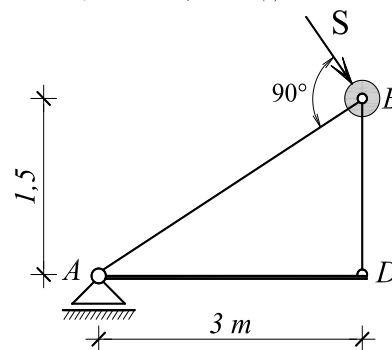
(10 bodova)

3. Čestica težine $G=8$ [N] miruje na hrapavoj podlozi ($\mu = 0,2$) kad na nju počne djelovati sila $P(t)$, koja se mijenja prema prikazanom grafu. Za vrijeme dok traje gibanje treba nacrtati dijagrame $R(t)$, $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti.



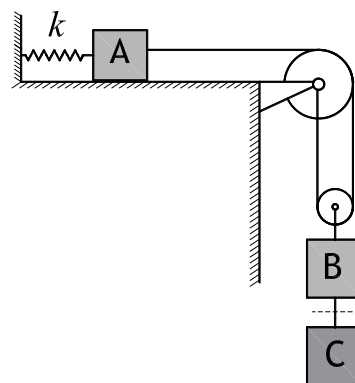
(15 bodova)

4. Čestica B mase $m_B=2,25$ kg, vezana je s dva zglobna štapa AB i BD koji su bez mase, za štap AD mase $m_s = 1,5$ [kg/m]. Prikazani sustav miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. U jednom trenutku na sustav djeluje impuls $S=9$ [Ns]. Treba odrediti brzinu točke B kada počne gibanje i reaktivni impuls u štapu BD.



(12 bodova)

5. Tereti masa $m_A=m_B= 2$ [kg] i $m_C=3$ [kg] spojeni su nerastezljivim užetom kako je prikazano na slici. Teret A spojen je oprugom krutosti $k=2000$ [N/m]. Sustav miruje u gravitacijskom polju. Odredi zakon oscilacija tereta A i B ako se u jednom trenutku naglo ukloni teret C. Koliko iznosi period nastalih oscilacija? Masa kolotura može se zanemariti a podloga po kojoj se giba teret A je glatka.



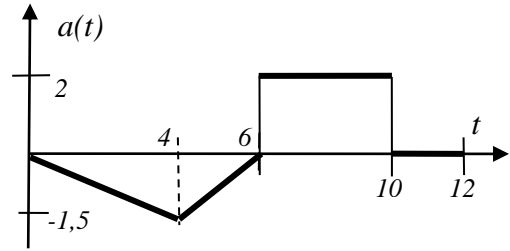
(10 bodova)

1. Treba napisati zakonitosti koje povezuju funkcije brzine, ubrzanja i prijeđenog puta čestice koja se giba po pravcu te s **objasniti** njihovo **geometrijsko značenje**.

Riješiti zadatak:

Čestica se počne gibati po pravcu osi x iz ishodišta prema prikazanom grafu ubrzanja. Treba za $0 < t < 12s$ odrediti podatke za sve potrebne veličine i nacrtati u mjerilu funkcije $v(t)$ i $s(t)$, ako je poznato da se u trenutku $t_1 = 4s$ čestica nalazi u položaju $x_1 = -10m$. Koliki je iznos maksimalne udaljenosti čestice od ishodišta?

(22 boda)



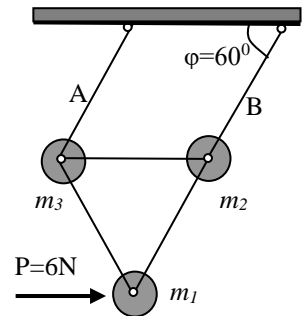
2. Dvije ploče gibaju se u ravnini x,y . U promatranom trenutku poznate su na ploči II koordinate točke $B(4,0m; 0,5m)$ i točke $C(1,0m; 10,5m)$, i brzine $\vec{v}_B = 0,7\vec{i} + 1,1\vec{j} (m/s)$ i $\vec{v}_{Cx} = -1,3\vec{i} (m/s)$. Na ploči I koja se rotira kutnom brzinom $\vec{\omega}_I = 0,5\vec{k} (r/s)$, točka $A(-4,0m; -5,0m)$ ima brzinu $\vec{v}_A = [1,5\vec{i} - 3,5\vec{j}] (m/s)$. Treba navesti svojstva apsolutnog i relativnog pola brzina te napisati vektorske jednadžbe pomoću kojih se određuju polovi i objasniti ih. Odrediti koordinate apsolutnih polova i koordinate relativnog pola brzina promatranih ploča. Navesti sve zaključke Kennedyevog teorema. Na crtežu u mjerilu prikazati oznake svih veličina koje se koristi i položaj polova, te provjeriti vrijede li navedeni zaključci Kennedyevog teorema.

(21 bod)

3. Napisati i objasniti Newtonove aksiome te primijeniti odgovarajući zakon na rješenje zadatka:

Prikazani sustav čestica jednake mase $m_1 = m_2 = m_3 = 1,5kg$ vezan zglobno spojenim štapovima bez mase duljine $L = 3m$, miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi u trenutku kad djeluje sila P . Treba odrediti ubrzanje čestice m_1 i sile u štapovima A i B u trenutku kad počne gibanje.

(17 bodova)

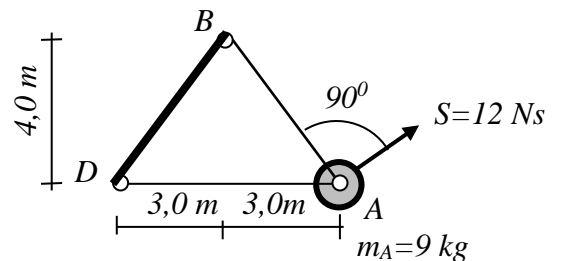


4. Navesti koji zakoni vrijede za analizu slobodnog gibanja tijela u ravnini uslijed djelovanja impulsa i usporediti s ekvivalentnim zakonima za sustav čestica. Objasniti značenje svih navedenih oznaka. Riješiti zadatak:

Čestica A vezana je s dva zglobna štapa bez mase, za štap DB mase $1,2 kg/m$, u kruti sustav koji miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. U jednom trenutku na česticu djeluje impuls S . Za taj trenutak treba odrediti:

