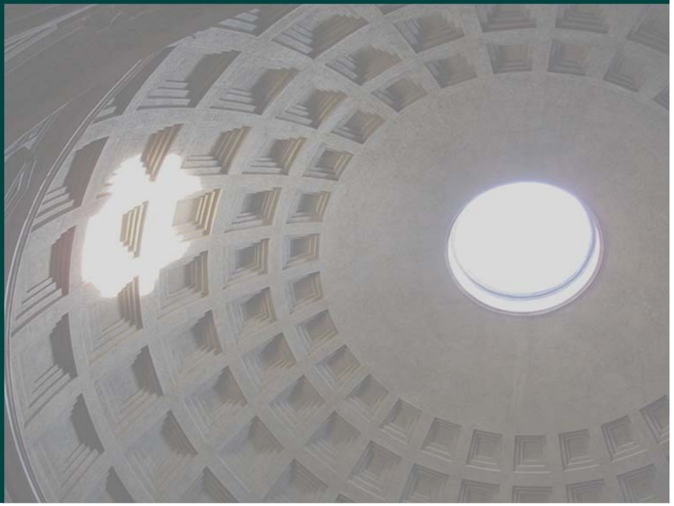
SPECIJALNE INŽENJERSKE GRAĐEVINE
4. PREDAVANJE

Ljuske

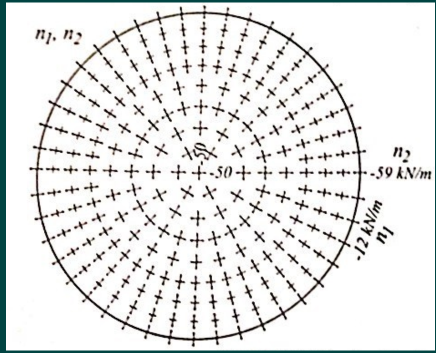
LJUSKE – SADRŽAJ PREDAVANJA (1.dio)

- Općenito
  - Osnovni pojmovi
  - Zakrivljenost ljuske
- Teorija ljusaka:
  - Kirchoff-Love teorija
  - Flügge-Byrne teorija
  - Geometrijska analiza ljusaka
    - Eliptične plohe
    - Hiperbolične plohe
    - Parabolične plohe
  - Generiranje (nastajanje) ljuski
    - Pravčaste plohe
    - Rotacijske ljuske
    - Translacijske ljuske
  - Primjer natkrivanja kvadratnog tlocrta
  - Fizikalno definirane ljuske
- Tipovi i vrste ljuski
  - Kupole
  - Hiperbolični paraboloid
  - Cilindrična ljuska
  - Konoidna ljuska
  - Ljuske oblika mjehura od sapunice
  - Ljuske slobodnih oblika
  - Pločaste i štapne ljuske
  - Ojačane kupole
- Smjernice za oblikovanje i proračun

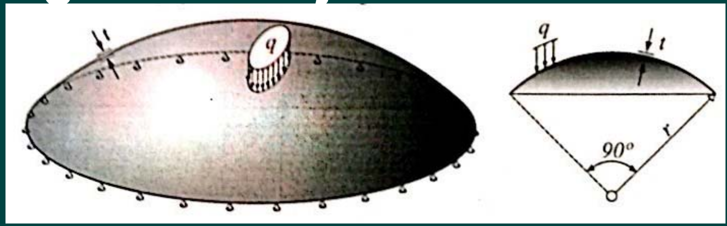


OPĆENITO – OSNOVNI POJMOVI

- Ljuska je zakrivljena plošna konstrukcija koja preuzima vanjska djelovanja primarno membranskim djelovanjem
  - tlačnim, vlačnim i posmičnim naprezanjima unutar plohe,
  - što znači da je konstruktivna visina jednaka debljini ljuske



- Debljina ljuske *t* je mala u odnosu na druge dimenzije i u odnosu na glavni radijus zakrivljenosti (max *t/R* < 1/20).

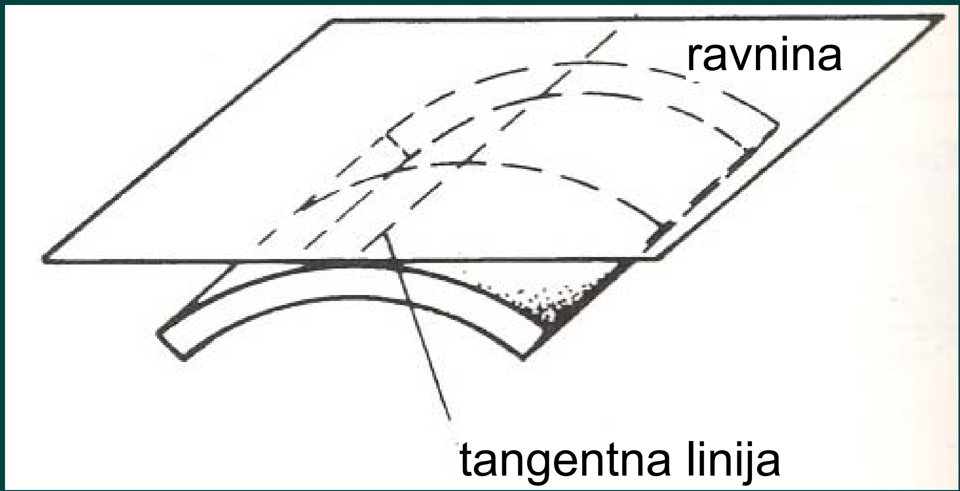


- Srednja površina ljuske je površina koja dijeli ljusku na dvije ljuske jednake debljine u svakoj točki.
  - Određuje oblik i debljinu *t* u svakoj točki ljuske.

- Analiza ljuske se sastoji od sljedećih koraka:
  - uspostavi ravnoteže diferencijalnog elementa ljuske
  - ispunjenje uvjeta kompatibilnosti deformacija tako da svaki element ostane u kontinuitetu sa svim susjednim elementima nakon deformacije ljuske

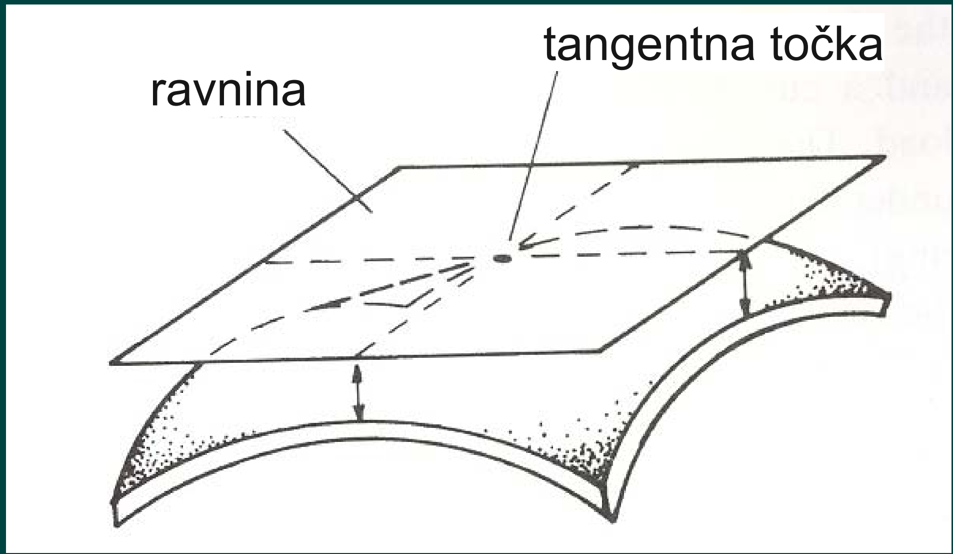
OPĆENITO – ZAKRIVLJENOST

- **Zakrivljenost ljuske je definirana odnosom ravnine koja tangira ljusku prema plohi ljuske**
- ***Jednostruka zakrivljenost:***
  - **ako ravnina dodiruje plohu po ravnoj liniji**
  - **ako prerežemo plohu ravninom okomitom na liniju dodira dobit ćemo zakrivljeni poprečni presjek**
  - **razvijene plohe - mogu se razviti od ravnih ploha**



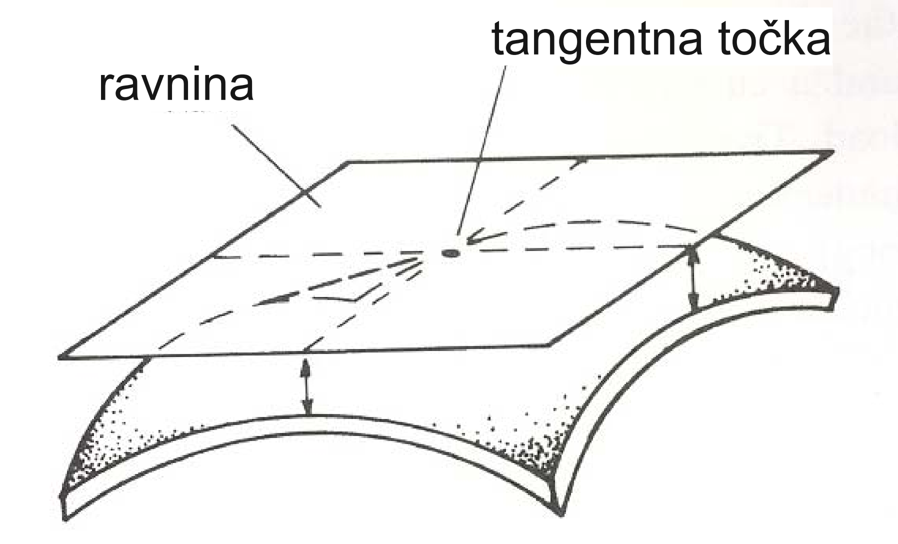
OPĆENITO – ZAKRIVLJENOST

- **Zakrivljenost ljuske je definirana odnosom ravnine koja tangira ljusku prema plohi ljuske**
- ***Dvostruka zakrivljenost:***
  - **postoje barem dvije međusobno okomite ravnine,**
    - **koje prolaze dodirnom točkom,**
    - **koje su okomite na tangentnu ravninu,**
    - **a presjek s plohom im je krivulja**
  - **plohe dvostruke zakrivljenosti ne mogu se razviti**

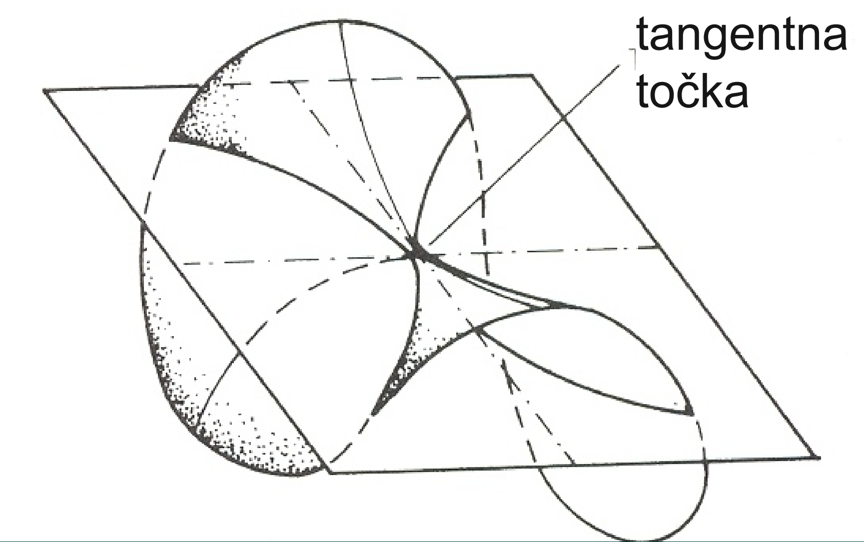


OPĆENITO – ZAKRIVLJENOST

- Postoje dva tipa ploha dvostruke zakrivljenosti:
- ***SINKLASTIČKE:***
  - leži s jedne strane tangentne ravnine
  - može biti “konveksna” ili “konkavna”
  - ima pozitivnu Gauss–ovu zakrivljenost

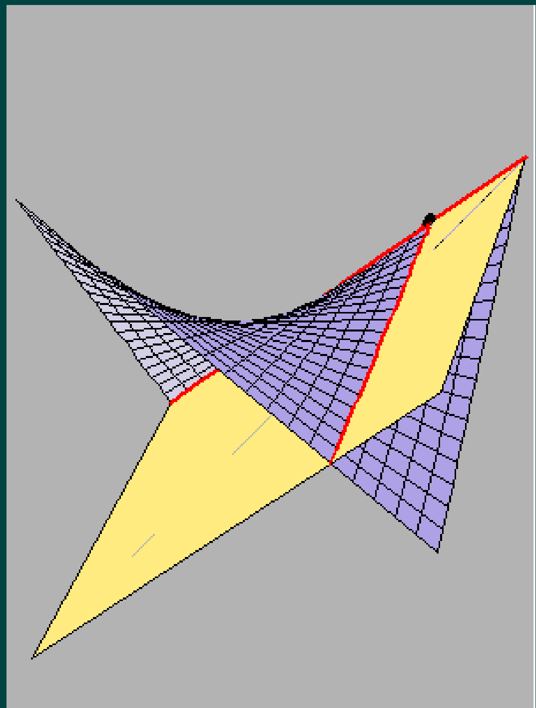


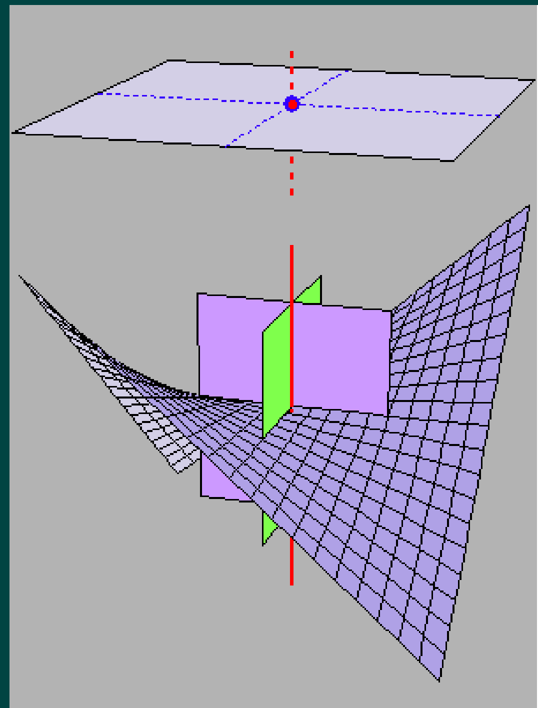
- ***ANITKLASTIČKE:***
  - Ploha se nalazi djelomično s jedne strane tangentne ravnine, a djelomično s druge strane u blizini dodirne točke
  - negativna Gauss–ova zakrivljenost



OPĆENITO – ZAKRIVLJENOST

- ***Dvostruka zakrivljenost:***
  - **krivulje presjeka plohe s dvije ortogonalne ravnine, okomite na tangentnu ravninu na mjestu dodirne točke leže na suprotnim stranama tangentne ravnine**
  - **osim za posebne orijentacije kod kojih dvije krivulje degeneriraju u pravce – hiperbolični paraboloid – ovakve plohe obično nazivamo "sedlaste"**





  - **ploha jedne ljuske može biti složena od kombinacije sinklastičkih i antiklastičkih dijelova, ali ako sadrži i ravninske dijelove, ti dijelovi obično moraju preuzeti savijanje**

TEORIJA LJUSAKA

- Teorija ljusaka obuhvaća u najjednostavnijem slučaju
  - rješavanje parcijalne diferencijalne jednadžbe drugog reda.
- Ove jednadžbe omogućavaju dostatan opis ponašanja
  - gotovo svih ljusaka koje se pojavljuju kao konstrukcije u graditeljstvu.
- Najčešće je moguće
  - direktno rješavanje navedenih jednadžbi.
- Jednostavnost rezultira iz činjenice da su unutarnje sile u tankoj ljusci (u određenom smislu) statički određene,
  - odnosno moguće ih je odrediti bez uzimanja u obzir elastičnih (ili plastičnih) osobina materijala od kojih su načinjene.
- Kod velikog broja ljusaka geometrija je bitna
  - za preuzimanje opterećenja.

TEORIJA LJUSAKA

Kirchhoff-Love teorija – Prva aproksimacija ljusaka

- PRETPOSTAVKE PRORAČUNA:

1. debljina ljuske je mala u odnosu na manji radijus zakrivljenosti srednje ravnine ljuske
2. deformacije i pomaci su mali u odnosu na debljinu ljuske
3. točke koje su prije deformiranja bile na pravcu okomitom na srednju površinu ljuske nalaze se i poslije deformiranja na pravcu okomitom na deformiranu srednju površinu (analogno Navier-ovoj hipotezi za grede)
4. normalna naprezanja okomito na srednju površinu su tako mala da se mogu zanemariti

- POSLJEDICE PRETPOSTAVKI:

  - teorija vrijedi samo za tanke ljuske
  - normale na srednju površinu ostaju ravne i okomite na srednju površinu nakon deformacije srednje ravnine
  - hipoteza isključuje pojavu poprečnih posmičnih deformacija odnosno nema promjene pravog kuta između normale i bilo kojeg pravca na površini
  - nije primjenjiva za opis ponašanja u blizini koncentriranih sila ili uz rubove ljuske (pretpostavka (4) ne vrijedi u blizini koncentriranih poprečnih sila)

TEORIJA LJUSAKA

Flügge-Byrne teorija – Druga aproksimacija ljusaka

- PRETPOSTAVKE PRORAČUNA:
- Usvojena je samo pretpostavka 2

2. deformacije i pomaci su mali u odnosu na debljinu ljuske

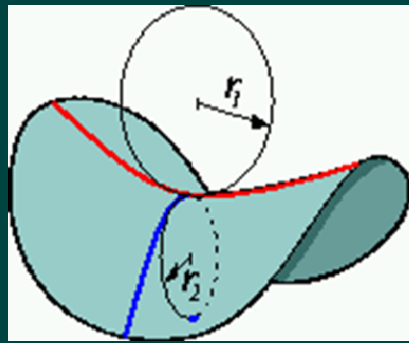
- Smatra se “aproksimacijom višeg reda” Kirchhoff-Love pretpostavki

- Klasifikacija ljusaka prema glavnoj jednadžbi geometrije:
  - rotacijski paraboloid
  - rotacijski hiperboloid
  - kružni cilindar
  - eliptični paraboloid
  - hiperbolični paraboloid
  - kružni stožac

TEORIJA LJUSAKA
Geometrijska analiza ljusaka

- Obuhvaća sljedeće parametre:
  - Ortogonalni krivocrtni koordinatni sustav
  - Glavni radijusi zakrivljenosti (r_x i r_y)
  - Gaussova zakrivljenost:

$$K = \frac{1}{r_x} \cdot \frac{1}{r_y}$$



- K > 0 : Sinklastičke ljuske:
  - Eliptične plohe (kuglaste kupole, eliptični paraboloidi)

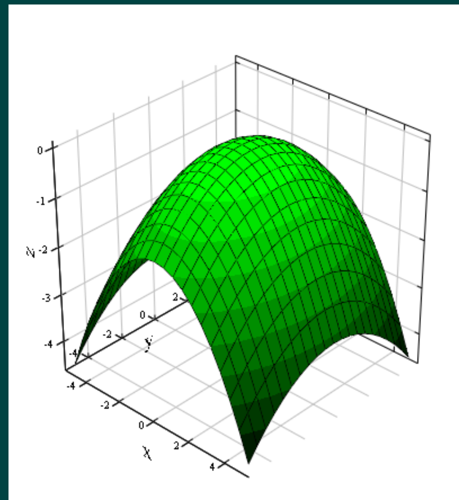
- K < 0 : Antiklastičke ljuske
  - Hiperbolične plohe (hiperbolični paraboloidi)

- K = 0 : Ljuske jednostruke zakrivljenosti (ili $r_x = \infty$ ili $r_y = \infty$):
  - Parabolične plohe (cilindri i stošci)

TEOREIJA LJUSAKA

ELIPTIČNE PLOHE

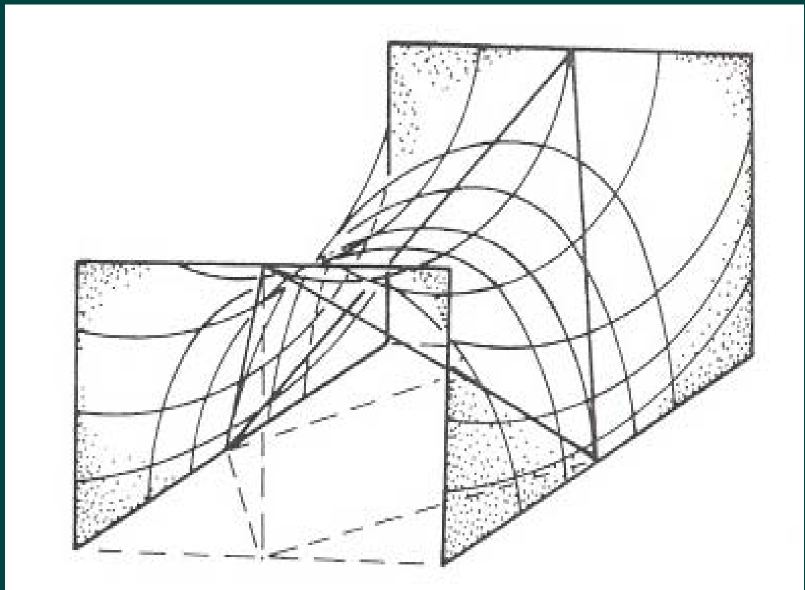
- Pozitivna Gaussova zakrivljenost K > 0 (sinklastička zakrivljenost)
  - jer oba glavna radijusa zakrivljenosti leže s iste strane tangentne plohe
- Primjeri: kuglaste kupole, eliptični paraboloidi

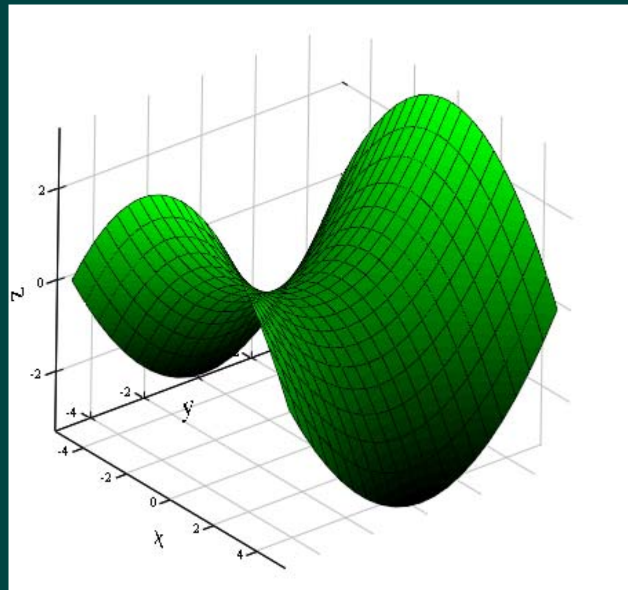


- Ovako formirane ljuske ne mogu mijenjati oblik bez deformiranja srednje plohe, te su zbog toga vrlo krute.
- Pretpostavka za to je doduše da su na rubovima oslonjene sukladno membrani, što znači da su na rubovima potrebni posebni rubni elementi za održanje oblika ljuske.

TEORIJA LJUSAKA
HIPERBOLIČNE PLOHE

- Negativna Gaussova zakrivljenost K < 0 (antiklastička zakrivljenost)
  - jer glavni radijusi zakrivljenosti leže na različitim stranama tangentne plohe
- Primjer: hiperbolični paraboloid

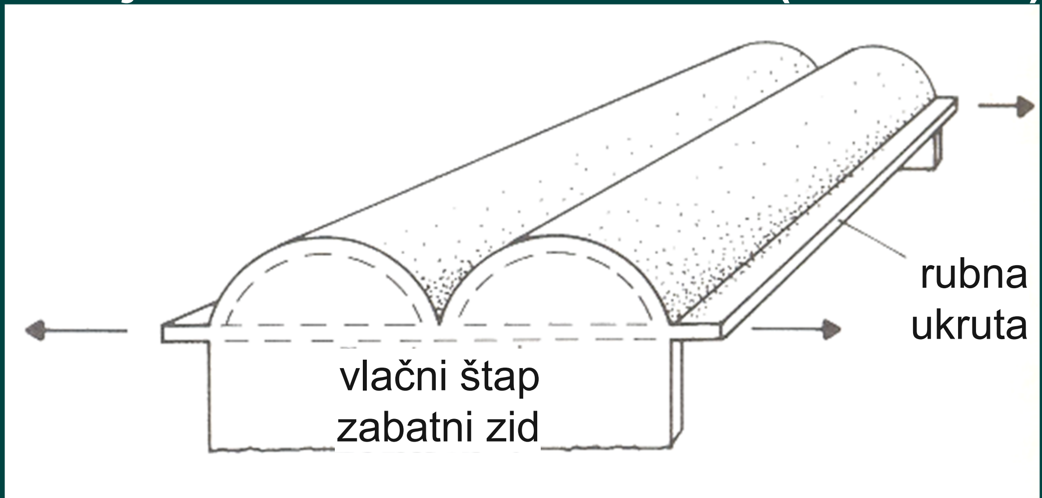


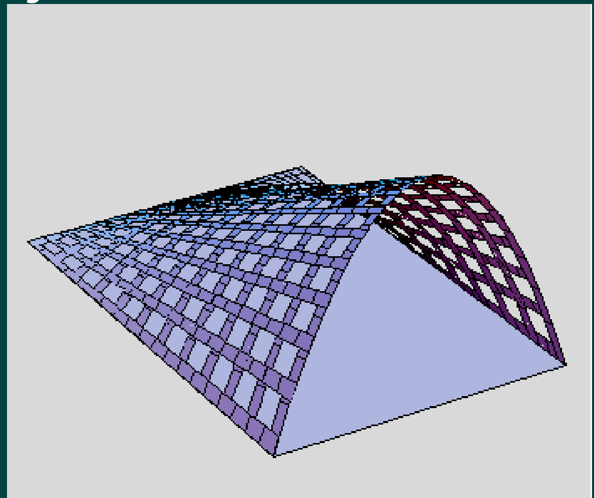


- Kod ovakvih ploha su zbog pravčastih generatora moguća „savijanja bez uzdužnih deformacija“ tj. bez izduženja ili skraćenja srednje plohe.
- Hiperbolične ljuske zbog toga nisu tako krute kao eliptične ljuske i potrebni su rubni ukrutni elementi za stabilizaciju njihovog oblika.

