

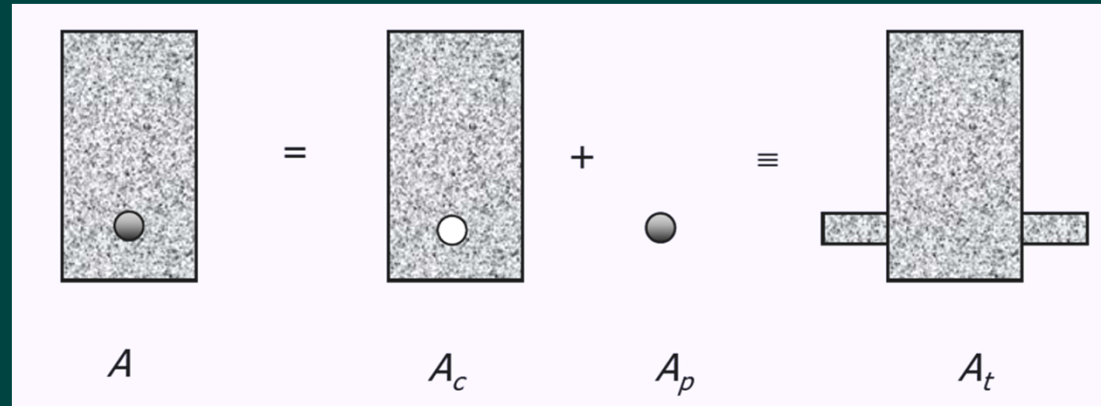
PREDNAPETI BETON



– 3 –

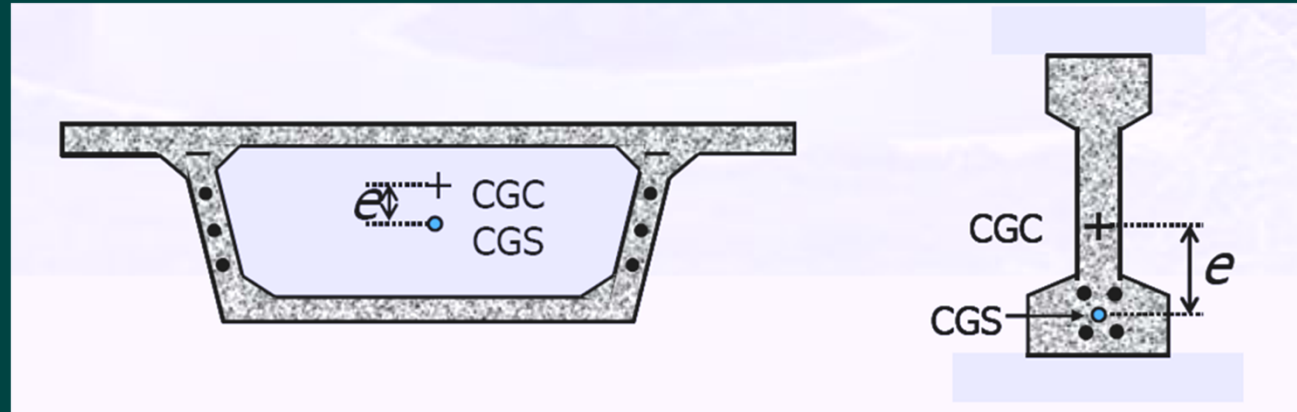
**SILA PREDNAPINJANJA, TRENUTNI I
VREMENSKI GUBITCI**

GEOMETRIJSKE KARAKTERISTIKE



- A_c površina betonskog presjeka (neto površina poprečnog presjeka betona iz koje je izuzet presjek natega)
- A_p površina natega odnosno čelika za prednapinjanje
- A poprečni presjek prednapetog elementa
- A_t transformirani poprečni presjek (presjek u kojem je čelik zamijenjen odgovarajućom površinom betona)
 $= A_c + mA_p = A + (m-1)A_p$
- m odnos modula elastičnosti E_p/E_c
- E_c modul elastičnosti betona
- E_p modul elastičnosti čelika

GEOMETRIJSKE KARAKTERISTIKE



- **CGC** težište betonskog presjeka
- **CGS** težište prednapetog čelika
- **I** moment inercije poprečnog presjeka prednapetog el. (oko **CGC**)
- **I_t** moment inercije transformiranog presjeka (oko težišta transformiranog presjeka)
- **e** ekscentricitet težišta prednapetog čelika prema težištu betonskog presjeka,
ako je **CGC** iznad **CGS**: **e** se uzima s +,
ako je **CGC** ispod **CGS**: **e** se uzima s -

SILA PREDNAPINJANJA

□ MAXIMALNA SILA U KABELU NEPOSREDNO NAKON PREDNAPINJANJA

$$P_0 = A_p \cdot \sigma_{p0,max} \text{ gdje je: } \sigma_{p0,max} = \begin{cases} 0,80 \cdot f_{pk} \\ 0,90 \cdot f_{p0,1k} \end{cases} \text{ (manja vrijednost je mjerodavna)}$$

- A_p poprečni presjek natege
- $\sigma_{p0,max}$ maksimalno naprezanje u natezi tijekom prednapinjanja

SILA PREDNAPINJANJA

▣ SILA U KABELU

- NAKON PREDNAPINJANJA I SIDRENJA (naknadno prednapinjanje)
- ODNOSNO NAKON PRIJENOSA NAPREZANJA (prethodno prednapinjanje)

$$P_{m0} = A_p \cdot \sigma_{pm0} \text{ gdje je: } \sigma_{pm0} = \begin{cases} 0,75 \cdot f_{pk} \\ 0,85 \cdot f_{p0,1k} \end{cases} \text{ (manja vrijednost je mjerodavna)}$$

- Maksimalna sila – trenutni gubitci
- A_p poprečni presjek natege (kabela)
- σ_{pm0} maksimalno naprezanje u natezi nakon prednapinjanja odnosno nakon prijenosa sile na beton

SILA PREDNAPINJANJA

▣ SILA U KABELU U NEKOM TRENUTKU UPORABE

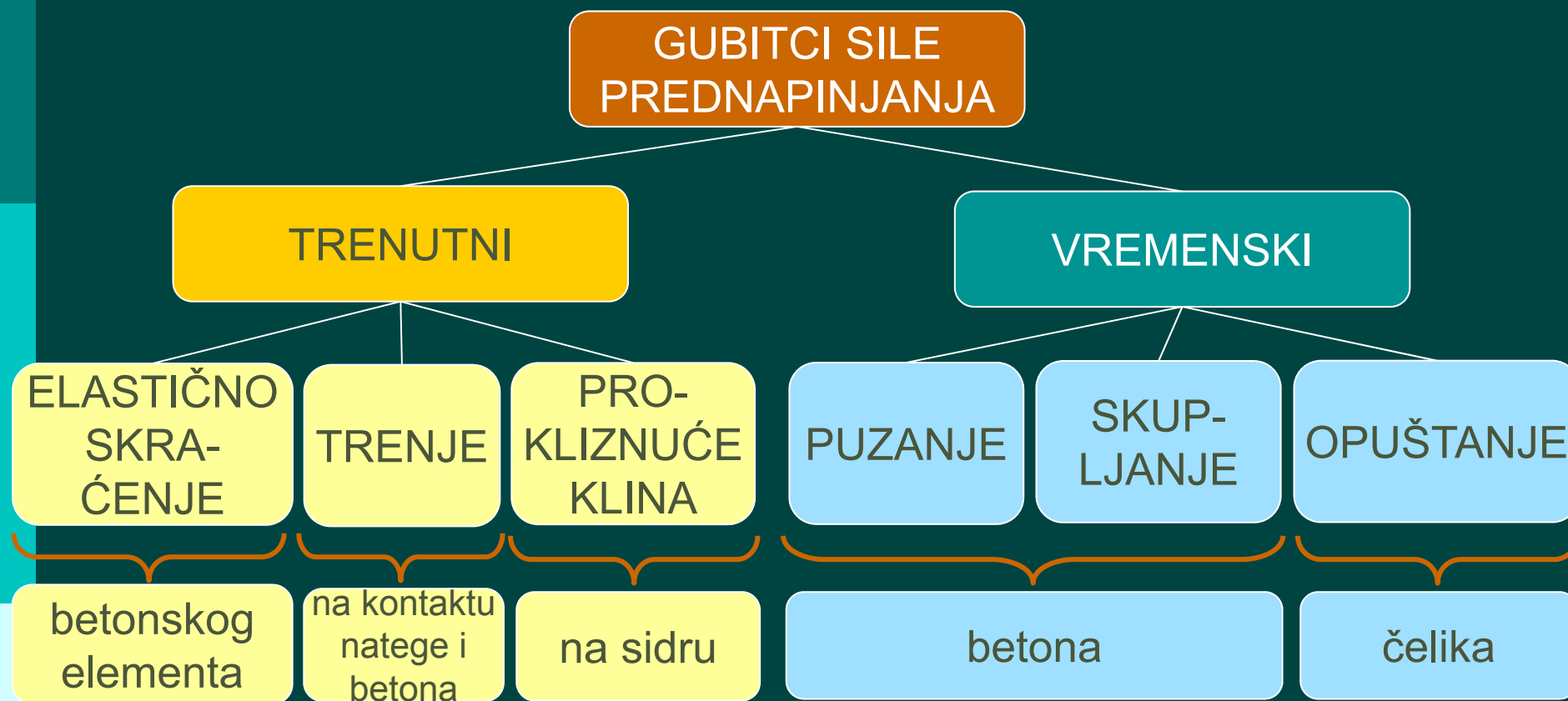
$$P_{m,t} = P_{m0} - \Delta P_{c+s+r}$$

■ ΔP_{c+s+r}

vremenski gubitci od

- ▣ puzanja (creep),
- ▣ skupljanja (shrinkage)
- ▣ i otpuštanja (relaxation)

GUBITCI SILE PREDNAPINJANJA



- Trenutni gubitci događaju se tijekom prednapinjanja natega i prijenosa prednaprezanja na betonski element

- Vremenski gubitci događaju se tijekom uporabe prednapetog betonskog elementa

TRENUTNI GUBITCI

□ KOD PRETHODNOG PREDNAPINJANJA

■ Tijekom prednapinjanja:

- gubitak usljed trenja na zakrivljenim dijelovima (ako su žice ili užad u krivini, trenje između užeta i skretnika) i
- gubitak od prokliznuća klina na sidru

■ Prije prijenosa sile na beton:

- gubitak usljed opuštanja kabela tijekom perioda od samog prednapinjanja do prijenosa sile na beton

■ Tijekom prijenosa sile na beton:

- gubitak usljed elastičnog skraćanja betona zbog djelovanja prednapetih kabela kada se otpuste na sidrima

□ KOD NAKNADNOG PREDNAPINJANJA

- Gubitci od trenutnih deformacija betona
- Gubitci od trenja
- Gubitci na sidru

ELASTIČNO SKRAĆENJE

■ KOD PRETHODNOG PREDNAPINJANJA

- Kada se užad presječe i sila prednapinjanja prenese na betonski element, beton doživljava trenutno skraćenje od prednapinjanja



■ KOD NAKNADNOG PREDNAPINJANJA

- Ako postoji samo jedan kabel nema gubitka jer se primijenjeno prednaprezanje unosi nakon elastičnog skraćenja elementa
- Za više od jednog kabela, kada se kable napinju jedan za drugim, događa se gubitak u kabelu tijekom rastezanja sljedećih kabela



ELASTIČNO SKRAĆENJE

- NORMIRANI IZRAZ ZA GUBITAK PREDNAPINJANJA USLJED SKRAĆENJA BETONA U POJEDINOM KABELU

$$\Delta P_{el} = A_p \cdot E_p \cdot \sum \left[\frac{j \cdot \Delta \sigma_c(t)}{E_{cm}(t)} \right]$$

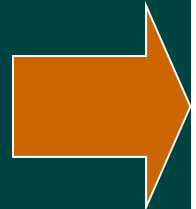
- $\Delta \sigma_c(t)$ promjena naprezanja u težištu kabela u trenutku t
- j koeficijent koji iznosi:
 - $(n-1)/2n$, gdje je n broj kabela koji se prednapinju jedan za drugim. Približno se uzima $\frac{1}{2}$
 - 1 za promjene stalnog opterećenja nakon prednapinjanja

ELASTIČNO SKRAĆENJE

□ TEORETSKO OBJAŠNJENJE i PRIBLIŽNI IZRAZI

- Definira se kao gubitak prednaprezanja (Δf_p) u kabelu usljed promjene deformacije kabela ($\Delta \varepsilon_p$).
- Pretpostavlja se da je, usljed sile prednapinjanja, promjena deformacije u kabelu jednaka deformaciji betona (ε_c) na razini kabela.
- Deformacija u betonu na razini kabela dobiva se iz naprezanja u betonu (f_c) na istoj razini.
- Pojednostavnjeno, gubitak u svim kabelima može se proračunati na temelju naprezanja u betonu na razini težišta prednapetog čelika CGS.
- Gornja pretpostavka ne vrijedi za naprezanje kabela jednog za drugim u naknadno prednapetim elementima.

$$\begin{aligned}\Delta f_p &= E_p \Delta \varepsilon_p \\ &= E_p \varepsilon_c \\ &= E_p \left(\frac{f_c}{E_c} \right) \\ \Delta f_p &= m f_c\end{aligned}$$

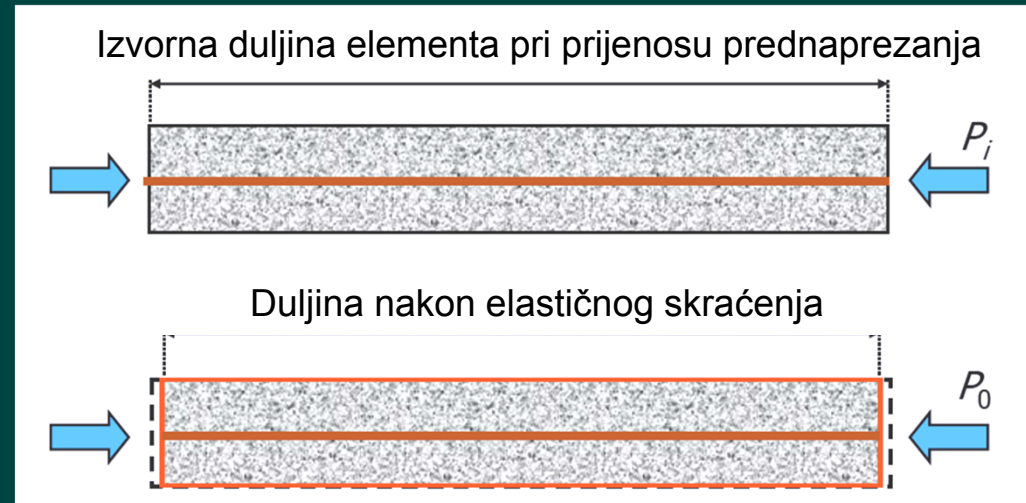


ELASTIČNO SKRAĆENJE

□ CENTRIČNO PRETHODNO PREDNAPETI ELEMENTI

- Gubitak se može izraziti sa:

$$\begin{aligned}\Delta f_p &= m f_c \\ &= m \left(\frac{P_0}{A_c} \right) \\ \Delta f_p &= m \left(\frac{P_i}{A_t} \right) \approx m \left(\frac{P_i}{A} \right)\end{aligned}$$



- P_i = početna (inicijalna) sila prednapinjanja na preši
- P_0 = sila prednapinjanja nakon trenutnog gubitka
- Naprezanje u betonu od sile prednapinjanja nakon trenutnog gubitka P_0/A_c izjednačava se se naprezanjem u transformiranom presjeku usljed početnog prednapinjanja P_i/A_t (vidi sljedeći slajd)
- Transformirana površina poprečnog presjeka A_t aproksimira se s ukupnom površinom presjeka A .

ELASTIČNO SKRAĆENJE

□ CENTRIČNO PRETHODNO PREDNAPETI ELEMENTI

□ Deformacija u betonu od elastičnog skraćenja ϵ_c je razlika

- početne deformacije čelika ϵ_{pi} i
- preostale deformacije u čeliku ϵ_{p0}

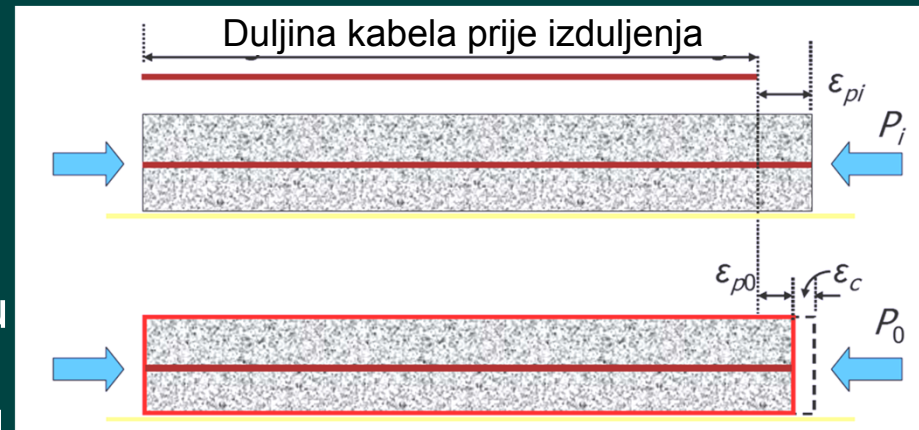
$$\epsilon_c = \epsilon_{pi} - \epsilon_{p0}$$

□ Deformacije se izražavaju pomoću odgovarajućih sila prednapinjanja

$$\epsilon_c = \frac{P_0}{A_c E_c}$$

$$\epsilon_{pi} = \frac{P_i}{A_p E_p}$$

$$\epsilon_{p0} = \frac{P_0}{A_p E_p}$$



□ Uvrštavanjem se dobiva:

$$\frac{P_0}{A_c E_c} = \frac{P_i}{A_p E_p} - \frac{P_0}{A_p E_p} \Rightarrow P_0 \left(\frac{1}{A_c E_c} + \frac{1}{A_p E_p} \right) = \frac{P_i}{A_p E_p} \Rightarrow P_0 \left(\frac{m}{A_c} + \frac{1}{A_p} \right) = \frac{P_i}{A_p} \Rightarrow \frac{P_0}{A_c} = \frac{P_i}{mA_p + A_c} \Rightarrow \frac{P_0}{A_c} = \frac{P_i}{A_t}$$

□ Dakle naprezanje u betonu od sile prednapinjanja nakon trenutnog gubitka P_0/A_c može se izjednačiti s naprezanjem transformiranog presjeka od početne sile prednapinjanja P_i/A_t

ELASTIČNO SKRAĆENJE

□ EKSCENTRIČNO PRETHODNO PREDNAPETI ELEMENTI



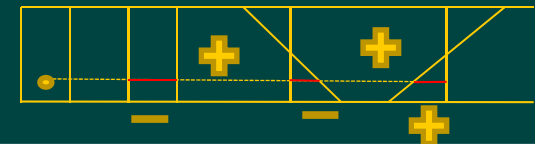
- Usljed vl. težine naprezanja u betonu su promjenljiva po duljini elementa

- Za konzervativnu procjenu gubitka prema izrazu

$$\Delta f_p = m f_c \quad (\text{slajd 11})$$

maksimalno naprezanje u betonu na razini **CGS** (težište prednapetog kabela) uzima se:

- M_{sw} moment u sredini raspona od vlastite težine
- Ekscentricitet e od CGS pretpostavljen je konstantnim



$$f_c = -\frac{P_i}{A} - \frac{P_i e \cdot e}{I} + \frac{M_{sw} e}{I}$$

- Za velike elemente, gubitak će se točnije proračunati na temelju deformacije betona na razini CGS (*vidi eksc. naknadno prednap.*)

ELASTIČNO SKRAĆENJE

□ CENTRIČNO NAKNADNO PREDNAPETI ELEMENTI

- Za više od jednog kabela, kada se kabeli napinju jedan za drugim, događa se gubitak u kabelu tijekom rastezanja sljedećih kabela.
- Gubitak u svakom kabelu se računa progresivnim redoslijedom.
- Približni proračun gubitaka radi se tako da se gubitak u prvom kabelu odredi precizno, a pola te vrijednosti koristi se kao prosječni gubitak za sve kabele:

$$\begin{aligned}\Delta f_p &= \frac{1}{2} \Delta f_{p1} \\ &= \frac{1}{2} m f_{c1} \\ &= \frac{1}{2} m \sum_{j=2}^n \frac{P_{i,j}}{A}\end{aligned}$$