- Vektor i iznos brzine čestice A
- iznose reaktivnog impulsa u štapu AB

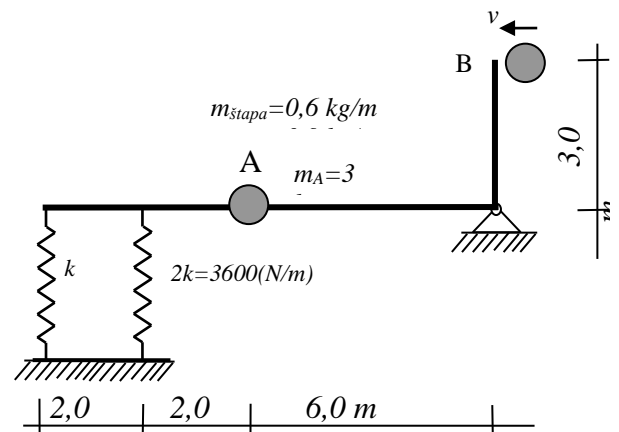
(20 bodova)



5. Prikazani sustav miruje u horizontalnoj ravnini. U jednom trenutku kuglica mase $m = 2 kg$ udara brzinom $v = 16,57m/s$ u točku B na štapu. Sraz je plastičan. Za nastalo gibanje točke A treba odrediti:

- funkciju promjene kinetičke energije u vremenu,
- funkciju promjene potencijalne energije u vremenu,
- diferencijalnu jednadžbu oscilacija čestice
- frekvenciju i period slobodnih oscilacija,
- zakon gibanja točke A
- maksimalnu brzinu točke A

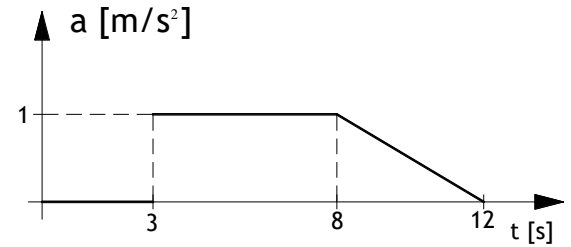
(20 bodova)



NAPOMENA: Odgovori se boduju navedenim bodovima samo ako rješenja sadrže crteže, oznake i napisane opće zakone koje se koristi, a teorijski dio osim formula sadrži i tekst (objašnjenje).

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_o \vec{\epsilon} = \sum \vec{M}_o$). Vektorske veličine u jednažbama moraju odgovarati gibanju ili pretpostavci gibanja koja je označena na crtežu. **Boduju se isključivo točno napisani izrazi i rješenja.**

1. Čestica se počne gibati po pravcu osi x iz ishodišta prema prikazanom dijagramu promjene ubrzanja. U trenutku $t_1=3$ [s] položaj čestice na osi $x_1=-6$ [m] Potrebno je napisati diferencijalne i integralne odnose koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijeđeni put, te koristeći te odnose odrediti dijagrame $a(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i nagibe **tangenti** za $0 < t < 12s$.



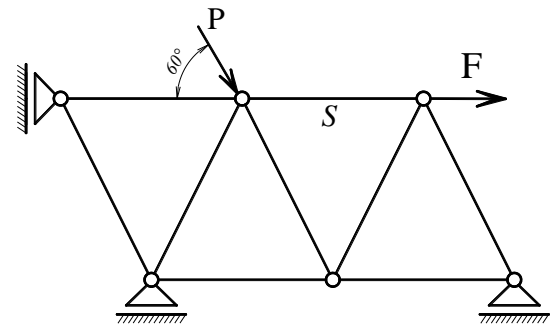
(12 bodova)

2. Za zadani statički sustav potrebno je metodom virtualnog rada odrediti silu u štapu S. **Na crtežu prikazati polove, planove pomaka i veličine svih potrebnih pomaka.**

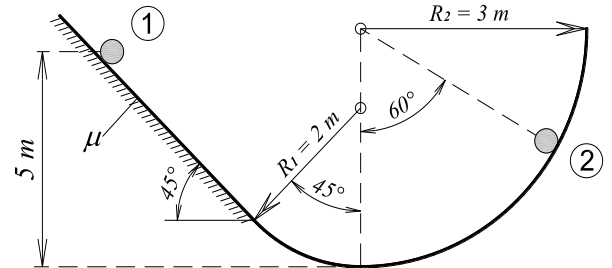
$F = 10$ [kN]

$P = 8$ [kN]

(11 bodova)

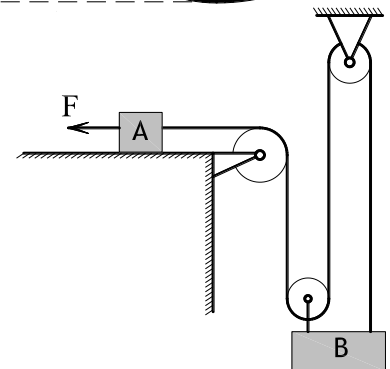


3. Čestica mase $m=2,5$ kg u počne se gibati iz **položaja 1** po prikazanoj podlozi u vertikalnoj ravnini. Potrebno je odrediti brzinu i iznos pritiska kuglice na podlogu u **položaju 2**. Podloga je u zakrivljenom dijelu potpuno glatka, a na kosini koeficijent trenja je $\mu=0,2$.



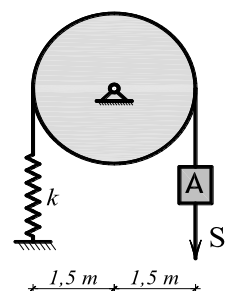
(11 bodova)

4. Dva tereta masa $m_A=2,5$ kg i $m_B=3$ kg, povezana su nerastezljivim užetom i koloturama zanemarive mase, sustav miruje pridržan u gravitacijskom polju. Teret A nalazi se na glatkoj podlozi. U jednom trenutku na teret A počne djelovati sila $F=25$ N i u istom trenutku uklanja se pridržanje sustava. Za taj trenutak potrebno je odrediti vektore ubrzanja tereta A i B te silu u užetu kojim su tereti povezani.



(12 bodova)

5. Prikazani mehanički sustav miruje u gravitacijskom polju. U jednom trenutku na teret A djeluje impuls $S=6$ [Ns] te počne gibanje. Treba odrediti maksimalnu deformaciju opruge i maksimalnu brzinu tereta A. Masa diska je $m_D=6$ kg, masa čestice $m_A=5$ kg a krutost opruge iznosi $k=1300$ N/m.