TEORIJA LJUSAKA
PARABOLIČNE PLOHE

- **Gaussova zakrivljenost K = 0**
  - **jer je jedan od glavnih radijusa zakrivljenosti neizmjerno velik**
- **Primjeri: cilindrične i stožaste (konoidne) ljuske**



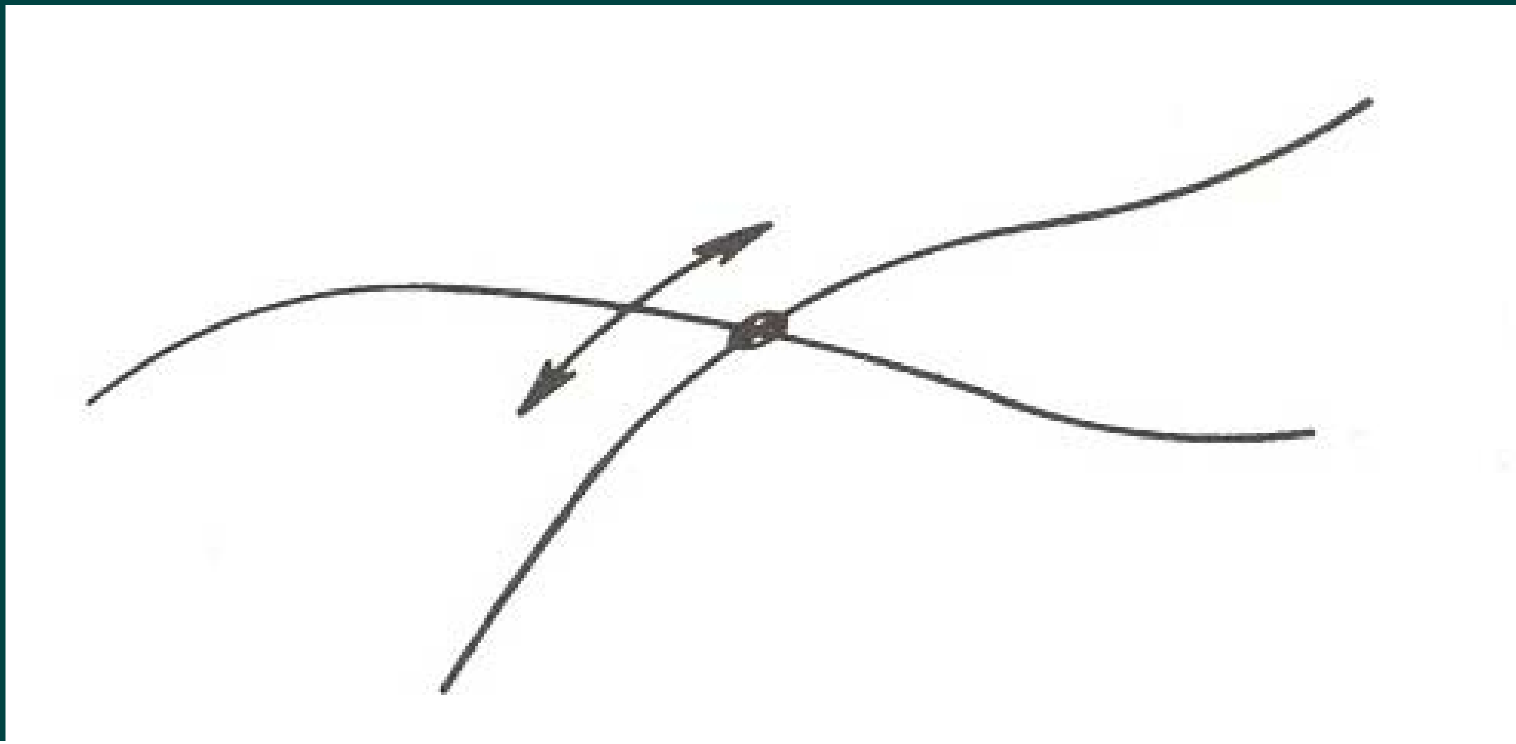


- **Te plohe s pravčastim generatorima su jednostavno zakrivljene i za razliku od ostalih ploha daju se razviti.**
- **Moguća su savijanja srednje plohe bez uzdužnih deformacija, obzirom da se samo savojna krutost suprotstavlja tom učinku.**
- **Tako formirane ljuske moraju imati vezne diskove da bi zadržale svoj oblik.**

TEORIJA LJUSAKA

Generiranje (NASTAJANJE) ljuski

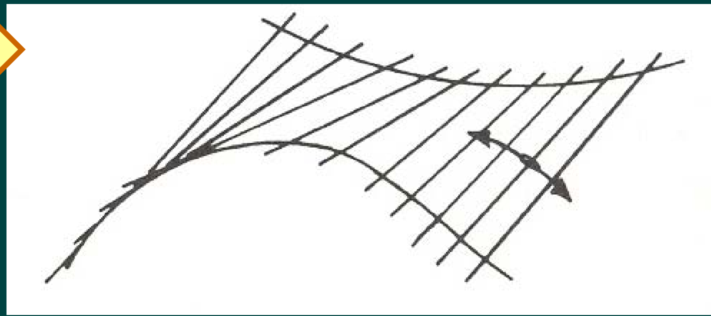
- geometrija ljusaka odnosno njihovi različiti oblici mogu se generirati na različite načine:
- zakrivljena ploha može se generirati
  - pomicanjem jedne krivulje uzduž druge krivulje ili uzduž para krivulja
  - pomicanjem pravca uzduž krivulje
  - pomicanjem krivulje uzduž pravca



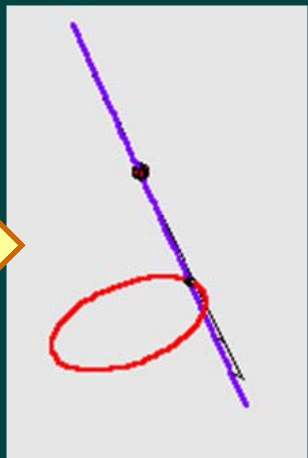
TEORIJA LJUSAKA

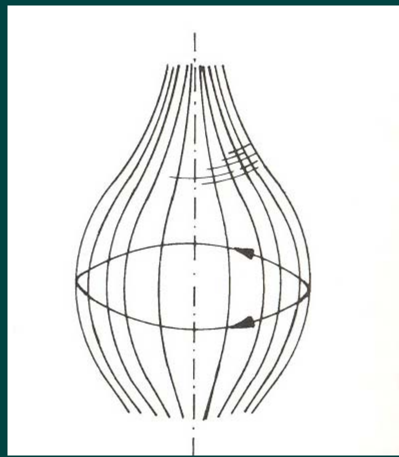
Generiranje (NASTAJANJE) ljuski

- **PRAVČASTE PLOHE**
  - generira se pomicanjem pravca preko dviju krivulja
  - cilindrične i konoidne ljuske su posebni slučajevi ovakvih ploha
  - ove plohe mogu biti jednostruke (cilindrične) i dvostruke zakrivljenosti (npr. hiperbolični paraboloid)

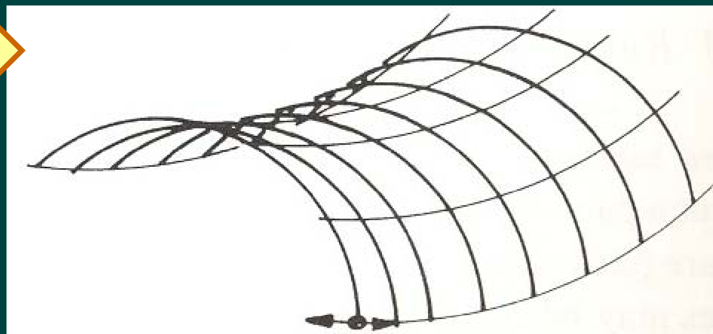


- **ROTACIJSKE LJUSKE**
  - dobivaju se rotacijom krivulje oko kružnice, npr. sferne i konične ljuske





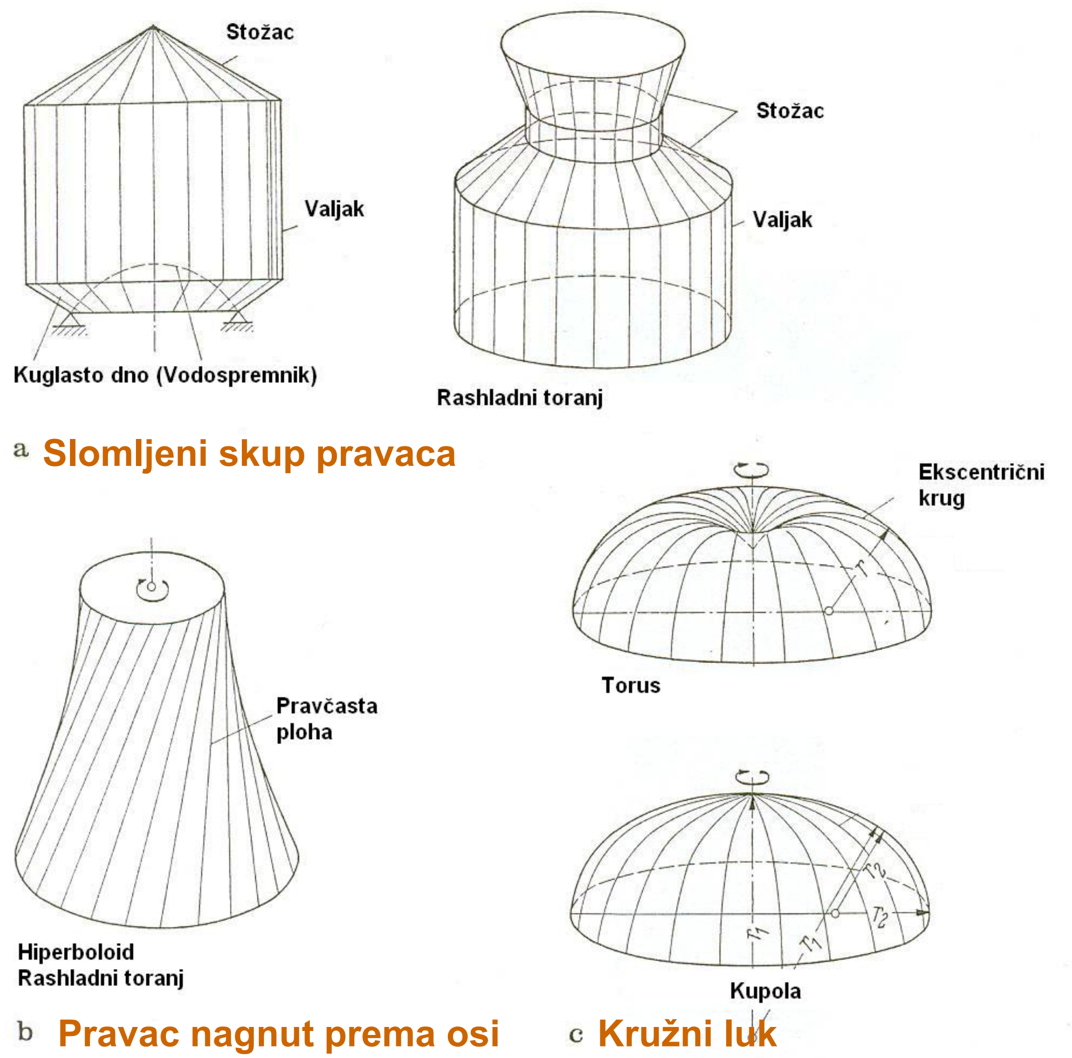
- **TRANSLACIJSKE LJUSKE**
  - dobivaju se translacijom krivulje po drugoj krivulji
  - cilindrične ljuske su primjer translacijskih ljusaka s pravcem kao *generatorom*



TEORIJA LJUSAKA
ROTACIJSKE LJUSKE

- **Nastaju pomicanjem (zaokretanjem) pravca ili proizvoljne meridijalne krivulje (generatora) oko jedne, najčešće vertikalne, osi (direktrise).**
- Tako se mogu razviti
  - cilindrične
  - i stožaste ljuske,
  - hipari,
  - kuglaste,
  - zašiljene
  - i paraboloidne ljuske,
  - prstenaste (torus) ljuske
  - i drugi oblici ljusaka.

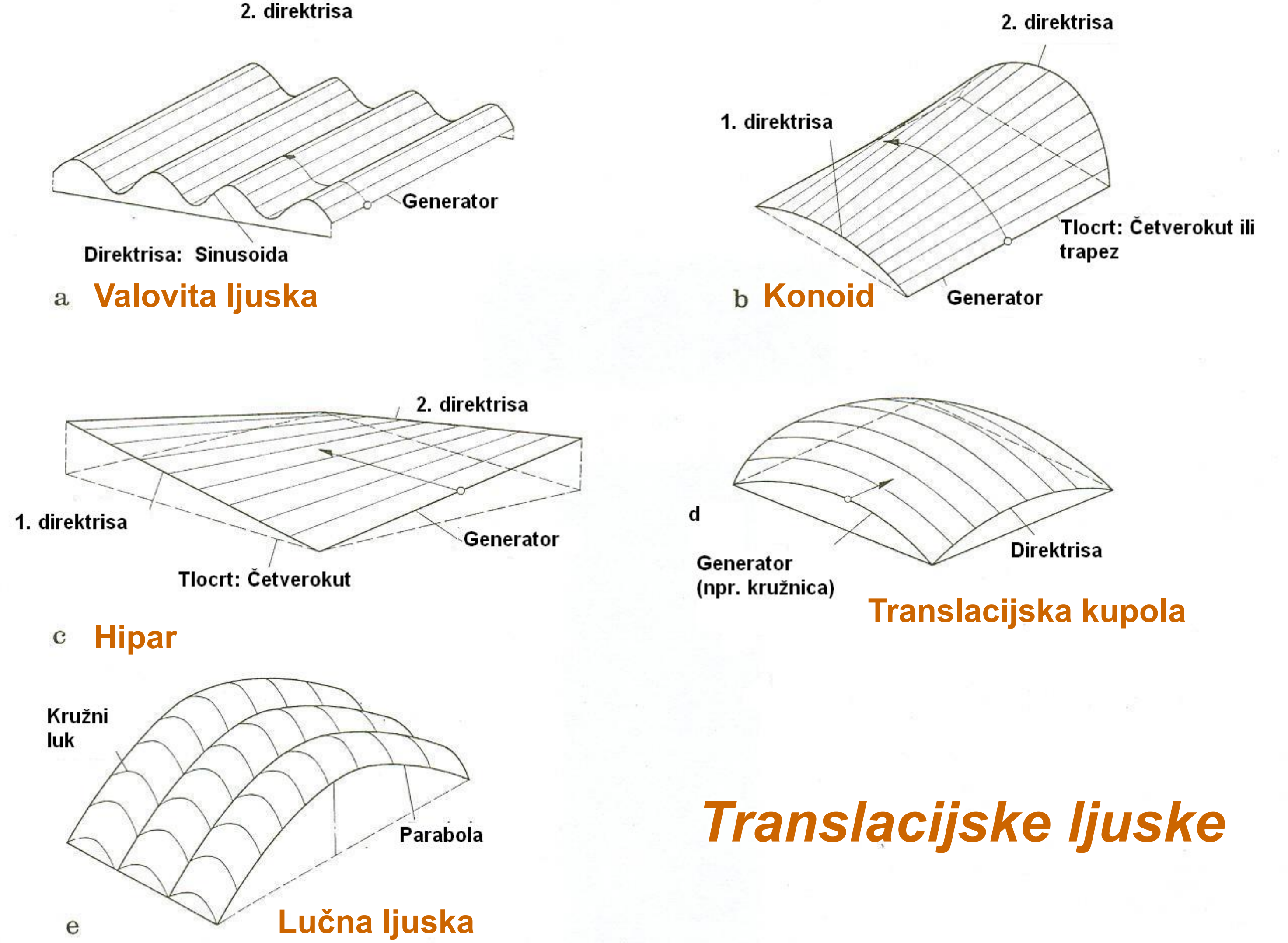
generatori rotacijske ljuske



TEORIJA LJUSAKA

TRANSLACIJSKE LJUSKE

- Nastaju paralelnim ili gotovo paralelnim pomicanjem generatora (krivulje ili pravca) uzduž dviju direktrisa.



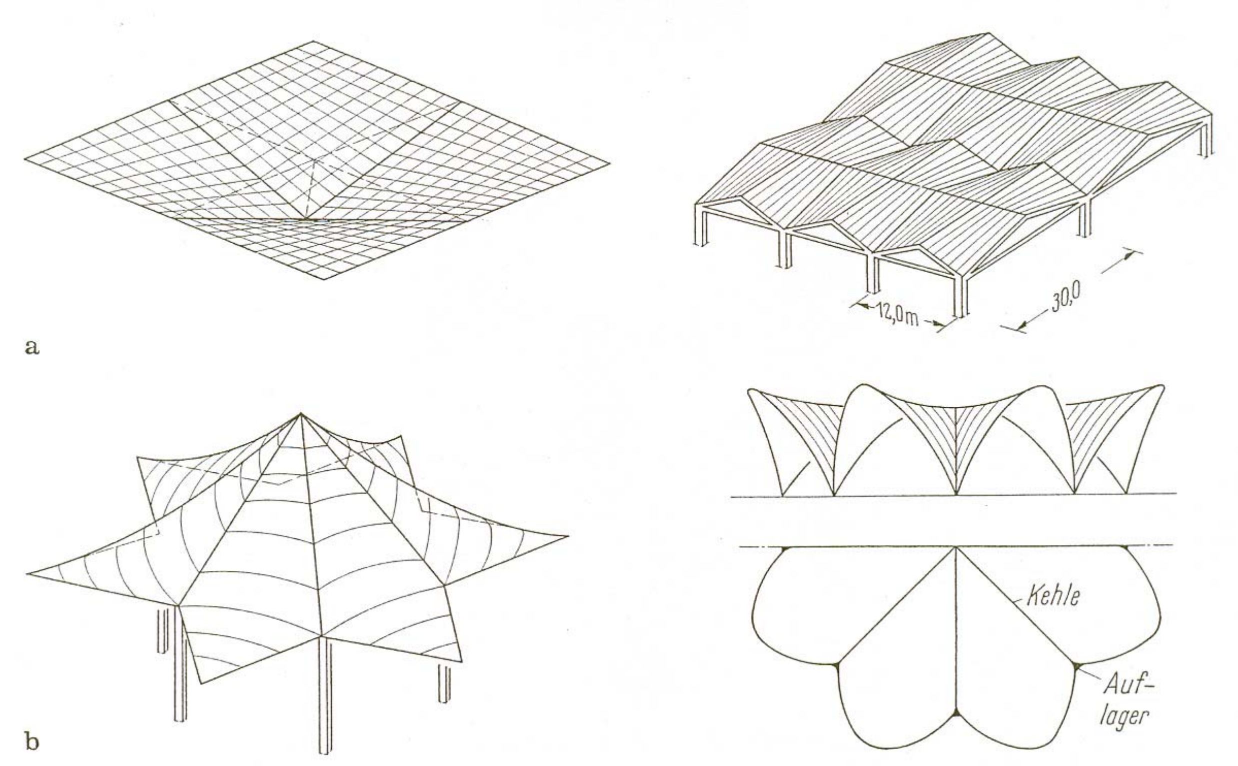
Translacijske ljuske

TEOBIJA LJUSAKA

TRANSLACIJSKE LJUSKE

- Hiperbolični paraboloid
  - (koji je svojim građevinama učinio poznatim Felix Candela),
  - može se kombinirati sa dodatnim hiparima uzduž generatora – pravaca.
- Obzirom da su i direktrise i generatori pravci za izvedbu nije potrebna zakrivljena oplata.
- Kombiniranjem isječaka ljusaka mogu se dobiti zanimljive „zvjezdaste ljuske“

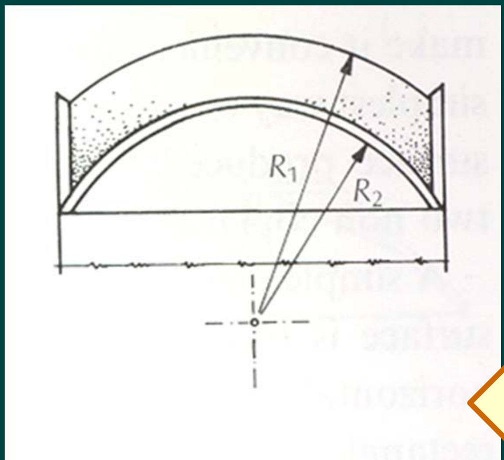
Ljuske sastavljene od hipara - plohe sudarene uzduž pravčastih generatora nad pravokutnim tlocrtom



TEORIJA LJUSAKA

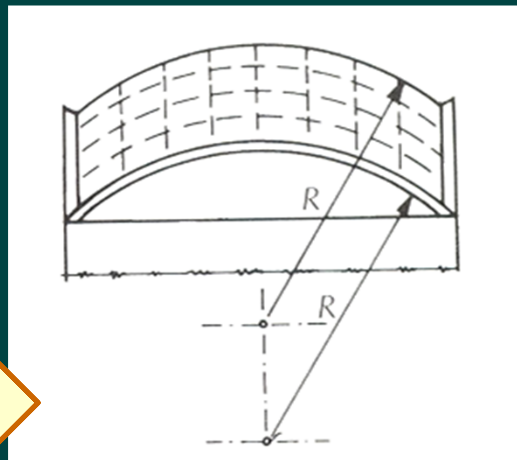
Primjer natkrivanja kvadratnog prostora

- VARIJANTA 1 – **PRIMJENA REDUCIRANE SFERNE KUPOLE**:
- **primjena reducirane sferne kupole kojoj se vertikalnim ravninama rubovi prostora odrežu tako se nad rubovima dobivaju kružni lukovi**



- **kod reducirane sfere polumjer tih lukova manji je od polumjera sfere, a u vertikalnoj projekciji ti polumjeri su koncentrični**

- VARIJANTA 2 – **GENERACIJA TRANSLACIJSKE KUPOLE**:
- **translacijom kružnog luka po identičnom luku, okomitom na translatirani luk, generira se kupola vrlo slična reduciranoj sfernoj kupoli**

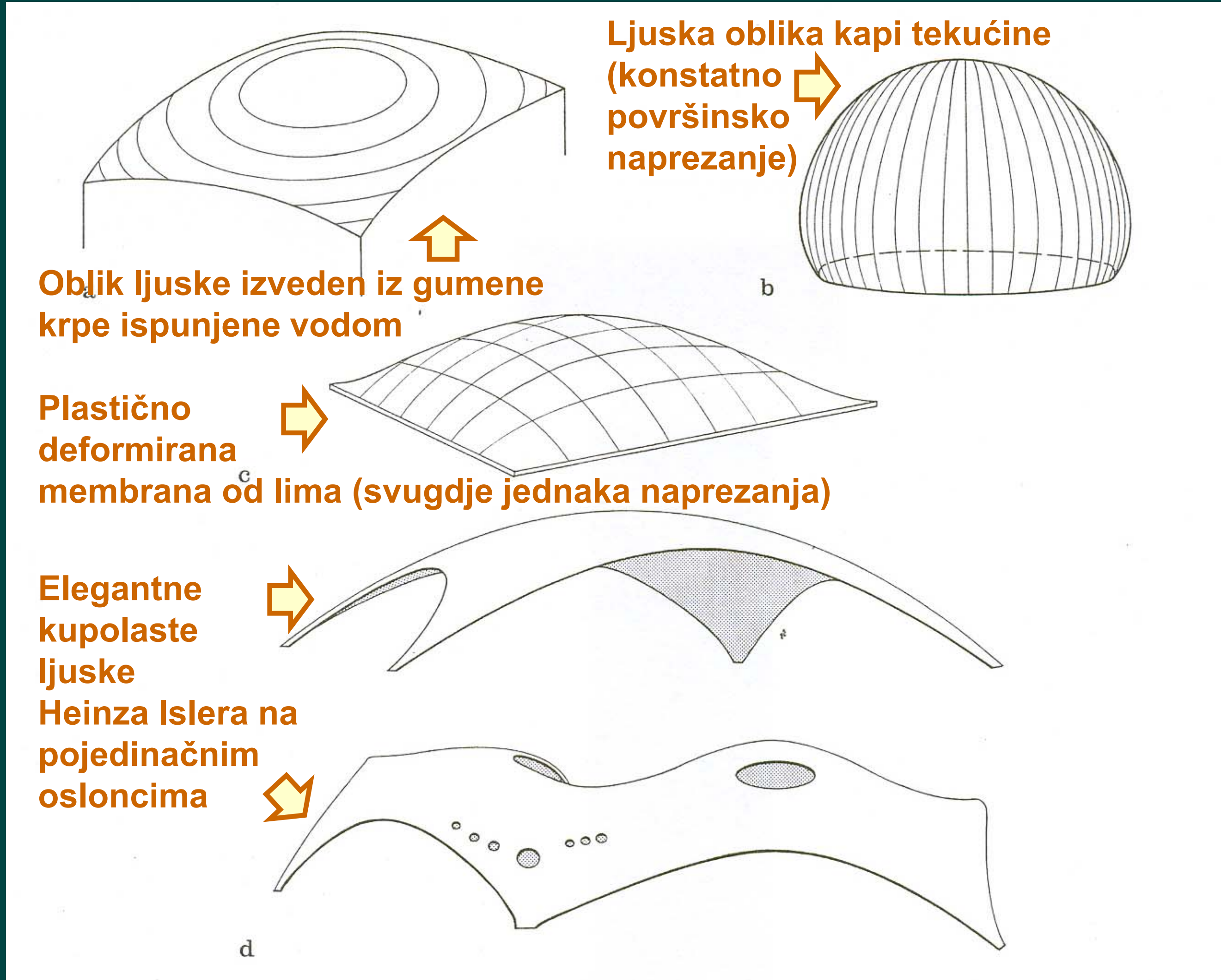


- **kod translacijske kupole polumjer rubnih lukova jednak je polumjeru bilo koje vertikalne ravnine paralelne s rubovima**

RAZLIKE SU U RUBNIM LUKOVIMA

TEORIJA LJUSAKA
Fizikalno definirane ljuske

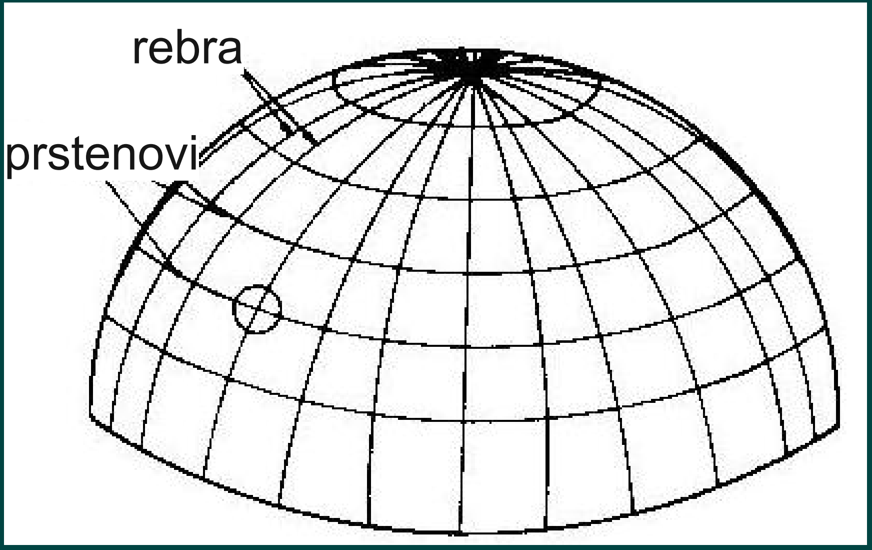
- U novije vrijeme rado se izvode fizikalno definirane ljuske. Njihov oblik izveden je iz:
  - membrana (lim, guma, sapunica, tkivo) ili mreža,
- pod opterećenjem od:
  - vlastite težine,
  - sloja gipsa,
  - utezanja ili
  - pritiska plina
  - ili tekućine.