- P_{ij} je početna sila u kabelu j
- n je broj kabela
- Eksenciticitet pojedinih kabela je zanemaren

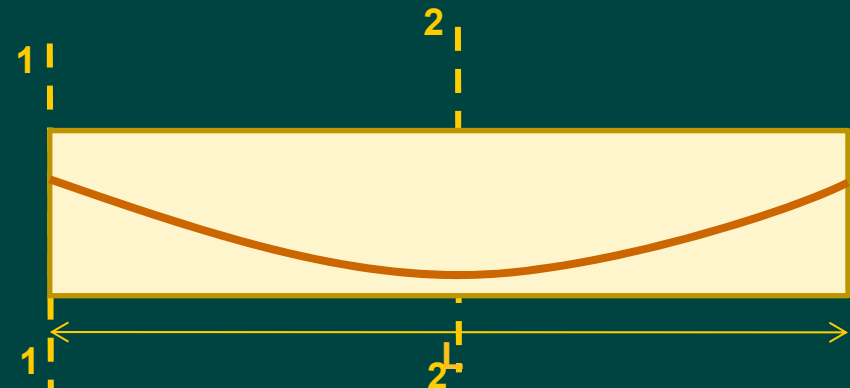
ELASTIČNO SKRAĆENJE

□ EKSCENTRIČNO NAKNADNO PREDNAPETI ELEMENTI

- Kod zakrivljenih je kabela ekscentricitet za CGS, a tako i naprezanje u betonu na razini CGS promjenljivo po dužini elementa.
- Može se ipak primijeniti približno naprezanje u betonu za parabolični oblik kabela:

$$f_{c,avg} = f_{c1} + \frac{2}{3}(f_{c2} - f_{c1})$$

- f_{c1} naprezanje u betonu na kraju elementa
- f_{c2} naprezanje u betonu u sredini raspona elementa

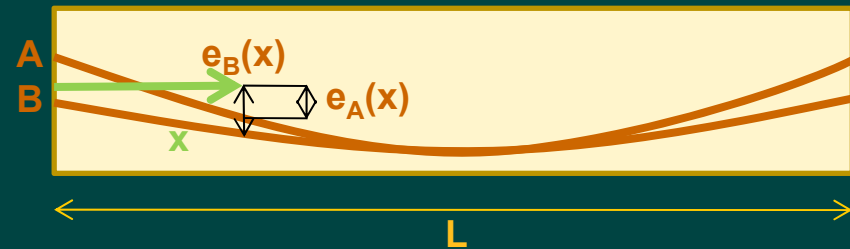


ELASTIČNO SKRAĆENJE

□ EKSCENTRIČNO NAKNADNO PREDNAPETI ELEMENTI

□ Precizniji proračun gubitaka podrazumijeva proračun deformacije u betonu na razini CGS.

□ Primjer: greda s dva kabela paraboličnog oblika A i B, kabel B se napinje nakon kabela A



□ Gubitak u kabelu A zbog elastičnog skraćenja tijekom prednapinjanja kabela B iznosi:

- ϵ_c deformacija na razini kabela A
- ϵ_{c1} komponenta od čistog tlaka
- ϵ_{c2} komponenta od savijanja

$$\begin{aligned}\Delta f_p &= E_p \epsilon_c \\ &= E_p [\epsilon_{c1} + \epsilon_{c2}]\end{aligned}$$

$$\epsilon_{c1} = \frac{P_B}{AE_c}$$

$$\begin{aligned}\epsilon_{c2} &= \frac{\delta L}{L} = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{P_B \cdot e_B(x) \cdot e_A(x)}{IE_c} dx \\ &= \frac{P_B}{E_c L I} \int_0^L e_B(x) \cdot e_A(x) dx\end{aligned}$$

- P_B sila prednapinjanja u kabelu B
- $e_A(x)$, $e_B(x)$ ekscentriciteti kabela A i B, na udaljenosti x s lijeva
- δL promjena duljine grede

ELASTIČNO SKRAĆENJE

□ EKSCENTRIČNO NAKNADNO PREDNAPETI ELEMENTI

- Ekscentriciteti kabela mogu se izraziti sa:

$$e_A(x) = e_{A1} + 4\Delta e_A \frac{x}{L} \left(1 - \frac{x}{L}\right)$$
$$e_B(x) = e_{B1} + 4\Delta e_B \frac{x}{L} \left(1 - \frac{x}{L}\right)$$

- gdje je:

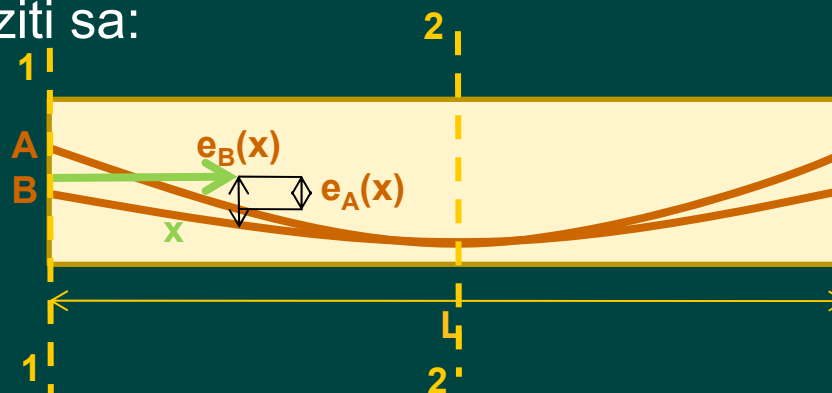
$$\Delta e_A = e_{A2} - e_{A1}$$

$$\Delta e_B = e_{B2} - e_{B1}$$

- e_{A1}, e_{A2} ekscentriciteti kabela A na kraju (1) i u sredini grede (2)
- e_{B1}, e_{B2} ekscentriciteti kabela B na kraju (1) i u sredini grede (2)

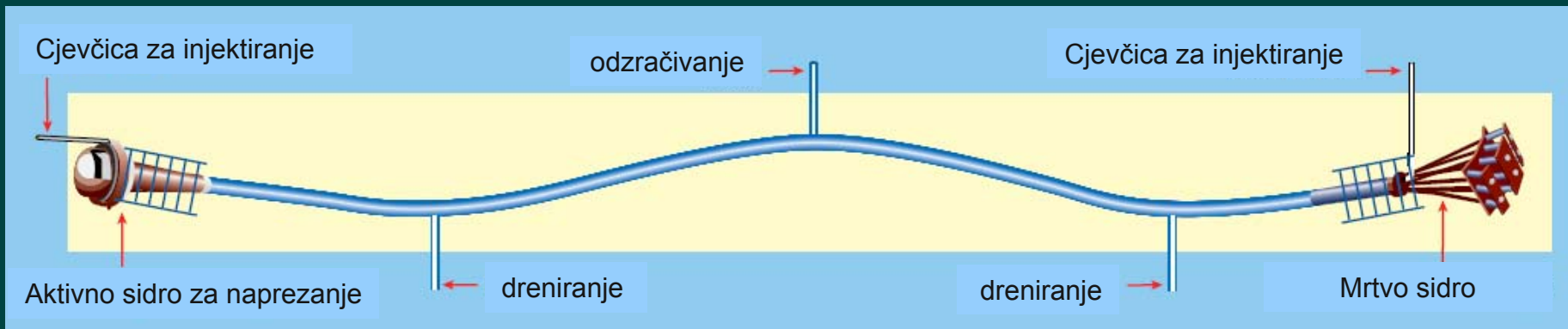
- Nakon uvrštavanja i proračuna komponenta deformacije od savijanja je:

$$\epsilon_{c2} = \frac{P_B}{E_c I} \left[\frac{1}{5} e_{A1} e_{B1} + \frac{2}{15} (e_{A1} e_{B2} + e_{A2} e_{B1}) + \frac{8}{15} e_{A2} e_{B2} \right]$$



TRENJE

- Trenje koje se javlja na dodirnoj površini betona i čelika tijekom prednaprezanja zakrivljenog kabela u elementu koji se naknadno prednapinje, vodi ka gubitku prednaprezanja duž elementa od kraja koji se rasteže.
- Gubitak usljed trenja ne događa se u prethodno prednapetim elementima jer kabel nema kontakta s betonom tijekom prednapinjanja.



- Gubitak usljed trenja se javlja zbog zakrivljenosti kabela i vertikalne komponente sile prednapinjanja te promjene pozicije kabela duž cijevi tijekom rastezanja.

