

PREDNAPETI BETON

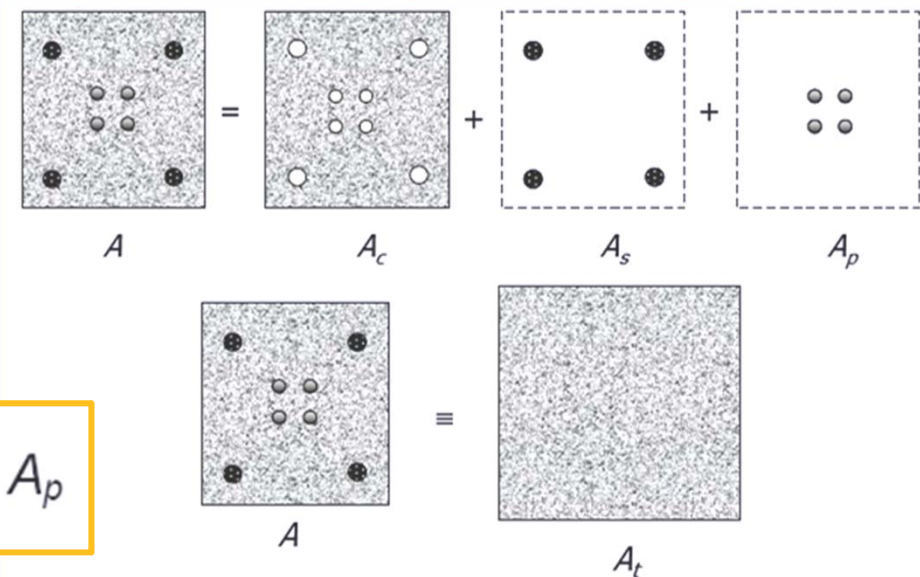
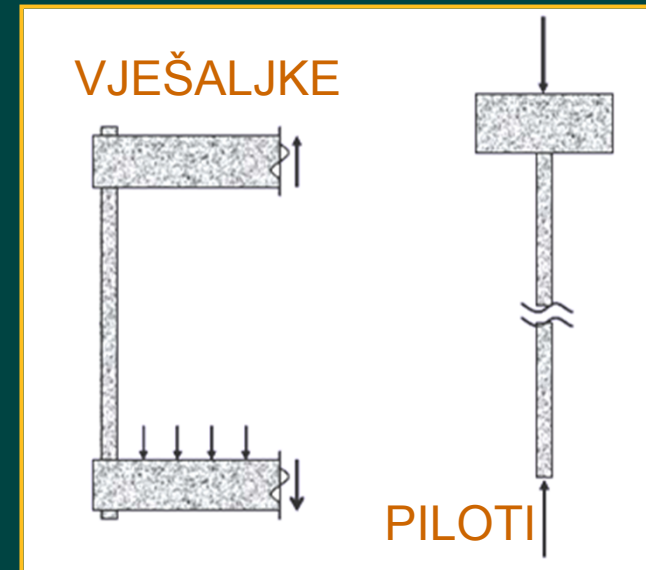


– 4 –

OSNO PREDNAPETI ELEMENTI

UVODNO

- Prednapeti elementi pod isključivo osnim naprežanjem su rijetki
- ali se ovdje obrazlažu kako bi se istaknula razlika između elementa koji je prednapet i ekvivalentnog koji ima samo nenapetu armaturu.



$$A_t = A_c + (E_s / E_c) A_s + (E_p / E_c) A_p$$

PRIJENOS NAPREZANJA I RAZINA UPORABLJIVOSTI

□ PRIJENOS NAPREZANJA

- Naprezanje u betonu u elementu bez nenapete armature može se odrediti:

- P_0 prednapinjanje pri prijenosu nakon kratkotrajnih gubitaka

$$f_c = -\frac{P_0}{A_c}$$

- Kada postoji i nenapeta armatura naprezanje se može odrediti kao:

$$f_c = -\frac{P_0}{A_c + (E_s/E_c)A_s}$$

□ RAZINA UPORABLJIVOSTI

- Naprezanje u betonu u elementu bez nenapete armature može se odrediti:

- P vanjska osna sila, + za vlak
 - P_e djelotvorno prednapinjanje

$$f_c = -\frac{P_e}{A_c} \pm \frac{P}{A_t}$$

- Kada postoji i nenapeta armatura naprezanje se može odrediti kao:

A_c se zamjenjuje sa $(A_c + (E_s/E_c) A_s)$

A_t se proračunava uključujući i A_s

GRANIČNA ČVRSTOĆA

□ GRANIČNA VLAČNA ČVRSTOĆA

može se odrediti:

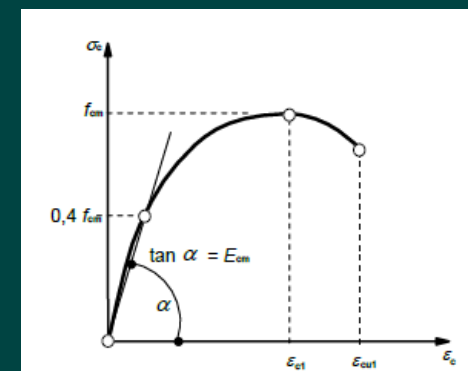
- bez nenapete armature (1/1,15) :
- sa nenapetom armaturom (1/1,15):
 - f_y karakteristična granica popuštanja za nenapetu armaturu
 - f_{pk} karakteristična vlačna čvrstoća za prednapete kabele
- i mora biti veća od faktoriziranog opterećenja.

$$P_{uR} = 0.87 f_{Pk} A_p$$

$$P_{uR} = 0.87 f_y A_s + 0.87 f_{Pk} A_p$$

□ GRANIČNA TLAČNA ČVRSTOĆA

- kada postoje momenti određuje se pomoću dijagrama interakcije.
- Za tlačne elemente s malim ekscentricitetom može se uzeti sa (1/1,5) pri čemu je zanemaren doprinos prednapetog čelika.



$$P_{uR} = 0.4 f_{ck} A_c + 0.67 f_y A_s$$

ANALIZA PONAŠANJA

- ... odnosi se na utvrđivanje ukupne uzdužne sile u odnosu na deformiranje
- Prijenos naprezanja, razina uporabljivosti i granična čvrstoća odgovaraju trima trenutcima ponašanja.
- Analize uključuju tri načela mehanike:
 - RAVNOTEŽA
 - Unutarnjih sila i vanjskih opterećenja u svakom trenutku ponašanja (odnosa između opterećenja i deformacije)
 - KOMPATIBILNOST
 - deformacija u betonu i čeliku za spregnute kabele.
 - Ovo podrazumijeva savršenu vezu dvaju materijala.
 - Za slobodne kabele kompatibilnost leži u ukupnoj deformaciji.
 - VEZA NAPREZANJA I DEFORMACIJA
 - odnose se na vezu naprezanja i deformacija materijala.
 - Ovisnosti se razvijaju na temelju svojstava materijala.

ANALIZA PONAŠANJA

□ JEDNADŽBA RAVNOTEŽE

- u svakom je trenutku dana sa:

$$P = A_c f_c + A_s f_s + A_p f_p$$

- f_c naprezanje u betonu
- f_s naprezanje u nenapetoj armaturi
- f_p naprezanje u kabelima
- P uzdužna sila

ANALIZA PONAŠANJA

□ JEDNADŽBE KOMPATIBILNOSTI

- Za nenapetu armaturu:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c$$

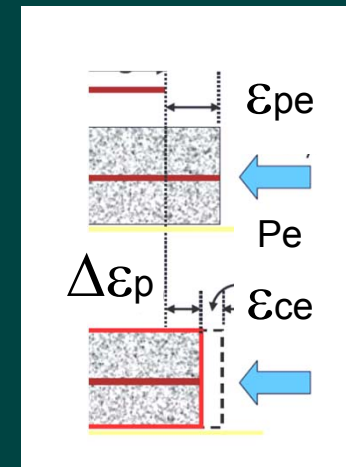
- Za prednapete kabele:

$$\varepsilon_p = \varepsilon_c + \Delta\varepsilon_p$$

- ε_c deformacija u betonu u razini čelika
- ε_s deformacija u nenapetoj armaturi
- ε_p deformacija u kabelima
- $\Delta\varepsilon_p$ razlika deformacije u prednapetom kabelu u odnosu na susjedni beton, kad je u betonu deformacija = 0. Ovo se događa kada je deformacija usljed vanjskog vlačnog osnog naprezanja uravnotežena s tlačnom deformacijom usljed prednapinjanja. U svakom trenutku opterećenja vrijedi:

$$\Delta\varepsilon_p = \varepsilon_{pe} - \varepsilon_{ce}$$

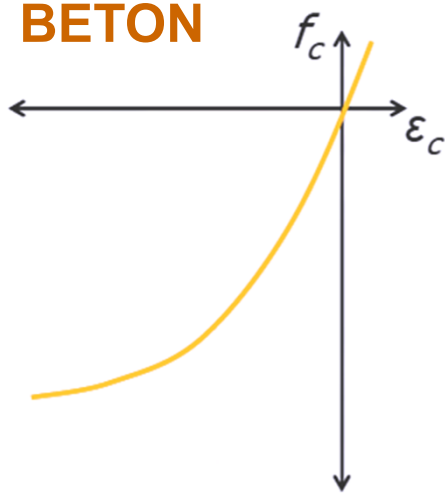
- ε_{pe} deformacija u kabelima usljed P_e
- ε_{ce} deformacija u betonu usljed P_e
- P_e prednapinjanja na razini uporabljivosti



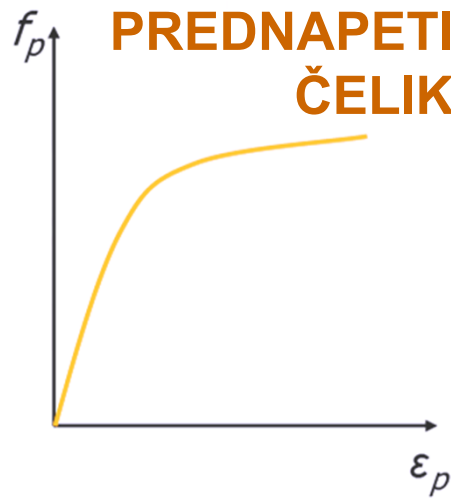
ANALIZA PONAŠANJA

□ ODNOS NAPREZANJA I DEFORMACIJA za:

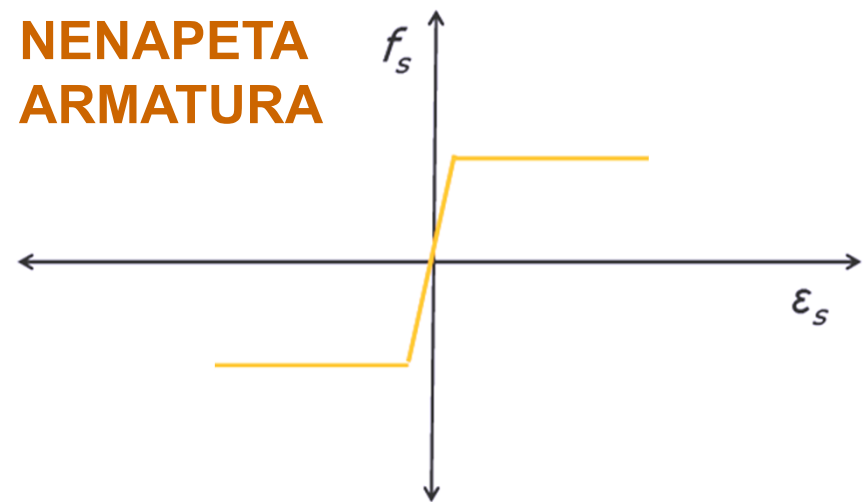
BETON



**PREDNAPETI
ČELIK**

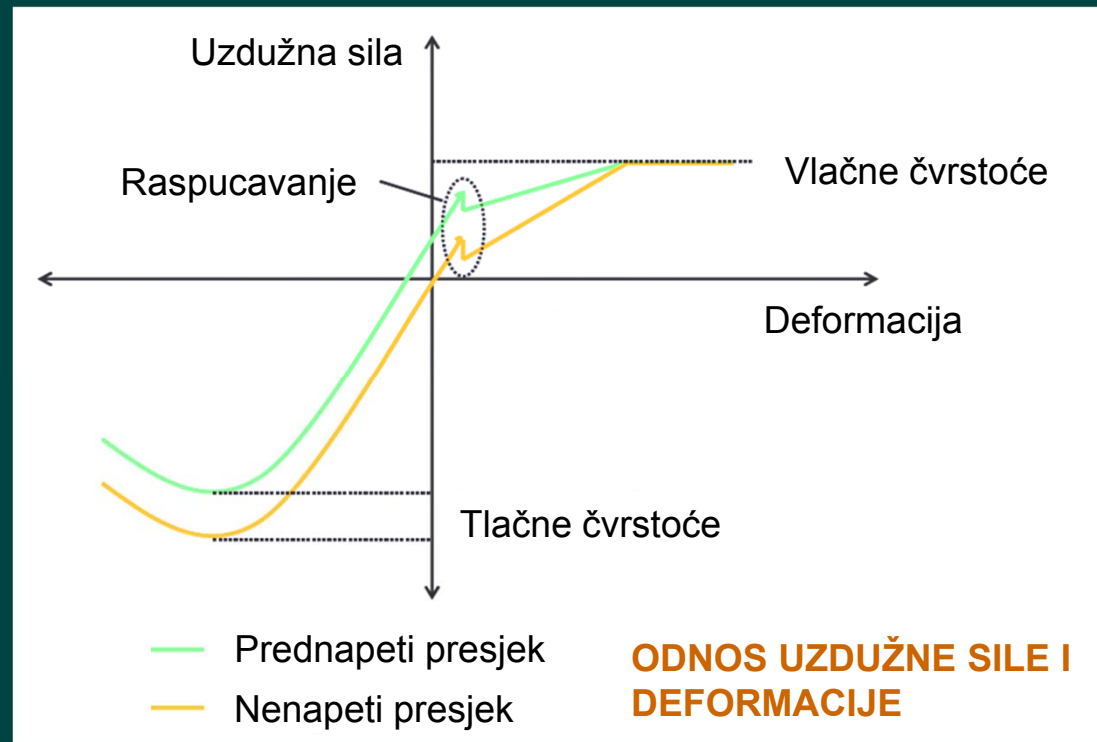


**NENAPETA
ARMATURA**



ANALIZA PONAŠANJA

- Prikaz ODNOSA UZDUŽNE SILE I DEFORMACIJE za dva presjeka ekvivalentna prema graničnoj vlačnoj čvrstoći:

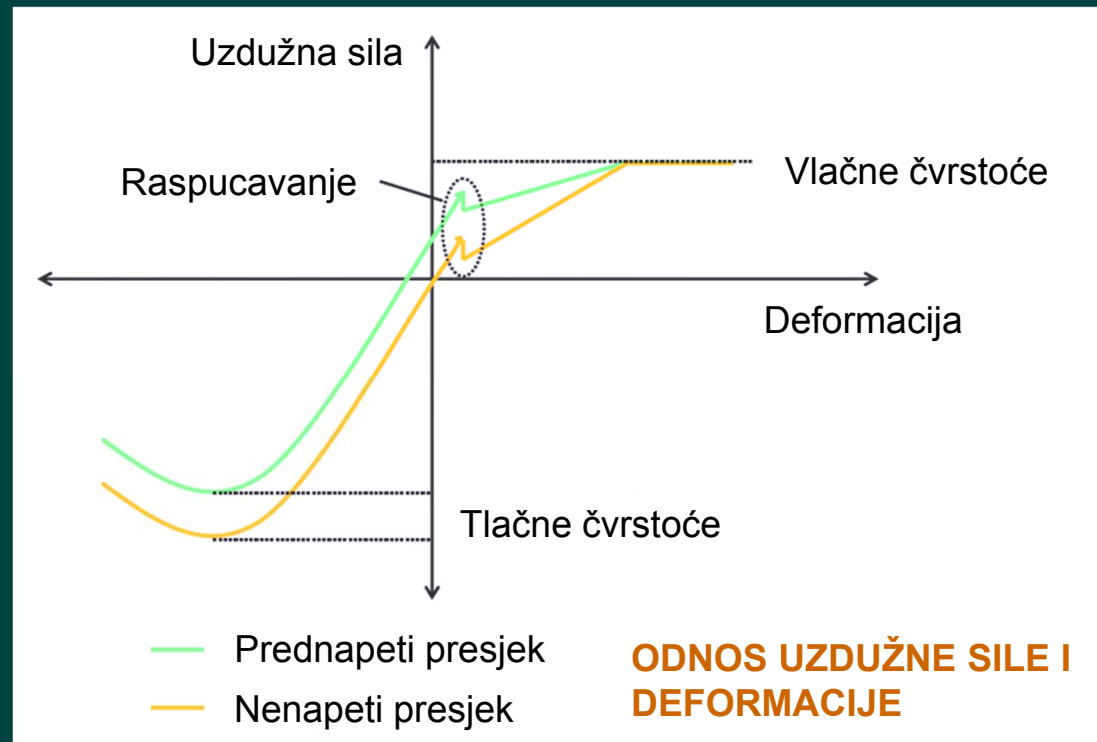


- ZAKLJUČCI NA TEMELJU USPOREDBE

1. Prednapinjanje povećava opterećenje raspucavanja.

ANALIZA PONAŠANJA

- Prikaz ODNOSA UZDUŽNE SILE I DEFORMACIJE za dva presjeka ekvivalentna prema graničnoj vlačnoj čvrstoći:



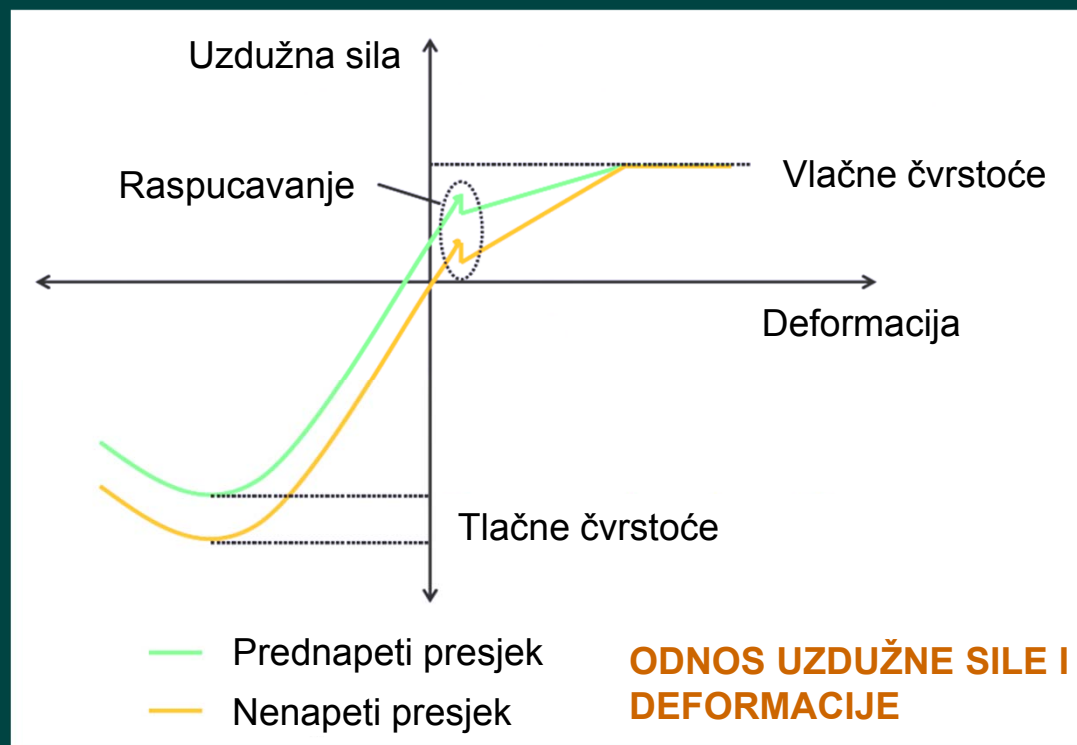
- **ZAKLJUČCI NA TEMELJU USPOREDBE**

2. Prednapinjanje pomiče krivulju iz ishodišta:

- postoji tlačna deformacija u nedostatku vanjske uzdužne sile
- određena razina vanjske sile potrebna je za rastlačenje elementa

ANALIZA PONAŠANJA

- Prikaz ODNOSA UZDUŽNE SILE I DEFORMACIJE za dva presjeka ekvivalentna prema graničnoj vlačnoj čvrstoći:



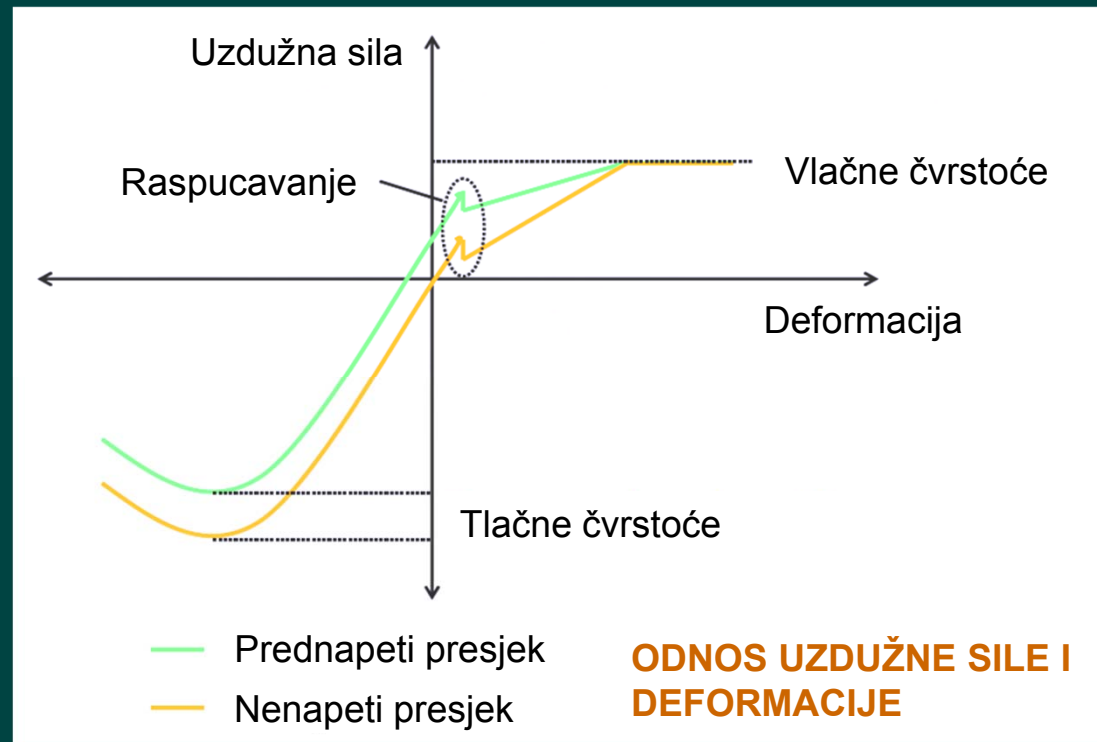
- ZAKLJUČCI NA TEMELJU USPOREDBE

3. Za određeno vlačno naprezanje, deformacija pred.elem. je manja:

- prednapinjanje smanjuje deformacije na razini uporabe

ANALIZA PONAŠANJA

- Prikaz ODNOSA UZDUŽNE SILE I DEFORMACIJE za dva presjeka ekvivalentna prema graničnoj vlačnoj čvrstoći:



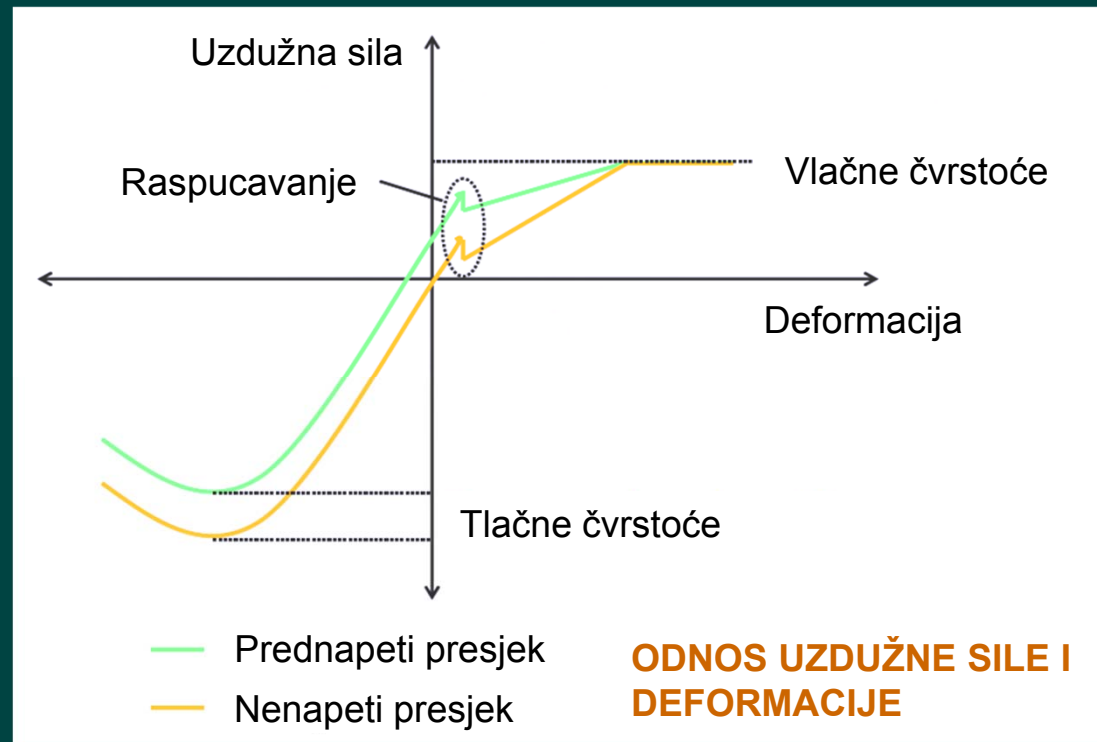
- ZAKLJUČCI NA TEMELJU USPOREDBE

4. Za određeno tlačno naprežanje, deformacija pred.elem. je veća:

- prednapinjanje utječe nepovoljno na ponašanje pod tlakom

ANALIZA PONAŠANJA

- Prikaz ODNOSA UZDUŽNE SILE I DEFORMACIJE za dva presjeka ekvivalentna prema graničnoj vlačnoj čvrstoći:



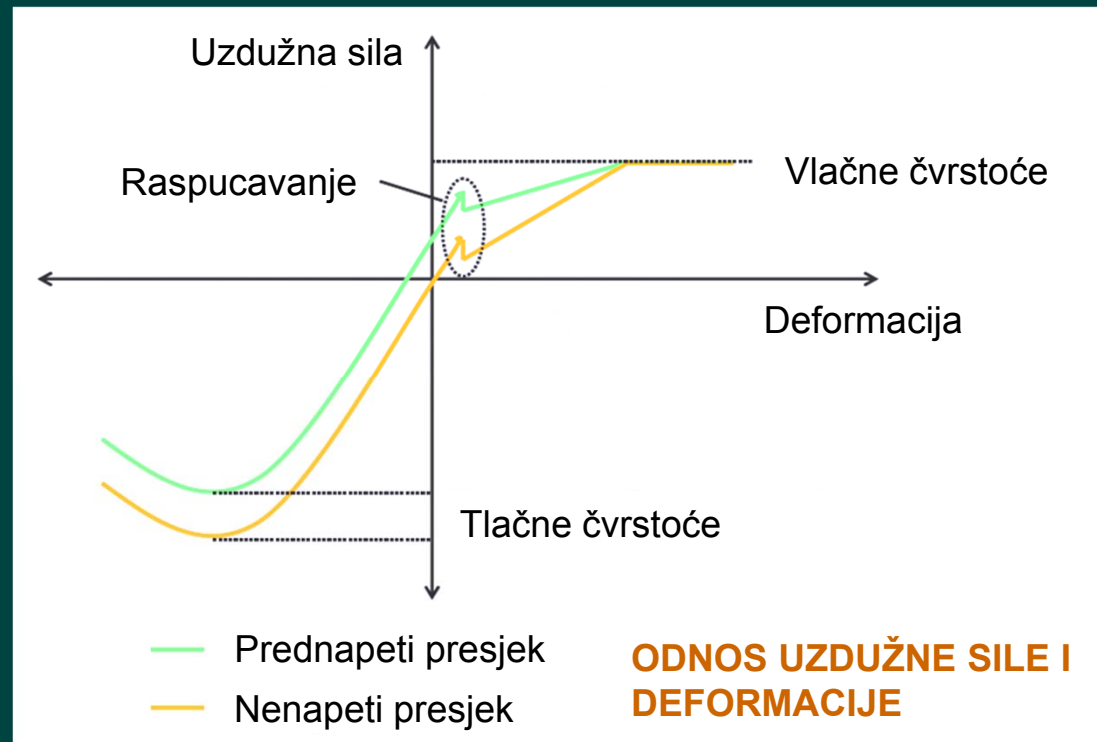
- ZAKLJUČCI NA TEMELJU USPOREDBE

5. Tlačna čvrstoća prednapetog elementa je manja:

- prednapinjanje je nepovoljno za tlačnu čvrstoću

ANALIZA PONAŠANJA

- Prikaz ODNOSA UZDUŽNE SILE I DEFORMACIJE za dva presjeka ekvivalentna prema graničnoj vlačnoj čvrstoći:



- ZAKLJUČCI NA TEMELJU USPOREDBE

6. Za djelomično prednapete presjeke, sa istom graničnom čvrstoćom, krivulja odnosa uzdužne sile i deformacije će biti između krivulja za prednapeti i klasično armirani presjek.

PREDNAPETI BETON



– 5 –

ELEMENTI IZLOŽENI SAVIJANJU

PRETPOSTAVKE I NAČELA

□ Pretpostavke proračuna:

- Ravni presjeci ostaju ravnima do sloma (Bernullijeva hipoteza)
- Idealna veza između betona i čelika za prednapinjanje za spregnute kabele.

□ Proračun se temelji na tri načela mehanike:

■ RAVNOTEŽA

- Unutarnjih sila i vanjskih opterećenja
- Tlak u betonu C jednak je vlaku u kabelu T .
- Par sila C i T jednake su momentu usljed vanjskog opterećenja

■ KOMPATIBILNOST

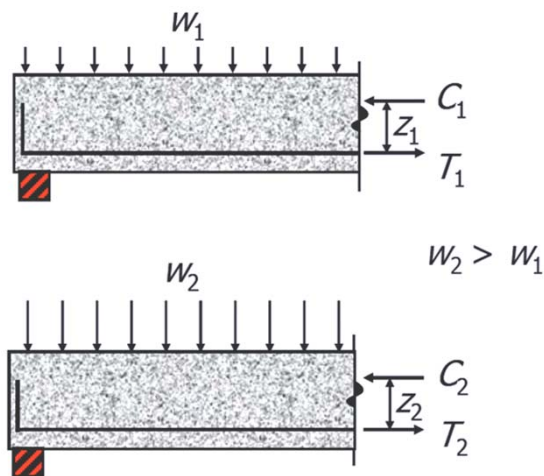
- deformacija u betonu i čeliku za spregnute kabele.
- Ovo podrazumijeva savršenu vezu dvaju materijala.
- Za slobodne kabele kompatibilnost leži u ukupnoj deformaciji.

■ VEZA NAPREZANJA I DEFORMACIJA

- odnose se na vezu naprezanja i deformacija materijala.
- Ovisnosti se razvijaju na temelju svojstava materijala.

VARIJACIJE UNUTARNJIH SILA

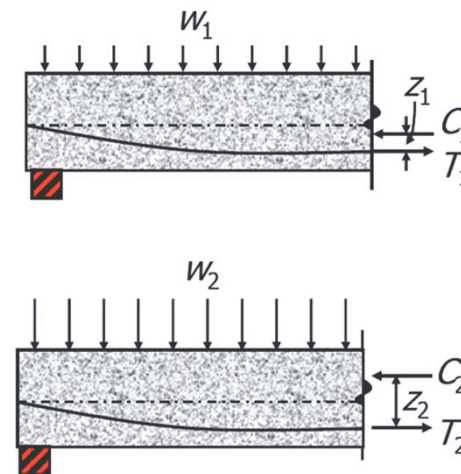
- Kod AB elementa vrijednosti tlaka u betonu C i vlaka u čeliku T povećavaju se s povećanjem vanjskog opterećenja.
- Promjena kraka sila Z nije velika.



Armirani beton

$$C_2 > C_1, z_2 \approx z_1$$

- Kod PB elementa, pri prijenosu naprezanja sila C je blizu sile T i par tih sila uravnotežen je s vl. težinom.
- Pri uporabnom opterećenju sila C se podiže i krak sila se povećava.



Prednapeti beton

$$C_2 \approx C_1, z_2 > z_1$$

C_1, C_2	tlak usljed vlastite težine w_1 te usljed uporabnog opterećenja w_2
T_1, T_2	vlak pri prijenosu naprezanja od vl.tež. w_1 te vlak usljed uporabnog opterećenja w_2
z_1, z_2	krak sila pri prijenosu odnosno pod uporabnim opterećenjem

PRIJENOS NAPREZANJA I RAZINA UPORABLJIVOSTI

- Za sljedeće razmatranje vrijede pretpostavke:
 - Prednapeti element obično ne raspuca pod uporabnim opterećenjem
 - Beton i čelik promatraju se kao elastični materijali.
 - Uzima se u obzir načelo superpozicije.
 - Zanemaruje se povećanje naprezanja u prednapetom čeliku usljed savijanja.