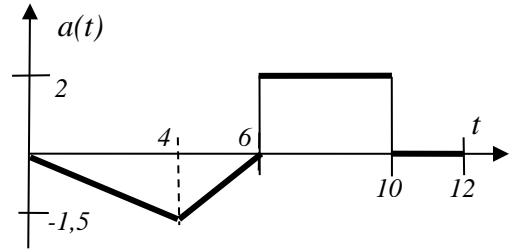


(14 bodova)

1. Treba napisati zakonitosti koje povezuju funkcije brzine, ubrzanja i prijeđenog puta čestice koja se giba po pravcu te s **objasniti** njihovo **geometrijsko značenje**.

Riješiti zadatak:

Čestica se počne gibati po pravcu osi x iz ishodišta prema prikazanom grafu ubrzanja. Treba za $0 < t < 12s$ odrediti podatke za sve potrebne veličine i nacrtati u mjerilu funkcije $v(t)$ i $s(t)$, ako je poznato da se u trenutku $t_1 = 4s$ čestica nalazi u položaju $x_1 = -10m$. Koliki je iznos maksimalne udaljenosti čestice od ishodišta?



(22 boda)

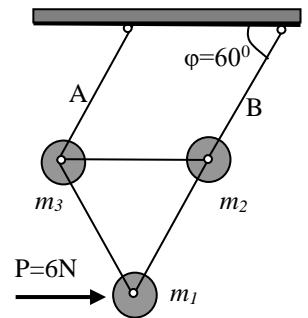
2. Dvije ploče gibaju se u ravnini x,y . U promatranom trenutku poznate su na ploči II koordinate točke $B(4,0m; 0,5m)$ i točke $C(1,0m; 10,5m)$, i brzine $\vec{v}_B = 0,7\vec{i} + 1,1\vec{j} (m/s)$ i $\vec{v}_C = -1,3\vec{i} (m/s)$. Na ploči I koja se rotira kutnom brzinom $\vec{\omega}_I = 0,5\vec{k} (r/s)$, točka $A(-4,0m; -5,0m)$ ima brzinu $\vec{v}_A = [1,5\vec{i} - 3,5\vec{j}] (m/s)$. Treba navesti svojstva apsolutnog i relativnog pola brzina te napisati vektorske jednadžbe pomoću kojih se određuju polovi i objasniti ih. Odrediti koordinate apsolutnih polova i koordinate relativnog pola brzina promatranih ploča. Navesti sve zaključke Kennedyevog teorema. Na crtežu u mjerilu prikazati oznake svih veličina koje se koristi i položaj polova, te provjeriti vrijede li navedeni zaključci Kennedyevog teorema.

(21 bod)

3. Napisati i objasniti Newtonove aksiome te primijeniti odgovarajući zakon na rješenje zadatka:

Prikazani sustav čestica jednake mase $m_1 = m_2 = m_3 = 1,5kg$ vezan zglobno spojenim štapovima bez mase duljine $L = 3m$, miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi u trenutku kad djeluje sila P . Treba odrediti ubrzanje čestice m_1 i sile u štapovima A i B u trenutku kad počne gibanje.

(17 bodova)

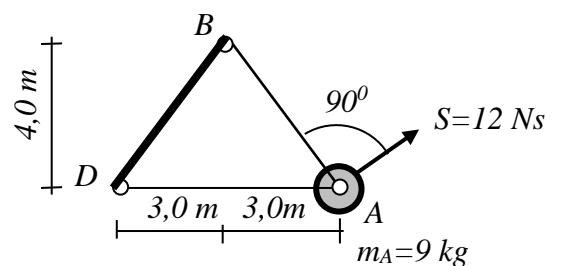


4. Navesti koji zakoni vrijede za analizu slobodnog gibanja tijela u ravnini uslijed djelovanja impulsa i usporediti s ekvivalentnim zakonima za sustav čestica. Objasniti značenje svih navedenih oznaka. Riješiti zadatak:

Čestica A vezana je s dva zglobna štapa bez mase, za štap DB mase $1,2 kg/m$, u kruti sustav koji miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. U jednom trenutku na česticu djeluje impuls S . Za taj trenutak treba odrediti:

- Vektor i iznos brzine čestice A
- iznose reaktivnog impulsa u štapu AB

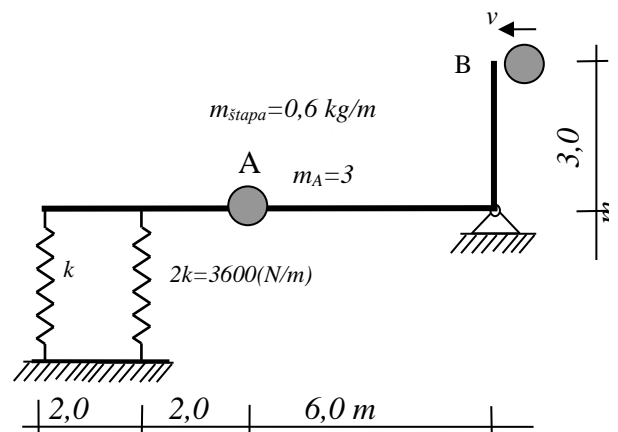
(20 bodova)



5. Prikazani sustav miruje u horizontalnoj ravnini. U jednom trenutku kuglica mase $m = 2 kg$ udara brzinom $v = 16,57m/s$ u točku B na štapu. Sraz je plastičan. Za nastalo gibanje točke A treba odrediti:

- funkciju promjene kinetičke energije u vremenu,
- funkciju promjene potencijalne energije u vremenu,
- diferencijalnu jednadžbu oscilacija čestice
- frekvenciju i period slobodnih oscilacija,
- zakon gibanja točke A
- maksimalnu brzinu točke A

(20 bodova)

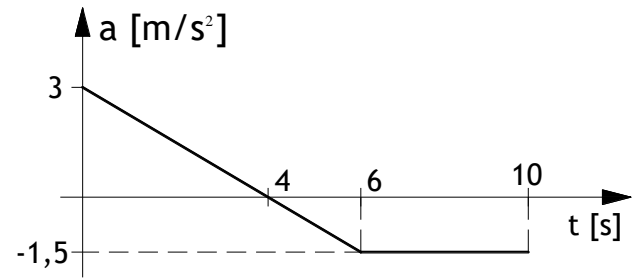


NAPOMENA: Odgovori se boduju navedenim bodovima samo ako rješenja sadrže crteže, oznake i napisane opće zakone koje se koristi, a teorijski dio osim formula sadrži i tekst (objašnjenje).