TRENJE

- NORMIRANI IZRAZ ZA GUBITAK PREDNAPINJANJA USLJED TRENJA U NAKNADNO PREDNAPETIM KABELIMA

$$\Delta P_{\mu}(x) = P_{\max} (1 - e^{-\mu(\theta + kx)})$$

- θ zbroj kutnih pomaka na duljini x (bez obzira na smjer ili predznak), za slučaj vođenja natega po paraboli: $\theta(x) = x \cdot 8 \cdot f_i / l_{tot}^2$
- μ koeficijent trenja između kabela i cijevi
- k koeficijent nenamjerne zakrivljenosti za unutarnje kabele (po jediničnoj duljini)
- x je udaljenost duž kabela od mjesta gdje je sila prednapinjanja maksimalna (sila na aktivnom rubu tijekom prednapinjanja)

TRENJE

□ NORMIRANI IZRAZ ZA GUBITAK PREDNAPINJANJA USLJED TRENJA U NAKNADNO PREDNAPETIM KABELIMA

- μ koeficijent trenja između kabela i cijevi ovisi o:
 - površinskim svojstvima kabela i cijevi,
 - prisutnosti rđe
 - produljenju kabela i
 - profilu kabela
- Vrijednosti koje se mogu pretpostaviti u nedostatku tehničkog rješenja (za unutarnje naknadno prednapete kabele i vanjske slobodne kabele)

	Unutarnji kabele koji ispunjavaju polovinu cijevi	Vanjski slobodni kabele			
		Čelična cijev ne premazana	Plastična cijev ne premazana	Čelična cijev premazana	Plastična cijev premazana
Hladno vučena žica	0,17	0,25	0,14	0,18	0,12
Uže	0,19	0,24	0,12	0,16	0,10
Deformirana šipka	0,65	-	-	-	-
Glatka okrugla šipka	0,33	-	-	-	-

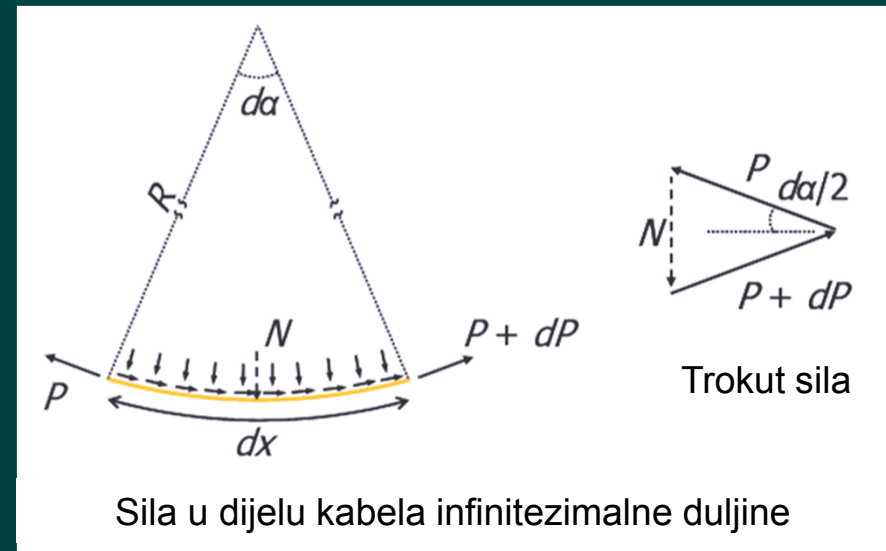
TRENJE

- NORMIRANI IZRAZ ZA GUBITAK PREDNAPINJANJA USLJED TRENTA U NAKNADNO PREDNAPETIM KABELIMA
 - **k** koefic. nenamjerne zakrivljenosti za unutarnje kabele (po jediničnoj duljini) ovisi o:
 - kvaliteti izvedbe
 - razmaku pridržanja kabela
 - vrsti cijevi ili obloge
 - stupnju vibriranja koje se koristi pri betoniranju
 - Vrijednosti koje se mogu pretpostaviti u nedostatku tehničkog rješenja
 $0,0005 < k < 0,01$ po metru

TRENJE

- TEORETSKO OBJAŠNENJE I PRIBLIŽNI IZRAZI
- Iako je kabel paraboličnog oblika zakrivljenost se može aproksimirati oblikom kružnice.

- **P** sila prednapinjanja na udaljenosti x od kraja koji se rasteže
- **R** radijus zakrivljenosti
- $d\alpha$ infinitezimalni kut



- Trenje je proporcionalno s:
 - Koeficijentom trenja μ između cijevi i čelika
 - Rezultantom vertikalne reakcije betona na kabel **N** koja se događa usljed zakrivljenosti

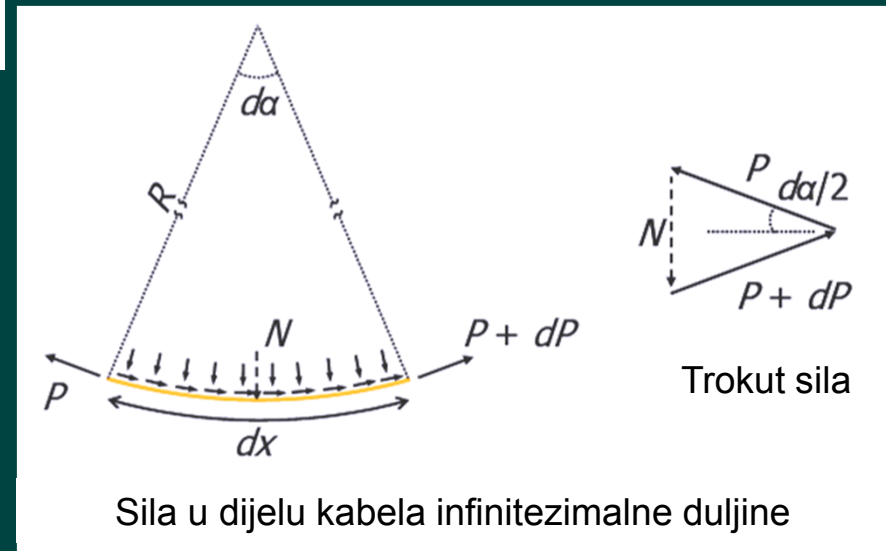
TRENJE

- Iz ravnoteže sila u trokutu sila:

$$N = 2P \sin \frac{d\alpha}{2} \gg 2P \frac{d\alpha}{2} = P d\alpha$$

- Trenje po duljini **dx** iznosi:

$$\mu N = \mu P d\alpha$$



- Gubitak od trenja **dP** dakle ovisi o:

- koeficijentu trenja **μ**,
- zakrivljenosti kabla **dα** i
- veličini sile prednapinjanja **P**

TRENJE

- Na nenamjerne zakrivljenosti kabela utjecat će:
 - krutost obloge / cijevi
 - promjer obloge / cijevi
 - razmak pridrživača cijevi
 - vrsta kabela
 - vrsta konstrukcije
- Trenje od nenamjernih zakrivljenosti proporcionalno je:
 - Duljini kabela
 - Sili prednapinjanja
- Za kabel duljine **dx** trenje od nenamjernih zakrivljenosti izražava se s **$kPdx$** :
 - **k** koefic. nenamjerne zakrivljenosti
 - duljina kabela **dx** i
 - veličini sile prednapinjanja **P**

TRENJE

- Iz ravnoteže sila u kabelu za horizontalni smjer, vrijedi:

$$P = P + dP + (\mu P d\alpha + k P dx)$$

- Dakle cjelokupni gubitak prednapinjanja dP na duljini dx :

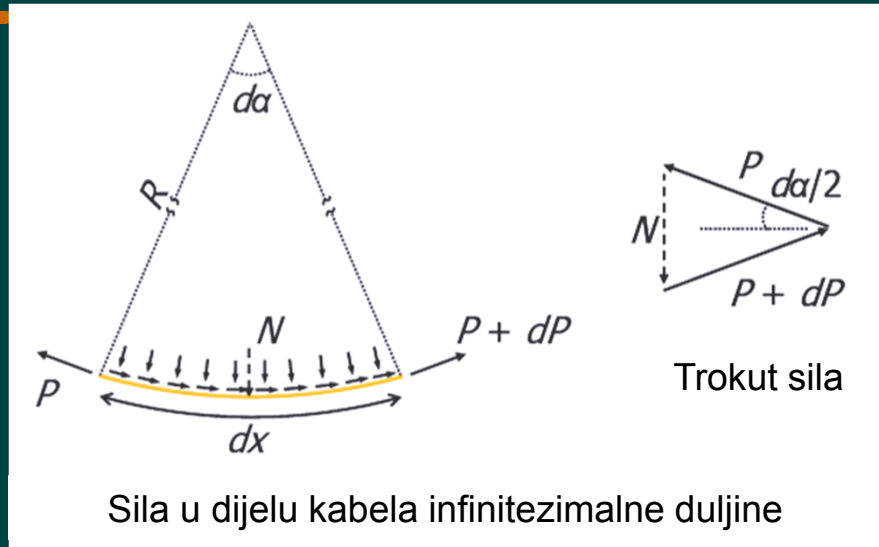
$$dP = -(\mu P d\alpha + k P dx)$$

- Rješenje diferencijalne jednadžbe kako bi se izrazila sila prednapinjanja P u ovisnosti o udaljenosti x :

$$\int_{P_0}^{P_x} \frac{dP}{P} = - \left(\mu \int_0^{\alpha} d\alpha + k \int_0^x dx \right) \Rightarrow \ln P \Big|_{P_0}^{P_x} = -(\mu \alpha + kx) \Rightarrow \ln \frac{P_x}{P_0} = -(\mu \alpha + kx) \Rightarrow P_x = P_0 e^{-(\mu \alpha + kx)}$$

- gdje je P_0 sila prednapinjanja na kraju koji se napinje nakon gubitka od elastičnog skraćanja
- Za male vrijednosti, gornji se izraz može pojednostaviti (razvoj u Taylorov red):

$$P_x = P_0 (1 - \mu \alpha - kx)$$

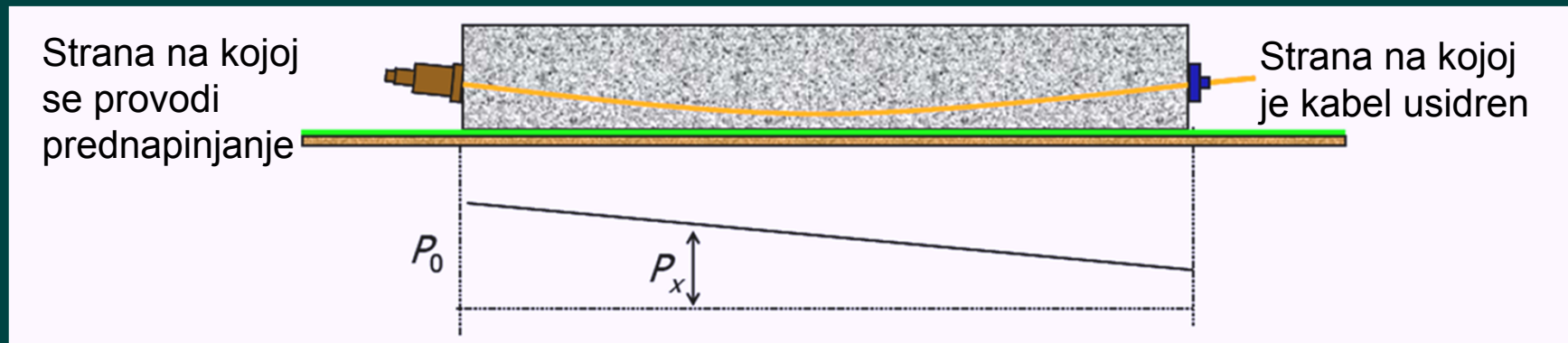


TRENJE

- Za male vrijednosti , gornji se izraz može pojednostaviti (razvoj u Taylorov red):