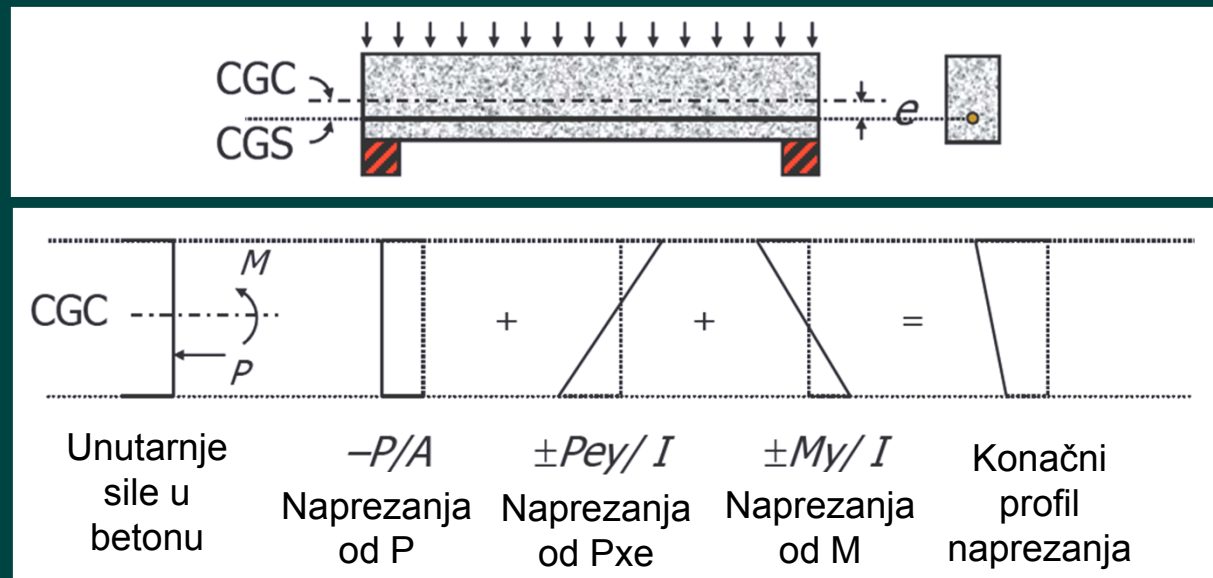
- Promatraju se tri različita pristupa:
 1. Temeljen na naprezanjima
 2. Temeljen na silama
 3. Temeljen na uravnoteženju opterećenja

PRIJENOS NAPREZANJA I RAZINA UPORABLJIVOSTI

1. PRISTUP TEMELJEN NA NAPREZANJIMA

- Proračunavaju se rubna naprezanja betona pod unutarnjim silama
 - Proračunata naprezanja uspoređuju se s dopuštenim.
- Slobodno oslonjena greda pod konstantnim opterećenjem s konstantnim ekscentricitetom prednapinjanja:

- Pri prijenosu M je od vl.tež.
- Pri razini upravljalivosti M je od uporab. opt.



- Ukupno naprezanje na udaljenosti y od težišta betona CGC prema načelu superpozicije:
- Za zakrivljeni kabel, P se može zamijeniti s njenom horizontalnom komponentom.



$$f = -\frac{P}{A} \pm \frac{Pey}{I} \pm \frac{My}{I}$$

PRIJENOS NAPREZANJA I RAZINA UPORABLJIVOSTI

2. PRISTUP TEMELJEN NA SILAMA

- Vlak u prednapetom čeliku i rezultantni tlak u betonu uravnoteženi su s vanjskim opterećenjem.
- Ovaj pristup primjenjuje se za određivanje dimenzija presjeka i provjeru kapaciteta uporabljivosti.

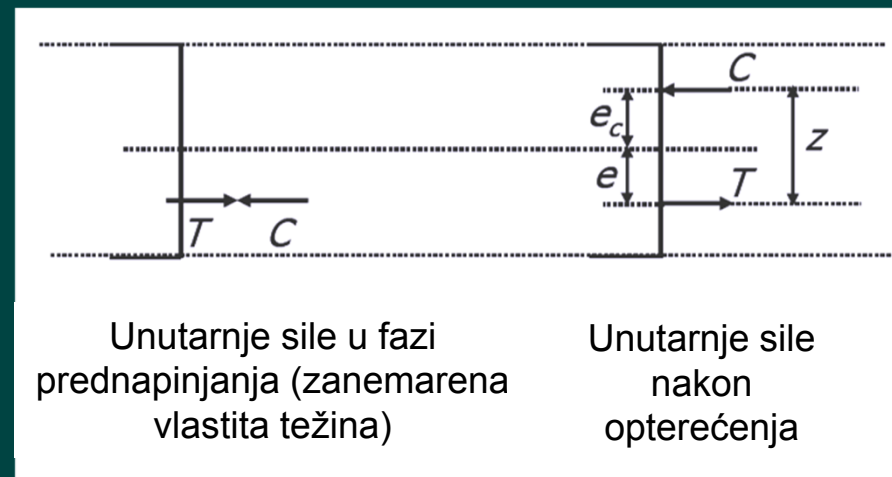
- Jednadžbe ravnoteže:

$$C = T$$

$$M = C.z = C(e_c + e)$$

- Rezultantno naprezanje u betonu na udaljenosti y od CGC:

$$f = -\frac{C}{A} \pm \frac{Ce_c y}{I}$$



- Uz $C=P$ i $C \times e_c = M - P \times e$ naprezanja koja se dobiju, naravno, ista su kao i kod prethodnog pristupa:



$$f = -\frac{P}{A} \pm \frac{Pey}{I} \pm \frac{My}{I}$$

PRIJENOS NAPREZANJA I RAZINA UPORABLJIVOSTI

3. PRISTUP TEMELJEN NA URAVNOTEŽENJU OPTEREĆENJA

□ Primjenjuje se:

- za elemente sa paraboličnim ili poligonalnim (pridržanim) kabelima te
- pri analizi statički neodređenih kontinuiranih greda.

□ Proračunava se

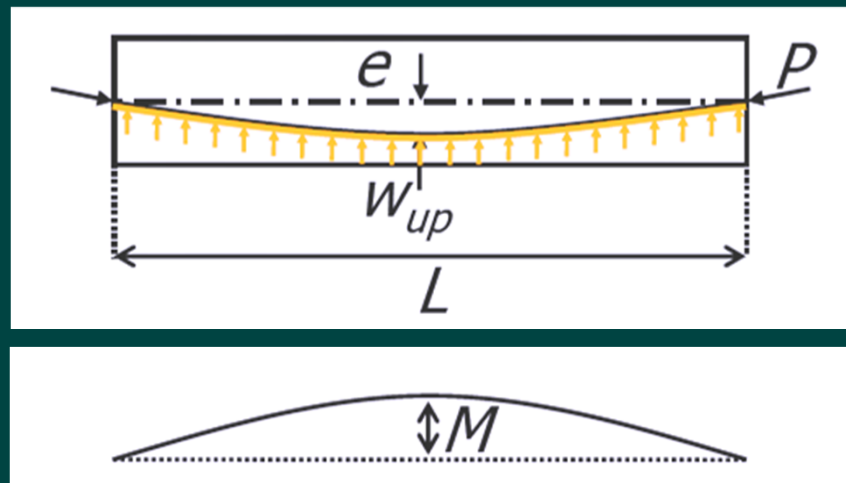
- moment M
- odižuće djelovanje W_{up}
- i nadvišenje usljed prednapinjanja Δ

□ Odižuće djelovanje uravnotežuje se s dijelom dodatnog opterećenja.

PRIJENOS NAPREZANJA I RAZINA UPORABLJIVOSTI

3. PRISTUP TEMELJEN NA URAVNOTEŽENJU OPTEREĆENJA

□ PARABOLIČNI KABEL



$$M = \frac{w_{up} L^2}{8}$$



$$w_{up} = \frac{8Pe}{L^2}$$

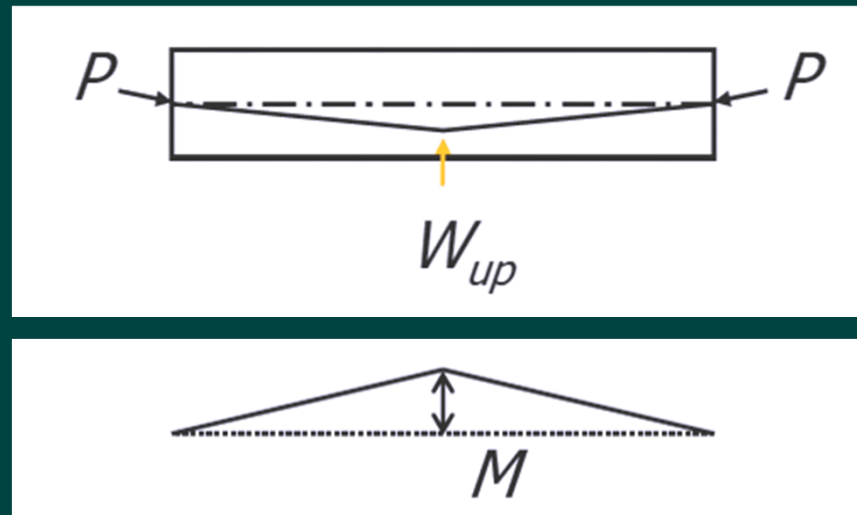


$$\Delta = \frac{5w_{up} L^4}{384EI}$$

PRIJENOS NAPREZANJA I RAZINA UPORABLJIVOSTI

3. PRISTUP TEMELJEN NA URAVNOTEŽENJU OPTEREĆENJA

□ KABEL PRIDRŽAN NA JEDNOM MJESTU



$$M = \frac{W_{up}L}{4} = Pe$$



$$W_{up} = \frac{4Pe}{L}$$

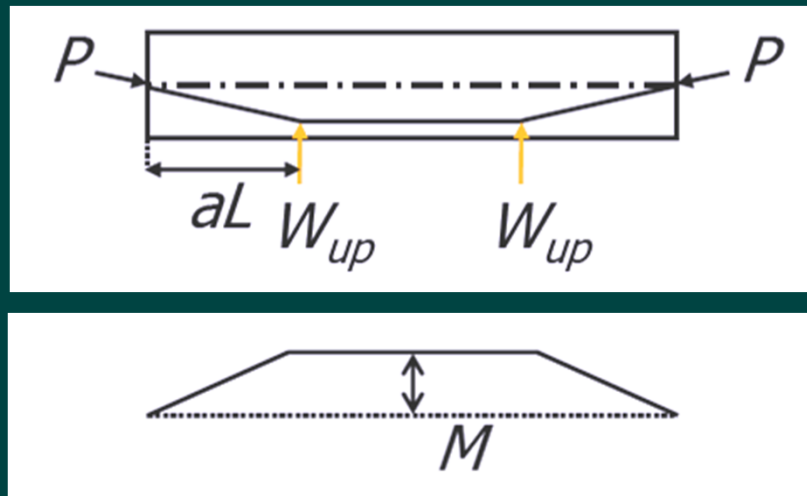


$$\Delta = \frac{W_{up}L^3}{48EI}$$

PRIJENOS NAPREZANJA I RAZINA UPORABLJIVOSTI

3. PRISTUP TEMELJEN NA URAVNOTEŽENJU OPTEREĆENJA

□ KABEL PRIDRŽAN NA DVA MJESTA



$$M = W_{up} aL = Pe$$



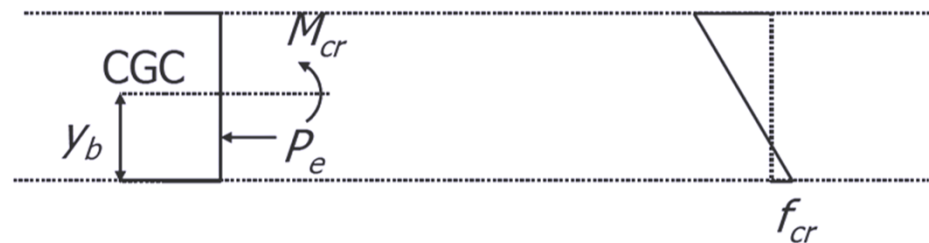
$$W_{up} = \frac{Pe}{aL}$$



$$\Delta = \frac{a(3 - 4a^2) W_{up} L^3}{24EI}$$

MOMENT RASPUCAVANJA, M_{cr}

- ... moment od vanjskog opterećenja pri kojem se u prednapetom betonskom elementu izloženom savijanju javlja prva pukotina.
- Kako je naprezanje pri pojavi prve pukotine promjenjivo, ovaj se moment procjenjuje.
- Kako za puno prednapinjanje i ograničeno prednapinjanje nije dozvoljena pojava pukotina važno je provjeriti da je moment raspucavanja M_{cr} veći od momenta usljed uporabnog opterećenja.
- Moguće je provjeriti da je rubno naprezanje betona manje od tzv. modula sloma f_{cr} koji predstavlja savojnu vlačnu čvrstoću betona.