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_O \vec{\epsilon} = \sum \vec{M}_O$). Vektorske veličine u jednadžbama moraju odgovarati gibanju ili pretpostavci gibanja koja je označena na crtežu. **Boduju se isključivo točno napisani izrazi i rješenja.**

1. Čestica se počne gibati po pravcu osi x iz ishodišta prema prikazanom dijagramu promjene ubrzanja. U trenutku $t_1=6$ [s] položaj čestice na osi $x_1=45$ [m]. Potrebno je napisati diferencijalne i integralne odnose koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijeđeni put, te koristeći te odnose odrediti dijagrame $a(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti za $0 < t < 10$ s.

(12 bodova)



2. Za zadani statički sustav potrebno je metodom virtualnog rada odrediti **horizontalnu reakciju** u ležaju A. Na crtežu prikazati **polove, planove pomaka** za oba tijela i veličine svih potrebnih pomaka.

$$F = 10 \text{ [kN]}$$

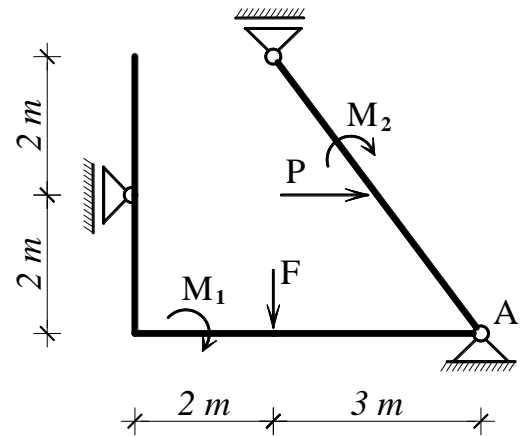
$$P = 8 \text{ [kN]}$$

$$M_1 = 10 \text{ [kNm]}$$

$$M_2 = 12 \text{ [kNm]}$$

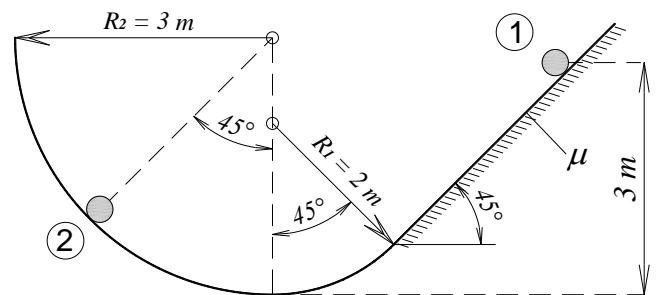
(ZADATAK SE BODUJE ISKLJUČIVO ZA PRAVILNO DEFINIRAN MEHANIZAM)

(12 bodova)



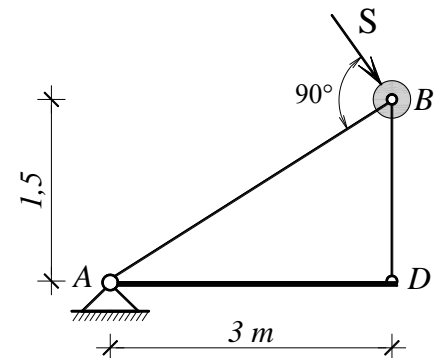
3. Čestica mase $m=3$ kg u počne se gibati iz **položaja 1** po prikazanoj podlozi u vertikalnoj ravnini. Potrebno je odrediti brzinu i iznos pritiska kuglice na podlogu u **položaju 2**. Podloga je u zakrivljenom dijelu potpuno glatka, a na kosini koeficijent trenja je $\mu=0,25$.

(12 bodova)



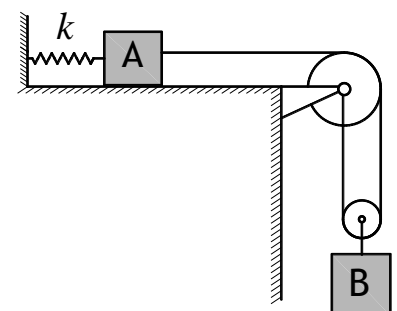
4. Čestica B mase $m_B=3$ kg, vezana je s dva zgلوبna štapa AB i BD koji su bez mase, za štap AD mase $m_s = 2,5$ [kg/m]. Prikazani sustav miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. U jednom trenutku na sustav djeluje impuls $S=9$ [Ns]. Treba odrediti brzinu točke B kada počne gibanje i reaktivni impuls u štapu BD.

(12 bodova)



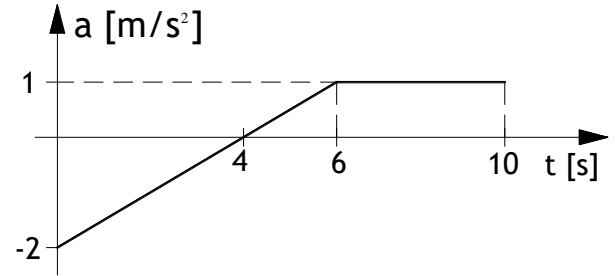
5. Tereti masa $m_A = 2$ [kg] i $m_B = 3$ [kg] spojeni su nerastezljivim užetom kako je prikazano na slici. Teret A spojen je oprugom krutosti $k=1500$ [N/m]. Sustav je pridržan tako da opruga nije napregnuta. Odredi zakon oscilacija tereta A i B ako se u jednom trenutku sustav pusti u gibanje. Koliko iznosi period nastalih oscilacija? Masa kolotura može se zanemariti a podloga po kojoj se giba teret A je glatka.

(12 bodova)



NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_o \vec{\varepsilon} = \sum \vec{M}_o$). Vektorske veličine u jednadžbama moraju odgovarati gibanju ili pretpostavci gibanja koja je označena na crtežu. **Boduju se isključivo točno napisani izrazi i rješenja.**

1. Čestica se počne gibati po pravcu osi x iz ishodišta prema prikazanom dijagramu promjene ubrzanja. U trenutku $t_1=6$ [s] položaj čestice na osi $x_1=12$ [m]. Potrebno je napisati diferencijalne i integralne odnose koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijeđeni put, te koristeći te odnose odrediti dijagrame $a(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti za $0 < t < 10$ s.