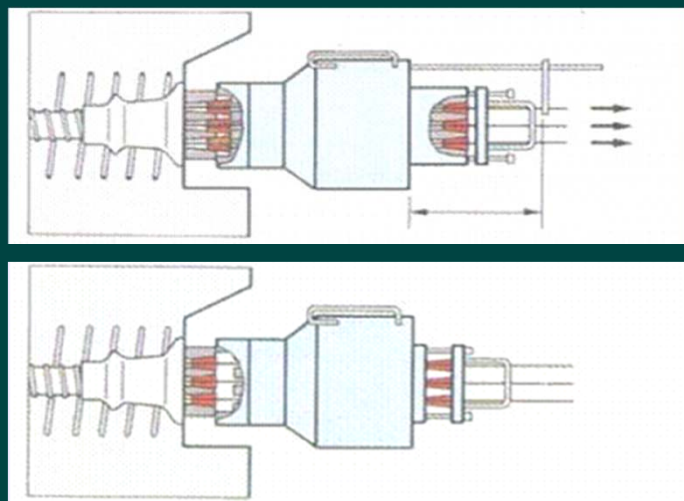
$$P_x = P_0 (1 - \mu\alpha - kx)$$

- Za kabel s jednostrukom zakrivljenošću, promjena sile prednapinjanja je linearna s udaljenošću od kraja kabela koji se prednapinje



PROKLIZNUĆE SIDRA

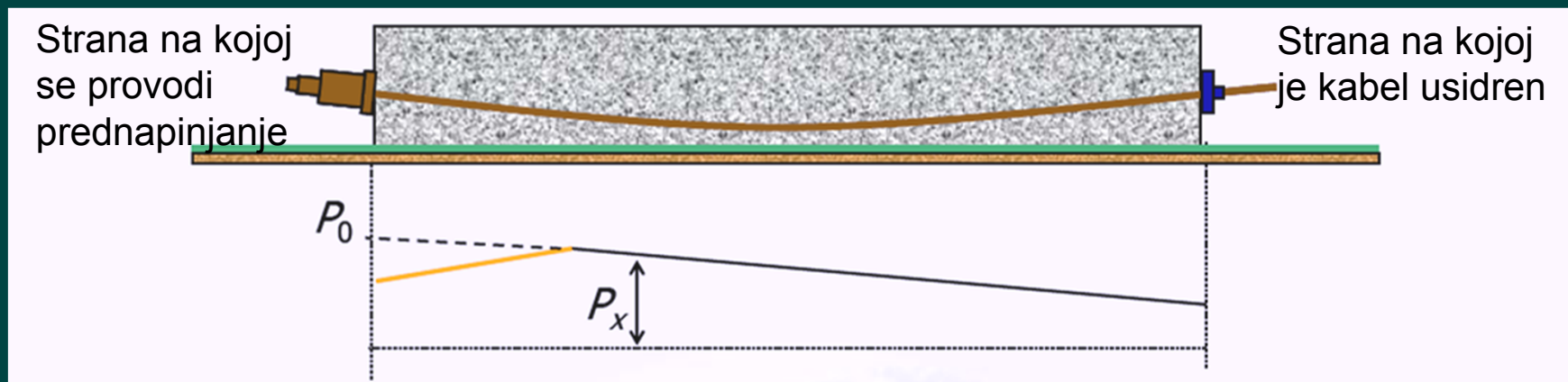
- ❑ U naknadno prednap. elem., kada se prednaprezanje prenosi na beton, klinovi prokližu na maloj duljini prije nego se uglave u stožastu rupu.
- ❑ Sidreni blok također se pomakne prije nego se namjesti u betonu.
- ❑ Posljedica je smanjenje duljine kabela pa slijedi gubitak prednaprezanja.
- ❑ Ukupno prokliznuće sidra ovisi o tipu sustava za sidrenje.
- ❑ Potrebni su podatci od proizvođača, u nedostatku kojih se mogu primjeniti vrijednosti:



Tipične vrijednosti prokliznuća	
Sustav sidrenja	Prokliznuće sidra
Sustav Freyssinet	
12 ø 5 mm užadi	4 mm
12 ø 8 mm užadi	6 mm
Sustav Magnel	8 mm
Sustav Dywidag	1 mm

PROKLIZNUĆE SIDRA

- ❑ Usljed namještanja sidrenog bloka, dok se kabel krati, pojavljuje se promjena sile prednapinjanja suprotnog smjera smanjenja od onog usljed trenja.
- ❑ Učinak prokliznuća sidra djelotvoran je do određene duljine.



Dijagram promjene sile prednapinjanja

□ Promjena sile prednapinjanja duž prednapetog elementa:

- usljed trenja na udaljenosti x od kraja koji se prednapinje:

$$P_x = P_0 e^{-\eta x}$$

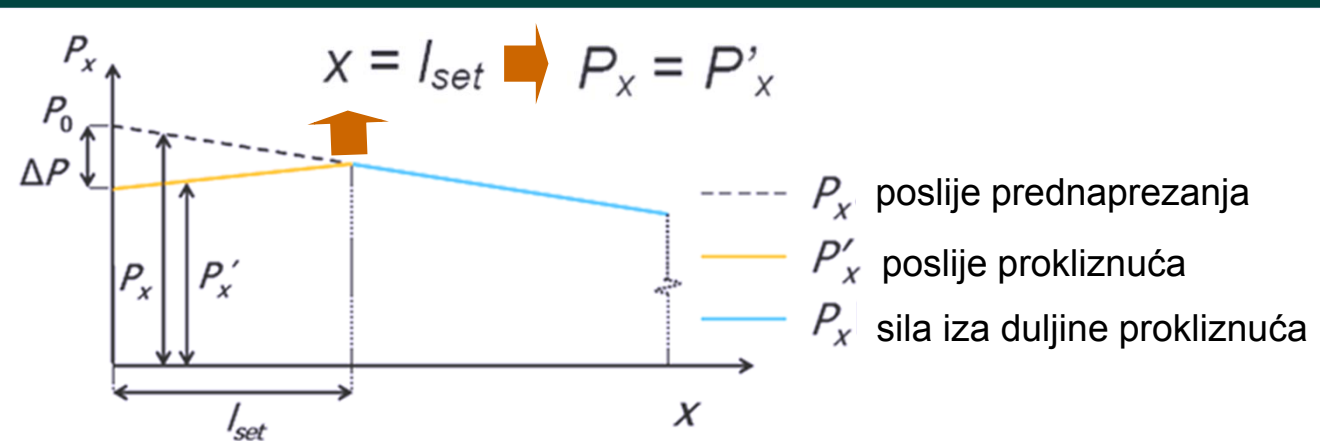
- gdje je ukupni učinak trenja između kabela i ispune cijevi i usljed nenamjerne zakrivljenosti

$$\eta x = \mu \alpha + kx$$

- + usljed namještanja sidrenog bloka na duljini l_{set} uz pad sile ΔP na kraju:

$$P'_x = (P_0 - \Delta P) e^{\eta' x}$$

- gdje je η' analogan η za trenje



Dijagram promjene sile blizu kraja kabela koji se prednapreže

Dijagram promjene sile prednapinjanja

- Rješavanje jednačbi za $x = l_{\text{set}}$ uz pretpostavku da je $\eta' = \eta$

$$P_x = P'_x \Rightarrow P_0 e^{-\eta l_{\text{set}}} = (P_0 - \Delta P) e^{\eta' l_{\text{set}}} \Rightarrow P_0 e^{-(\eta + \eta') l_{\text{set}}} = P_0 - \Delta P \Rightarrow P_0 [1 - (\eta + \eta') l_{\text{set}}] = P_0 - \Delta P$$

$$\Delta P = P_0 (\eta + \eta') l_{\text{set}} = P_0 \eta l_{\text{set}} \left(1 + \frac{\eta'}{\eta} \right) \Rightarrow \Delta P = 2 P_0 \eta l_{\text{set}}$$

- Veza duljine prokliznuća l_{set} i samog prokliznuća Δs uz $\eta' = \eta$

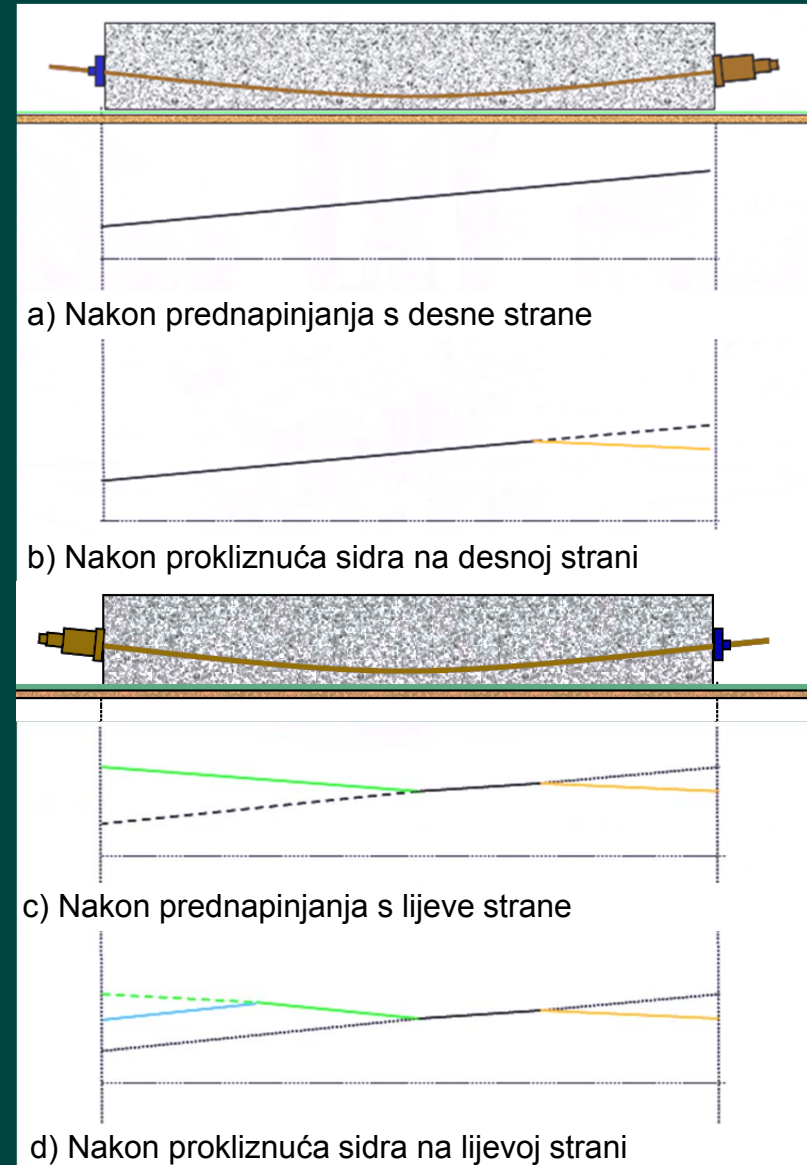
$$\Delta_s = \frac{1}{2} \frac{\Delta P}{A_p E_p} l_{\text{set}} \Rightarrow \Delta_s = \frac{1}{2} \frac{l_{\text{set}}}{A_p E_p} P_0 \eta l_{\text{set}} \left(1 + \frac{\eta'}{\eta} \right)$$