Unutarnje sile u betonu
pri pojavi prve pukotine

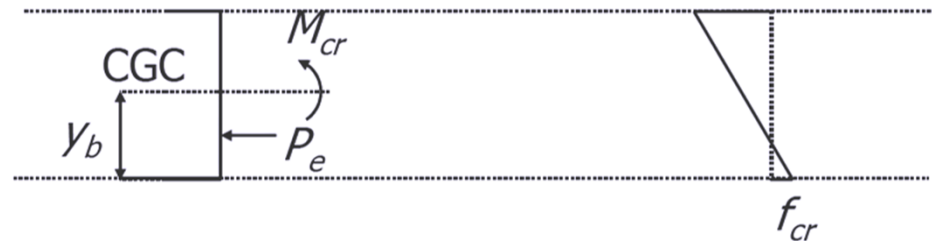
Dijagram
naprezanja

MOMENT RASPUCAVANJA, M_{cr}

- Prema nekim propisima može se ovaj modul sloma f_{cr} uzeti ovisno o karakterističnoj tlačnoj čvrstoći betona f_{ck} :

$$f_{cr} = 0.7 \sqrt{f_{ck}}$$

- Prema Eurokodu presjek je neraspucan uz uvjet da savojna vlačna čvrstoća betona nije prekoračila:
 - $f_{ct,eff}$ (djelotvorna vlačna čvrstoća kada se očekuje pojava prve pukotine).
 - Ova se vrijednost uzima $= f_{ctm}$, uz uvjet da je proračun minimalne potrebne vlačne armature temeljen na istoj vrijednosti.
 - $f_{ctm} = 0,30 \times f_{ck}^{(2/3)}$ za $\leq C50/60$
 - $f_{ctm} = 2,12 \times \ln(1 + (f_{cm}/10))$ za $> C50/60$
 - $f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ (MPa)}$



Unutarnje sile u betonu
pri pojavi prve pukotine

Dijagram
naprezanja

MOMENT RASPUCAVANJA, M_{cr}

- Rubno naprezanje određuje se iz izraza:

$$-\frac{P_e}{A} - \frac{P_e e y_b}{I} + \frac{M_{cr} y_b}{I} = f_{cr}$$

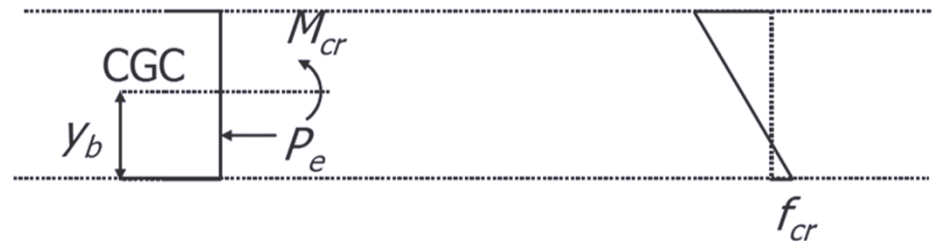
- pa vrijedi:

$$\frac{M_{cr} y_b}{I} = f_{cr} + \frac{P_e}{A} + \frac{P_e e y_b}{I}$$

- te moment raspucavanja iznosi:
izražen preko svojstava:

- presjeka,
- materijala i
- prednapinjanja.

$$M_{cr} = \frac{f_{cr} I}{y_b} + \frac{P_e I}{A y_b} + P_e e$$



Unutarnje sile u betonu
pri pojavi prve pukotine

Dijagram
naprezanja

JEZGRA PRESJEKA

- Kada se rezultantna sila tlaka u betonu **C** nalazi u jezgri presjeka, u presjeku se ne javljaju vlačna naprezanja.
- Jezgra je ovdje definirana gornjom **k_t** i donjom **k_b** udaljenošću od težišta betonskog presjeka **CGC**.

- Kada je **C** na gornjem rubu jezgre **k_t**, naprezanje na donjem rubu je **σ=0**



$$\left. \begin{aligned} -\frac{C}{A} + \frac{Ck_t y_b}{I} &= 0 \\ r^2 &= \frac{I}{A} \\ -\frac{C}{A} + \frac{Ck_t y_b}{Ar^2} &= 0 \end{aligned} \right\} k_t = \frac{r^2}{y_b}$$

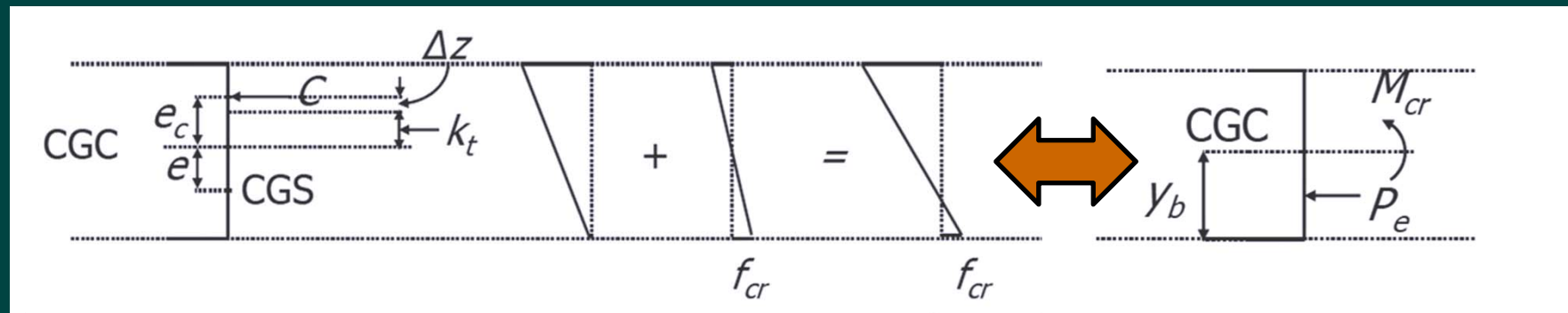
- Kada je **C** na donjem rubu jezgre **k_b**, naprezanje na gornjem rubu je **σ=0**



$$\left. \begin{aligned} -\frac{C}{A} + \frac{Ck_b y_t}{I} &= 0 \\ r^2 &= \frac{I}{A} \\ -\frac{C}{A} + \frac{Ck_b y_t}{Ar^2} &= 0 \end{aligned} \right\} k_b = \frac{r^2}{y_t}$$

MOMENT RASPUCAVANJA, M_{cr}

- Rezultantna sila tlaka u betonu C koja se nalazi iznad gornjeg ruba jezgre k_t izazvat će f_{cr} .
- M_{cr} je nešto veći od momenta koji izaziva $\sigma=0$ na donjem rubu presjeka.



$$M_{cr} = C(e + e_c) = C(e + k_t + \Delta z) = C(e + k_t) + \frac{f_{cr} I}{y_b}$$

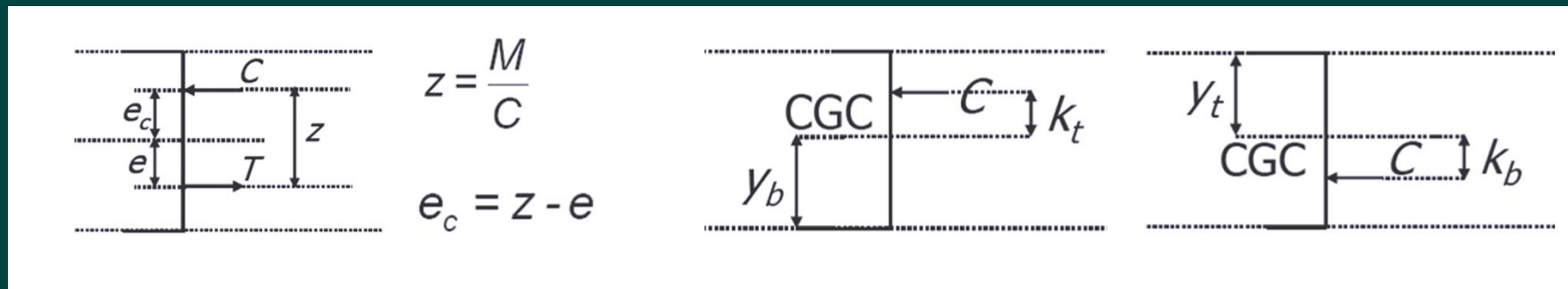
- uz zamjene vraćamo se na prijašnji izraz za M_{cr} :

$$C = P_e \quad k_t = r^2 / y_b \quad r^2 = I / A \quad \Rightarrow \quad M_{cr} = P_e \left(\frac{r^2}{y_b} + e \right) + \frac{f_{cr} I}{y_b} \quad \Rightarrow \quad M_{cr} = \frac{f_{cr} I}{y_b} + \frac{P_e I}{A y_b} + P_e e$$

TLAČNA LINIJA

- ... Prikazuje položaj rezultantne sile tlaka u betonu **C** duž grede.
- Valja provjeriti da li se tijekom prijenosa naprezanja i na razini uporabnog opterećenja tlačna linija nalazi u jezgri presjeka:

$$e_c < k_b \text{ ili } k_t$$

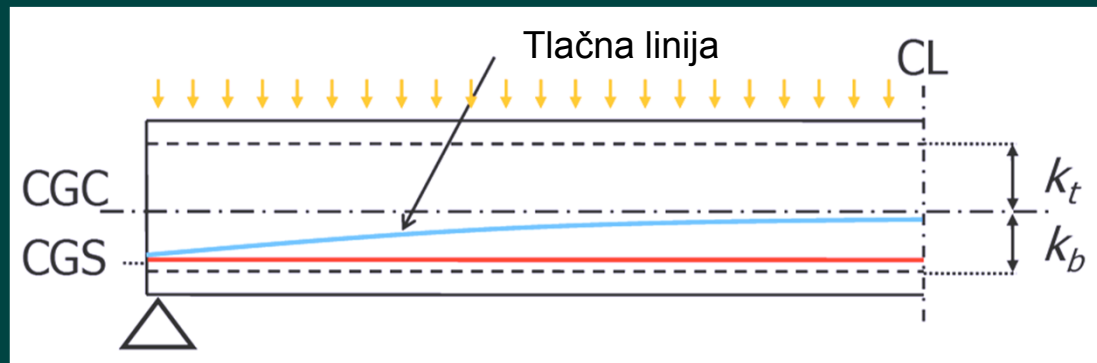


- Kada je $e_c > k_b$ ➡ **C** leži ispod jezgre i vlak se stvara na gornjem rubu
- Kada je $e_c > k_t$ ➡ **C** leži iznad jezgre i vlak se stvara na donjem rubu