(12 bodova)

2. Za zadani statički sustav potrebno je metodom virtualnog rada odrediti **vertikalnu reakciju** u ležaju A. Na crtežu prikazati **polove, planove pomaka** za oba tijela i veličine svih potrebnih pomaka.

$$F = 10 \text{ [kN]}$$

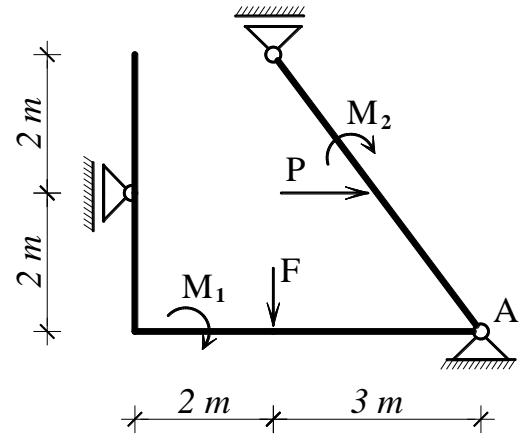
$$P = 8 \text{ [kN]}$$

$$M_1 = 10 \text{ [kNm]}$$

$$M_2 = 12 \text{ [kNm]}$$

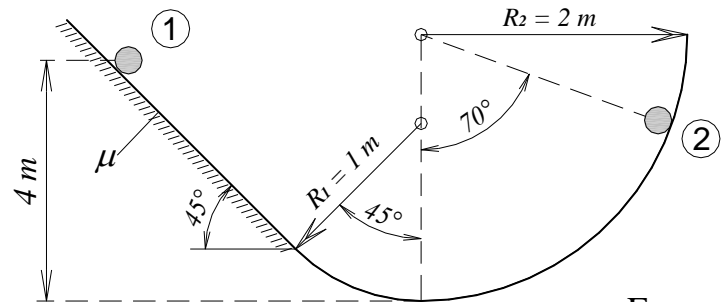
(ZADATAK SE BODUJE ISKLJUČIVO ZA PRAVILNO DEFINIRAN MEHANIZAM)

(12 bodova)



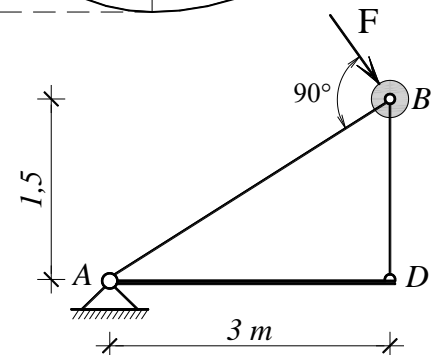
3. Čestica mase $m=4$ kg u počne se gibati iz **položaja 1** po prikazanoj podlozi u vertikalnoj ravnini. Potrebno je odrediti brzinu i iznos pritiska kuglice na podlogu u **položaju 2**. Podloga je u zakrivljenom dijelu potpuno glatka, a na kosini koeficijent trenja je $\mu=0,2$.

(12 bodova)



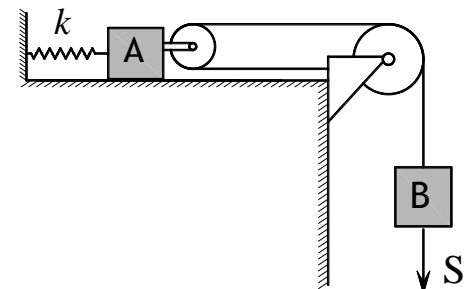
4. Čestica B mase $m_B=2$ kg, vezana je s dva zglobna štapa AB i BD koji su bez mase, za štap AD mase $m_s = 1,5$ [kg/m']. Prikazani sustav miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. U jednom trenutku na sustav djeluje sila $F=9$ [N]. Treba odrediti ubrzanje točke B kada počne gibanje i reaktivnu silu u štapu BD.

(12 bodova)



5. Tereti masa $m_A = 4$ [kg] i $m_B = 3$ [kg] spojeni su nerastezljivim užetom kako je prikazano na slici. Teret A spojen je oprugom krutosti $k=2000$ [N/m']. Sustav je miruje u vertikalnoj ravnini kad na teret B djeluje impuls $S=1,5$ [Ns]. Odredi zakon oscilacija tereta A i B koje će nastati nakon djelovanja impulsa. Koliko iznosi period nastalih oscilacija? Masa kolotura može se zanemariti a podloga po kojoj se giba teret A je glatka.

(12 bodova)

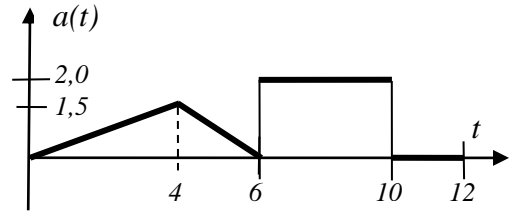


1. Treba **napisati zakonitosti** koje povezuju funkcije brzine, ubrzanja i prijeđenog puta čestice koja se giba po pravcu te s **objasniti** njihovo **geometrijsko značenje**.

Primijeniti pri rješenju zadatka:

Čestica se giba po pravcu osi x tako da se u trenutku t_0 nalazi u ishodištu, a ubrzanje mijenja prema prikazanom grafu. Treba za $0 < t < 12s$ odrediti podatke za sve potrebne veličine i u mjerilu nacrtati funkcije $v(t)$ i $x(t)$, ako je poznato da će se u trenutku $t_1 = 4s$ čestica nalaziti u položaju $x_1 = -30m$. Koliki je iznos maksimalne udaljenosti čestice od ishodišta.

(22 boda)

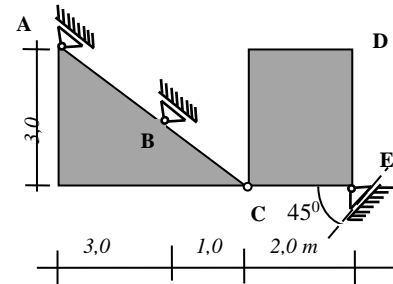


2. Prikazati izvod dokaza o ravnopravnosti izbora pokretnog ishodišta i opisati značenje pojedinih oznaka.

Primjenom navedenog teorema odrediti **iznose** brzina i ubrzanja svih označenih točaka mehanizma, ako je zadana x komponenta brzine mehanizma u točki A

$$\vec{v}_{Ax} = -1,6\vec{i} \text{ (m/s)} = \text{const.}$$

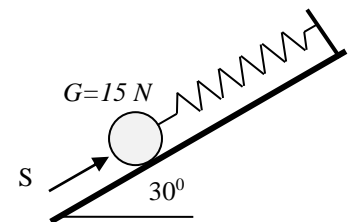
(18 bodova)



3. Prikazati izvod zakona o promjeni kinetičke energije uz opis značenja pojedinih oznaka. Primijeniti navedeni zakon pri rješavanju zadatka:

Čestica težine G miruje vezana oprugom krutosti $k = 30 \text{ N/cm}$ na glatkoj kosini. Treba odrediti maksimalnu deformaciju opruge i propadnu elastičnu silu za vrijeme gibanja koje će nastati nakon djelovanja impulsa $S = 12 \text{ Ns}$.