$$l_{\text{set}}^2 = \Delta_s \frac{2 A_p E_p}{P_0 \eta \left(1 + \frac{\eta'}{\eta} \right)} = \frac{\Delta_s A_p E_p}{P_0 \eta} \Rightarrow l_{\text{set}} = \sqrt{\frac{\Delta_s A_p E_p}{P_0 \eta}}$$

Gubitak prednapinjanja po
jediničnoj duljini usljed trenja

Dijagram promjene sile prednapinjanja

- ❑ Ovaj dijagram primjenjuje se kada se prednapinjanje primjenjuje na obje strane kabela.
- ❑ Prednapinjanje se radi istovremeno s obje strane ili u fazama.
- ❑ Konačna promjena sile je ujednačenija nego kod prednapinjanja s jedne strane.



Dijagram promjene sile prednapinjanja

- a) Početno naprezanja na desnoj strani je visoko kako bi se nadoknadilo prokliznuće sidra.

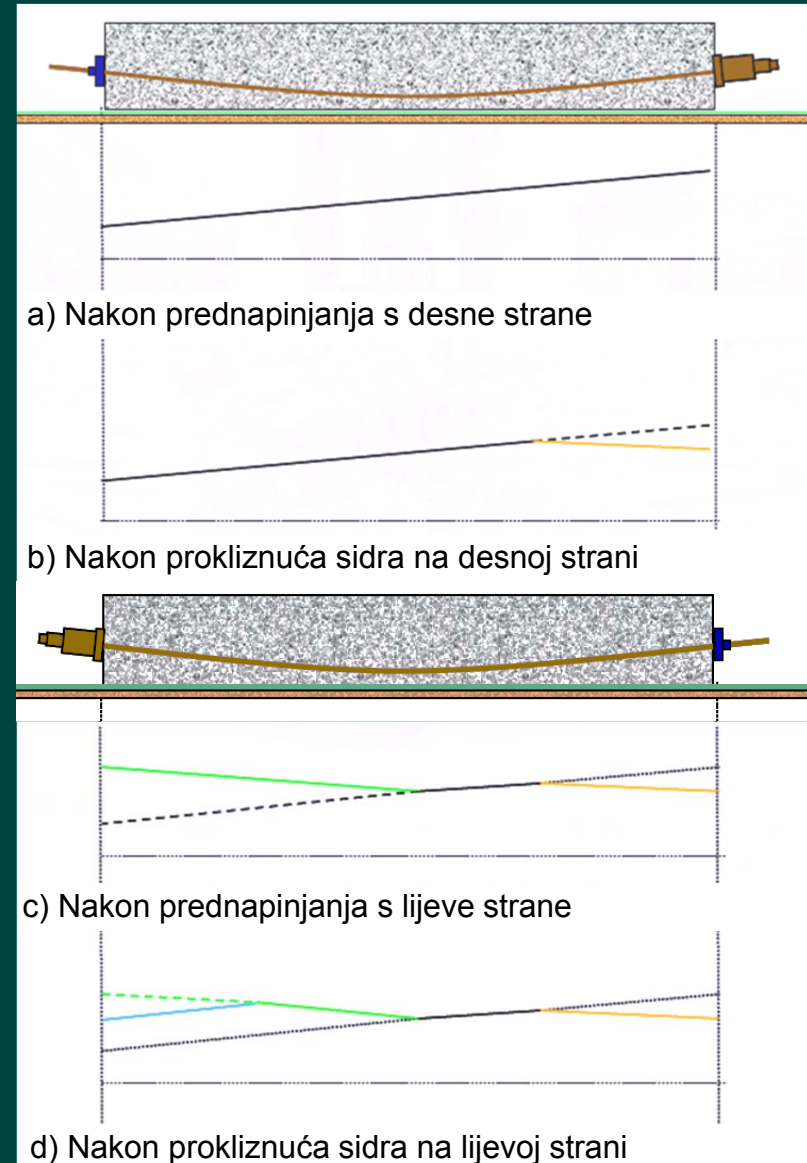
Odgovara otprilike $0,8 f_{pk}$.

Dijagram promjene sile prednapinjanja je linearan

- b) Nakon prokliznuća sidra, dijagram opada blizu desnog ruba na duljini l_{set} .

- c) Početno naprezanja na lijevoj strani iznosi otprilike $0,8 f_{pk}$.

- d) Nakon prokliznuća sila opada blizu lijevog ruba na duljini l_{set} .



VREMENSKI GUBITCI – teoretski kratki pregled

- **PUZANJE** je povećanje deformacije betona u vremenu pod konst. opt.
 - Konačna defomacija puzanja može se (kada je naprezanje u betonu $< 1/3 f_{ck}$) izraziti sa: $\varepsilon_{cr,ult} = \theta \varepsilon_{el}$
 - Gubitak prednapinjanja usljed puzanja: $\Delta f_p = E_p \varepsilon_{cr, ult}$
 - Za proračun gubitka valja razmotriti sljedeće:
 - Puzanje se javlja samo usljed konstantnog, stalno prisutnog, opterećenja. Povremena opterećenja nisu mjerodavna.
 - Kako prednaprezanje može biti promjenljivo duž elementa, valja u proračunu uzimati srednju vrijednost prednapinjanja.
 - Promjene prednaprezanja od puzanja vezane su uz istovremenu vrijednost prednaprezanja, dakle proračun valja svesti na male vremenske korake.
- **SKUPLJANJE** je stezanje betona usljed gubitka vlage.
 - Gubitak prednapinjanja usljed skupljanja: $\Delta f_p = E_p \varepsilon_{sh}$
- **OPUŠTANJE** je smanjenje naprezanja čelika u vremenu pod konst. defor.

VREMENSKI GUBITCI – teoretski kratki pregled

- PUZANJE
- SKUPLJANJE
- OPUŠTANJE

međusobno su ovisni

proračun se provodi
u diskretnim vremenskim koracima

rezultat na kraju svakog koraka primjenjuje se za
proračun u sljedećem koraku

- Pregled proračuna u koracima koji je 1975. predložio PCI (Precast/Prestressed Concrete Institute):

	POČETAK	KRAJ
1	Prethodno naprezanje: sidrenje čelika Naknadno naprezanje: završetak betoniranja	Starost pri prednapinjanju
2	Kraj koraka 1	30 dana nakon prednapinjanja ili trenutak izlaganja dodatnom opterećenju
3	Kraj koraka 2	1 godina uporabe
4	Kraj koraka 3	Kraj životnog vijeka

VREMENSKI GUBITCI

■ KOD PRETHODNOG I NAKNADNOG PREDNAPINJANJA

mogu se proračunati uzimajući u obzir dvije mogućnosti smanjenja naprezanja :

- usljed smanjenja deformacije, izazvanog deformiranjem betona od puzanja i skupljanja pod stalnim opterećenjem
- smanjenje naprezanja u čeliku usljed opuštanja pod vlakom

■ Opuštanje čelika ovisno je o deformaciji betona usljed puzanja i skupljanja. Ovo se međudjelovanje može približno uzeti u obzir koeficijentom smanjenja 0,8.

VREMENSKI GUBITCI

- NORMIRANI IZRAZ ZA GUBITAK PREDNAPINJANJA USLJED PUZANJA I SKUPLJANJA BETONA TE RELAKSACIJE ČELIKA

$$\Delta P_{c+s+r} = A_p \Delta \sigma_{p,c+s+r} = A_p \frac{\varepsilon_{cs} E_p + 0,8 \Delta \sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \varphi(t, t_0) \cdot \sigma_{c,QP}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \frac{A_p}{A_c} \left(1 + \frac{A_c}{I_c} z_{cp}^2\right) [1 + 0,8 \varphi(t, t_0)]}$$

A_p

Površina svih prednapetih kabela na lokaciji **x**

$\Delta \sigma_{p,c+s+r}$

Apsolutna vrijednost promjene naprezanja u kabelima usljed puzanja, skupljanja i opuštanja na mjestu **x**, u trenutku **t**

ε_{cs}

Procjenjena deformacija od skupljanja, apsolutna vrijednost

E_p

Modul elastičnosti prednapetog čelika

VREMENSKI GUBITCI

- NORMIRANI IZRAZ ZA GUBITAK PREDNAPINJANJA USLJED PUZANJA I SKUPLJANJA BETONA TE RELAKSACIJE ČELIKA

$$\Delta P_{c+s+r} = A_p \Delta \sigma_{p,c+s+r} = A_p \frac{\varepsilon_{cs} E_p + 0,8 \Delta \sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \varphi(t, t_0) \cdot \sigma_{c,QP}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \frac{A_p}{A_c} \left(1 + \frac{A_c}{I_c} z_{cp}^2\right) [1 + 0,8 \varphi(t, t_0)]}$$

$\Delta \sigma_{pr}$

Apsolutna vrijednost promjene naprezanja u kabelu na lokaciji **x**, u trenutku **t**, usljed opuštanja prednapetog čelika. Određuje se na temelju početnog naprezanja u kabelima od početnog prednapinjanja i prividno-stalnog djelovanja:

$$\sigma_p = \sigma_p(G + P_{m0} + \psi_2 Q)$$

$\varphi(t, t_0)$

Koeficijent puzanja u trenutku **t**, za primjenu opterećenja u trenutku **t₀**

VREMENSKI GUBITCI

- NORMIRANI IZRAZ ZA GUBITAK PREDNAPINJANJA USLJED PUZANJA I SKUPLJANJA BETONA TE RELAKSACIJE ČELIKA

$$\Delta P_{c+s+r} = A_p \Delta \sigma_{p,c+s+r} = A_p \frac{\varepsilon_{cs} E_p + 0,8 \Delta \sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \varphi(t, t_0) \cdot \sigma_{c,QP}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \frac{A_p}{A_c} \left(1 + \frac{A_c}{I_c} z_{cp}^2\right) [1 + 0,8 \varphi(t, t_0)]}$$

$\sigma_{c,QP}$

Naprezanje u betonu, uz kabele, usljed vlastite težine i početnog prednapinjanja i ostalih prividno-stalnih djelovanja koja su važna. Vrijednost se može uzeti kao:

- učinak dijela vlastite težine i početnog prednapinjanja, ili kao
- učinak cjelokupne prividno stalne kombinacije,

$$(\sigma_c(G + P_{m0} + \psi_2 Q))$$

ovisno o tome koja se faza izvedbe promatra.