TLAČNA LINIJA

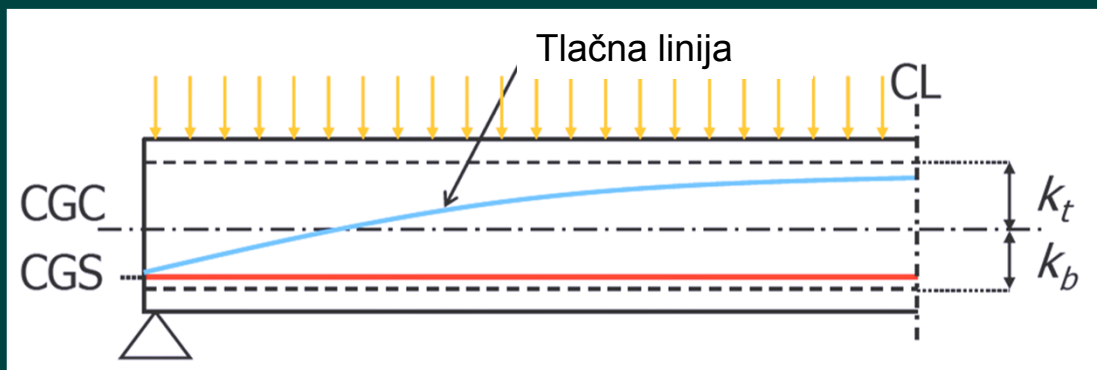
□ PRI PRIJENOSU NAPREZANJA

- ... računa se na temelju momenta od vlastite težine



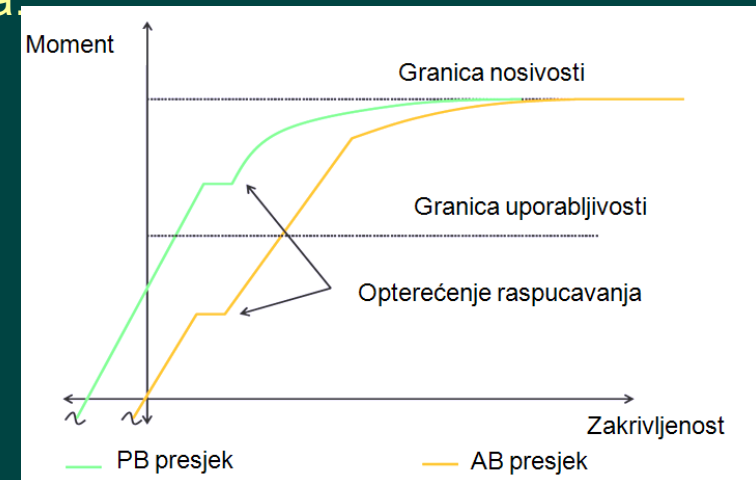
□ NA RAZINI UPORABNOG OPTEREĆENJA

- ... računa se na temelju momenta od uporabnog opterećenja



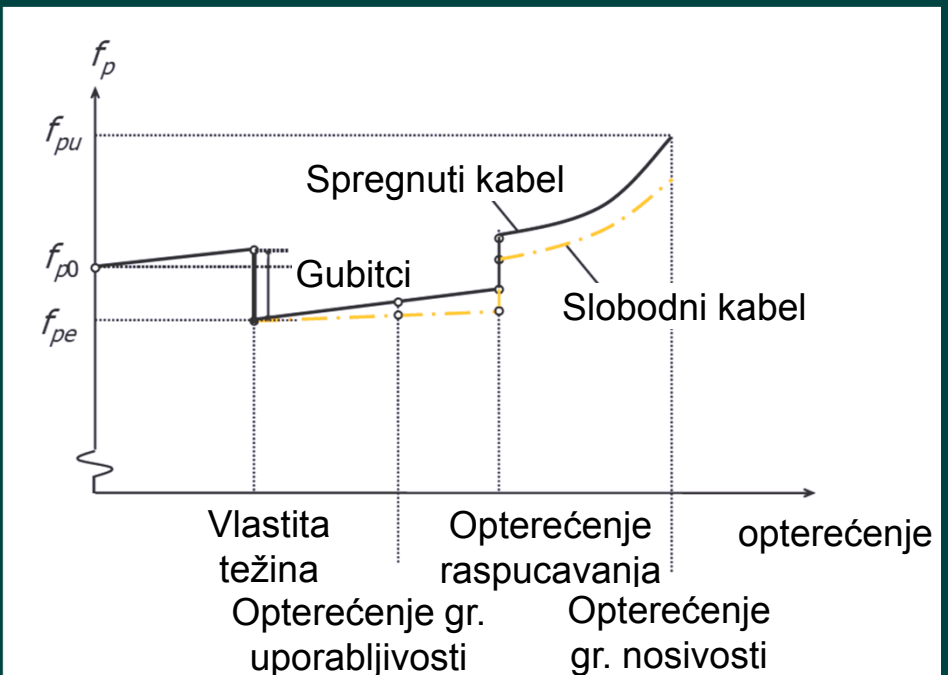
RAZMATRANJE GSN - UVODNO

- ❑ Prednapeti elementi obično ostaju neraspucali pod uporabnim opterećenjem.
 - Proračun se zasniva na linearnom elastičnom ponašanju materijala.
- ❑ Poslije raspucavanja ponašanje prednapetog elementa postaje slično armiranobetonskom elementu.
 - S povećanjem opterećenja ponašanje betona postaje nelinearno.
 - Blizu granice popuštanja čelika ponašanje čelika također postaje nelinearno.
- ❑ Proračun prednapetog elementa za GSN slično je onom za AB element.
 - Proračunava se granični moment nosivosti i uspoređuje sa zahtijevanim momentom usljed mjerodavnih djelovanja.



RAZMATRANJE GSN – PROMJENA NAPREZANJA U PREDNAP. ČELIKU

1. Nakon prijenosa prednapinjanja naprezanje će se
 - usljed momenta od vlastite težine
 - povećavati (**iznad** vrijednosti nakon početnih gubitaka f_{p0})
2. Nakon toga će naprezanje
 - usljed vremenskih gubitaka od skupljanja, puzanja i relaksacije
 - pasti na f_{pe} .
3. Nadalje naprezanje će opet
 - usljed momenta od uporabnog opterećenja
 - lagano rasti **iznad** vrijednosti f_{pe} .
 - Povećanje će biti veće kod presjeka sa spregnutim kablom u odnosu na presjek sa slobodnim kablom.



RAZMATRANJE GSN – PROMJENA NAPREZANJA U PREDNAP. ČELIKU

3. Kako se opterećenje povećava

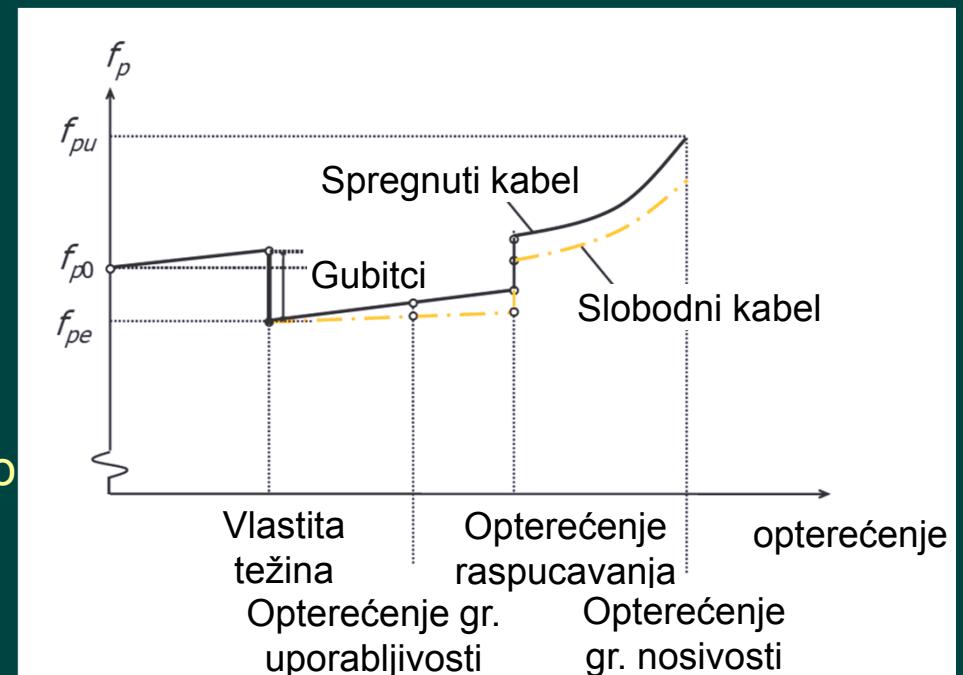
- povećava se i naprezanje do raspucavanja.

4. Nakon raspucavanja događa se

- skok u naprezanju prednapetog čelika,

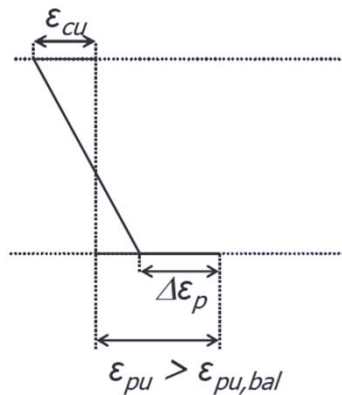
5. A nakon toga naprezanje

- ubrzano raste s momentom do graničnog opterećenja f_{pu} .
- Kod slobodnog kabla prosječno naprezanje je manje nego kod spregnutog u presjeku s maksimalnim momentom savijanja.



RAZMATRANJE GSN – UVJETI

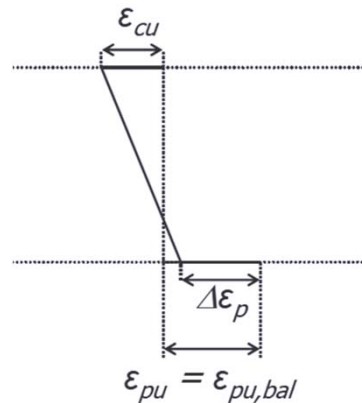
- Granično stanje nosivosti elementa izloženog savijanju definira se sa stanjem kada tlačna deformacija u betonu dosegne vrijednost ε_{cu} ($=0,0035$ za $\leq C50/60$)
- Dijagrami deformacija po visini triju presjeka:



Premalo prednapet



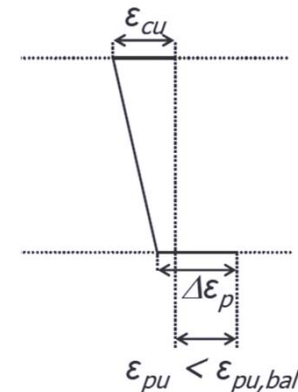
Čelik popušta prije nego se dosegne granična deformacija betona ε_{cu}



Uravnotežen



Deformacija u prednapetom čeliku na razini njegovog težišta ε_{pu} odgovara ravnotežnoj vrijednosti $\varepsilon_{pu, bal}$



Previše prednapet



Čelik ne popušta pri graničnoj deformaciji betona ε_{cu}

- Razlika deformacije $\Delta\varepsilon_p$ je deformacija u prednapetom čeliku kada susjedni beton ima neprezanje $=0$

$$\varepsilon_p = \varepsilon_c + \Delta\varepsilon_p$$

RAZMATRANJE GSN – UVJETI

□ Za prethodno napete elemente,

- razlika deformacije ostaje prisutna nakon što se kabeli odrežu.
- U tom trenutku dana je s izrazom:

$$\Delta \varepsilon_p = \varepsilon_{pi} - 0$$

- kao razlika deformacije u kabelima neposredno prije prijenosa ε_{pi} i deformacije u betonu koja je $\varepsilon_c=0$.