(20 bodova)

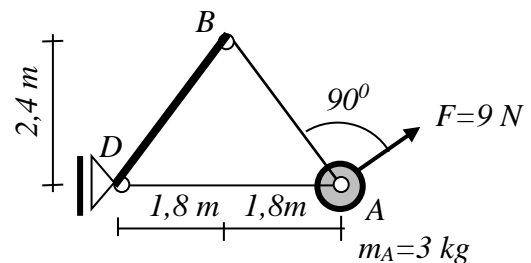


4. Napisati izraze i objasniti Newtonove aksiome. Koji se aksiom i u kojem obliku primjenjuje pri rješenju zadatka?

Čestica A vezana s dva zglobova štapa za štap BD mase 2 kg/m miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi u prikazanom položaju kad počne djelovanja sile F . Za taj trenutak treba odraditi:

- ubrzanje čestice A
- iznos sile u štapu AB

(20 bodova)

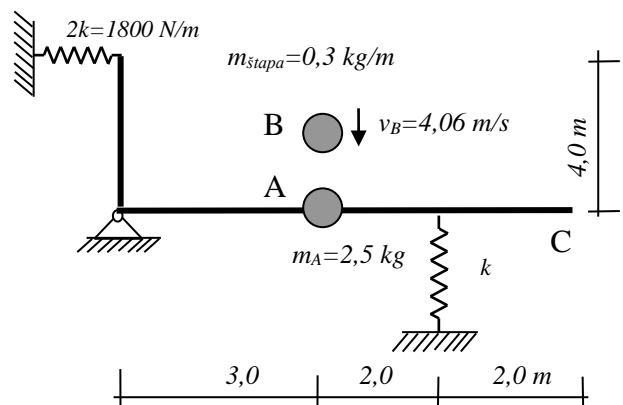


5. Prikazani sustav miruje u horizontalnoj ravnini.

U jednom trenutku kuglica B mase $m = 2 \text{ kg}$ udara brzinom $v_B = 4,06 \text{ m/s}$ u česticu A na štapu. Sraz je plastičan. Za nastalo gibanje točke C sustava treba odrediti:

- funkciju promjene kinetičke energije sustava u vremenu,
- funkciju promjene potencijalne energije sustava u vremenu,
- diferencijalnu jednadžbu oscilacija točke C
- frekvenciju i period slobodnih oscilacija,
- zakon gibanja točke C
- iznos maksimalnog ubrzanja točke C

(20 bodova)



NAPOMENA: Odgovori se boduju navedenim bodovima samo ako rješenja sadrže crteže, oznake i napisane opće zakone koje se koristi, a teorijski dio osim formula sadrži i tekst (objašnjenje).

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_o \vec{\varepsilon} = \sum \vec{M}_o$). Vektorske veličine u jednažbama moraju odgovarati gibanju ili pretpostavci gibanja koja je označena na crtežu. **Boduju se isključivo točno napisani izrazi i rješenja.**

1. Položaj čestice određen je vektorskom funkcijom:

$$\vec{r}(t) = (t-2) \vec{i} + (12t - 3t^2) \vec{j}$$

Treba odrediti:

- Vektorske funkcije brzine i ubrzanja čestice, jednažbu trajektorije i nacrtati graf, odrediti i označiti položaj točke za trenutke $t = 0$ s i $t_1 = 3$ s,
- veličinu i vektor brzine i ubrzanja za trenutak $t_1 = 3$ s, te iznos normalne i tangencijalne komponente ubrzanja. Sve vektore treba prikazati na crtežu.

(11 bodova)

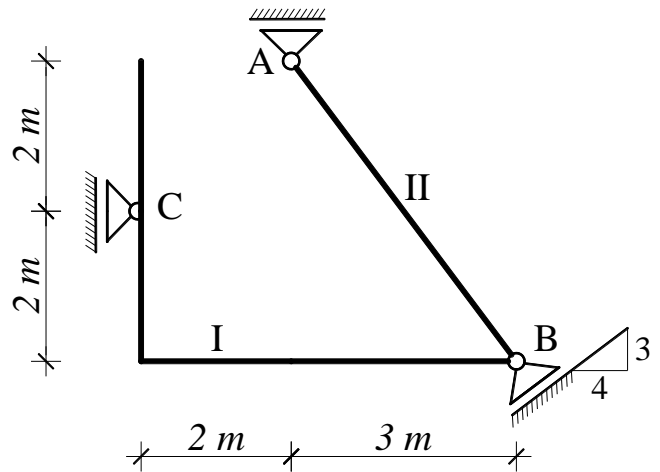
2. Mehanizam se giba u ravnini XY. U položaju prikazanom na slici poznata je kutna brzina i kutno ubrzanje tijela I:

$$\vec{\omega}_I = k \vec{r} [r/s]$$

$$\vec{\varepsilon}_I = -0,5k \vec{r} [r/s^2]$$

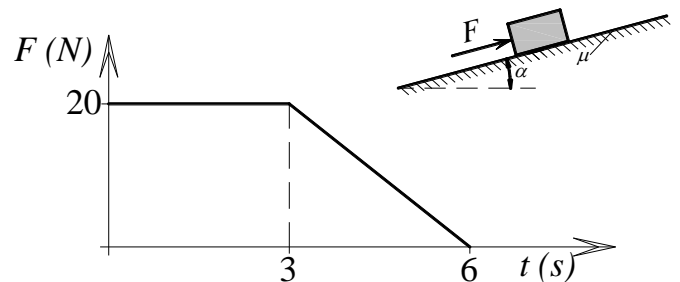
Potrebno je napisati vektorske jednažbe koje povezuju brzine i ubrzanja označenih točaka i riješiti ih **grafičkim postupkom**. Odrediti vektore i iznose brzina i ubrzanja svih točaka, kutnu brzinu i kutno ubrzanje tijela II.