VREMENSKI GUBITCI

- NORMIRANI IZRAZ ZA GUBITAK PREDNAPINJANJA USLJED PUZANJA I SKUPLJANJA BETONA TE RELAKSACIJE ČELIKA

$$\Delta P_{c+s+r} = A_p \Delta \sigma_{p,c+s+r} = A_p \frac{\varepsilon_{cs} E_p + 0,8 \Delta \sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \varphi(t, t_0) \cdot \sigma_{c,QP}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \frac{A_p}{A_c} \left(1 + \frac{A_c}{I_c} z_{cp}^2\right) [1 + 0,8 \varphi(t, t_0)]}$$

E_{cm}

Modul elastičnosti betona

A_c

Površina betonskog presjeka

I_c

Moment inercije betonskog presjeka

z_{cp}

Udaljenost težišta betonskog presjeka i kabela

Tlačna naprezanja i odgovarajuće deformacije uzimaju se S (+)

VREMENSKI GUBITCI

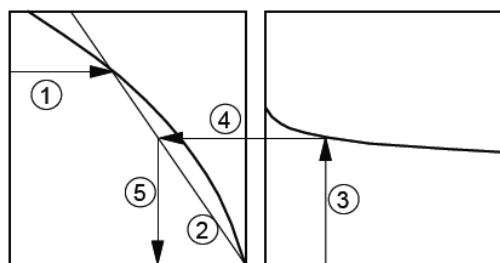
- NORMIRANI IZRAZ ZA GUBITAK PREDNAPINJANJA USLJED PUZANJA I SKUPLJANJA BETONA TE RELAKSACIJE ČELIKA

$$\Delta P_{c+s+r} = A_p \Delta \sigma_{p,c+s+r} = A_p \frac{\varepsilon_{cs} E_p + 0,8 \Delta \sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \varphi(t, t_0) \cdot \sigma_{c,QP}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \frac{A_p}{A_c} \left(1 + \frac{A_c}{I_c} z_{cp}^2\right) [1 + 0,8 \varphi(t, t_0)]}$$

- Izraz se primjenjuje
 - za spregnute kabele uz primjenu lokalnih vrijednosti naprezanja i
 - za slobodne kabele uz primjenu srednjih vrijednosti naprezanja.
- Srednje vrijednosti naprezanja određuju se
 - između ravni presjeka na mjestu idealiziranih točaka zakretanja za vanjske kabele ili
 - duž cijele duljine kabela za unutarnje kabele

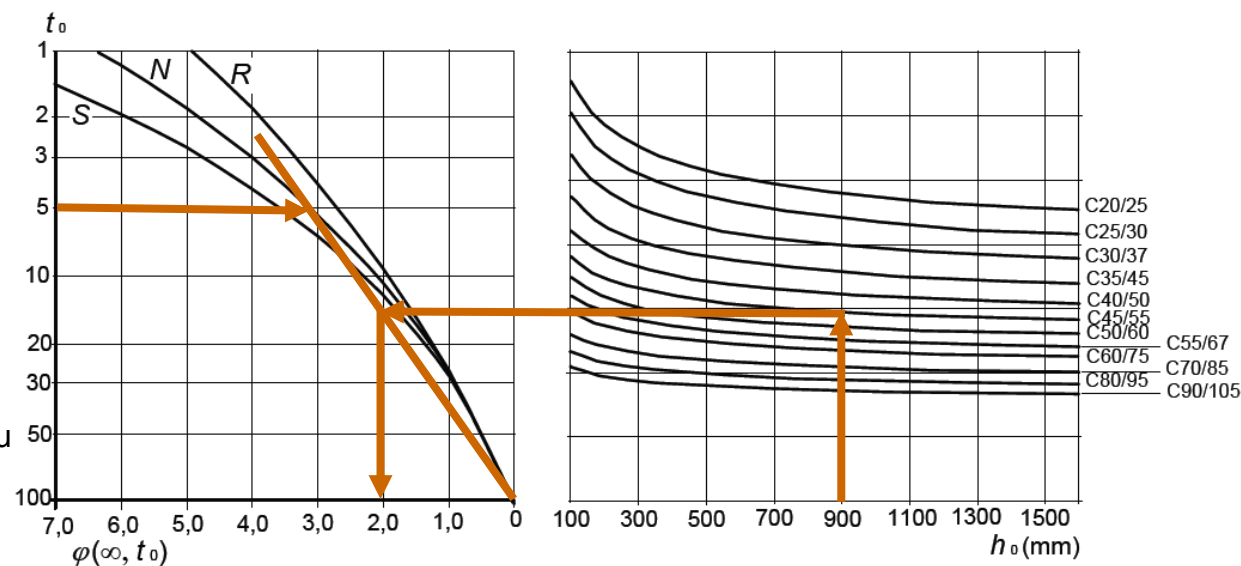
DETALJNIJE O PRORAČUNU PUZANJA

- Kada beton nije izložen tlačnom naprezanju većem od $0,45 f_{ck}$ u trenutku starosti betona pri opterećenju t_0 i kad nije potrebna velika točnost, mogu se za određivanje koeficijenta puzanja primjenjivati dijagrami.



Točka sjecišta linije 4 i 5 može biti i iznad točke 1

Za $t_0 > 100$ dovoljno je točno pretpostaviti $t_0 = 100$ i primjeniti tangentu



Unutarnji uvjeti RH=50%

Dijagrami vrijede za temperature od -40 do $+40$ °C i vlažnost od 40 do 100%

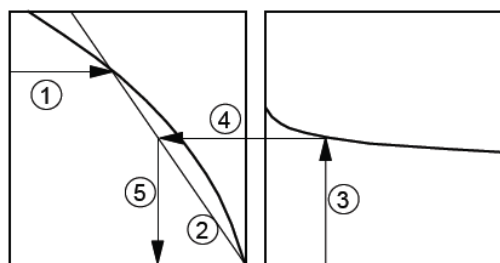
$\varphi(\infty, t_0)$ konačni koeficijent puzanja; t_0 starost betona u trenutku opterećenja; h_0 srednji polumjer presjeka,

Razred S cementa (CEM 32,5 N); Razred N cementa (CEM 32,5 R, CEM 42,5 N);

Razred R cementa (CEM 42,5 R, CEM 52,5 N, CEM 52,5 R)

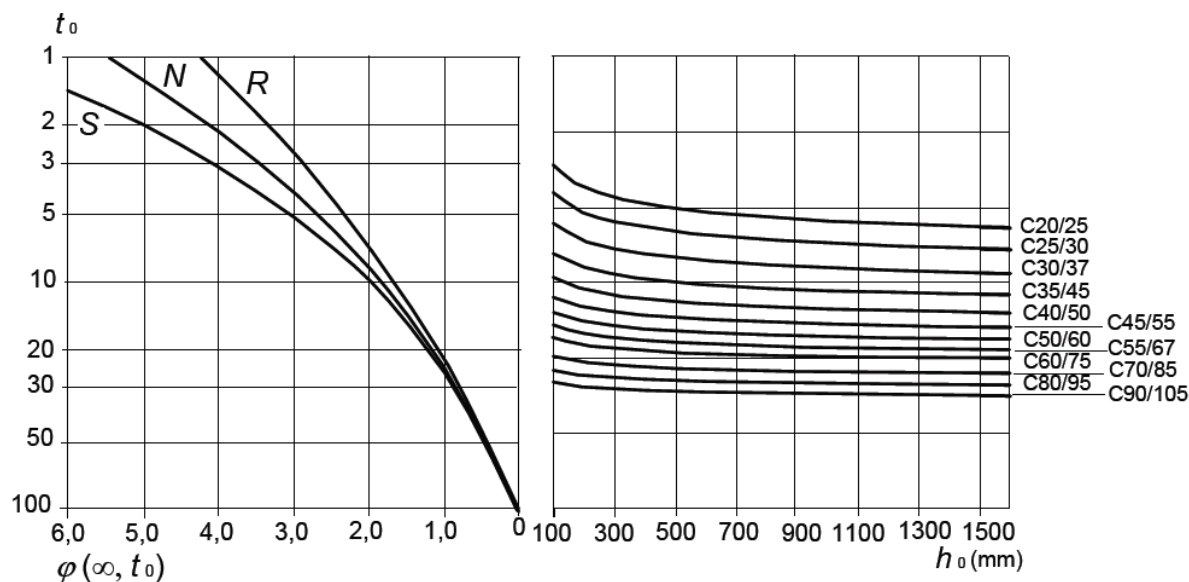
DETALJNIJE O PRORAČUNU PUZANJA

- Kada beton nije izložen tlačnom naprezanju većem od $0,45 f_{ck}$ u trenutku starosti betona pri opterećenju t_0 i kad nije potrebna velika točnost, mogu se za određivanje koeficijenta puzanja primjenjivati dijagrami.