□ Kod naknadno prednapetih elemenata

- razlika deformacije ostaje prisutna nakon što se kabeli usidre.
- U tom trenutku dana je s izrazom:

$$\Delta \varepsilon_p = \varepsilon_{p0} - \varepsilon_{c0}$$

- Kao razlika deformacije u kabelima usljed sile prednapinjanja nakon prijenosa P_0 (ε_{p0}) i deformacije u betonu usljed sile P_0 (ε_{c0}), *beton je već prije doživio elastično skraćenje.*

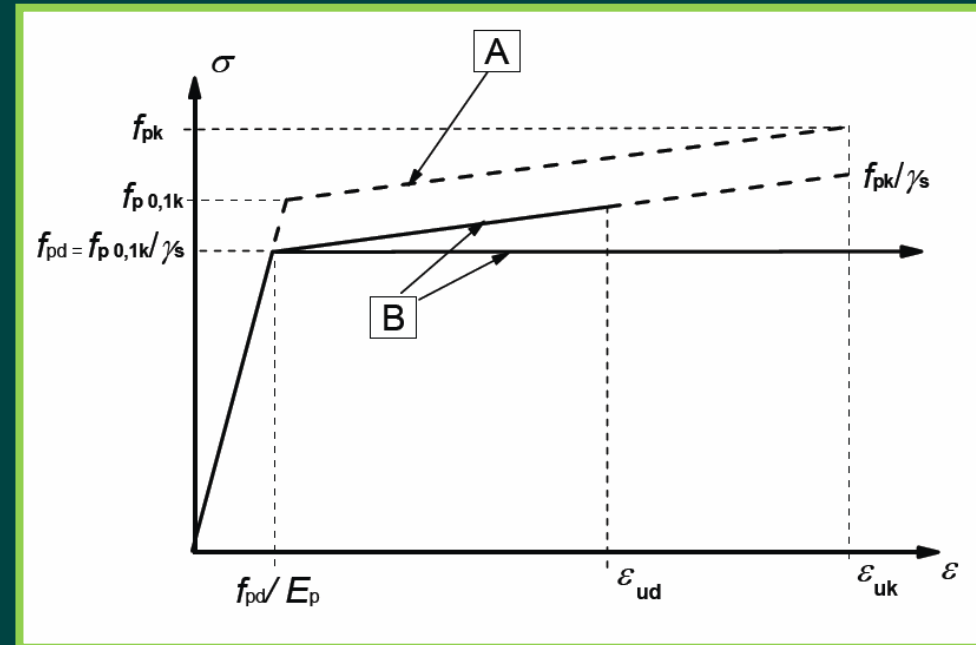
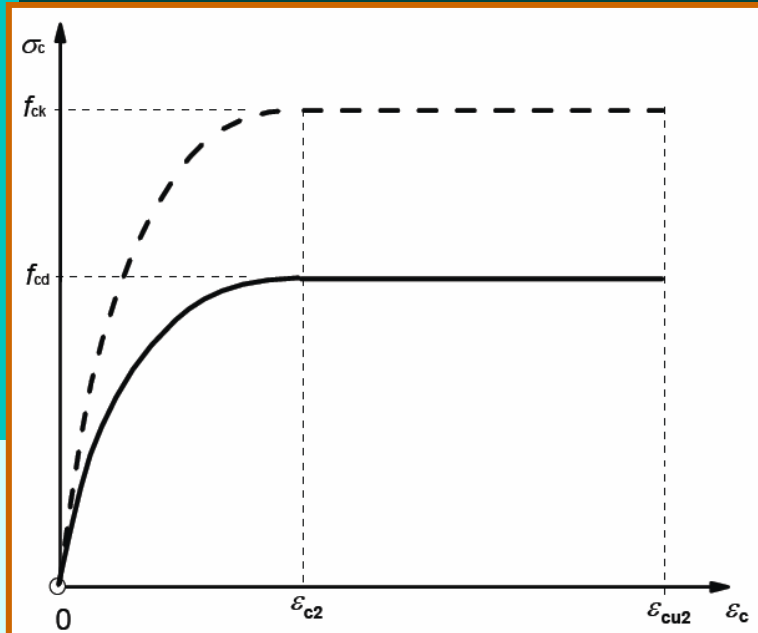
□ Općenito u bilo kojem trenutku opterećenja vrijedi:

$$\Delta \varepsilon_p = \varepsilon_{pe} - \varepsilon_{ce}$$

- ε_{pe} je deformacija u kabelima usljed prednapinjanja pri uporabi P_e
- ε_{ce} je deformacija u betonu usljed P_e

RAZMATRANJE GSN – PRETPOSTAVKE

- Ravni presjeci ostaju ravnima do sloma (Bernullijeva hipoteza)
- Idealna veza između betona i čelika za prednapinjanje za spregnute kabele.
- Vlak u betonu se zanemaruje.
- Primjenjuju se proračunski radni dijagrami betona i čelika

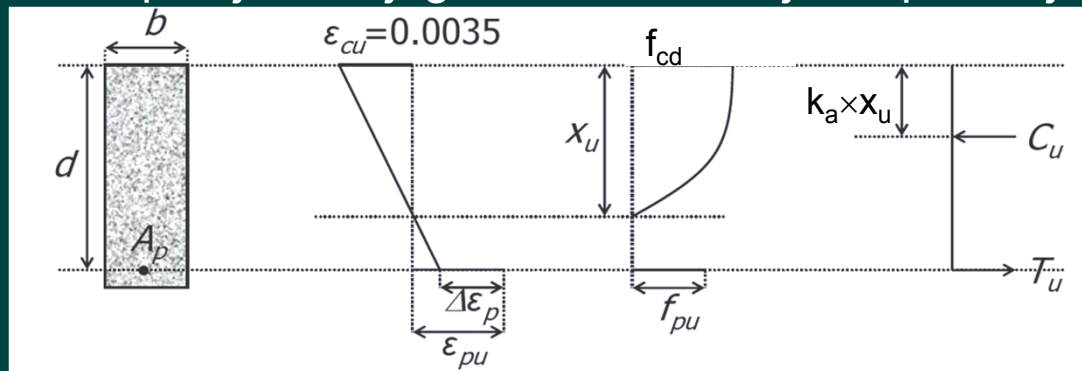


f_{ck} (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
$f_{ck, cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105
ϵ_{c2} (‰)	2,0									2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
ϵ_{cu2} (‰)	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6

$$f_{p0,1k} \approx 0,86 f_{pk}$$

RAZMATRANJE GSN – PRAVOKUTNI POPREČNI PRESJEK

- Skica presjeka, dijagrama deformacija, naprezanja i para sila za GSN:



$$k_a = \frac{\varepsilon_{cu}(3\varepsilon_{cu} - 4) + 2}{2\varepsilon_{cu}(3\varepsilon_{cu} - 2)}$$

$$\alpha_v = \frac{3\varepsilon_{cu} - 2}{3\varepsilon_{cu}}$$

- Cilj:** pronaći granični moment nosivosti presjeka $M_{Rd} = M_{ur}$.

Postupak:

- Pretpostaviti x_u (približno prema tablici)

- Izračunati ε_{pu} iz jed., kompatibilnosti: $\frac{x_u}{d} = \frac{0.0035}{0.0035 + \varepsilon_{pu} - \Delta\varepsilon_p}$

- Izračunati f_{pu} (približno prema tablici)

- Izračunati T_u iz:

$$T_u = A_p f_{pu}$$

- Izračunati C_u iz:

$$C_u = \alpha_v \times f_{cd} \times x_u b$$

Ako nije zadovoljena ravnoteža $T_u = C_u$ promijeniti x_u

Ako je $T_u < C_u$ smanjiti x_u , ako je $T_u > C_u$ povećati x_u

- Proračunati M_{ur} iz jed. ravnoteže:

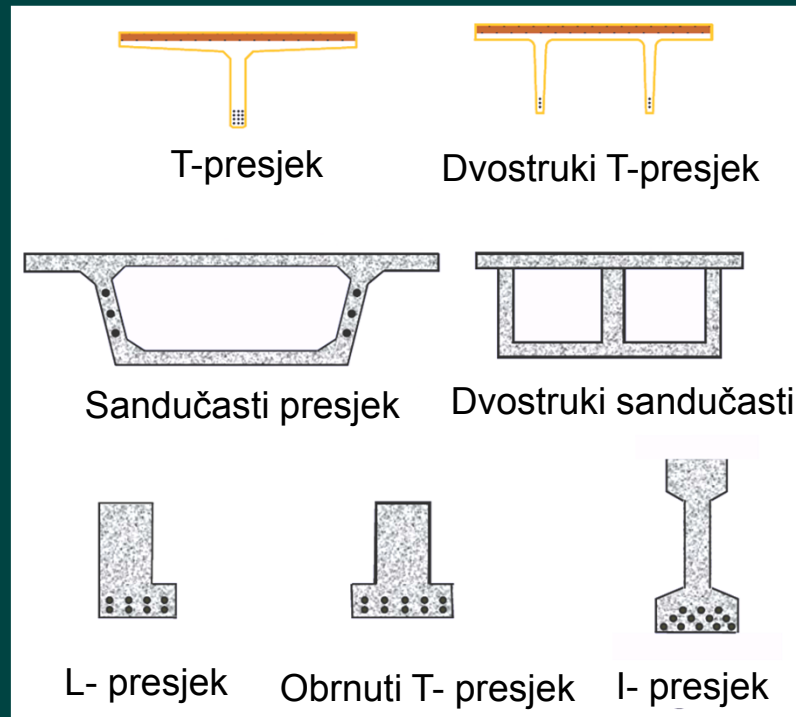
$$M_{uR} = T_u (d - k_a \times x_u)$$

ω_p	$f_{pu}/(0.87f_{pk})$		x_u/d	
	Prethodno napinjanje	Naknadno+ sprezanje	Prethodno napinjanje	Naknadno+ sprezanje
0.025	1.0	1.0	0.054	0.054
0.05	1.0	1.0	0.109	0.109
0.10	1.0	1.0	0.217	0.217
0.15	1.0	1.0	0.326	0.316
0.20	1.0	0.95	0.435	0.414
0.25	1.0	0.90	0.542	0.488
0.30	1.0	0.85	0.655	0.558
0.40	0.9	0.75	0.783	0.653

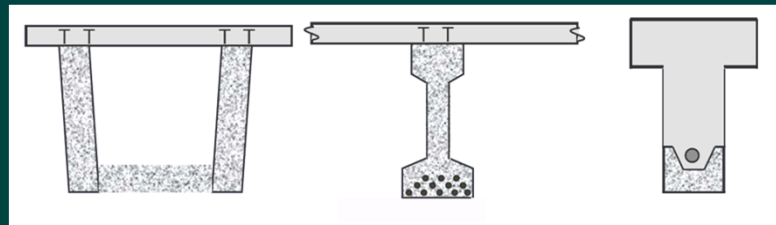
$$\omega_p = \frac{A_p f_{pk}}{b d f_{ck}}$$