(15 bodova)



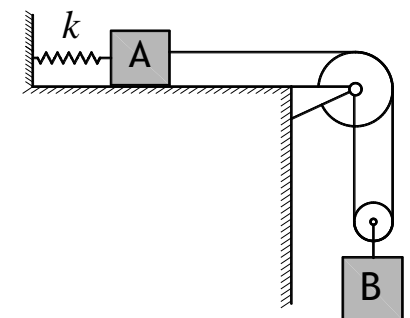
3. Čestica mase $m=2$ [kg] miruje na hrapavoj kosini ($\alpha=15^\circ$ i $\mu=0,3$) kad na nju počne djelovati sila $F(t)$, koja se mijenja prema prikazanom grafu. Za vrijeme dok traje gibanje treba nacrtati dijagrame $R(t)$, $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti.

(14 bodova)



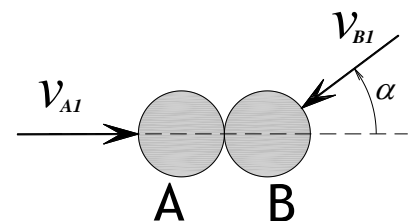
4. Dva tereta ($m_A=2$ [kg] i $m_B=3$ [kg]) povezana su nerastezljivim užetom i miruju pridržana u vertikalnoj ravnini tako da opruga nije deformirana. Teret A vezan je elastičnom oprugom krutosti $k=1500$ [N/m] i oslonjen je na glatku podlogu. U jednom trenutku sustav se pusti u gibanje. Treba odrediti maksimalnu brzinu oba tereta za vrijeme gibanja i iznos maksimalne deformacije opruge.

(11 bodova)



5. Kuglice A i B sudare se na horizontalnoj glatkoj podlozi kako je prikazano na slici. Koeficijent restitucije iznosi $e=0,8$. Treba odrediti iznos brzina obiju kuglica nakon sruza ako im je brzina neposredno prije sruza $v_{A1}=5$ [m/s] i $v_{B1}=5$ [m/s] ($\text{tg}\alpha=1$). Mase kuglica su $m_A=1,5$ [kg] i $m_B=2$ [kg].

(9 bodova)



NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_o \vec{\varepsilon} = \sum \vec{M}_o$). Vektorske veličine u jednadžbama moraju odgovarati gibanju ili pretpostavci gibanja koja je označena na crtežu. **Boduju se isključivo točno napisani izrazi i rješenja.**

1. Položaj čestice određen je vektorskom funkcijom:

$$\vec{r}(t) = t\vec{i} + (2t^2 - 8t)\vec{j}$$

Treba odrediti:

- Vektorske funkcije brzine i ubrzanja čestice, jednadžbu trajektorije i nacrtati graf, odrediti i označiti položaj točke za trenutke $t = 0$ s i $t_1 = 3$ s,
- veličinu i vektor brzine i ubrzanja za trenutak $t_1 = 3$ s, te iznos normalne i tangencijalne komponente ubrzanja. Sve vektore treba prikazati na crtežu.

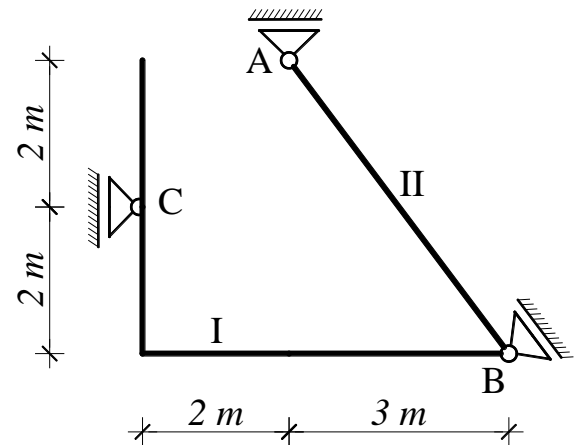
(11 bodova)

2. Mehanizam se giba u ravnini XY. U položaju prikazanom na slici poznata je kutna brzina tijela I:

$$\vec{\omega}_I = 1,5\vec{k} \text{ [r/s]} = \text{const.}$$

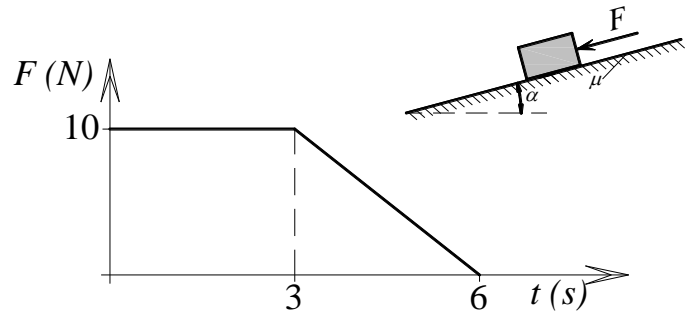
Potrebno je napisati vektorske jednadžbe koje povezuju brzine i ubrzanja označenih točaka i riješiti ih **grafičkim postupkom**. Odrediti vektore i iznose brzina i ubrzanja svih točaka, kutnu brzinu i kutno ubrzanje tijela II.

(15 bodova)



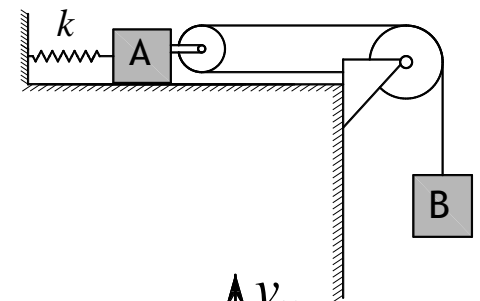
3. Čestica mase $m=2$ [kg] miruje na hrapavoj kosini ($\alpha=10^\circ$ i $\mu = 0,35$) kad na nju počne djelovati sila $F(t)$, koja se mijenja prema prikazanom grafu. Za vrijeme dok traje gibanje treba nacrtati dijagrame $R(t)$, $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti.

(14 bodova)



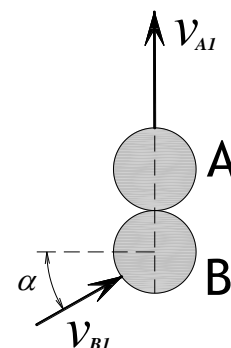
4. Dva tereta ($m_A=4$ [kg] i $m_B=3$ [kg]) povezana su nerastezljivim užetom i miruju pridržana u vertikalnoj ravnini tako da opruga nije deformirana. Teret A vezan je elastičnom oprugom krutosti $k=2000$ [N/m'] i oslonjen je na glatku podlogu. U jednom trenutku sustav se pusti u gibanje. Treba odrediti maksimalnu brzinu oba tereta za vrijeme gibanja i iznos maksimalne deformacije opruge.