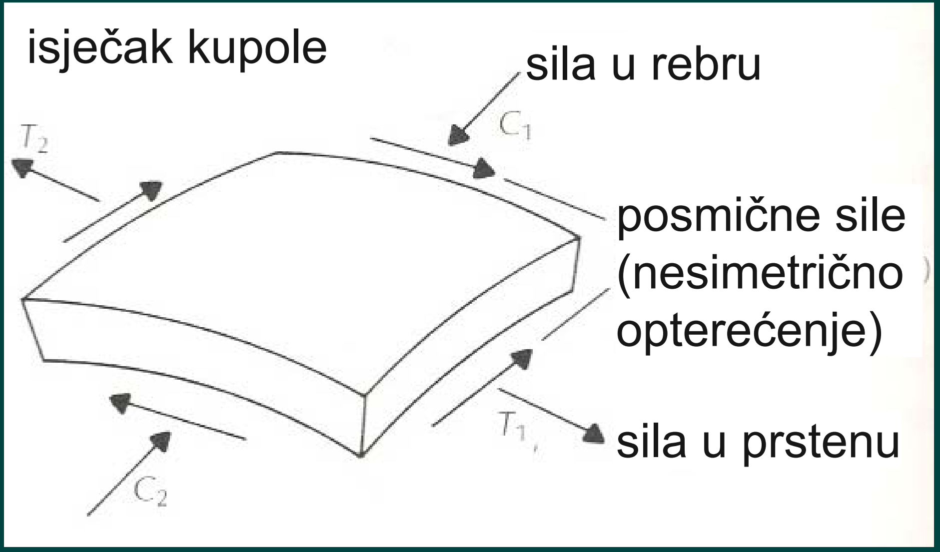


Fizikalno definirani i slobodni oblici ljusaka

TIPOVI I VRSTE LJUSKI - KUPOLE

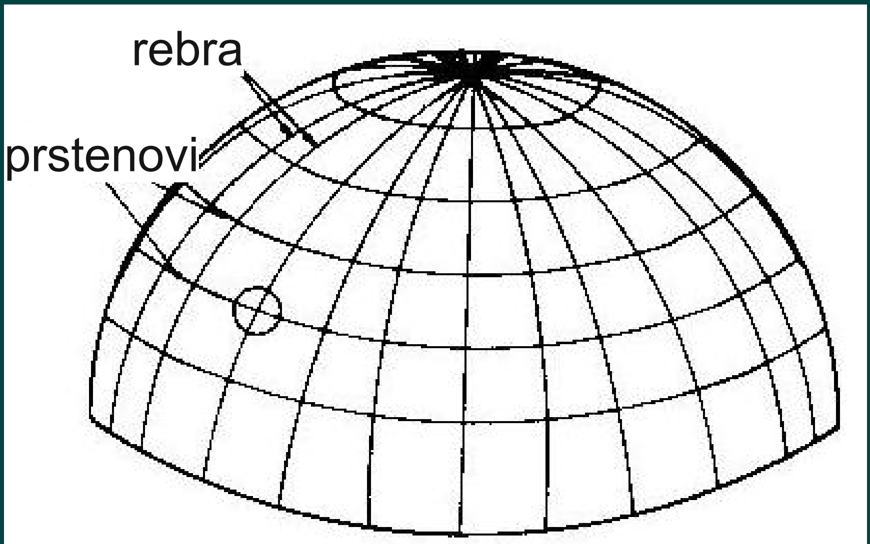
- struktura dvostruke zakrivljenosti
  - ljuska obično konveksne zakrivljenosti
- koja prekriva prostor približno regularnog oblika
  - kružni, poligonalni

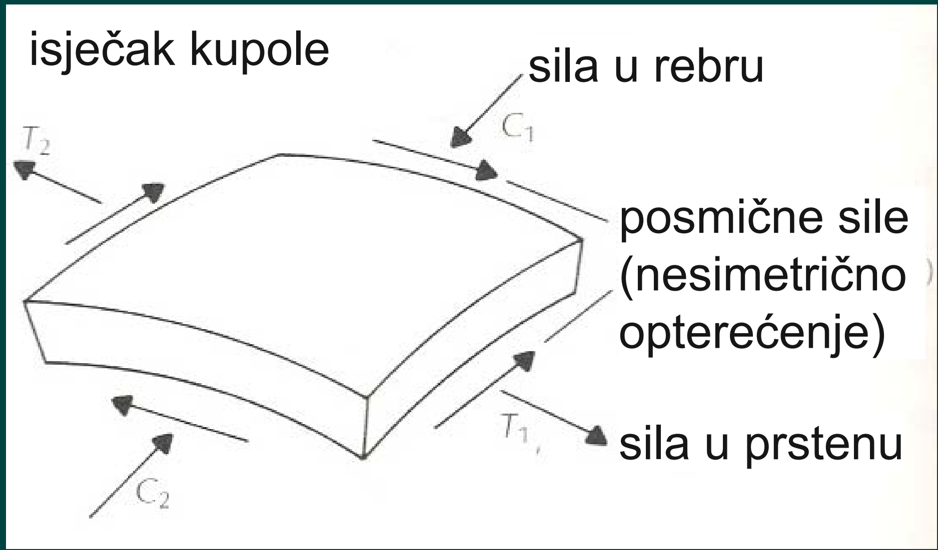




TIPOVI I VRSTE LJUSKI - KUPOLE

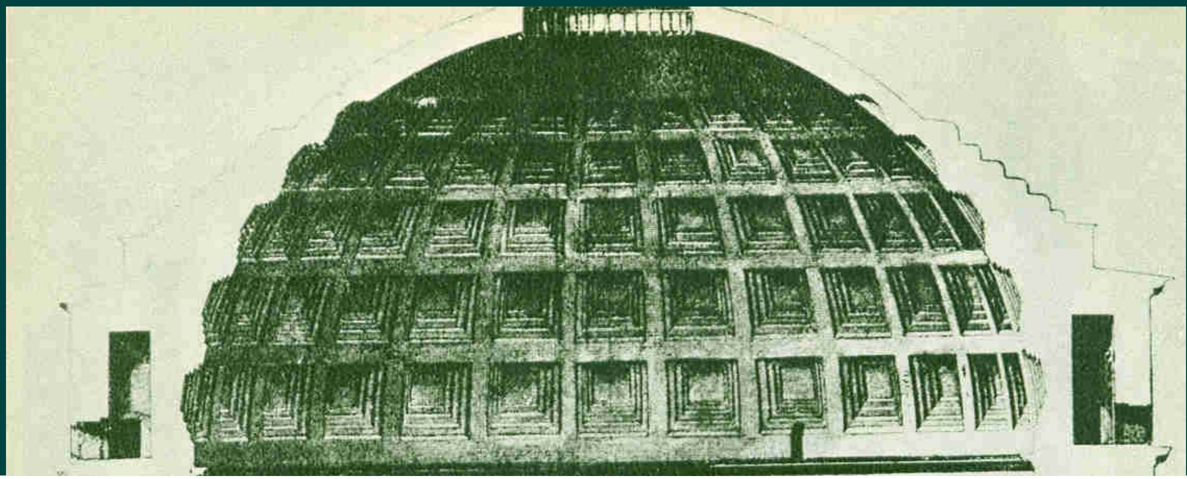
- ***SFERNA KUPOLA***
  - **s plohom koja je dio kugle (sfere)**
  - **sferna kupola može preuzeti sva opterećenja membranskim djelovanjem, osim koncentriranih sila koje mogu izazvati lokalno savijanje**
  - **do lokalnog savijanja dolazi u tzv. *zoni smetnje* u okolini rubova, gdje uvjeti oslanjanja nisu kompatibilni s membranskim djelovanjem**
  - **u sfernoj kupoli za simetrično opterećenje sile u prstenima se mijenjaju od tlačnih pri vrhu do vlačnih kod dna (osim za plitke kupole)**





TIPOVI I VRSTE LJUSKI - KUPOLE

- konstruktivna visina kupole je cijela visina kupole
  - od baze do tjemena
- odnos konstruktivne visine prema rasponu je u granicama
  - od ⅛ za plitke kupole
  - do ½ za visoke kupole
- uobičajeni optimalni odnosi konstruktivne visine prema rasponu iznose
  - 0,2 - 0,25

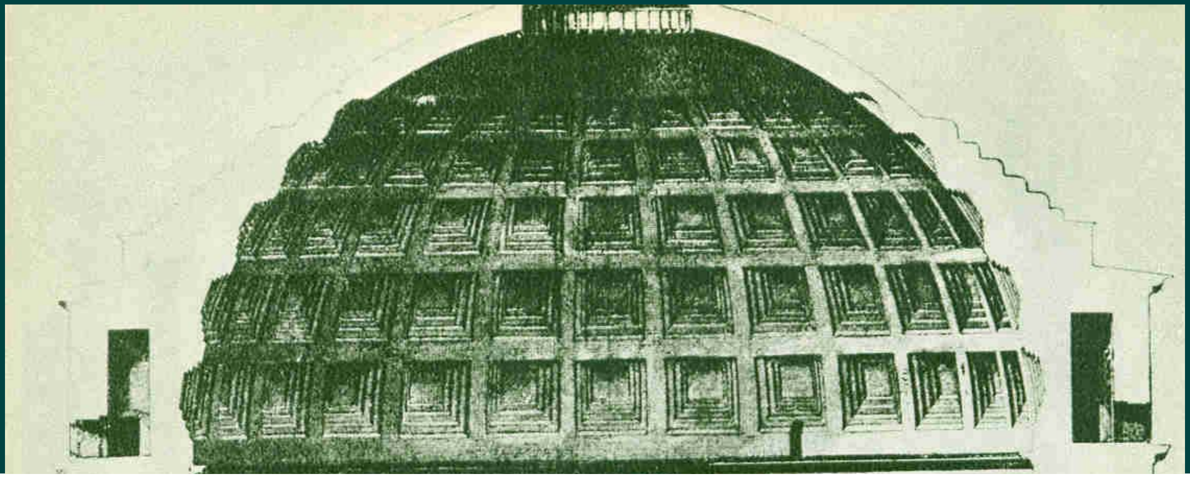


TIPOVI I VRSTE LJUSKI - KUPOLE

- vlak je uzrokovao mnoge probleme kod povijesnih kupola od kamena, koje ga nisu mogle preuzeti
- ako je oblik meridijalno položenih rebara funikularni oblik za vanjsko djelovanje,

$\Rightarrow$ sile u prstenima nestaju,
jer se puna ravnoteža ostvaruje samo rebrima

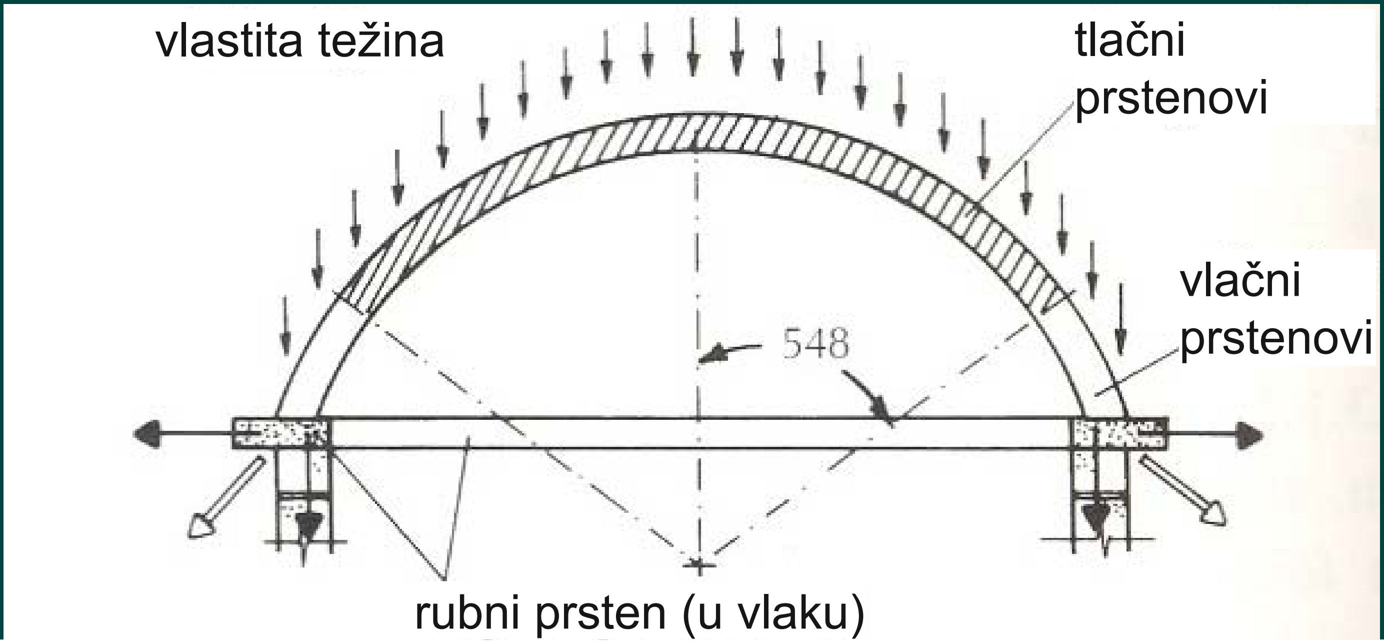
- *Funikularni oblik sile na rasponu je oblik koji poprima element bez fleksijske krutosti (uže ili lanac) pod zadanim opterećenjem, obješen preko raspona između fiksnih oslonaca*
- *Funikularni oblik je isključivo funkcija opterećenja*



TIPOVI I VRSTE LJUSKI - KUPOLE

- kupole se često oslanjaju na vertikalne zidove ili stupove
- ako se smjer pružanja oslonca razlikuje od tangente na meridijalna rebra potrebni su posebni prsteni na razini oslonaca za preuzimanje koncentracije vlačnih ili tlačnih sila ⇒ prstenasta greda ili rubni prsten
- prsten preuzima horizontalnu reakciju, koja nastaje od razlike smjera tangente na plohu kupole i vertikale
- ako je vertikalni oslonac u odnosu na tangentu zaokrenut prema unutrašnjosti kupole (standardni slučaj) sila u prstenastoj rubnoj gredi je vlačna

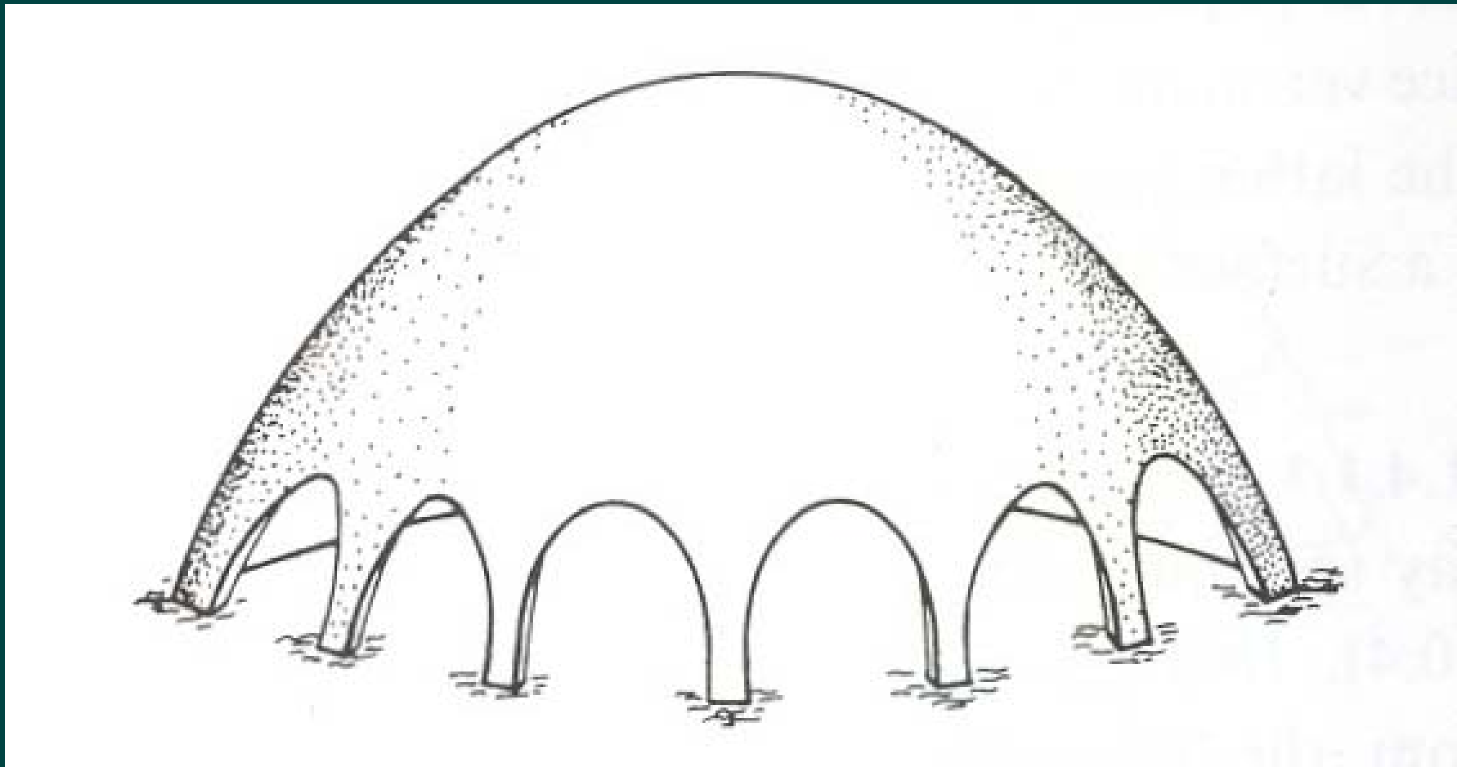
sile u prstenovima



TIPOVI I VRSTE LJUSKI - KUPOLE

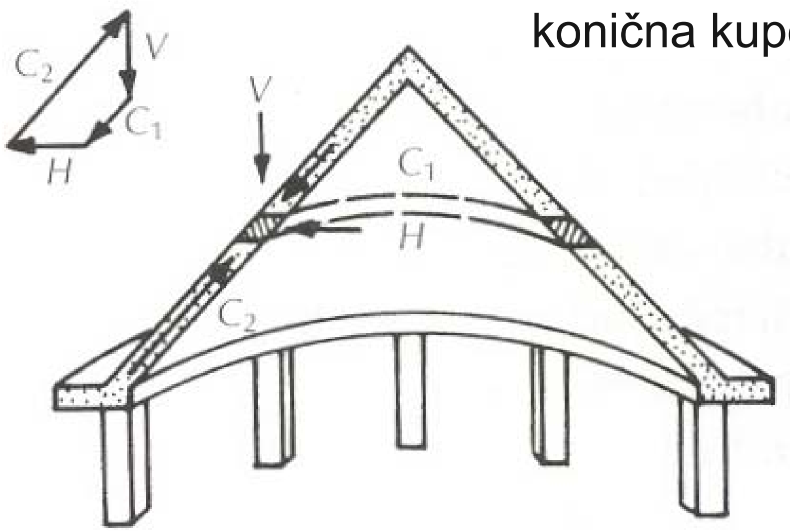
- **prstenasta rubna greda nije potrebna**
  - **ako su stupovi ili zidovi nagnuti u smjeru tangente meridijalnih rebara**

kupola bez prstenaste rubne grede

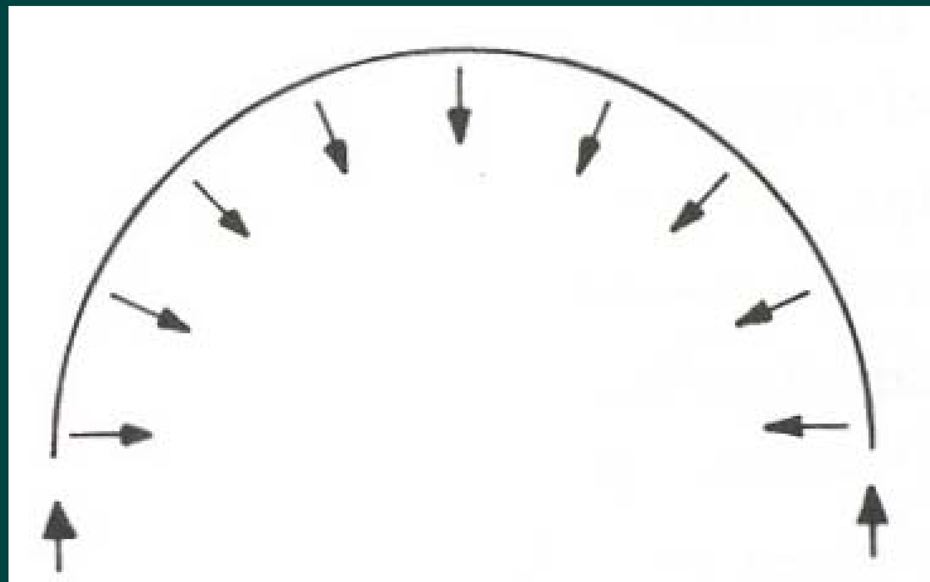


TIPOVI I VRSTE LJUSKI - KUPOLE

- kupole mogu biti i drugih oblika, npr. konične
- konična kupola je
  - jednostruke zakrivljenosti
  - no prenosi sile direktnim (membranskim) djelovanjem, slično kao kod kupola dvostruke zakrivljenosti
- sile u prstenima ne mijenjaju predznak
  - (tlačne pri vrhu, vlačne pri dnu)

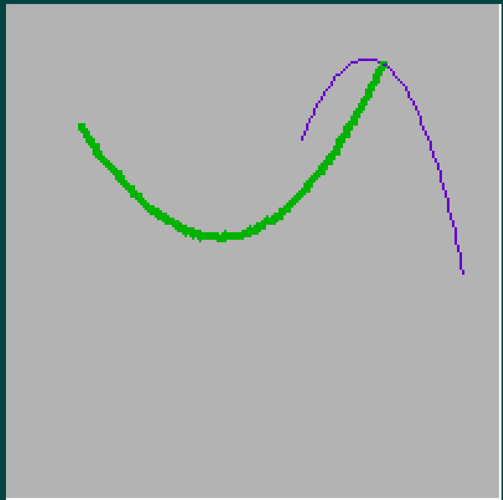


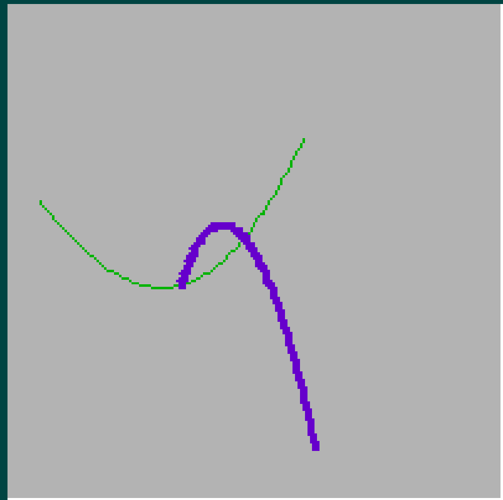
konična kupola

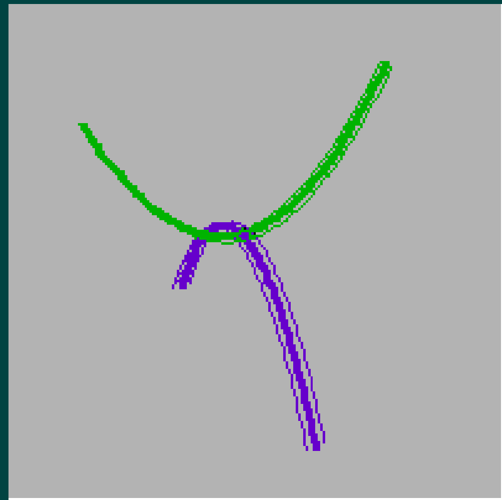


TIPOVI I VRSTE LJUSKI – HIPERBOLIČNI PARABOLOID

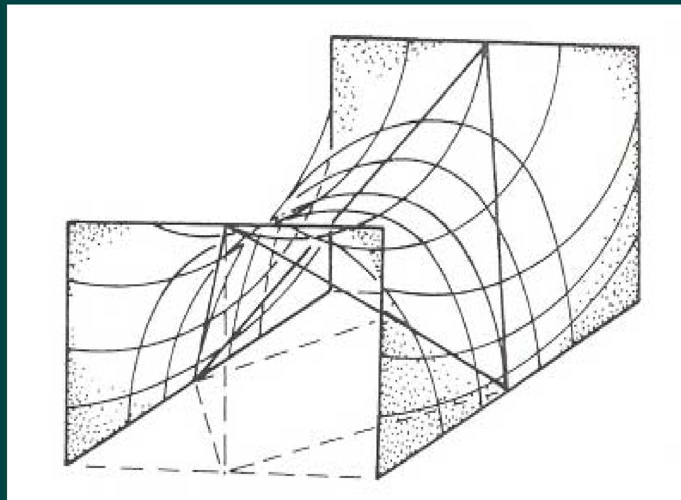
- ploha koja se dobije pomicanjem parabole u jednoj (vertikalnoj) ravnini uzduž hiperbole u drugoj (horizontalnoj) ravnini





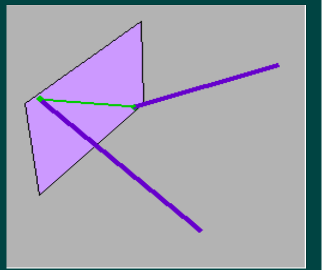


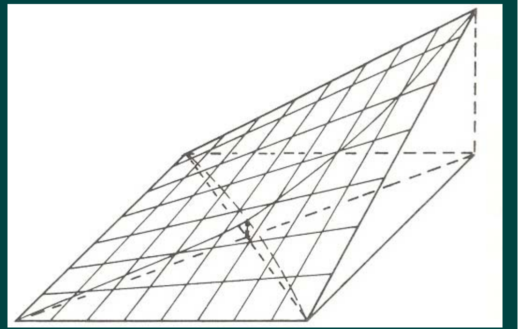
- jednostavnije: ploha generirana pomicanjem pravca po dva pravca koji nisu u istoj ravnini

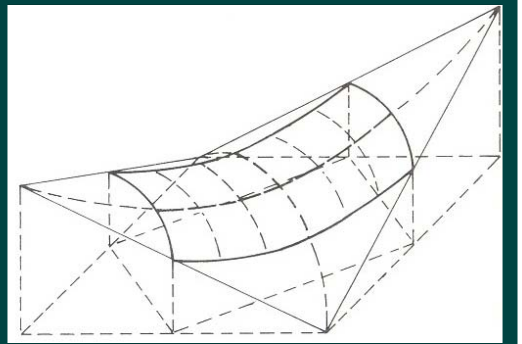


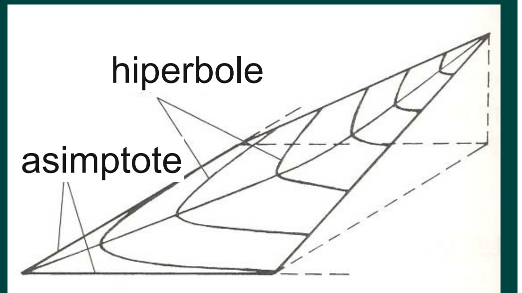
TIPOVI I VRSTE LJUSKI – HIPERBOLIČNI PARABOLOID

- vrsta ljuske vrlo pogodna za izradbu u betonu
- geometrijska svojstva hipara:
  - proizvoljna linija “paralelna” s granicom je pravac
  - hipar sadrži dva ortogonalna skupa pravaca nad pravokutnim tlocrtom zato nije potrebna zakrivljena oplata
  - ploha je antiklastička (sedlasta)
  - vertikalna ravnina koja po dijagonali povezuje suprotne “donje” uglove siječe plohu po konveksnoj paraboli
  - druga dijagonala čini konkavnu parabolu
  - uobičajena dispozicija hipara je s konstruktivnom visinom (strelicom odnosno provjesom) od ½ ukupne visine, a najmanja konstruktivna visina ne bi smjela biti manja od 1/10 raspona
  - horizontalne ravnine sijeku plohu po hiperbolama koje se asimptotski približavaju donjim granicama