Točka sjecišta linije 4 i 5 može biti i iznad točke 1

Za $t_0 > 100$ dovoljno je točno pretpostaviti $t_0 = 100$ i primjeniti tangentu



Vanjski uvjeti RH=80%

Dijagrami vrijede za temperature od -40 do $+40$ °C i vlažnost od 40 do 100%

$\varphi(\infty, t_0)$ konačni koeficijent puzanja; t_0 starost betona u trenutku opterećenja; h_0 srednji polumjer presjeka,

Razred S cementa (CEM 32,5 N); Razred N cementa (CEM 32,5 R, CEM 42,5 N);

Razred R cementa (CEM 42,5 R, CEM 52,5 N, CEM 52,5 R)

- U suprotnom valja primjeniti detaljni proračun.



Koeficijent puzanja:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t - t_0)$$

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0)$$

osnovna vrijednost za koeficijent puzanja

$$\begin{array}{ll} \text{za } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa:} & \text{za } f_{cm} > 35 \text{ MPa:} \\ \varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH / 100}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} & \varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - RH / 100}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 \end{array}$$

koeficijent koji uzima u obzir relativnu vlažnost zraka

RH

relativna vlažnost okoliša u %

$$h_0 = \frac{2A_c}{u}$$

srednji polumjer presjeka (mm)

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad \alpha_1 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,7} \quad \alpha_2 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,5} \quad \alpha_3 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,2}$$

koeficijent koji uzima u obzir učinak čvrstoće betona

$$f_{cm} = f_{ck} + 8$$

tlačna čvrstoća betona starog 28 dana (N/mm²)

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}}$$

koeficijent koji uzima u obzir starost betona pri opterećenju

$$\beta_c(t - t_0) = \left(\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right)^{0,3}$$

koeficijent koji opisuje razvoj puzanja nakon opterećenja

$$t - t_0$$

vrijeme djelovanja opterećenja=starost u trenutku promatranja – starost u trenutku primjene opterećenja

$$\text{za } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa:} \quad \beta_H = 1,5 \left[1 + (0,012 \cdot RH)^{18} \right] \cdot h_0 + 250 \leq 1500$$

$$\text{za } f_{cm} > 35 \text{ MPa:} \quad \beta_H = 1,5 \left[1 + (0,012 \cdot RH)^{18} \right] \cdot h_0 + 250 \cdot \alpha_3 \leq 1500 \cdot \alpha_3$$

koeficijent ovisan o relativnoj vlazi i h_0

$$t_0 = t_{0,T} \cdot \left(\frac{9}{2 + t_{0,T}^{1,2}} + 1 \right)^\alpha \geq 0,5 \quad \alpha = -1(S); 0(N); 1(R)$$

učinak tipa cementa na puzanje modificiranjem starosti t_0

$$t_T = \sum_{i=1}^n e^{-(4000/[273+T(\Delta t_i)]-13,65)} \cdot \Delta t_i$$

starost betona prilagođena utjecajem temperature,
 $T(\Delta t_i)$ temperatura u °C tijekom period t_i u kojem temperatura T prevladava

DETALJNIJE O PRORAČUNU PUZANJA

- Deformacija puzanja betona u trenutku $t=\infty$ pri konstantnom tlačnom naprezanju σ_c iznosi:

$$\varepsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot (\sigma_c / E_c)$$

- Kada tlačno naprezanje betona pri starosti t_0 prekorači vrijednost $0,45f_{ck}(t_0)$ valja uzeti u obzir ne-linearnost puzanja.
- Ovakvo veliko naprezanje može se dogoditi usljed prednapinjanja, npr. u predgotovljenim elementima na razini kabela.
- Tada se koeficijent ne-linearnog puzanja određuje prema izrazu:

$$\varphi_k(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \exp(1,5 (k_\sigma - 0,45))$$

- $\varphi_k(\infty, t_0)$ nazivni koeficijent ne-linearnog puzanja koji zamjenjuje $\varphi(\infty, t_0)$
- k_σ odnos naprezanja i čvrstoće $\sigma_c / f_{cm}(t_0)$
- σ_c tlačno naprezanje
- $f_{cm}(t_0)$ srednja vrijednost tlačne čvrstoće u trenutku opterećenja

DETALJNIJE O PRORAČUNU SKUPLJANJA

- Ukupna deformacija skupljanja

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca}$$

sastoji se od

- ε_{cd} deformacije od skupljanja sušenjem
 - razvija se sporo jer je funkcija gubitka vode iz šupljina očvrsnulog betona
- ε_{ca} deformacije od autogenog skupljanja
 - razvija se tijekom očvršćavanja betona, dakle uglavnom odmah nakon lijevanja betona.
 - Autogena deformacija je linearna funkcija čvrstoće betona.
 - Posebnu pažnju valja joj posvetiti kada se novi beton lijeva na očvrsnuli beton

DETALJNIJE O PRORAČUNU SKUPLJANJA

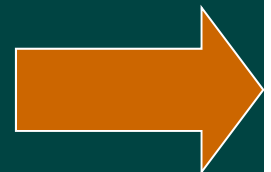
□ Konačna vrijednost deformacije skupljanja sušenjem:

$$\varepsilon_{cd,\infty} = k_h \cdot \varepsilon_{cd,0}$$

- $\varepsilon_{cd,0}$ može se uzeti iz tablice, gdje je dana srednja vrijednost s koeficijentom varijacije od oko 30% (nominalna vrijednost u ‰ za beton sa cementom CEM razreda N)

$f_{ck}/f_{ck,cube}$ (MPa)	Relativna vlažnost (%)					
	20	40	60	80	90	100
20/25	0.62	0.58	0.49	0.30	0.17	0.00
40/50	0.48	0.46	0.38	0.24	0.13	0.00
60/75	0.38	0.36	0.30	0.19	0.10	0.00
80/95	0.30	0.28	0.24	0.15	0.08	0.00
90/105	0.27	0.25	0.21	0.13	0.07	0.00

- ili se proračunava prema sljedećem postupku



DETALJNIJE O PRORAČUNU SKUPLJANJA

▣ Osnovna vrijednost deformacije skupljanja sušenjem:

$$\varepsilon_{cd,0} = 0,85 \left[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \exp \left(-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right) \right] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH}$$

$$\beta_{RH} = 1,55 \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right]$$

gdje su:

- f_{cm} srednja tlačna čvrstoća (MPa)
- f_{cm0} 10 MPa
- α_{ds1} koeficijent ovisan o vrsti cementa,
= 3 (za razred S)
= 4 (za razred N)
= 6 (za razred R)
- α_{ds2} koeficijent ovisan o vrsti cementa,
= 0,13 (za razred S)
= 0,12 (za razred N)
= 0,11 (za razred R)
- RH relativna vlažnost okoliša (%)
- RH_0 100 %

DETALJNIJE O PRORAČUNU SKUPLJANJA

- Razvoj deformacije skupljanja sušenjem dan je izrazom:

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0}$$

- k_h koeficijent koji ovisi o srednjem polumjeru presjeka h_0 prema tablici:
- $\beta_{ds}(t, t_s)$

h_0	k_h
100	1.0
200	0.85
300	0.75
≥ 500	0.70

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0,04 \sqrt{h_0^3}}$$

- t starost betona u danima u trenutku promatranja
- t_s starost betona na početku skupljanja sušenjem (uobičajeno je kraj njege)
- h_0 $= 2A_c/u$ srednji polumjer presjeka
- A_c poprečni presjek betona
- u opseg dijela betonskog presjeka izloženog sušenju

DETALJNIJE O PRORAČUNU SKUPLJANJA

- Autogena deformacije skupljanja dana je izrazom:

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \varepsilon_{ca}(\infty)$$

gdje su:

- $\varepsilon_{ca}(\infty)$

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 (f_{ck} - 10) 10^{-6}$$

- $\beta_{as}(t)$

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2t^{0,5})$$

- vrijeme t u danima

UČINCI PREDNAPINJANJA PRI GSN

- Proračunska vrijednost sile prednapinjanja može se općenito uzeti sa:

$$P_{d,t}(x) = \gamma_P \cdot P_{m,t}(x)$$

gdje je

- γ_P

parcijalni koeficijent za prednapinjanje

- Prednapinjanje uglavnom djeluje povoljno pa se primjenjuje $\gamma_{P,fav}$ čija se vrijednost preporučuje = 1,0 za stalne i prolazne proračunske situacije
- Kada se provjerava stabilnost s vanjskim kabelima, gdje povećanje prednapinjanja može biti nepovoljno primjenjuje se $\gamma_{P,unfav}$ čija se vrijednost preporučuje = 1,3
- Kod lokalnih učinaka primjenjuje se $\gamma_{P,unfav}$ čija se vrijednost preporučuje = 1,2

- $P_{m,t}(x)$

srednja vrijednost sile prednapinjanja u trenutku t na udaljenosti x od aktivnog kraja kabela koja se dobiva kao maksimalna sila prednapinjanja koja se primjenjuje na aktivnom kraju kabela minus trenutni i vremenski gubitci.

UČINCI PREDNAPINJANJA PRI GSU I ZAMORA

- Za proračun uporabljivosti i zamora valja predvidjeti mogućnost variranja prednapinjanja.
- Za GSU procjenjuju se dvije karakteristične vrijednosti sile prednapinjanja

$$P_{k,\text{sup}} = r_{\text{sup}} P_{m,t}(x)$$

$$P_{k,\text{inf}} = r_{\text{inf}} P_{m,t}(x)$$

gdje je

- $P_{k,\text{sup}}$ gornja karakteristična vrijednost
- $P_{k,\text{inf}}$ donja karakteristična vrijednost
- a preporučene vrijednosti faktora r jesu:
 - Za prethodno napinjanje ili slobodne kabele: $r_{\text{sup}}=1,05$ i $r_{\text{inf}}=0,95$
 - Za naknadno prednapinjanje s spregnutim kabelima: $r_{\text{sup}}=1,10$ i $r_{\text{inf}}=0,90$
 - Kada se prednapinjanje direktno mjeri može se uzeti $r_{\text{sup}} = r_{\text{inf}} = 1,0$

PREDNAPETI BETON



– Sljedeće predavanje –
**OSNO PREDNAPETI ELEMENTI I
ELEMENTI IZLOŽENI SAVIJANJU**