(11 bodova)

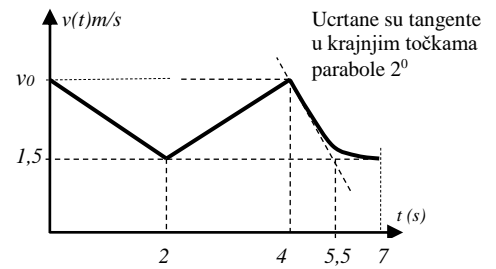


5. Kuglice A i B sudare se na horizontalnoj glatkoj podlozi kako je prikazano na slici. Koeficijent restitucije iznosi $e=0,7$. Treba odrediti iznos brzina objiju kuglica nakon sruza ako im je brzina neposredno prije sruza $v_{AI}=2$ [m/s] i $v_{BI}=6$ [m/s] ($\text{tg}\alpha=0,5$). Mase kuglica su $m_A=2$ [kg] i $m_B=3,5$ [kg].

(9 bodova)

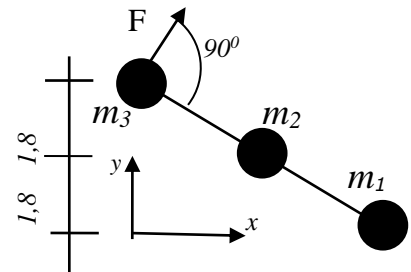


1. Napisati opće izraze diferencijalnih i integralnih odnosa između ubrzanja, brzine i prijeđenog puta čestice koja se giba po pravcu te **ukratko objasniti geometrijsko značenje** svakog napisanog izraza. Primjeniti i pokazati razumijevanje navedenog pri određivanju veličina i crtanju grafova funkcija $a(t)$ i $s(t)$ iz zadane funkcije $v(t)$, a ne na crtežima funkcija iz skripte. Treba odrediti v_0 , ako čestica za 7 s prijeđe 15 m, nacrtati sve funkcije i tangente trokutima u mjerilu, upisati i pokazati kako su određene sve vrijednosti na grafovima te kako su određene i ucrtane tangente.

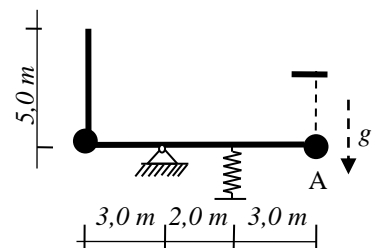


2. Objasniti svojstva i načine određivanja apsolutnih i relativnih polova brzina u kinematici mehanizama. Navesti i objasniti **zaključke** Kennedyevog teorema (ne traži se izvod teorema). Pokaži da to vrijedi na primjeru: Dvije ploče gibaju se u ravnini x,y. U promatranom trenutku poznate su koordinate točke A (10,5m ; 4,5m) i točke B (7,5m; 0,5m) na ploči I, i brzina $\vec{v}_A = 4,2\vec{i} - 2,4\vec{j} (m/s)$ i komponenta $\vec{v}_{By} = 1,2\vec{j} (m/s)$. U istom trenutku ploča II rotira se kutnom brzinom $\vec{\omega}_{II} = 2,4\vec{k} (r/s)$ tako da točka C(1,5m; 0,5m) na ploči II ima brzinu $\vec{v}_C = 12\vec{i} - 2,4\vec{j} (m/s)$. Treba odrediti koordinate apsolutnih polova i koordinate relativnog pola brzina promatranih ploča isključivo koristeći kinematička svojstva polova. Na crtežu treba **označiti** sve zadane točke i vektore, označiti pretpostavljene veličine i rješenja te grafički pokazati da vrijedi Kennedyev teorem.
3. Prikazati i objasniti izvod dokaza o ravnopravnosti izbora pomičnog ishodišta. Primijeniti pri određivanju brzina i ubrzanja točaka A, B i C na ploči koja se giba u ravnini XY. U promatranom trenutku poznati su položaji svih točaka: C(-3m; 3m), A se nalazi u ishodištu i ima brzinu $\vec{v}_A = 7\vec{i} (m/s) = \vec{c}const$, a točka B(4m;3m) ima poznatu y koordinatu vektora brzine $\vec{v}_{By} = 6\vec{j} (m/s)$ i smjer vektora ubrzanja $\vec{a}_B = a_B\vec{j} (m/s^2)$. Treba odrediti vektore i iznose brzina i ubrzanja zadanih točaka **isključivo** pomoću navedenog teorema!

4. Objasniti prvi i drugi Newtonov aksiom i njihovu primjenu pri analizi gibanja sustava čestica. Pokazati na rješenju zadatka: Tri kuglice zanemarivih dimenzija i mase $m_1=1,5 kg$, $m_2=3 kg$ i $m_3=4,5kg$, kruto su spojene na štap duljine $L=6,0m$ bez mase, kako je prikazano na crtežu. Štap s kuglicama miruje na glatkoj horizontalnoj podlozi u trenutku kad na česticu m_3 djeluje sila $F=72N$. Zadatak treba rješavati u **zadanom** koordinatnom sustavu te odrediti vektor i iznos ubrzanja kuglice 3, te iznos, vektor i položaj ukupne sile inercije sustava (prikazati na crtežu).



5. Pokazati postupke za određivanje diferencijalne jednadžbe oscilacija sustava s jednim stupnjem slobode, uz objašnjenje pretpostavki i značenja pojedinih oznaka. Primijeniti jedan od navedenih načina na određivanje diferencijalne jednadžbe slobodnih oscilacija čestice A u zadanom sustavu. Odrediti zakon slobodnih oscilacija čestice A, koje će nastati ako se ukloni pridržanje pri kojem opruga nije deformirana. Odrediti iznos maksimalne elastične sile. Krutost opruge je $k=5200N/m$. Masa štapova je $1,2kg/m^l$ a čestice imaju jednaku masu $m=2,0kg$.



SVI ZADACI NOSE JEDNAKI BROJ BODOVA: 20 x 5=100

NAPOMENA:

Rješenja zadataka moraju biti pregledna i trebaju sadržavati potrebne skice s oznakama koje se koriste u računu. Prije uvrštavanja napisati zakon koji se koristi u općem obliku (npr. $\Delta E_K = \Sigma W_{1,2}$). Svaki zadatak početi na novoj stranici te na kraju zadatka pregledno iskazati tražena rješenja.