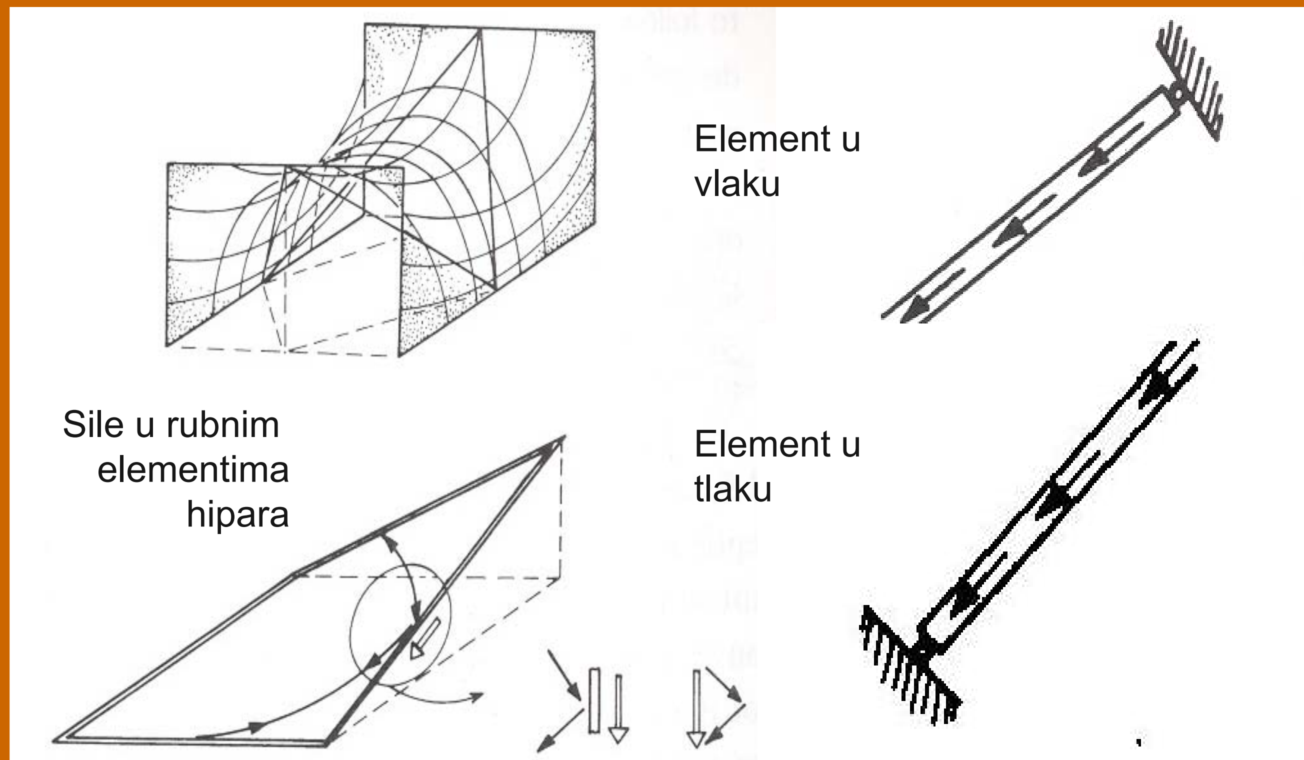






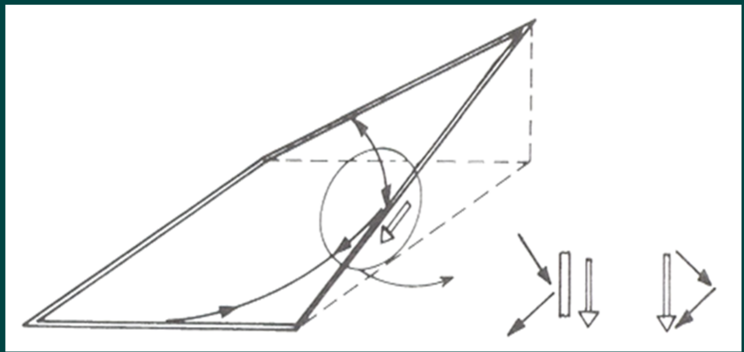
TIPOVI I VRSTE LJUSKI – HIPERBOLIČNI PARABOLOID

- unutarnje sile hipara za jednoliko raspoređeno opterećenje daju se jednostavno proračunati
  - jedan skup parabola plohe su konveksne, tj. lukovi (tlak),
  - a drugi skup konkavne parabole, tj. kabeli (vlak)
  - u smjerovima paralelnim s dijagonalama ne postoje posmične sile; to su tzv. glavne osi

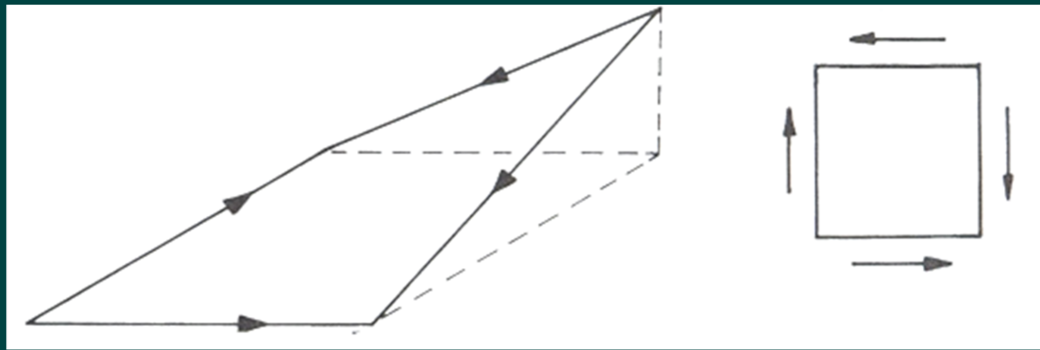


TIPOVI I VRSTE LJUSKI – HIPERBOLIČNI PARABOLOID

- na rubovima (granicama) sijeku se
  - tlačne sile od konkavnih dijagonala i
  - vlačne sile od konveksnih dijagonala s rezultantom u smjeru rubnog elementa
- ako je hipar prikladno oslonjen u rubnom elementu javljaju se samo
  - uzdužne sile, vlačne, tlačne ili dijelom vlačne a dijelom tlačne, ovisno o usvojenom položaju rubnog elementa



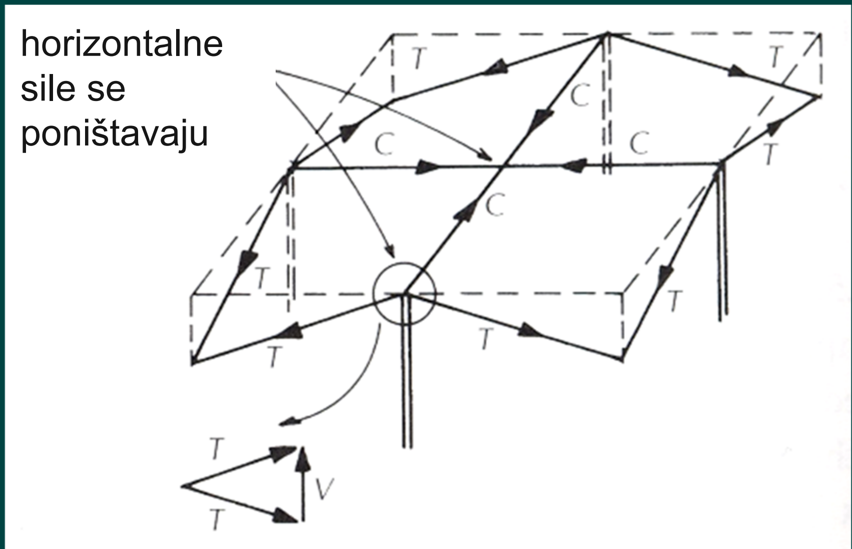
Sile u rubnim elementima hipara

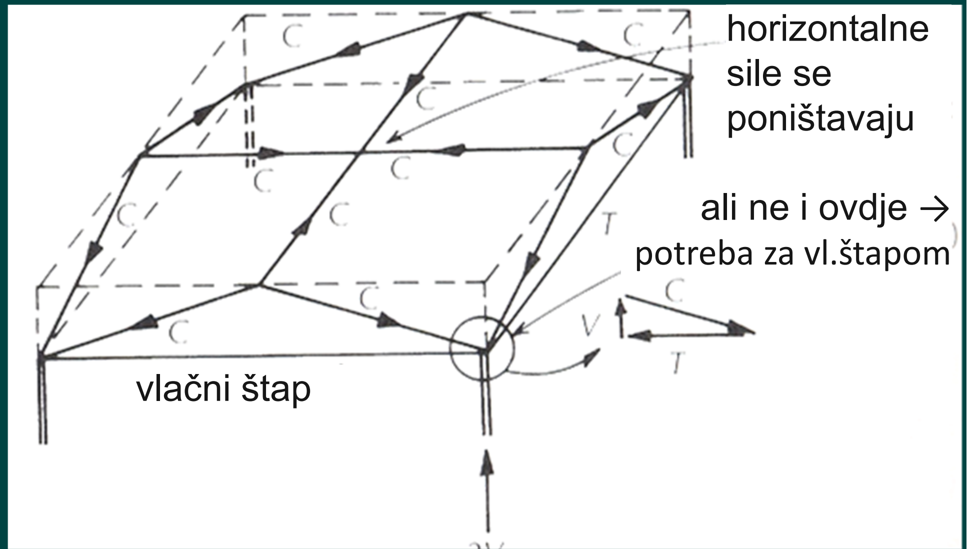


Primjer toka sila u rubnom elementu

TIPOVI I VRSTE LJUSKI – HIPERBOLIČNI PARABOLOID

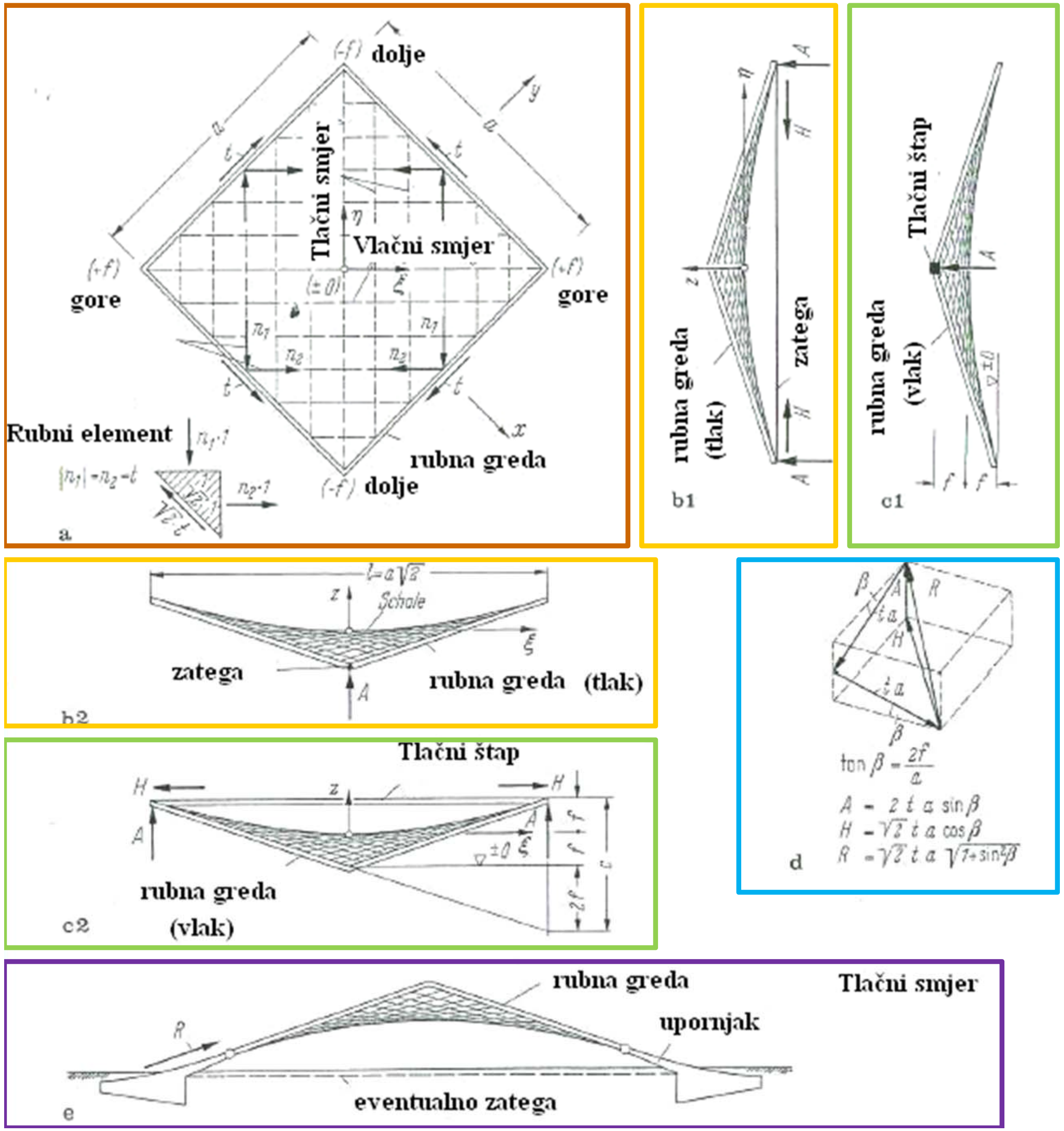
- barem jedan kraj rubnog elementa mora se fiksirati i u horizontalnom smjeru
- optimalna dispozicija dobije se tako
  - **da se horizontalne komponente susjednih rubnih elementa međusobno poništavaju,**
  - **čime se postiže da na stupove djeluju samo vertikalne sile**





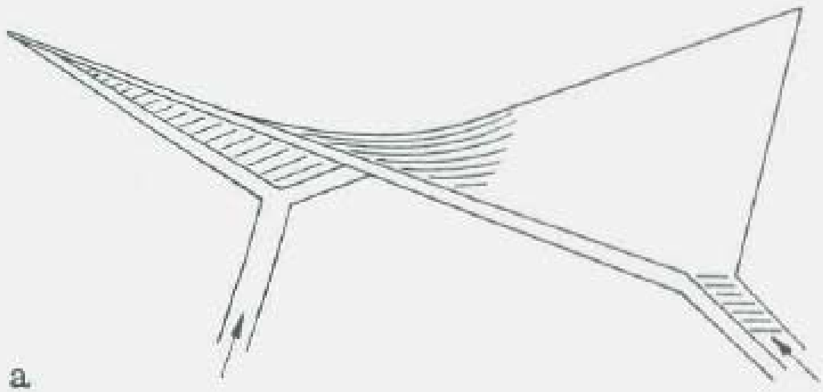
učinak pridržanja na sile u rubnim elementima

TIPOVI I VRSTE LJUSKI – HIPERBOLIČNI PARABOLOID

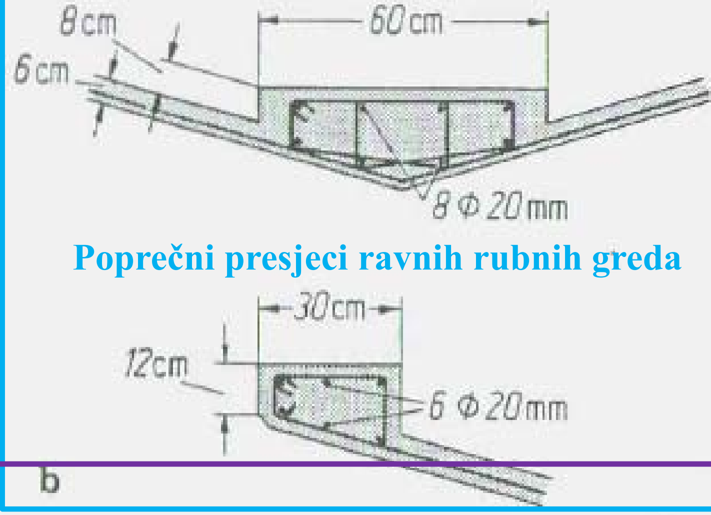


- Hipar pod jednolikim kontinuiranim plošnim opterećenjem (vl. tež. + snijeg):
- a) Kvadratni tlocrt
- b1) i b2) dijagonalni presjeci sa zategom koja spaja oba donja ugla
- c1) i c2) dijagonalni presjeci s tlačnim štapom koji spaja oba gornja ugla
- d) Rastavljanje sila na jednom rubu
- e) Oslanjanje na dva upornjaka na donjem uglu u smjeru rezultante R iz dvije rubne grede

TIPOVI I VRSTE LJUSKI – HIPERBOLIČNI PARABOLOID



Oslanjanje hipara



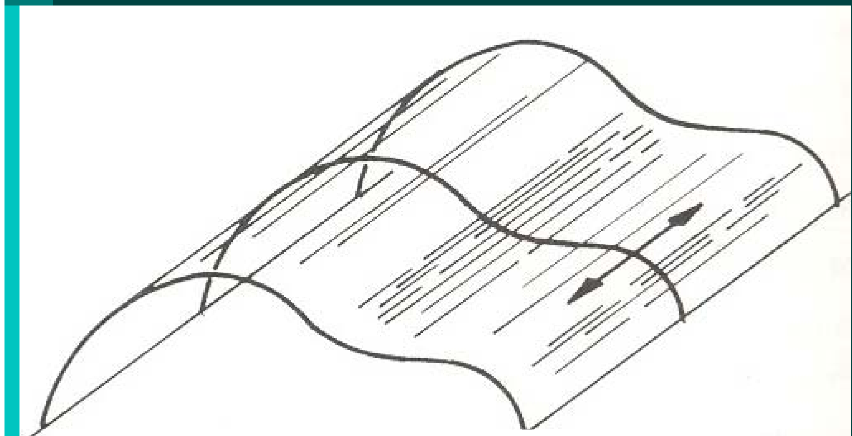
Poprečni presjeci ravnih rubnih greda

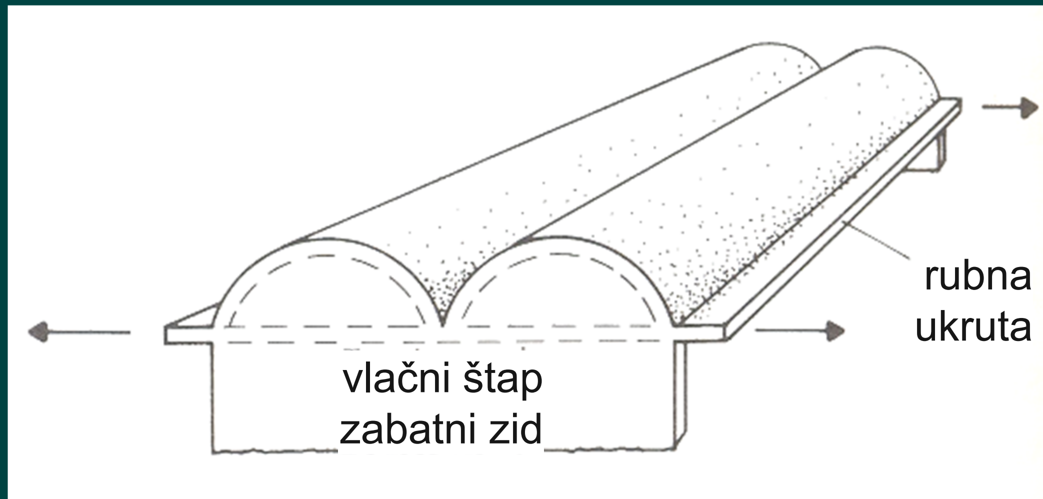
Pojačanje ruba u udolini jedne zvjezdaste ljuske

Rubne grede hipara

TIPOVI I VRSTE LJUSKI – CILINDRIČNE LJUSKE

- generiramo ih pomicanjem krivulje paralelne samoj sebi uzduž pravca ili obrnuto pomicanjem pravca uzduž krivulje,
  - što pokazuje da se radi o plohi jednostruke zakrivljenosti


generiranje cilindrične ljuske



- zahtijevaju za oslanjanje krute zabatne zidove,
  - da bi zadržale oblik i da se osigura membransko djelovanje
- slobodne rubove treba ojačati
  - da se izbjegne lokalno izbočavanje i savijanje

TIPOVI I VRSTE LJUSKI – CILINDRIČNE LJUSKE

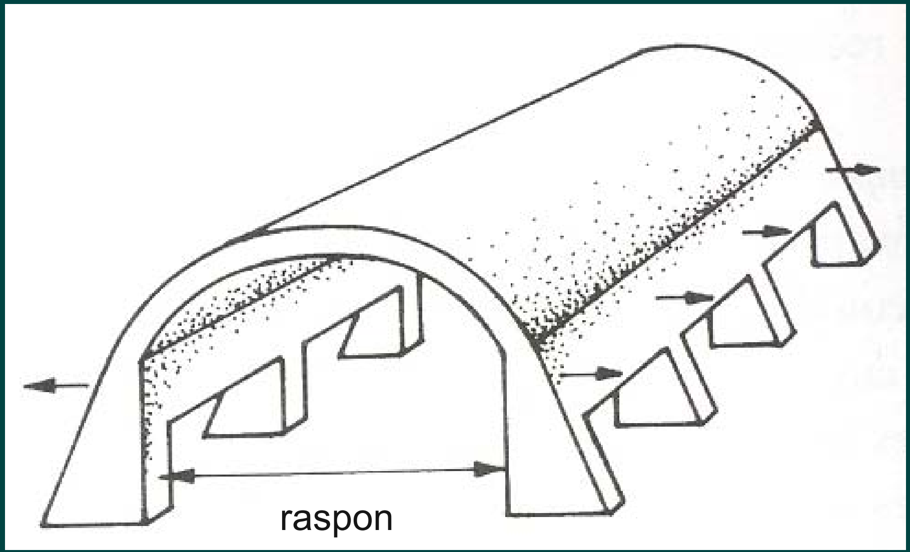
- **cilindrična ljuska može izgledati slično svodu, ali je njeno ponašanje potpuno drugačije**

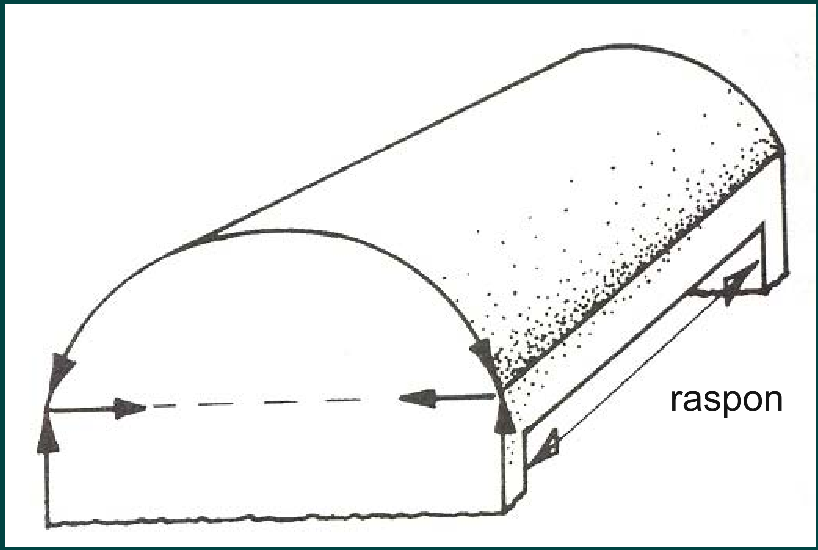
SVOD

- ravninska struktura *funikularnog* oblika
- nosi po širini s oslanjanjem po uzdužnim rubovima
- zabati nisu potrebni

CILINDRIČNA LJUSKA

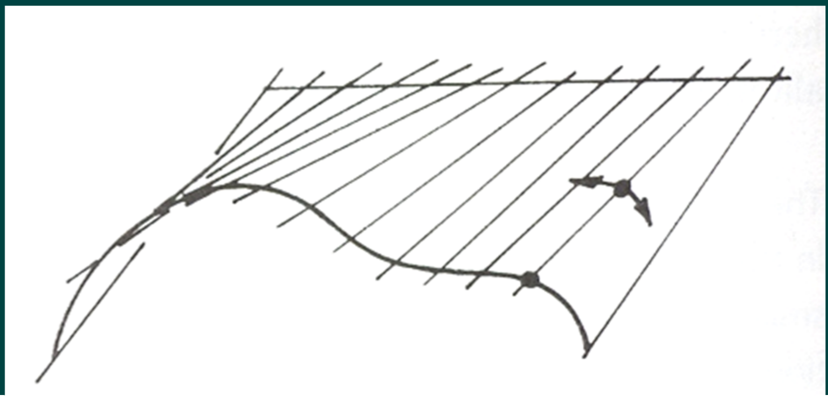
- ploha jednostruke zakrivljenosti
- nosi u smjeru duljine
- oslanjanje na krute zabatne zidove

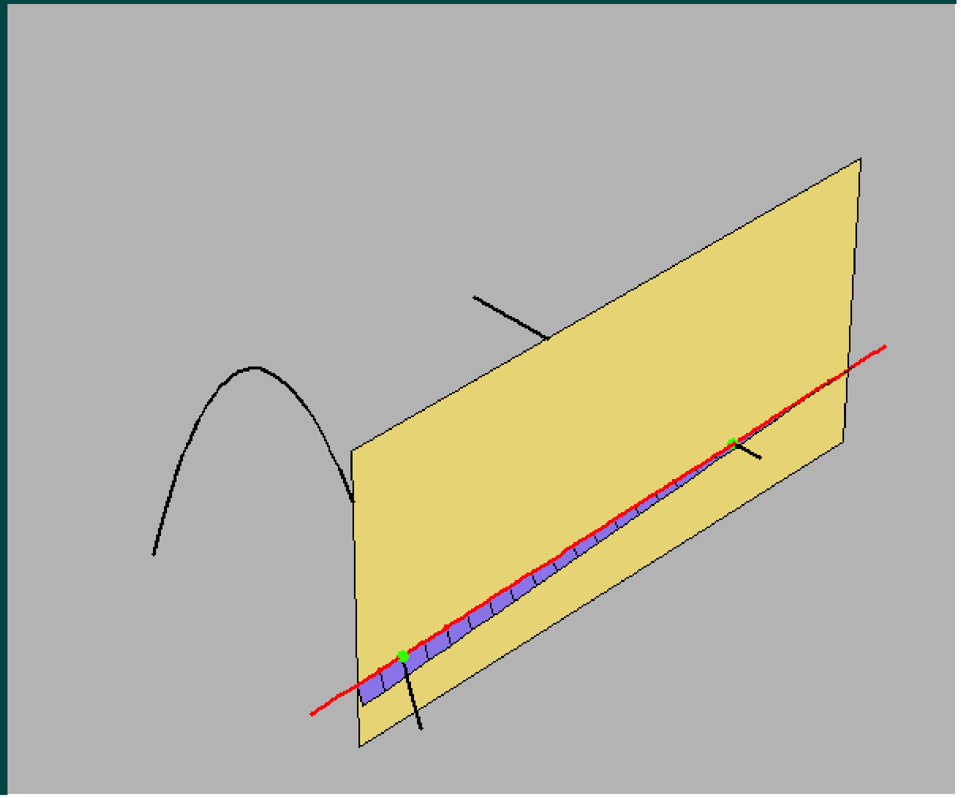




TIPOVI I VRSTE LJUSKI – KONOIDNE LJUSKE

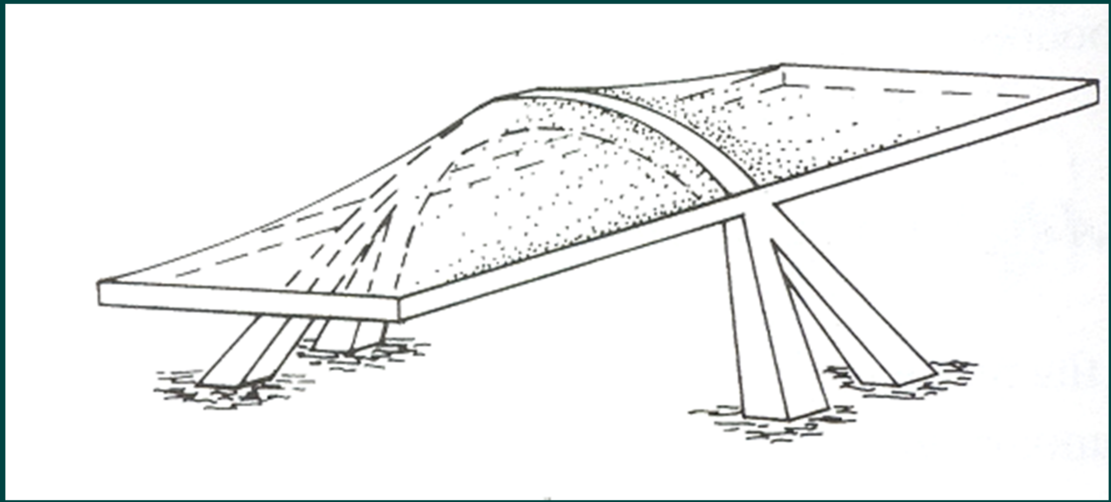
- generiramo ih pomicanjem pravca
  - na jednom kraju po krivulji
  - a na drugom kraju po pravcu





TIPOVI I VRSTE LJUSKI – KONOIDNE LJUSKE

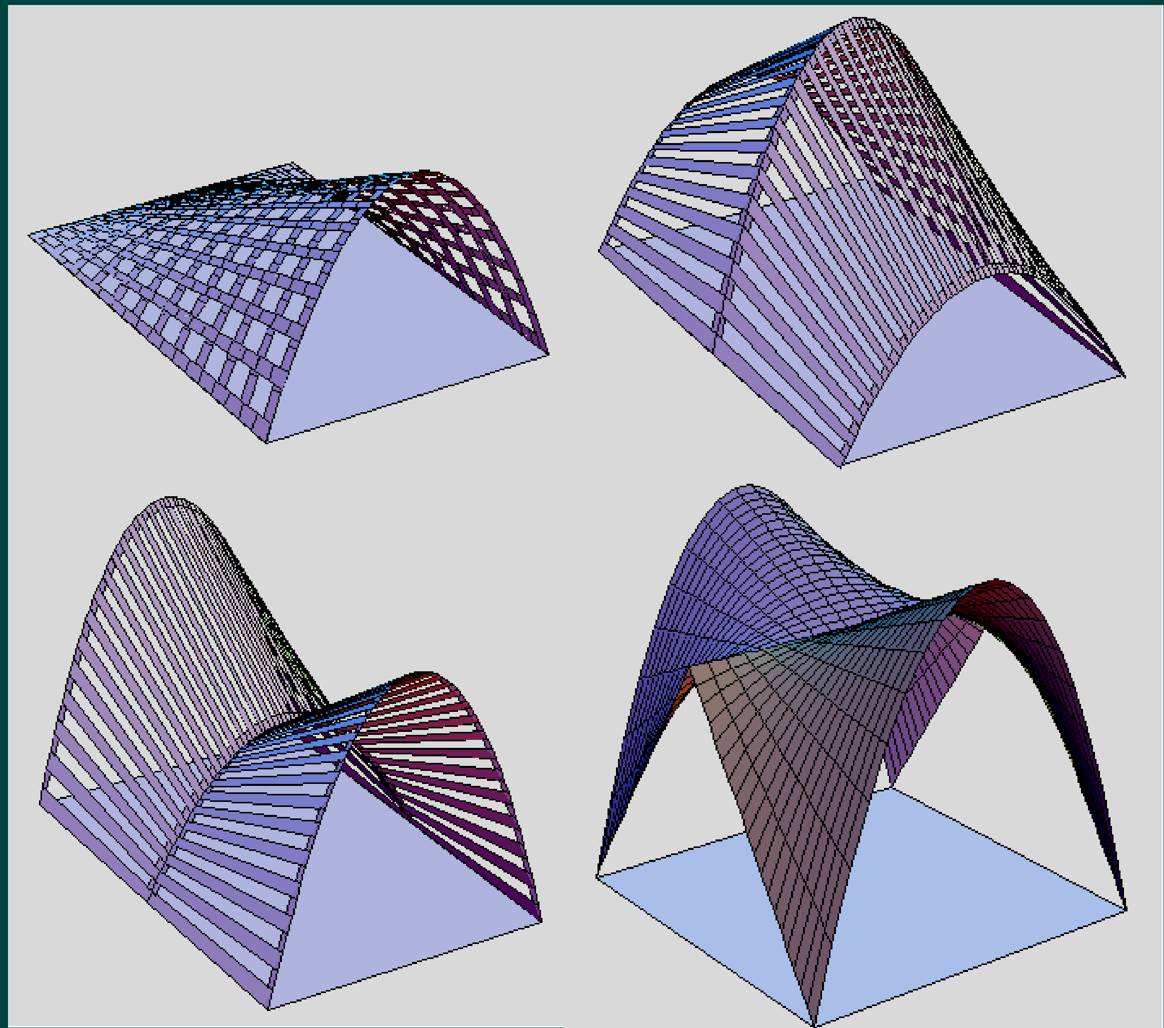
- ove ljuske su vrlo učinkovite za konzolne konfiguracije jer
  - konstruktivna visina raste od
    - najmanje vrijednosti na slobodnom rubu
    - do najveće vrijednosti na upetom rubu, gdje su i momenti savijanja najveći



- upeti kraj npr. zabatni zid preuzima momente savijanja ljuske pa mora imati
  - i krutost u ravnini
  - i krutost na savijanje (bočnu krutost)

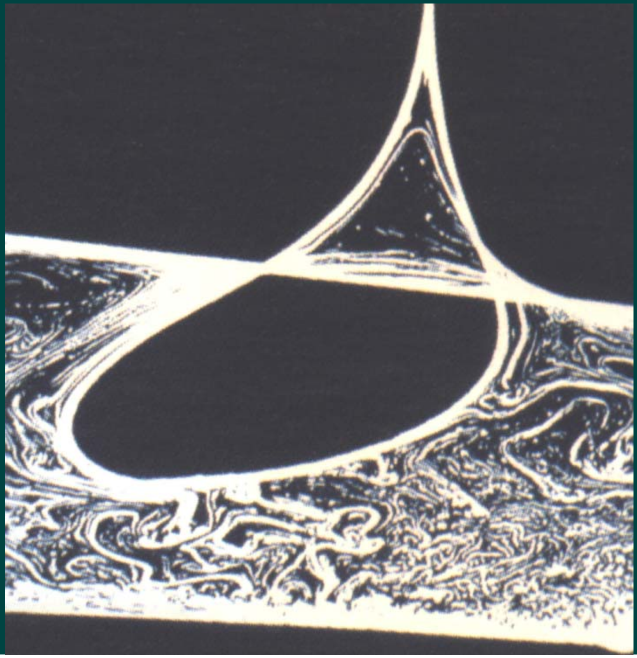
TIPOVI I VRSTE LJUSKI – KONOIDNE LJUSKE

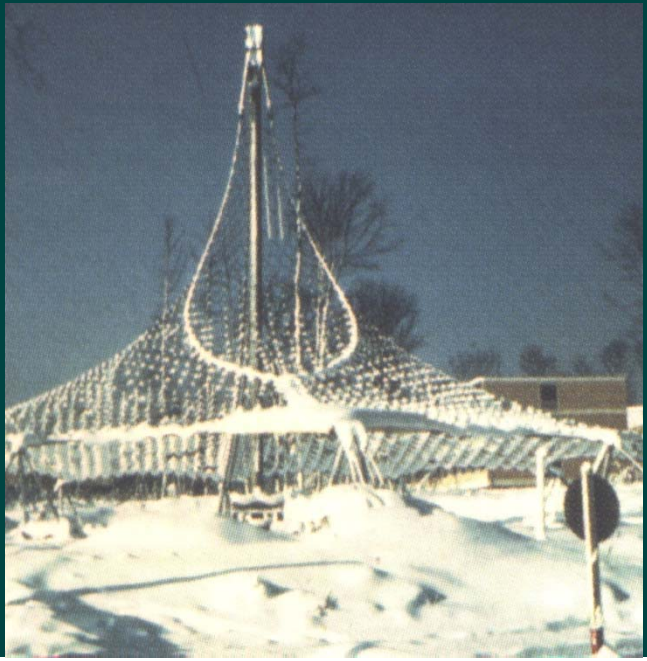
- Primjeri natkrivanja konoidnim ljuskama



TIPOVI I VRSTE LJUSKI –
LJUSKE OBLIKA MJEHURA OD SAPUNICE

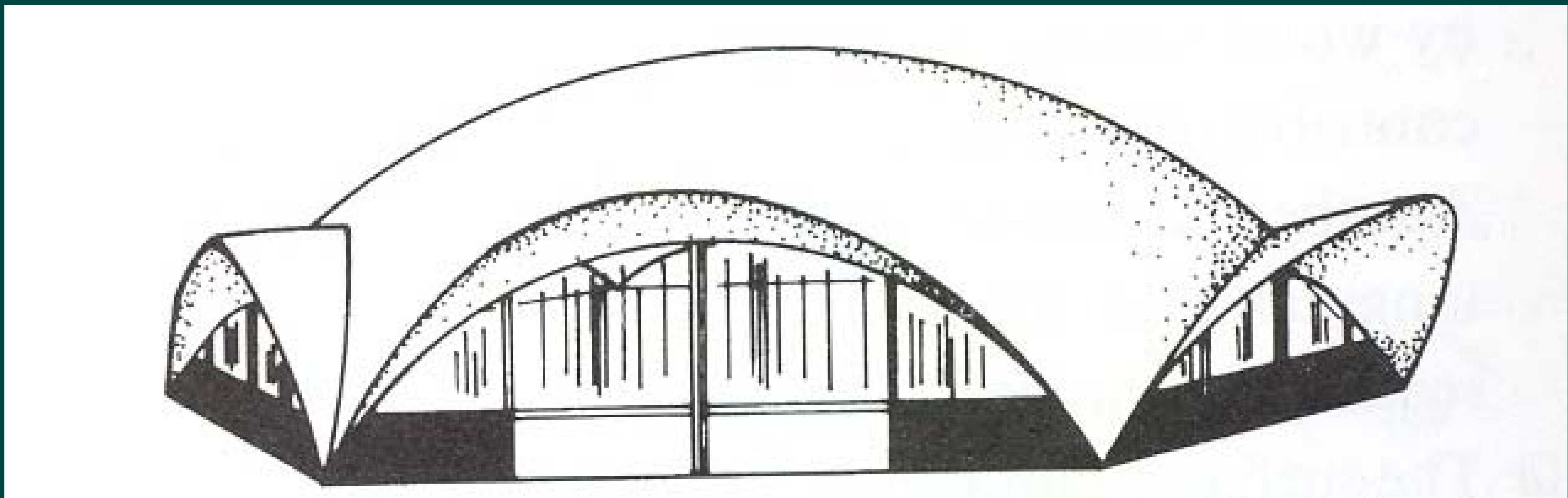
- imaju oblik koji bi se realizirao kad bi se žičani model granica prostora uronio u sapunicu
- ove plohe se nazivaju i *minimalnim plohama*, jer se njima ostvaruje najmanja površina ploha za zadanu granicu
- vlak u bilo kojem smjeru bilo kojeg elementa ovakve ljuske je konstantan
- ove plohe prikladne su za složene granice prostora, a mogu se modelirati i na računalu, s dodatnom prednosti mogućnosti modifikacije plohe za proizvoljna funkcionalna ograničenja





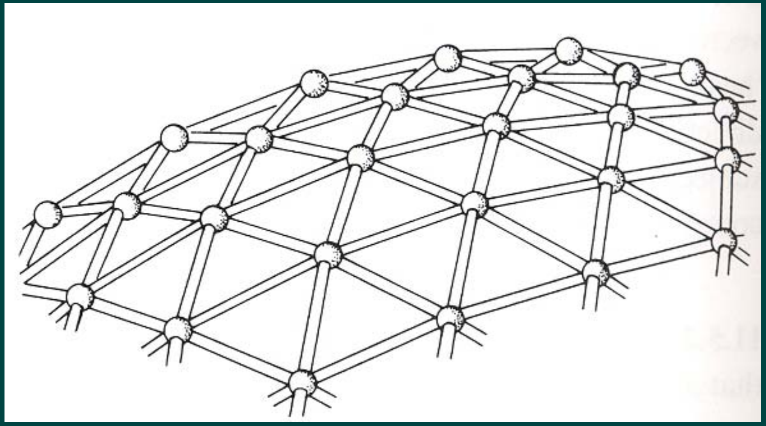
TIPOVI I VRSTE LJUSKI – LJUSKE SLOBODNIH OBLIKA

- plohe koje se ne mogu prikazati kao matematičke funkcije
- mogu se oblikovati temeljem fizikalnih modela ili generirati na računalu primjenom optimizacijskih postupaka za proizvoljna ograničenja, kao što su:
  - granice prostora,
  - mjesta oslanjanja,
  - traženi gabariti i sl.

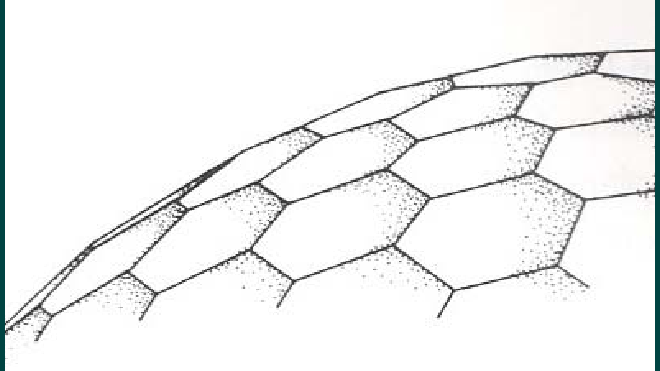


TIPOVI I VRSTE LJUSKI – PLOČASTE I ŠTAPNE LJUSKE

- zamjena glatke plohe bilo koje ljuske sa:
  - ili mrežom zglobno spojenih štapnih elemenata (štapna ljuska)

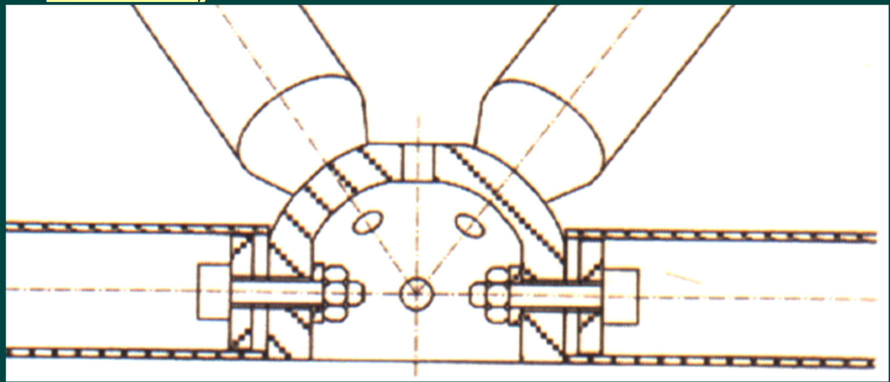



  - ili mrežom zglobno spojenih ploča (pločasta ljuska)

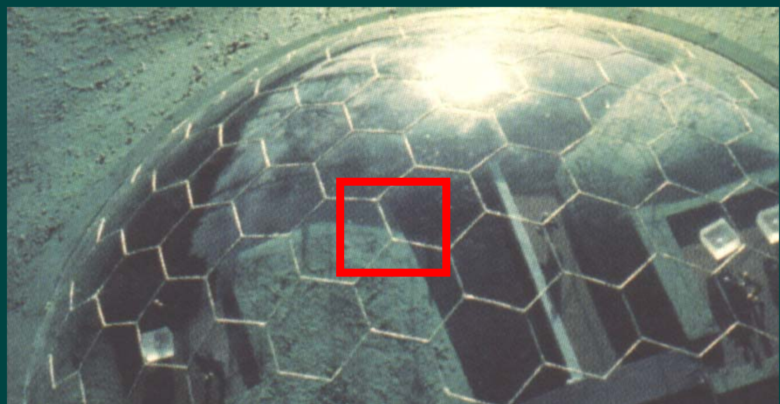


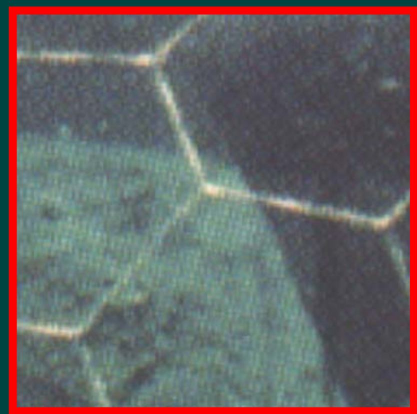

TIPOVI I VRSTE LJUSKI – PLOČASTE I ŠTAPNE LJUSKE

- Geometrijsku krutost:
  - zakrivljene mreže zglobno spojenih štapnih elemenata (štapne ljuske) može se ostvariti samo ako mrežu čine trokuti



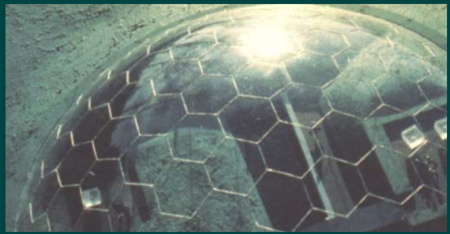
  - zglobno spojenih ploča (pločaste ljuske) ostvaruje se tako da se u pojedinom čvoru sijeku barem tri ruba susjednih ploča





TIPOVI I VRSTE LJUSKI – PLOČASTE I ŠTAPNE LJUSKE

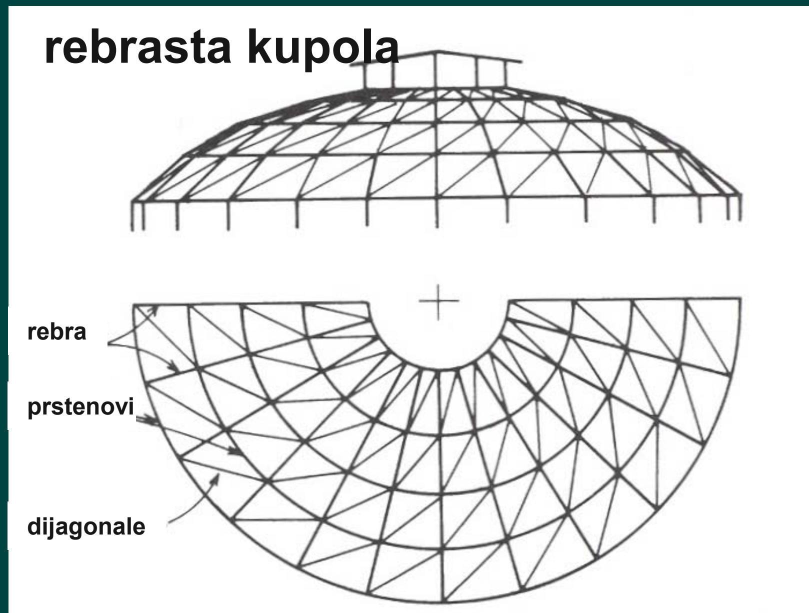
- Elementi štapnih ljusaka preuzimaju samo normalne sile,
- a elementi pločastih ljusaka djeluju kao membrane što uključuje i posmične sile u ravnini ploče.



- Štapne ljuske od čeličnih elemenata su mnogo tanje od betonskih ljusaka.
- Osnovni mehanizmi otkazivanja nosivosti su
  - razne vrste izvijanja odnosno izbočavanja (problem stabilnosti vitkih elemenata),
  - izvijanje štapova,
  - lokalno *snap–through* izbočavanje
  - ili globalno izbočavanje.

TIPOVI I VRSTE LJUSKI –
OJAČANE KUPOLE (BRACED DOMES)

- danas najčešća vrsta kupola za velike raspone
- ukupna težina im je od 40–80 kg/m^2, zajedno s pokrovom
- postoji više geometrijskih oblika takovih kupola koje se razlikuju po diskretizaciji plohe kupole
- rebraste ljuske nastaju formiranjem plohe od mreže meridijalnih rebara i prstenova



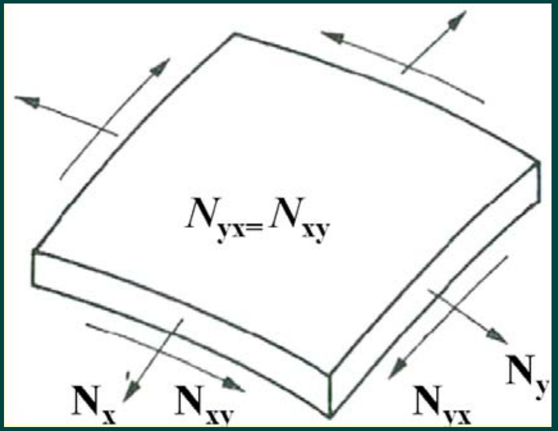
SMJERNICE ZA OBLIKOVANJE I PRORAČUN LJUSAKA

1. Primarni nosivi sustav je membransko djelovanje.
2. Oblik i dimenzije ljuske potrebno je prilagoditi opterećenju.
3. Debljinu ljuske je teorijski moguće odrediti prema naprezanjima u ljusci.
4. Membranska naprezanja uslijed vlastite težine su neovisna o debljini ljuske kada je debljina ljuske konstantna.
5. Membrana treba imati "membranske" oslonce, odnosno sile na osloncima trebaju biti uzdužne sile i posmične sile smještene u ravnini ljuske.
6. Rubne uvjete je potrebno pažljivo odrediti prema obliku ljuske, kako bi se uopće mogao ostvariti membranski prijenos sila.
7. Ljuske se najčešće dimenzioniraju samo na jednoliko kontinuirano opterećenje vlastitom težinom i snijegom.
8. Membranska ljuska je konstrukcija sa unutarnjim statički određenim sustavom.
9. Tanke ljuske je potrebno konstruirati kao krute konstrukcije.

SMJERNICE ZA OBLIKOVANJE I PRORAČUN LJUSAKA

1. Primarni nosivi sustav je membransko djelovanje.

- **Ljuska je zakrivljena plošna konstrukcija koja preuzima opterećenja primarno membranskim djelovanjem**



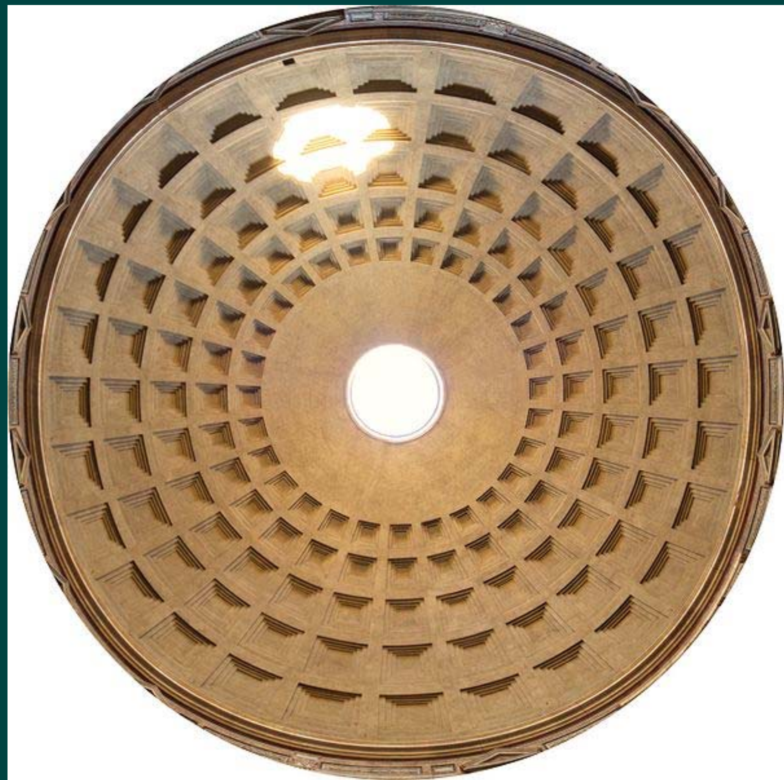
(na infinitezimalnom dijelu ljuske djeluju normalne i posmične sile)

SMJERNICE ZA OBLIKOVANJE I PRORAČUN LJUSAKA

2. Oblik i dimenzije ljuske potrebno je prilagoditi opterećenju.

- **Ako djeluju koncentrirane sile, potrebno je podebljati ljusku ili predvidjeti rebra za prijenos naprezanja**

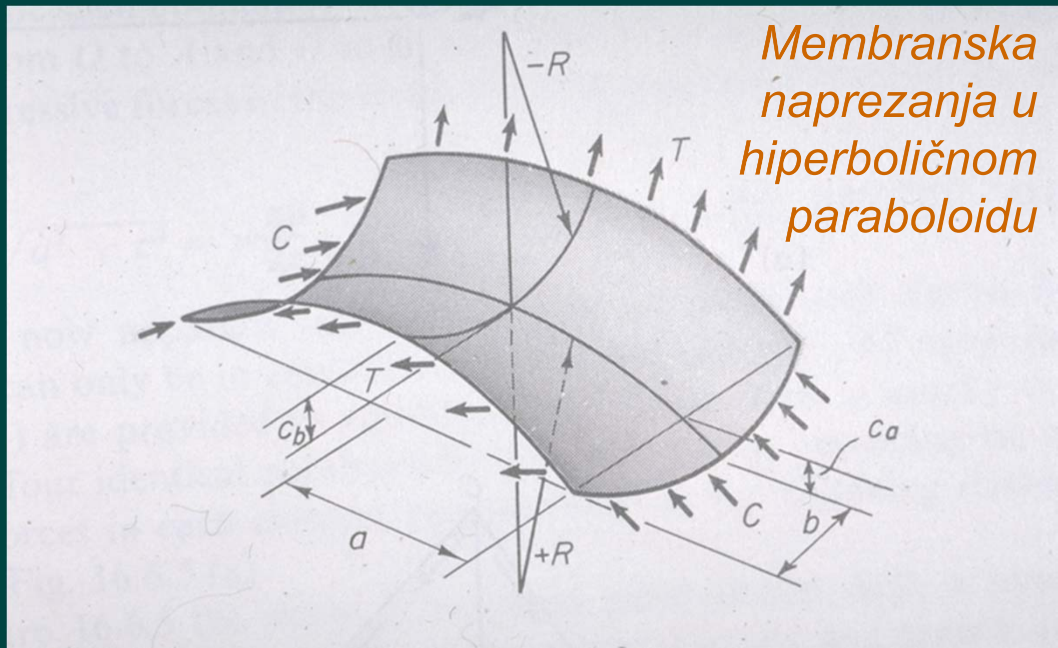
Pantheon, Rim
1691–1765



SMJERNICE ZA OBLIKOVANJE I PRORAČUN LJUSAKA

3. Debljinu ljuske je teorijski moguće odrediti prema naprezanjima u ljusci.

- **jer naprezanja od vanjskog opterećenja ne ovise o debljini ljuske.**
- **Ova tvrdnja je ograničena jer je membransko stanje naprezanja poremećeno dimenzijama ljuske, a ne samo nejednolikim opterećenjima**

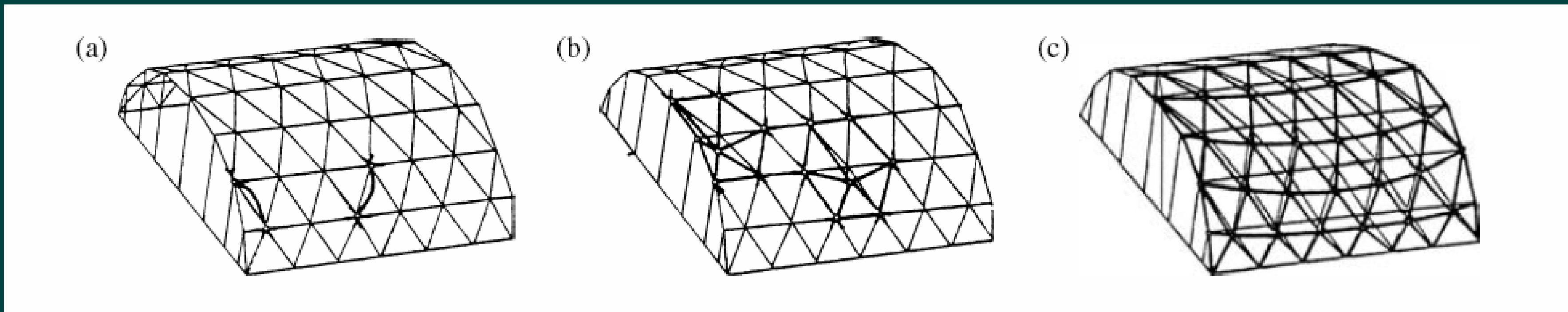


Membranska naprezanja u hiperboličnom paraboloidu

SMJERNICE ZA OBLIKOVANJE I PRORAČUN LJUSAKA

4. Membranska naprezanja uslijed vlastite težine su neovisna o debljini ljuske kada je debljina ljuske konstantna.

- **Debljinu je moguće smanjivati sve dok ljuska može prenijeti vanjska opterećenja sa dostatnom sigurnošću protiv izbočavanja.**



Izbočavanje elementa

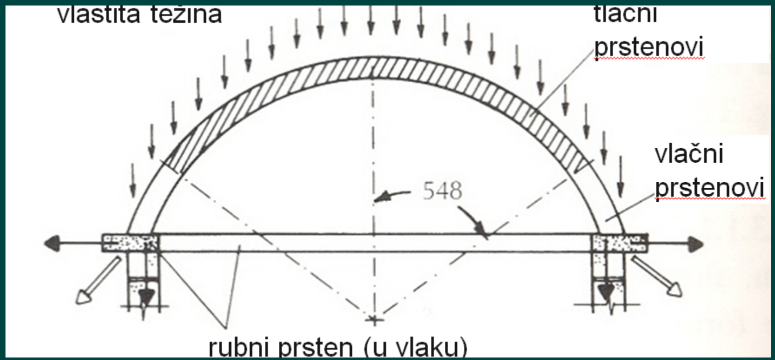
Lokalno izbočavanje na spoju

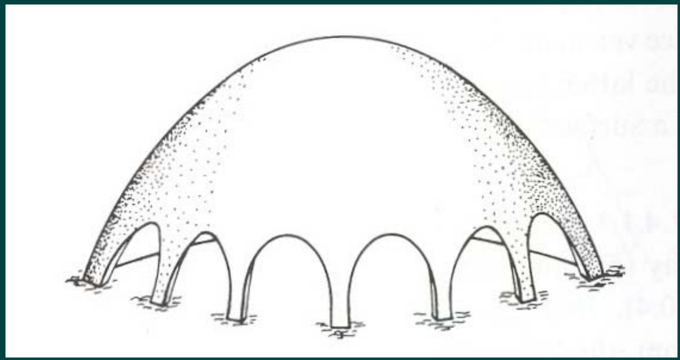
Opće izbočavanje cijele konstrukcije

SMJERNICE ZA OBLIKOVANJE I PRORAČUN LJUSAKA

5. Membrana treba imati "membranske" oslonce, odnosno sile na osloncima trebaju biti uzdužne sile i posmične sile smještene u ravnini ljuske.

- Sile na osloncima okomite na ravninu ljuske uzrokuju savijanja na rubovima.
- Stoga se ljuske često oslanjanju na tangencijalne pendl-stupove ili koso na postavljene pomične ležajeve (prenose samo silu u smjeru tangente na ljusku.)
- Ako je moguće samo vertikalno preuzimanje sila, potrebno je ojačati rub ljuske prstenom ili na neki drugi način kako bi se preuzeo horizontalni posmik uslijed membranskog prijenosa sile.
- Deformacija rubova ljuske je pritom spriječena što uzrokuje dodatne posmične sile u ljuski.

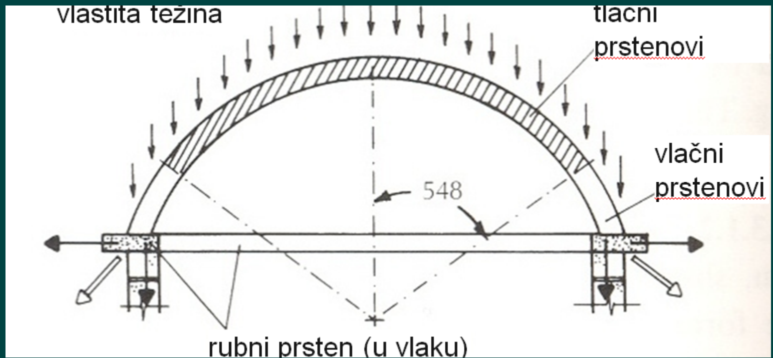




SMJERNICE ZA OBLIKOVANJE I PRORAČUN LJUSAKA

6. Rubne uvjete je potrebno pažljivo odrediti prema obliku ljuske, kako bi se uopće mogao ostvariti membranski prijenos sila.

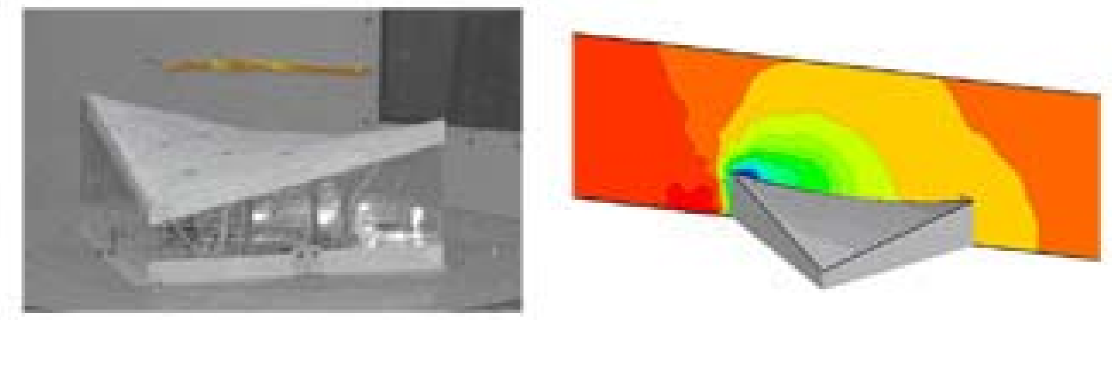
- Ako to nije ispunjeno tada ljuska prenosi sile kao savijena ploča.
- Oslonce je potrebno odabrati tako da se pri svakom mogućem slučaju opterećenja ostvari kruto membransko stanje, a ne samo pri pojedinim kombinacijama i slučajevima opterećenja.
- Stoga je slobodni rub rotacijske ljuske potrebno ojačati prstenom i kada se pretpostavlja da na tom rubu teoretski nema sila.
- Kada rub ne bi bio ojačan moguće su velike deformacije i momenti savijanja pod lokalnim djelovanjem opterećenja.



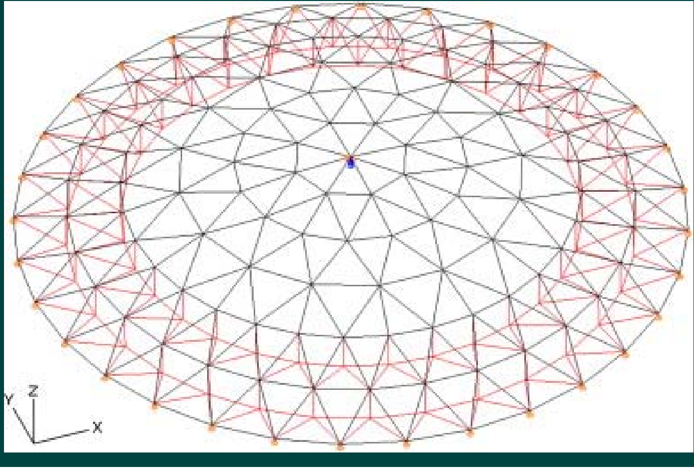
SMJERNICE ZA OBLIKOVANJE I PRORAČUN LJUSAKA

7. Ljuske se najčešće dimenzioniraju samo na jednoliko kontinuirano opterećenje vlastitom težinom i snijegom.

- Opterećenje vjetrom se zadaje kontinuiranim plošnim opterećenjem.
- Ispitivanja u vjetrovnom tunelu su pokazala znatne razlike u naprezanjima uslijed lokalnih utjecaja na ljuskama velikih raspona.
- Moguća je nejednoliko opterećenje snijegom uslijed čišćenja krova ili pada dijela snijega sa krova.
- Stoga je ljusku potrebno dimenzionirati metodom konačnih elemenata za lokalna i nejednolika opterećenja.



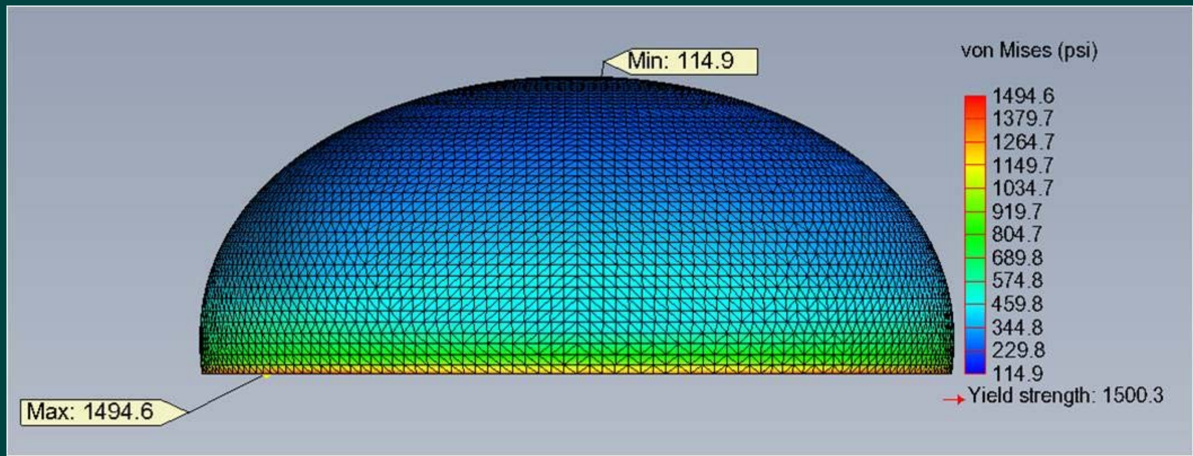
Testing and simulating of wind-structure interaction of membrane structures



SMJERNICE ZA OBLIKOVANJE I PRORAČUN LJUSAKA

8. Membranska ljuska je konstrukcija s unutarnjim statički određenim sustavom.

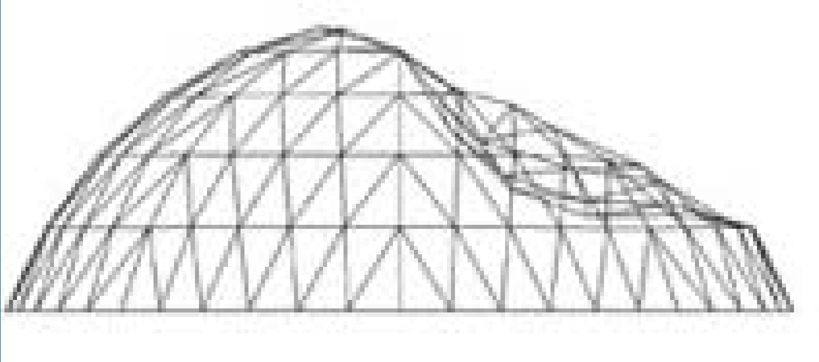
- Ne posjeduje rezervu nosivosti kao zidovi kod kojih je moguća plastifikacija i duktilno ponašanje.
- Stoga je iznimno važno provesti detaljnu i točnu analizu silu.



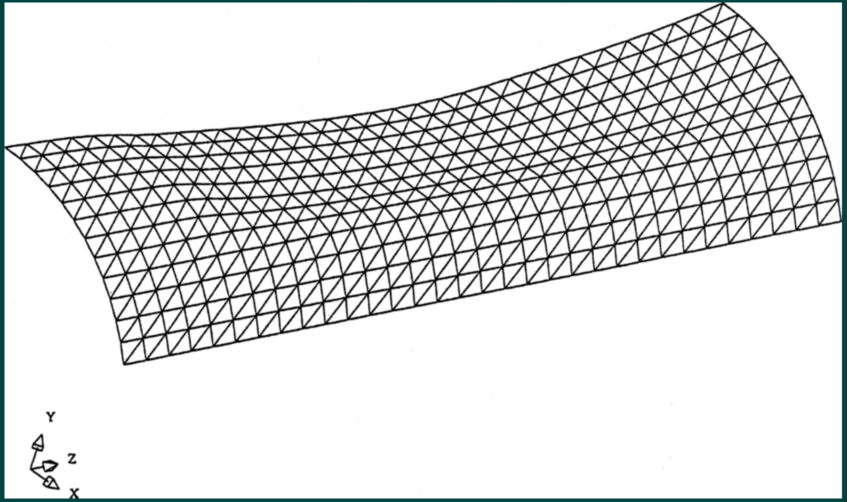
SMJERNICE ZA OBLIKOVANJE I PRORAČUN LJUSAKA

9. Tanke ljuske je potrebno konstruirati kao krute konstrukcije.

- Posebnu pažnju je potrebno posvetiti izbočavanju i silama na deformiranom sustavu.



Deformation of a reticulated shell under severe earthquakes



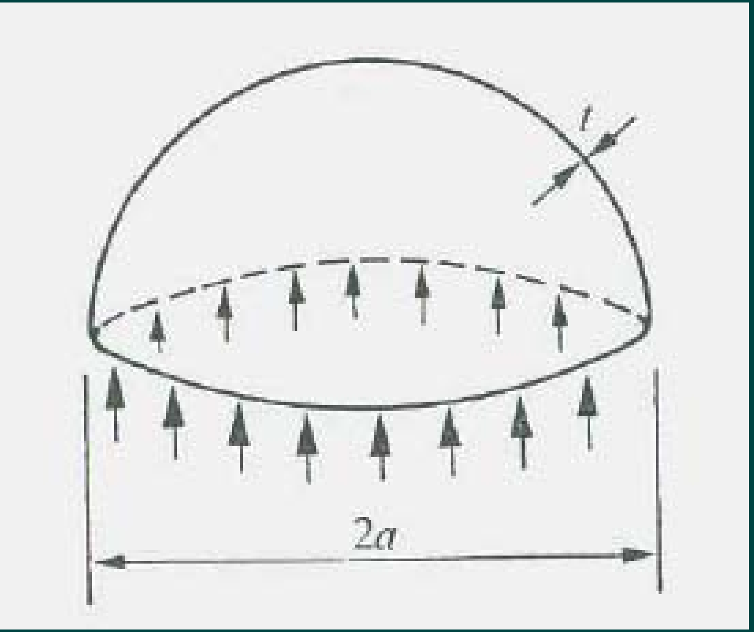
LJUSKE – SADRŽAJ PREDAVANJA (2.dio)

- Teorija i primjeri proračuna
  - Analiza polukugle
  - Membranska analiza ljusaka
  - Problematika lokalnog izbočavanja
  - Analiza sferne ljuske
  - Analiza cilindrične ljuske
  - Analiza i prednapinjanje cilindričnog rezervoara
  - Pravila primjene membranske teorije
  - Granice primjene membranske teorije

TEORIJA PRORAČUNA

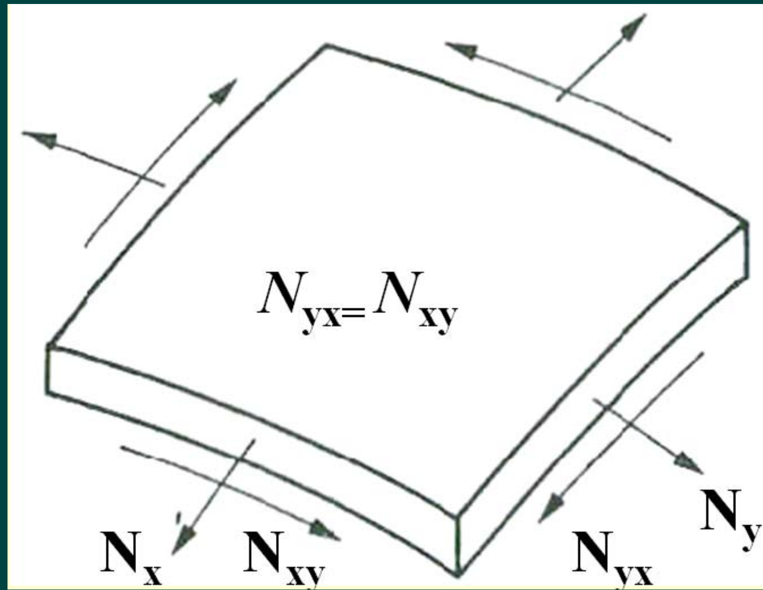
ANALIZA POLUKUGLE

- kugla je konstantne debljine *t* pod djelovanjem vlastite težine
- oslonjena je po čitavom slobodnom rubu
- reakcija je jednoliki kontinuirani pritisak σ
- iz ravnoteže sila → $\sigma \cdot t \cdot (2 \cdot a \cdot \pi) = \rho \cdot t \cdot (2 \cdot a^2 \cdot \pi)$
  - lijeva strana izraza je suma reakcije po opsegu kruga
  - desna strana izraza je težina ljuske
- sređivanjem izraza → $\sigma = \rho \cdot a$
  - ρ – jedinična težina materijala
  - σ – tlačna naprezanja
- → *tlačna naprezanja na osloncima ne ovise o debljini ljuske*



TEORIJA PRORAČUNA
MEMBRANSKA ANALIZA LJUSAKA

- u membranskoj analizi ljusaka primjerenije je promatrati
  - **rezultantu naprezanja *N*,**
  - **a ne naprezanja *σ***



- stoga se vlastita težina *w* specificira kao
  - **težina po jediničnoj površini [kN/m^2]**
- rezultanta membranskih naprezanja

$$N = w \cdot a$$

  - **ima dimenziju sila / duljina [kN/m]**
  - **dobivena je sumiranjem naprezanja po debljini ljuske**
- na infinitezimalnom dijelu ljuske djeluju normalne i posmične sile

TEORIJA PRORAČUNA
PROBLEMATIKA LOKALNOG IZBOČAVANJA

- vrlo tanke ljuske mogu se lokalno izbočiti
  - problem lokalnog izbočavanja je značajan za ljuske velikog raspona,
  - a kod ljusaka manjeg raspona taj problem nije toliko izražen

- lokalno izbočavanje vrlo tankih ljusaka nastaje kod naprezanja:

$$\sigma_{cr} = k \cdot E \cdot \frac{t}{R}$$

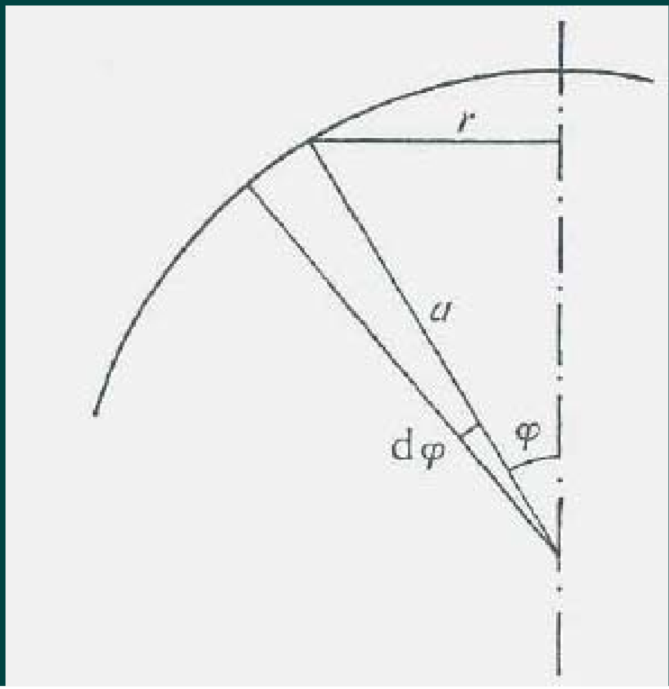
  - k – konstanta ≈ 0,25
  - R – radijus zakrivljenosti ljuske
  - t – debljina ljuske
  - E – modul elastičnosti

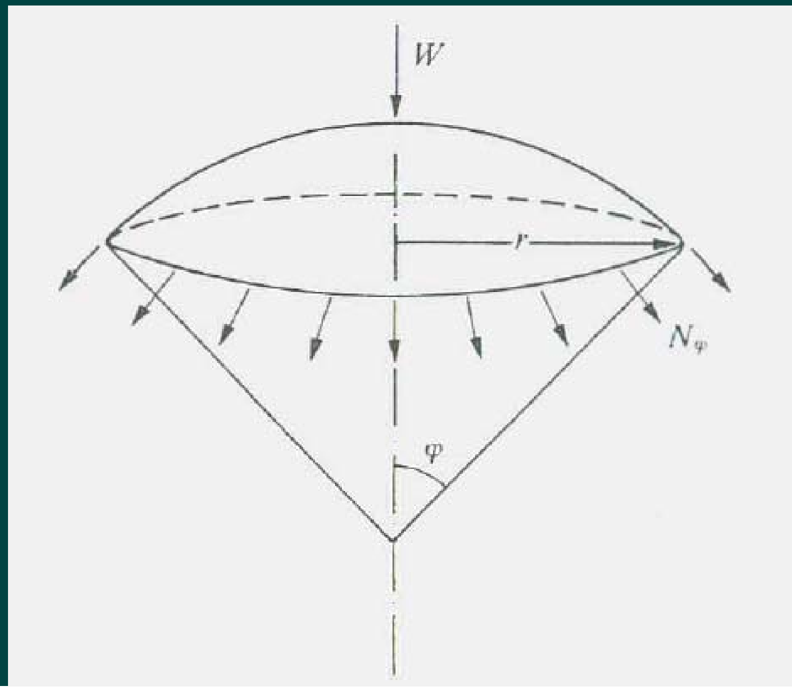
TEORIJA PRORAČUNA
ANALIZA SFERNIH LJUSAKA

- **Sferna ljuska konstantne debljine pod djelovanjem vlastite težine:**
  - **sfera ima jednostavnu geometriju što dovodi do jednostavne jednadžbe**

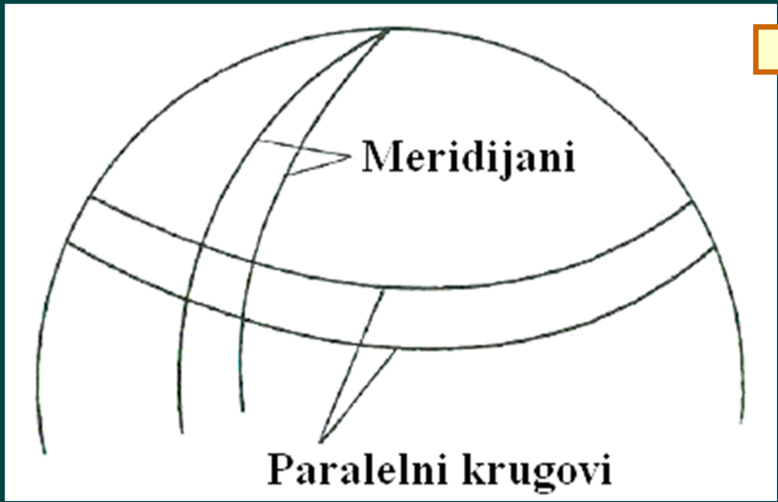
$$a \cdot \sin\varphi = r$$

- **slika lijevo prikazuje meridijan radijusa *a***
- **točke na meridijanu definirane su kutom *φ***
- **točka na meridijanu je na udaljenosti *r* od vertikalne osi sfere**

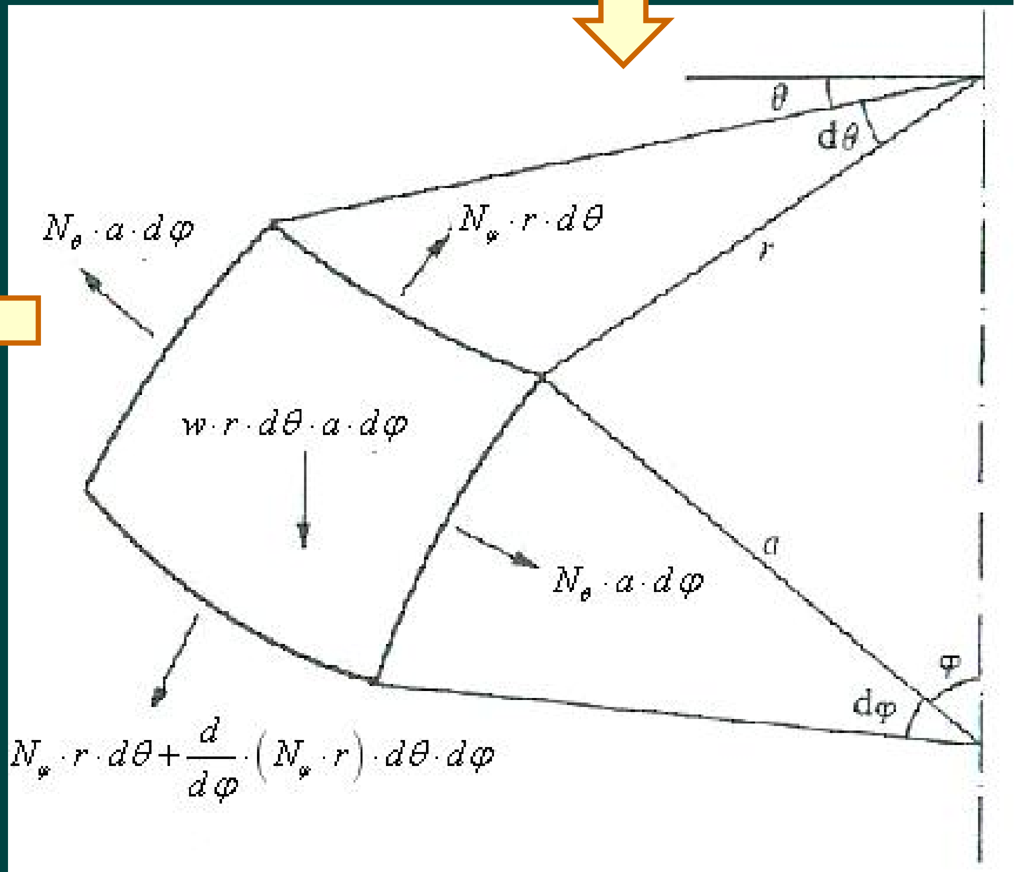




TEORIJA PRORAČUNA
ANALIZA SFERNIH LJUSAKA



- granice izrezanog infinitezimalnog elementa ljuske su
  - dva meridijana i dva paralelna kruga

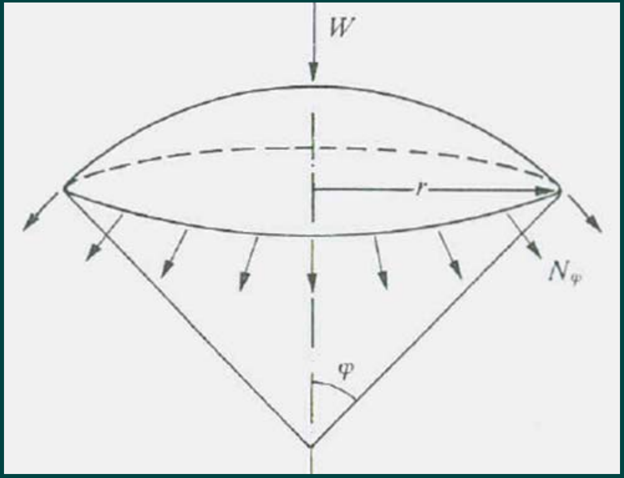


- element se može zapisati s dva kuta:
  - po meridijanu – φ
  - po kružnici – θ
- na element djeluje samo vlastita težina *W*

$$w \cdot dA = w \cdot r \cdot d\theta \cdot a \cdot d\varphi$$

$$N_\varphi + N_\theta = -w \cdot a \cdot \cos\varphi$$

TEORIJA PRORAČUNA
ANALIZA SFERNIH LJUSAKA



- Vlastita težina izražena preko težine po jediničnoj površini: $$W = 2 \cdot \pi \cdot w \cdot a^2 \cdot (1 - \cos\varphi)$$

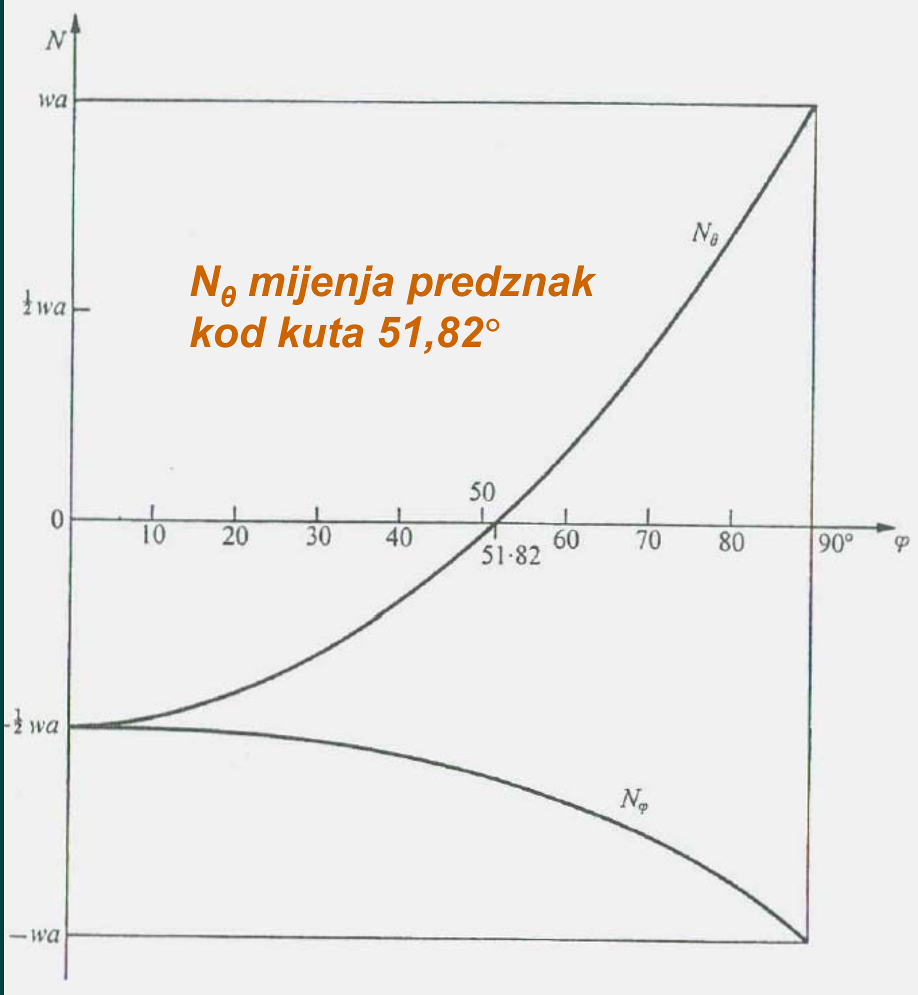
- Ravnoteža rezultante membranskih naprezanja u smjeru meridijana i vlastite težine:

$$N_\varphi \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \sin\varphi + W = 0$$

- Pojedine rezultante membr. naprezanja:

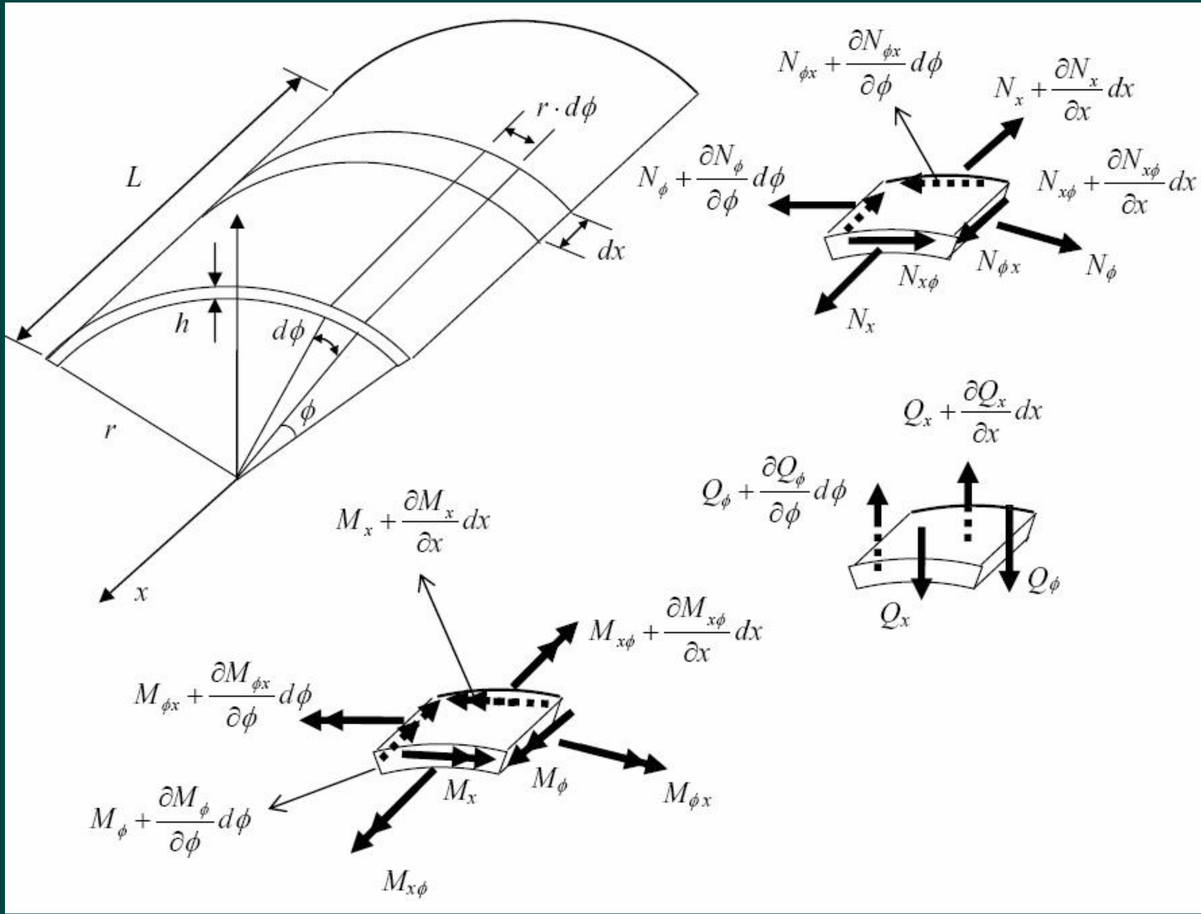
$$N_\varphi = -\frac{w \cdot a}{1 + \cos\varphi}$$

$$N_\theta = w \cdot a \cdot \left[\frac{1}{1 + \cos\varphi} - \cos\varphi \right]$$



TEORIJA PRORAČUNA
ANALIZA CILINDRIČNE LJUSKE

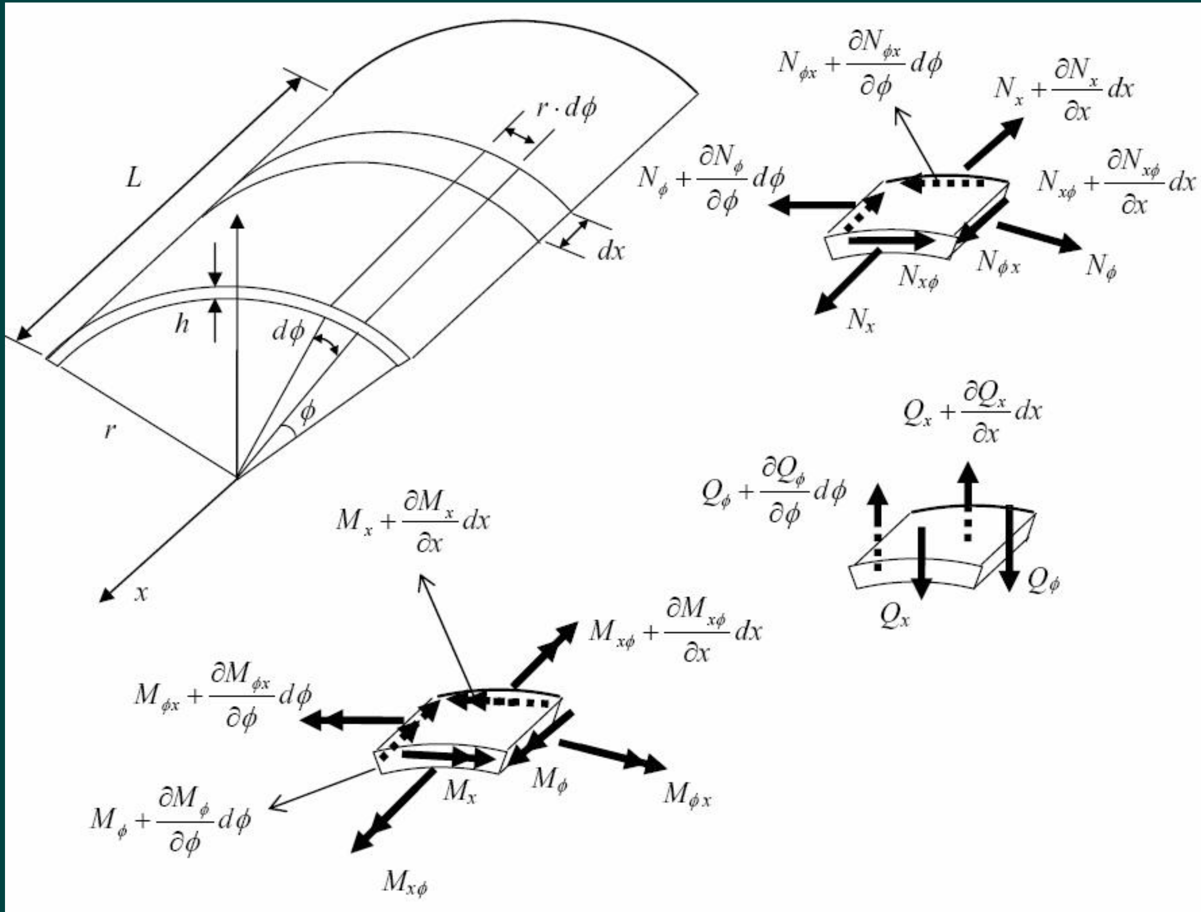
- cilindrična ljuska se može definirati kao zakrivljena ploča koja je izrezana iz cilindra
- ploča je omeđena s
  - dva ravna "longitudinalna" ruba paralelna sa uzdužnom osi cilindra i
  - dva zakrivljena poprečna ruba u ravnini okomitoj na uzdužnu os
- ploča je zakrivljena samo u jednom smjeru
- cilindrična ljuska je kružna kada je zakrivljenost konstantna



TEORIJA PRORAČUNA
ANALIZA CILINDRIČNE LJUSKE

- rezultante naprezanja u cilindričnim ljuskama ovise o 10 nepoznanica:
  - $(N_x , N_\phi , N_{x\phi} , N_{\phi x})$
  - (Q_x , Q_ϕ)
  - $(M_x , M_\phi , M_{x\phi} , M_{\phi x})$

pa je problem statički neodređen

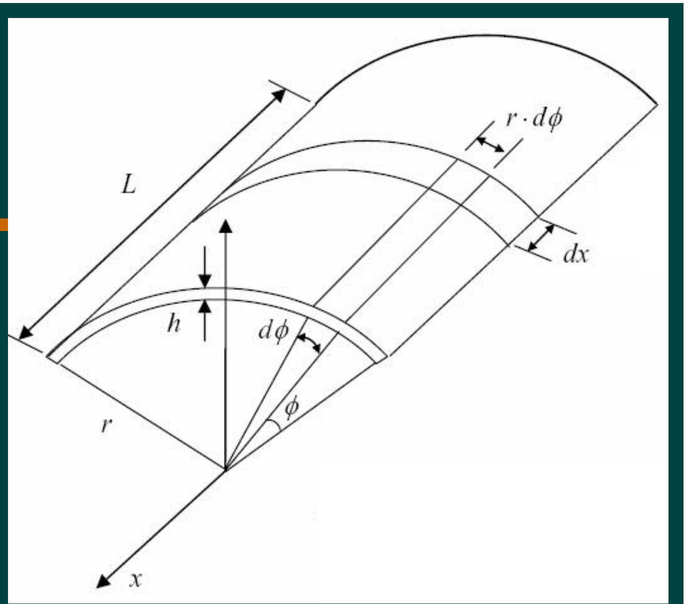


- kod većine ab cilindričnih ljuski M_x i Q_x su male vrijednosti, a
- **$M_{x\phi}$, $M_{\phi x}$ su zanemarivi**

pa ostaje 6 nepoznanica
  - $(N_x , N_\phi , N_{x\phi} , N_{\phi x})$
  - (Q_ϕ, M_ϕ)

- linijska opterećenja: linijske sile nanose se duž slobodnih rubova

TEORIJA PRORAČUNA
ANALIZA CILINDRIČNE LJUSKE

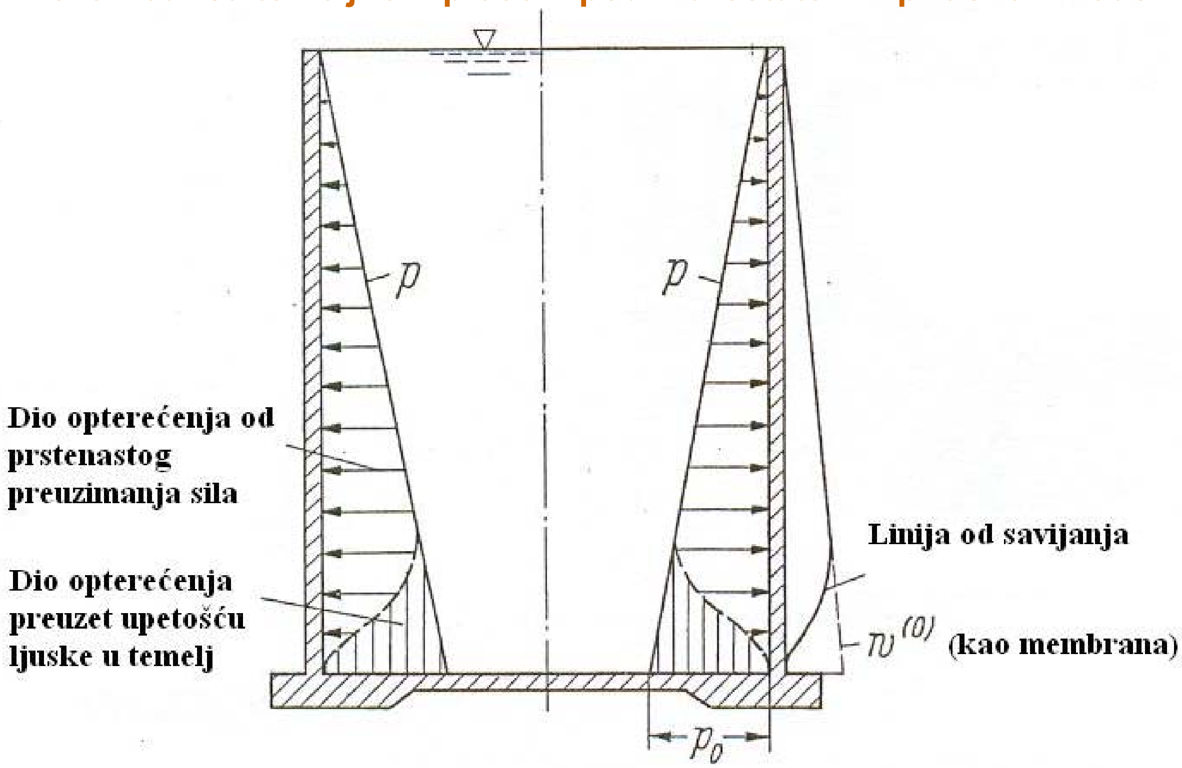


- Razredba (klasifikacija) cilindričnih ljusaka prema duljini
  - **Dugačke ljuske** $$\frac{L}{r} \geq 2,5$$
    - linijsko opterećenje uzrokuje značajne Q_{ϕ} i M_{ϕ}, a membranske sile postaju beznačajne
    - naprezanja se mogu procijeniti primjenom klasične gredne teorije
    - ljuska se smatra gredom zakrivljenog poprečnog presjeka između krajnjih oslonaca
    - pretpostavka: relativni pomaci u svakom poprečnom presjeku su zanemarivi
  - **Srednje ljuske** $$0,5 \leq \frac{L}{r} \leq 2,5$$
  - **Kratke ljuske** $$\frac{L}{r} < 0,5$$
    - linijske sile uzrokuju unutarnje sile u blizini uzdužnih rubova
    - najveći dio ljuske se ponaša kao membrana

TEORIJA PRORAČUNA
ANALIZA CILINDRIČNOG REZERVOARA

- **Prstenasta (radijalna) sila (n_φ) je proporcionalna horizontalnom pomaku točaka stjenke uslijed savijanja (w).**

Rezervoar sa temeljnom pločom pod hidrostatskim pritiskom vode



- Opterećenje vodom na stjenke rezervoara:

  $p = p_0 \cdot (h - x) / h$

- Kod membranskog stanja naprezanja sile se preuzimaju prstenastim silama

  $n_\varphi = p \cdot r$

  - p_0 – hidrostatski pritisak vode na dnu rezervoara
  - h – visina rezervoara i vode u rezervoaru
  - x – udaljenost promatrane točke od dna rezervoara
  - r – radijus cilindričnog rezervoara

- Radijalni pomak iznosi:

  $w = p / C$

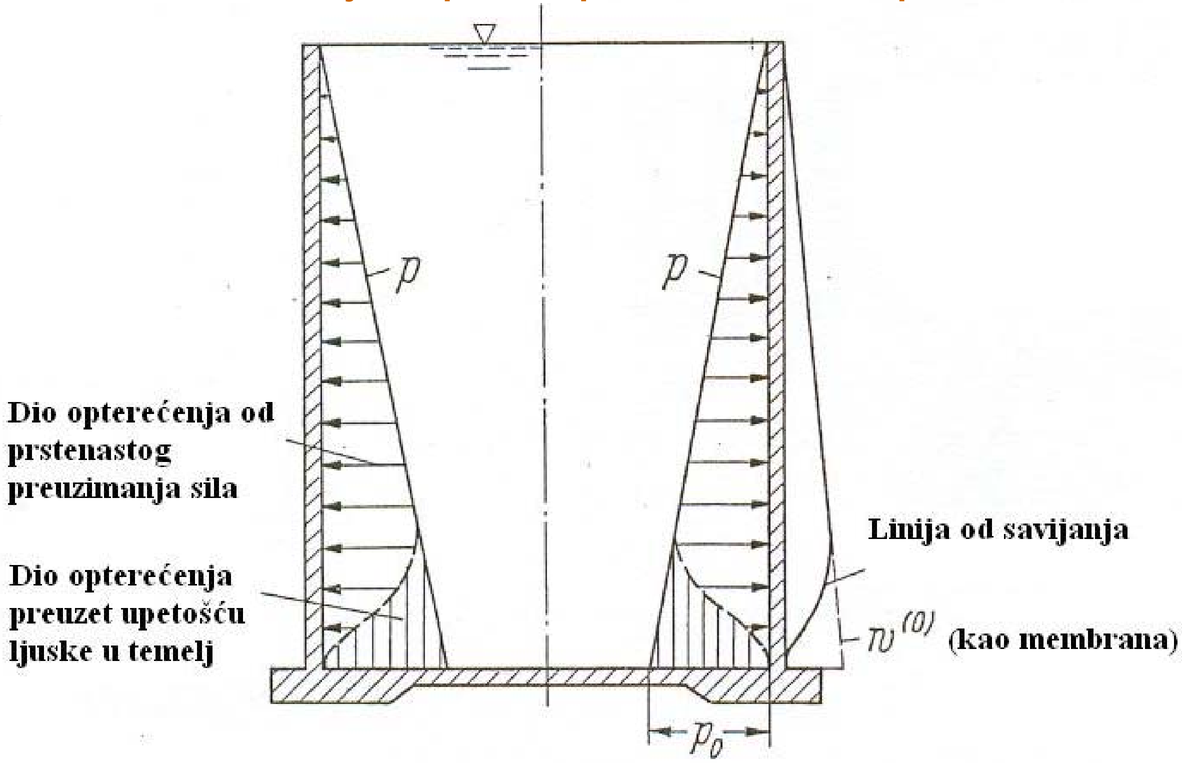
  - $C = E \cdot d / r^2$

TEORIJA PRORAČUNA

ANALIZA CILINDRIČNOG REZERVOARA

- **deformacijska linija stjenke rezervoara pokazuje upetost ljuske u temelj**
- **uslijed upetosti pojavljuju se u zidovima momenti savijanja m_x, i poprečne sile q_x**

Rezervoar sa temeljnom pločom pod hidrostatskim pritiskom vode



- Opterećenje vodom na stjenke rezervoara:

  $p = p_0 \cdot (h - x) / h$

- Opterećenje p se rastavlja na dva dijela

  $p_B + p_R = E \cdot I \cdot w^{IV} + C \cdot w = p$

  pri čemu se posmične deformacije kao što je uobičajeno kod ljusaka zanemaruju:

  - dio opterećenja koje se prenosi savijanjem – uzdužna armatura:

    $p_B = m_x^{II} = E \cdot I \cdot w^{IV}$

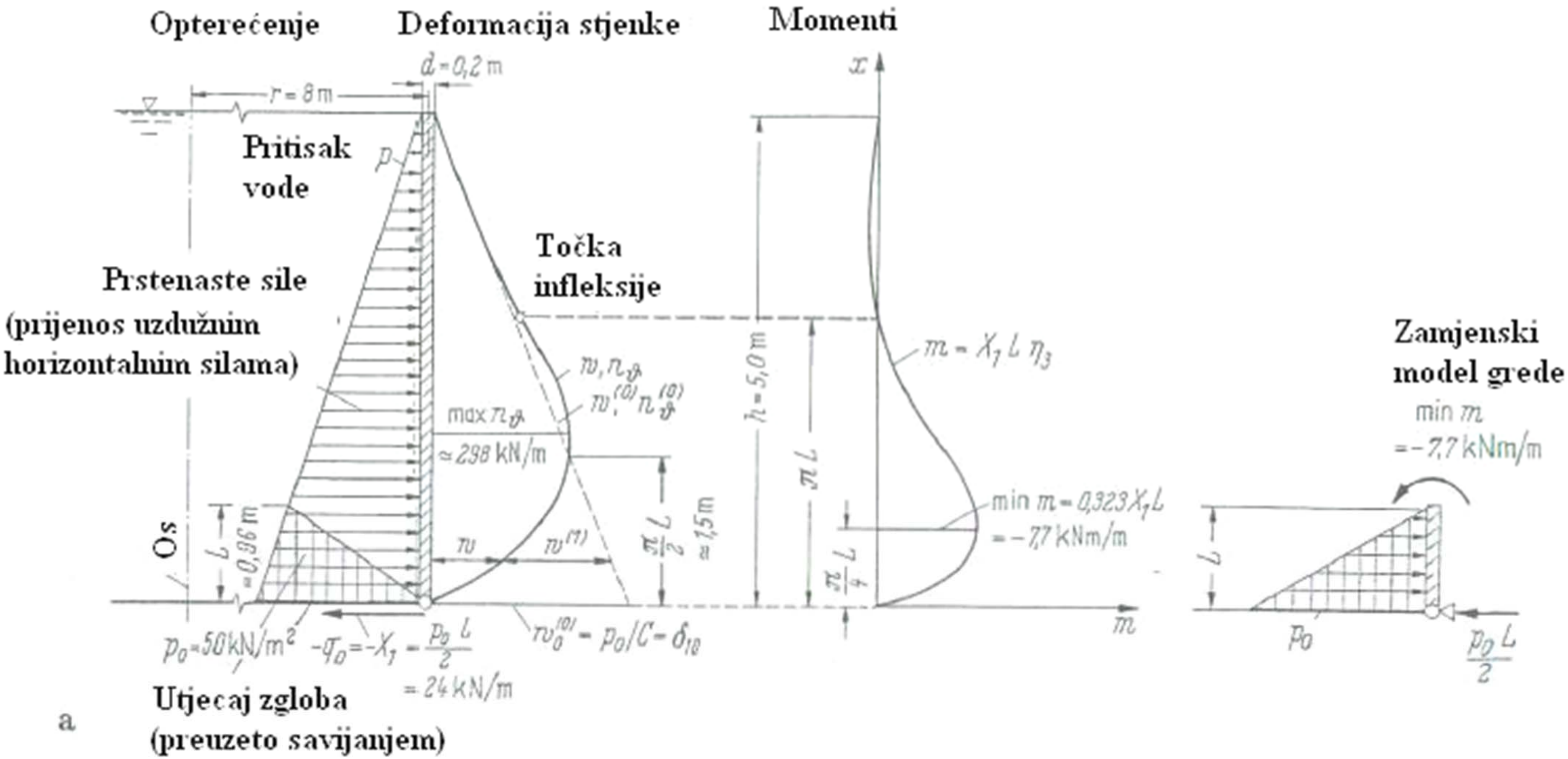
  - dio opterećenja koje će se preuzeti prstenastom horizontalno položenom armaturom:

    $p_R = C \cdot w$

- Rješavanje diferencijalne jednadžbe

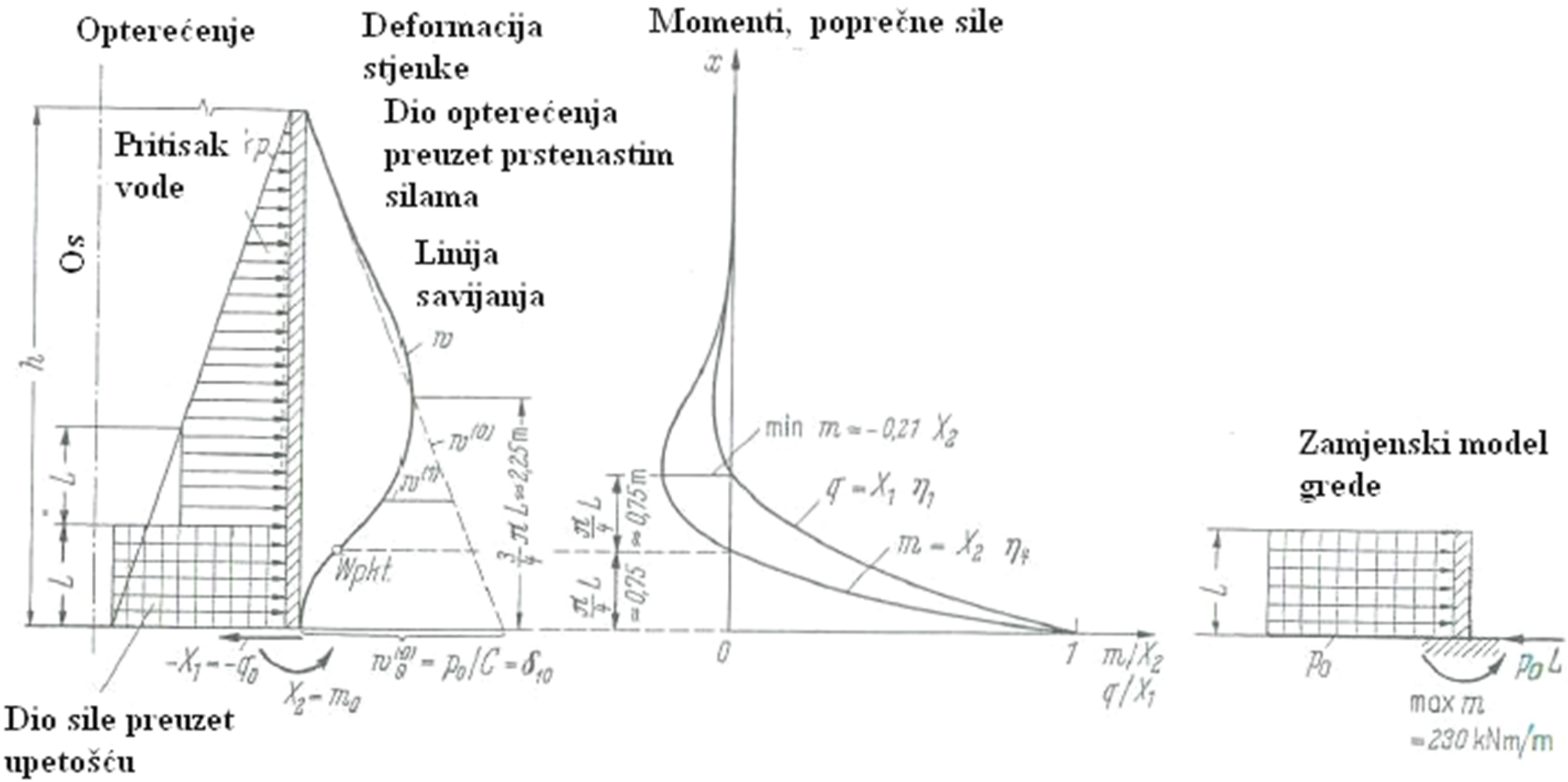
TEORIJA PRORAČUNA

ANALIZA CILINDRIČNOG REZERVOARA



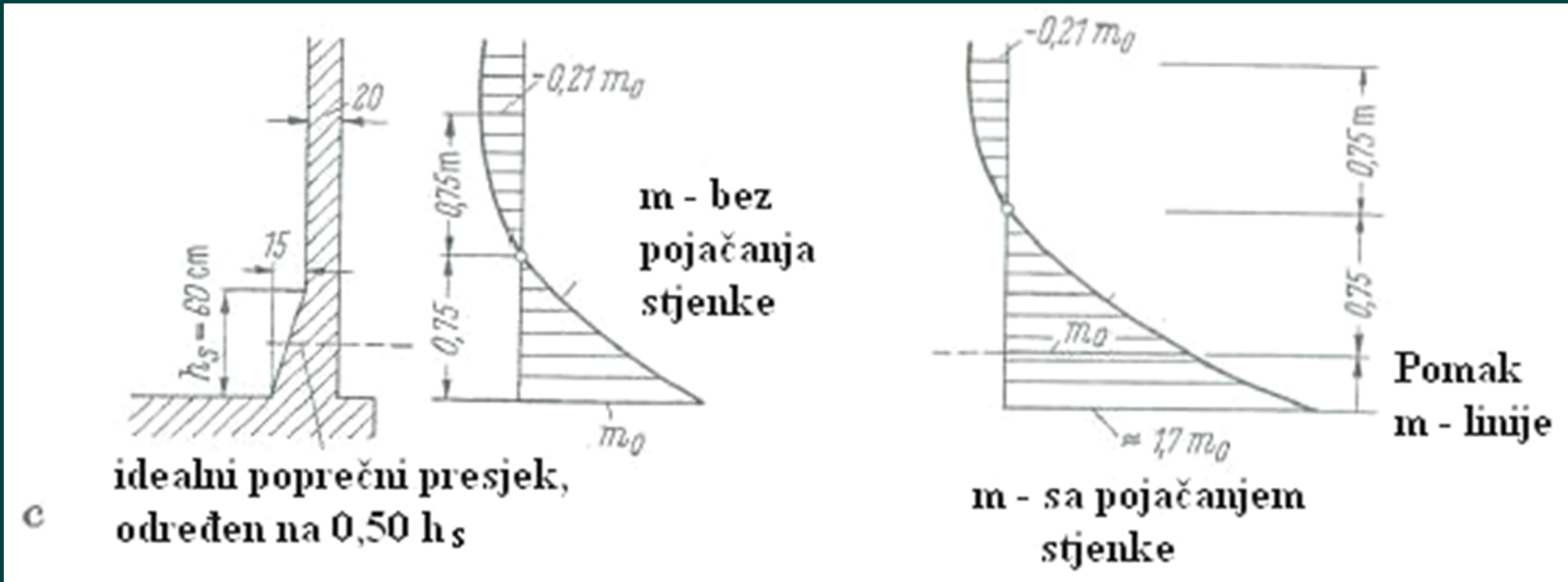
- Tijek sila u stjenkama vodospremnika cilindričnog oblika:
  a) zglobni spoj stjenke i temeljne ploče

TEORIJA PRORAČUNA
ANALIZA CILINDRIČNOG REZERVOARA



- Tijek sila u stjenkama vodospremnika cilindričnog oblika:
  b) stjenka upeta u temeljnu ploču

TEORIJA PRORAČUNA
ANALIZA CILINDRIČNOG REZERVOARA

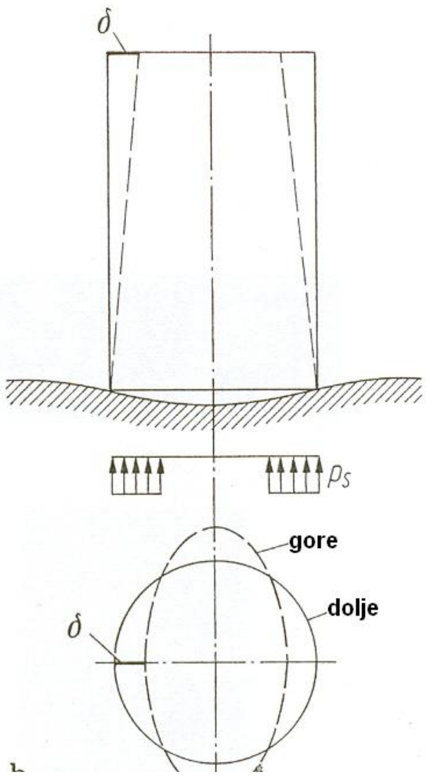


- Tijek sila u stjenkama vodospremnika cilindričnog oblika:
  c) utjecaj ojačanja stjenke na dnu cilindra

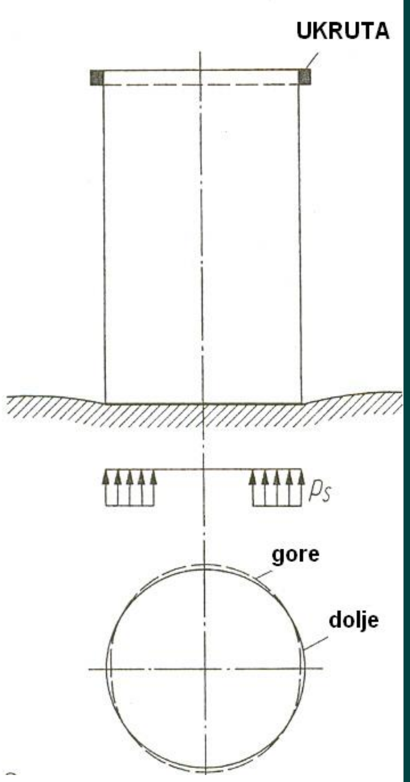
TEORIJA PRORAČUNA

ANALIZA CILINDRIČNOG REZERVOARA

- Gore otvorena (nepridržana) cilindrična ljuska na elastičnoj podlozi je vrlo mekana na horizontalne sile.
- Neravnomjerno se„sliježe“ i prema vrhu sve više mijenja oblik u poprečnom smjeru bez uzdužnih deformacija.



a) ljuska bez ukrute na vrhu



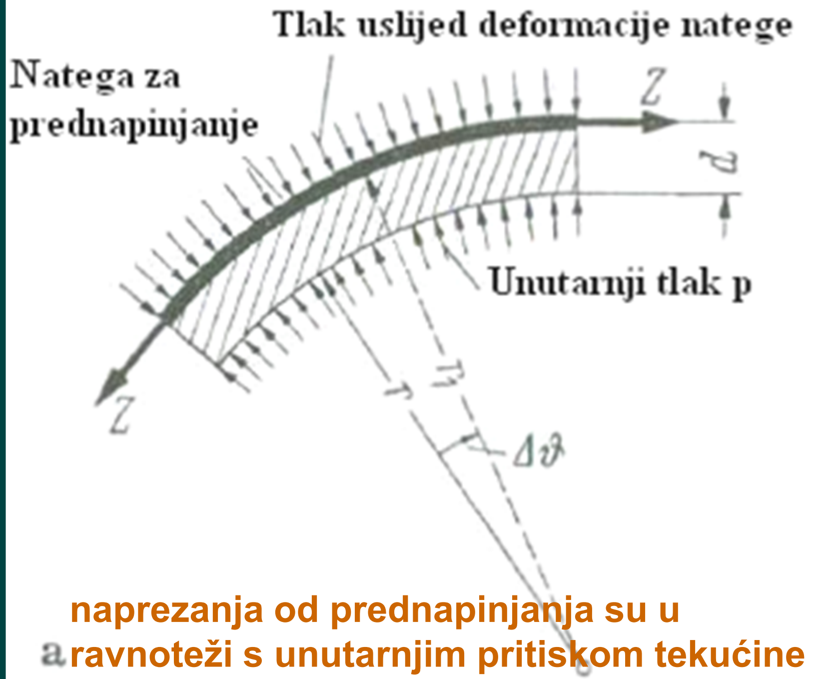
b) ljuska sa ukrutom na vrhu

- To se mijenja ako se na gornjem rubu ugradi kruti, no okomito na svoju ravninu na savijanje mekani disk, ili alternativno izvede ojačanje ruba,
- odnosno ako je ljuska povezana s krutom podlogom.

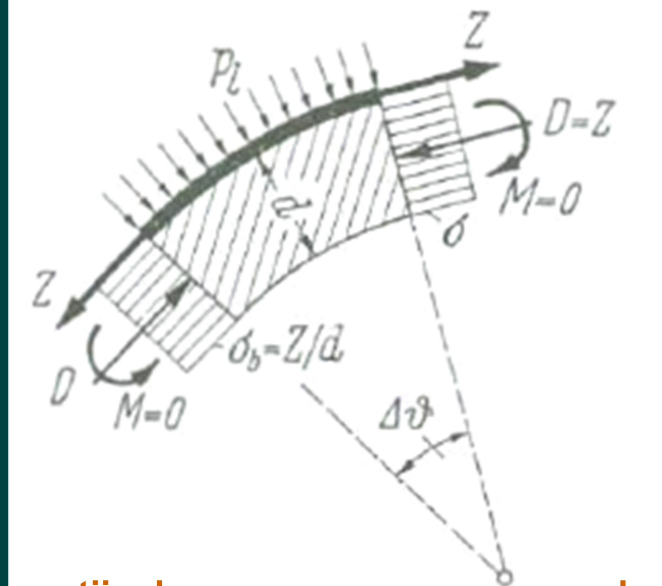
- Kod neukrućenog valjka javljaju se manje uzdužne sile nego ukrućenog,
  - što ponekad može biti povoljno (diferencijalna slijeganja tla),
  - no kod periodički rastućih djelovanja (npr. udari vjetra) postoji opasnost od aerodinamičke nestabilnosti treperenja („flutter“) i sloma ljuske od savijanja.

TEORIJA PRORAČUNA

PREDNAPINJANJE CILINDRIČNOG REZERVOARA



naprezanja od prednapinjanja su u ravnoteži s unutarnjim pritiskom tekućine



stijenka praznog rezervoara pod djelovanjem sile prednapinjanja *Z*

- Unutarnji pritisak tekućine p preuzima se prednapinjanjem natega na silu:

$$Z = p \cdot r$$

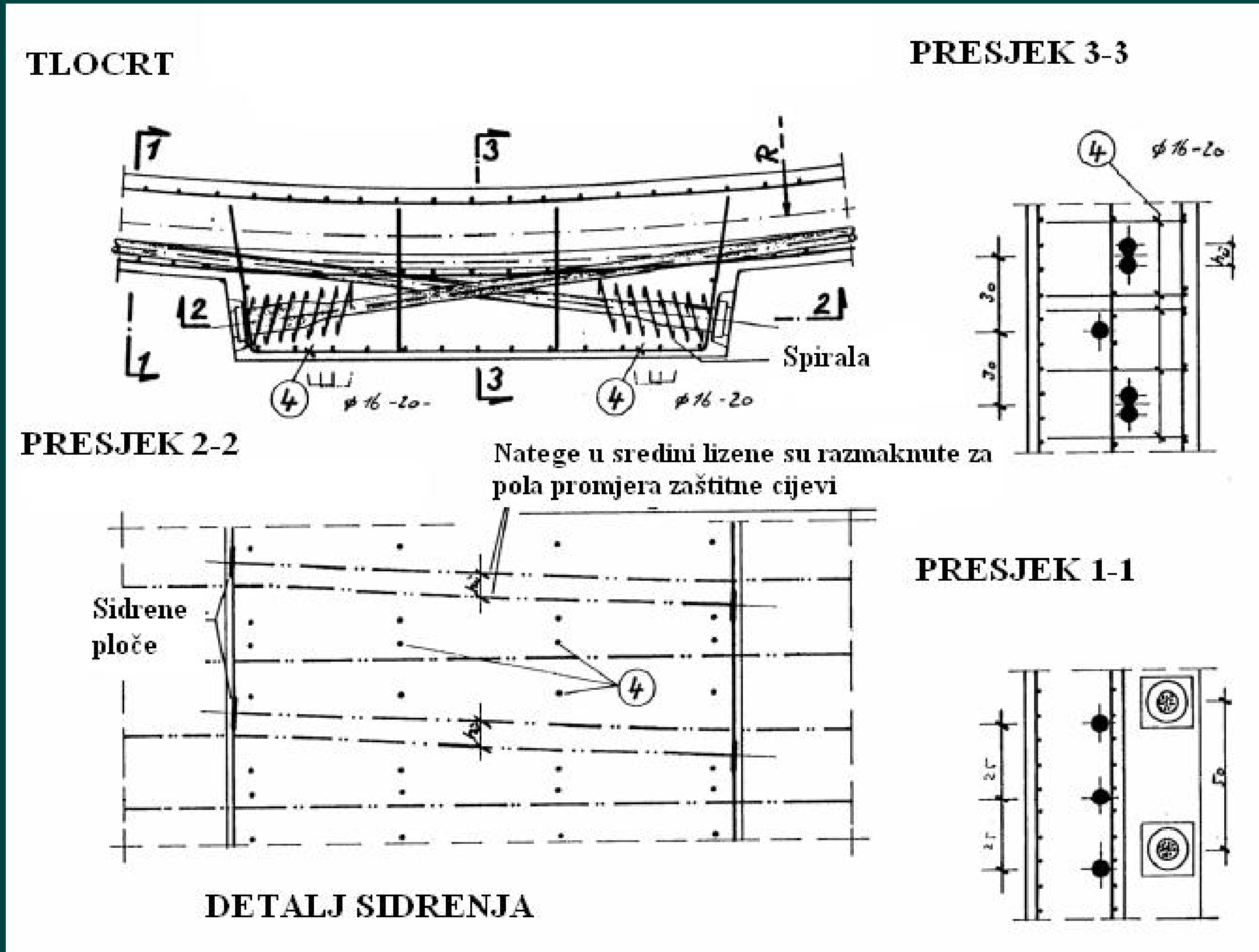
- Silu prednapinjanja *Z* je potrebno povećati zbog puzanja i skupljanja betona čime se osigurava vodonepropusnost i sprečava raspucavanje betona:

$$Z = p \cdot r + \sigma_0 \cdot d$$

  - σ_0 rezerva tlačnih naprezanja; = *0,50 do 1 MPa*

TEORIJA PRORAČUNA

PREDNAPINJANJE CILINDRIČNOG REZERVOARA



- Dominantan prijenos sila ostvaruje se prstenastim vlačnim silama

TEORIJA PRORAČUNA
PRAVILA PRIMJENE MEMBRANSKE TEORIJE

- Membranska teorija vrijedi za određene klase ljusaka kod kojih su rezultirajući momenti savijanja reda veličine manji od rezultanti normalnih i posmičnih naprezanja u ravnini, a poprečna posmična naprezanja su jednako tako mala i mogu se zanemariti u ravnoteži sila
  - pretpostavka vrijedi samo ako je barem jedan radijus zakrivljenosti konačan (ravne ploče su isključene iz preuzimanja poprečnih djelovanja na opisani način)
- ravnotežno stanje ljuske može se ostvariti samo ravninskim silama ljuske
  - sukladno je stanje naprezanja u ljuski potpuno određeno jednadžbama ravnoteže odnosno ljuska je statički određena
- rubni uvjeti moraju
  - osigurati prijenos rubnih sila proračunatih jednadžbama ravnoteže
  - dopustiti i pomake rubova ljuske (translacije i rotacije) koji su proračunati iz sila prema membranskoj teoriji

TEORIJA PRORAČUNA

GRANICE PRIMJENE MEMBRANSKE TEORIJE

- U pojedinim slučajevima membranska teorija nije prikladna za opis prijenosa opterećenje kod ljusaka:
  a. nedovoljno ukrućene ljuske kod kojih je moguća deformacija srednje ravnine ljuske bez izduženja
  b. lokalna opterećenja ili opterećenja čiji se intenzitet mijenja po sinusnoj funkciji malog perioda
  c. nekompatibilnost membranskih deformacija s rubnim uvjetima
  d. nejednolikost membranskih deformacija unutar površine ljuske uslijed nejednolike raspodjele opterećenja ili nejednolike geometrije ljuske, npr. promjene debljine ljuske
  e. koncentrirane sile membrana ne može preuzeti
  f. membrana ne može preuzeti linijsko opterećenje osim linijsko opterećenje zadano po rubovima
  g. oslanjanje ljuske koje ne odgovara membranskim uvjetima
  h. područja u kojima ljuska nema zakrivljenost, takozvane ravne točke
  i. diskontinuiteti u membranskim silama unutar konstantnog (pravilnog) hipara

TEORIJA PRORAČUNA
GRANICE PRIMJENE MEMBRANSKE TEORIJE

- U pojedinim slučajevima membranska teorija nije prikladna za opis prijenosa opterećenje kod ljusaka:
  a. nedovoljno ukrućene ljuske kod kojih je moguća deformacija srednje ravnine ljuske bez izduženja
  b. lokalna opterećenja ili opterećenja čiji se intenzitet mijenja po sinusnoj funkciji malog perioda
  c. nekompatibilnost membranskih deformacija s rubnim uvjetima
  d. nejednolikost membranskih deformacija unutar površine ljuske uslijed nejednolike raspodjele opterećenja ili nejednolike geometrije ljuske, npr. promjene debljine ljuske
  e. koncentrirane sile membrana ne može preuzeti
  f. membrana ne može preuzeti linijsko opterećenje osim linijsko opterećenje zadano po rubovima
  g. oslanjanje ljuske koje ne odgovara membranskim uvjetima
  h. područja u kojima ljuska nema zakrivljenost, takozvane ravne točke
  i. diskontinuiteti u membranskim silama unutar konstantnog (pravilnog) hipara

moguće je preuzeti djelovanja

samo membranskim silama

pri čemu se savijanje javlja samo uslijed nekompatibilnosti deformacija

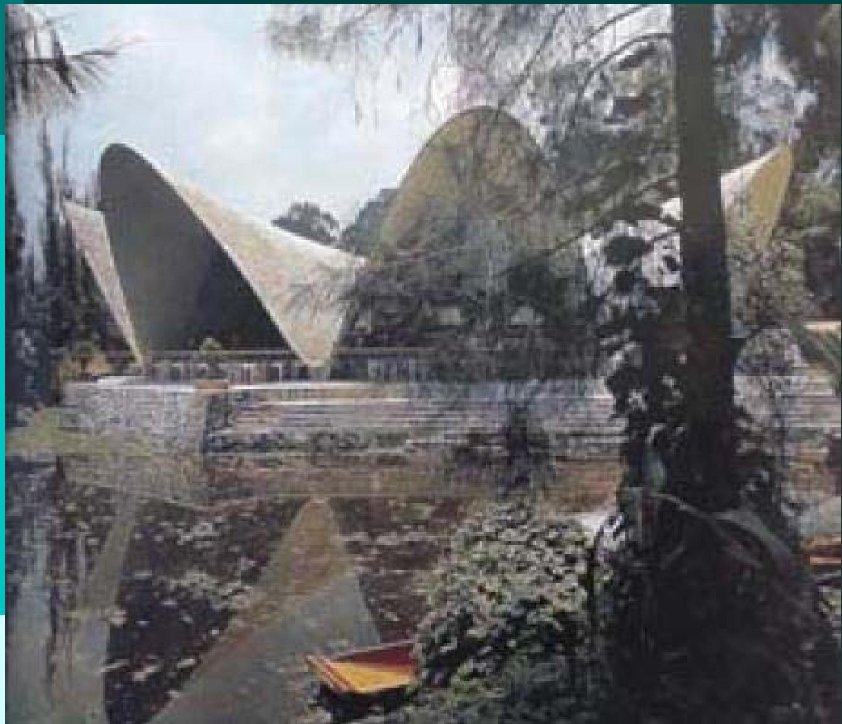
TEORIJA PRORAČUNA

GRANICE PRIMJENE MEMBRANSKE TEORIJE

- **U pojedinim slučajevima membranska teorija nije prikladna za opis prijenosa opterećenje kod ljusaka:**
  a. **nedovoljno ukrućene ljuske kod kojih je moguća deformacija srednje ravnine ljuske bez izduženja**
  b. **lokalna opterećenja ili opterećenja čiji se intenzitet mijenja po sinusnoj funkciji malog perioda**
  c. **nekompatibilnost membranskih deformacija s rubnim uvjetima**
  d. **nejednolikost membranskih deformacija unutar površine ljuske uslijed nejednolike raspodjele opterećenja ili nejednolike geometrije ljuske, npr. promjene debljine ljuske**
  e. **koncentrirane sile membrana ne može preuzeti**
  f. **membrana ne može preuzeti linijsko opterećenje osim linijsko opterećenje zadano po rubovima**
  g. **oslanjanje ljuske koje ne odgovara membranskim uvjetima**
  h. **područja u kojima ljuska nema zakrivljenost, takozvane ravne točke**
  i. **diskontinuiteti u membranskim silama unutar konstantnog (pravilnog) hipara**

Nemoguća je ravnoteža sila bez momenata savijanja

NEKI PRIMJERI LJUSKI



Restoran Los Manantiales u Xochimilco, (1958)

Kapelica Lomas de Cuernavaca (1958)

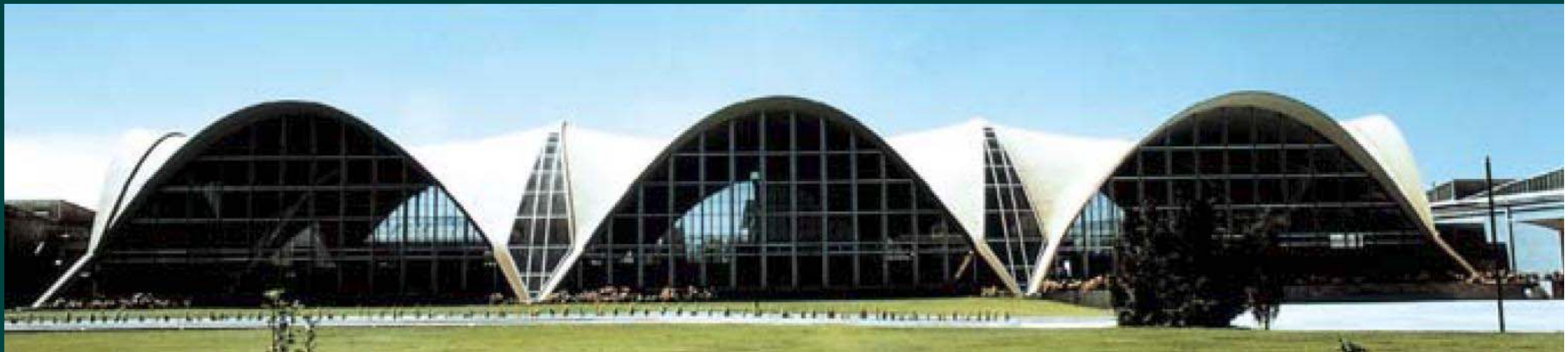
NEKI PRIMJERI LJUSKI






Drveni krov – Park Paraiso, San Blas (Madrid)

NEKI PRIMJERI LJUSKI



krov tvornice ruma Bacardi (1960)

Hiperbolična nesimetrična ljuska

SPECIJALNE INŽENJERSKE GRAĐEVINE
SLJEDEĆE PREDAVANJE

Vlačne strukture