RAZMATRANJE GSN – POPREČNI PRESJEK S POJASNICAMA

□ Primjeri:



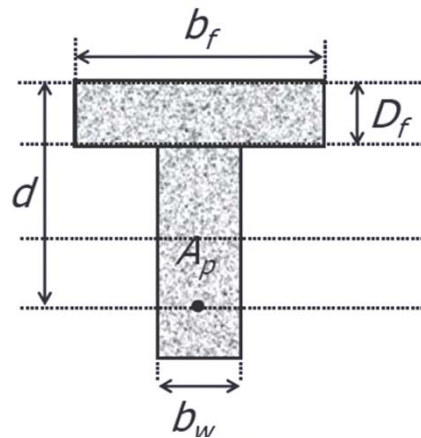
Predgotovljeni presjeci s pojasnicama



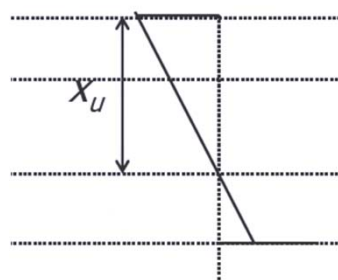
Spregnuti presjeci s pojasnicama

RAZMATRANJE GSN – POPREČNI PRESJEK S POJASNICAMA

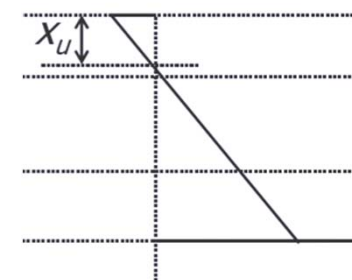
- Ako je udaljenost neutralne osi od tlačnog ruba presjeka x_u veća od debljine pojasnice D_f presjek se promatra kao presjek s pojasnicom.



Poprečni
presjek



Dijagram
naprezanja
($x_u > D_f$)

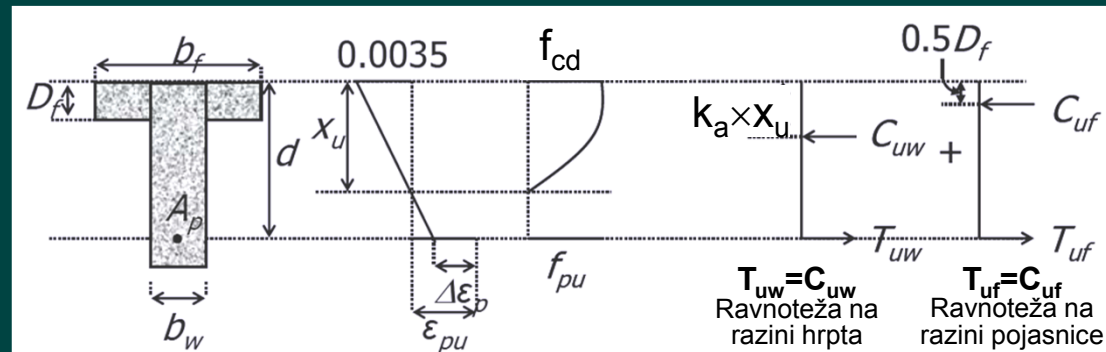


Dijagram
naprezanja
($x_u < D_f$)

- Ako je udaljenost neutralne osi od tlačnog ruba presjeka x_u manja od debljine pojasnice D_f presjek se promatra kao pravokutni presjek.

RAZMATRANJE GSN – POPREČNI PRESJEK S POJASNICAMA

- Skica presjeka, dijagrama deformacija, naprezanja i sila za GSN:

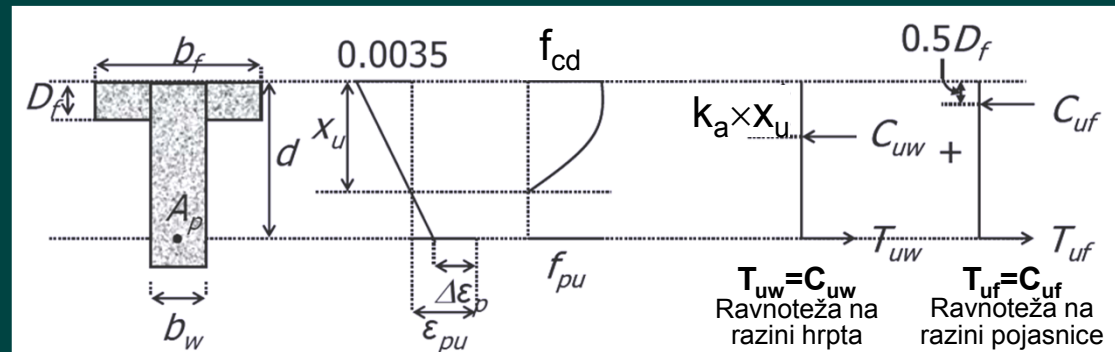


- Cilj:** pronaći granični moment nosivosti presjeka $M_{Rd} = M_{ur}$.
- Postupak:**
 - Pretpostaviti $x_u = D_f$
 - Proračun kao za pravokutni poprečni presjek uz $b = b_f$
 - Ako je $T_u > C_u$ povećati x_u , promatrati presjek s pojasnicom i pretpostaviti x_u (približno prema tablici)
 - Izračunati ε_{pu} iz jed., kompatibilnosti:

$\frac{x_u}{d} = \frac{0.0035}{0.0035 + \varepsilon_{pu} - \Delta\varepsilon_p}$
--
 - Izračunati f_{pu} (uz iteracije pa približno prema tablici – slajd 43)

RAZMATRANJE GSN – POPREČNI PRESJEK S POJASNICAMA

- Skica presjeka, dijagrama deformacija, naprezanja i sila za GSN:



- Cilj:** pronaći granični moment nosivosti presjeka.

- Postupak:**

- Izračunati A_{pf} i A_{pw} iz uvjeta $T_{uf} = C_{uf}$:

$$A_{pf} f_{pu} = f_{cd} \times (b_f - b_w) D_f \Rightarrow A_{pf} = \frac{f_{cd} \times (b_f - b_w) D_f}{f_{pu}} \Rightarrow A_{pw} = A_p - A_{pf}$$

- Izračunati C_{uw} , C_{uf} , T_{uw} , T_{uf} iz:

$$C_{uw} = \alpha_v \times f_{cd} \times x_u b_w \quad C_{uf} = f_{cd} \times (b_f - b_w) D_f \quad T_{uw} = A_{pw} f_{pu} \quad T_{uf} = A_{pf} f_{pu}$$

Ako nije zadovoljena ravnoteža $T_u = C_u$ promijeniti x_u do konvergencije

- Proračunati M_{ur} iz jed. ravnoteže:

$$M_{uR} = T_{uw} (d - k_a \times x_u) + T_{uf} (d - 0.5 D_f)$$

RAZMATRANJE GSN – POPREČNI PRESJEK S POJASNICAMA

□ Za određivanje x_u i f_{pu} (korak 5) može se koristiti tablica, ali je za f_{pu} prethodno potreban i iterativni postupak:

1. Pretpostaviti $f_{pu} = 0,86 f_{pk}$

2. Izračunati A_{pf} i A_{pw}

$$A_{pf} = \frac{f_{cd} \times (b_f - b_w) D_f}{f_{pu}}$$

$$A_{pw} = A_p - A_{pf}$$

3. Izračunati ω_{pw} :

$$\omega_{pw} = \frac{A_{pw} f_{pk}}{b_w d f_{ck}}$$

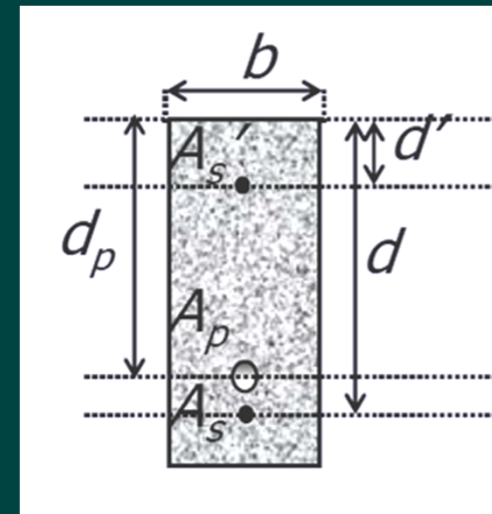
4. Odrediti f_{pu} iz tablice.

ω_p	$f_{pu}/(0.87f_{pk})$		x_u/d	
	Prethodno napinjanje	Naknadno+ sprezanje	Prethodno napinjanje	Naknadno+ sprezanje
0.025	1.0	1.0	0.054	0.054
0.05	1.0	1.0	0.109	0.109
0.10	1.0	1.0	0.217	0.217
0.15	1.0	1.0	0.326	0.316
0.20	1.0	0.95	0.435	0.414
0.25	1.0	0.90	0.542	0.488
0.30	1.0	0.85	0.655	0.558
0.40	0.9	0.75	0.783	0.653

Usporediti predpostavljenu i proračunatu vrijednost;
ponavljati korake do konvergencije.

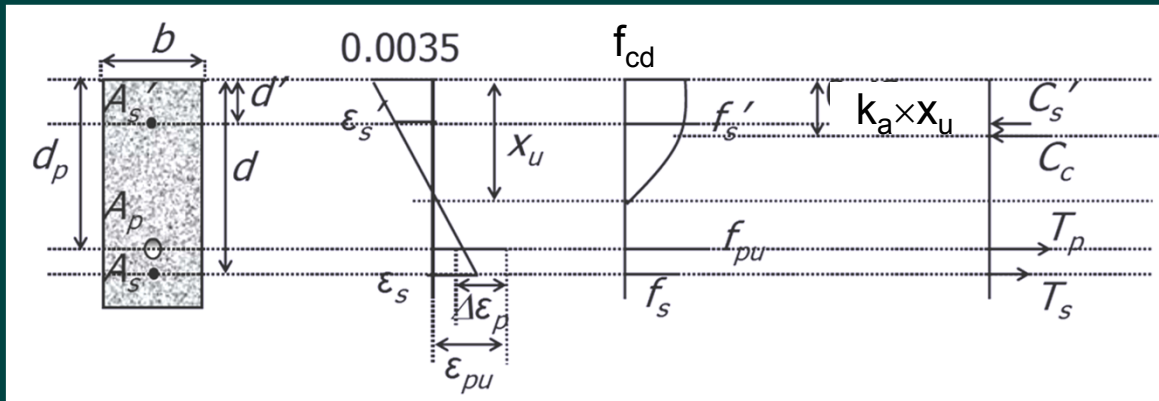
RAZMATRANJE GSN – DJELOMIČNO PREDNAPETI PRESJEK

- Nenapeta armatura također sudjeluje u nosivosti na savijanje.
- Prednosti primjene:
 - Ekonomični presjek
 - Manje nadvišenje od prednapinjanja u odnosu na ekvivalentni presjek bez nenapete armature
 - Veća duktilnost
 - Promjena smjera momenta (npr. usljed potresa) nije presudna u usporedbi s ekvivalentnim presjekom bez nenapete armature
- Primjer razmatranja pravokutnog presjeka s dvostrukom armaturom u vlačnom i tlačnom području.



RAZMATRANJE GSN – DJELOMIČNO PREDNAPETI PRESJEK

- Skica presjeka, dijagrama deformacija, naprezanja i para sila za GSN:



- Cilj:** pronaći granični moment nosivosti presjeka $M_{Rd} = M_{ur}$.

Postupak:

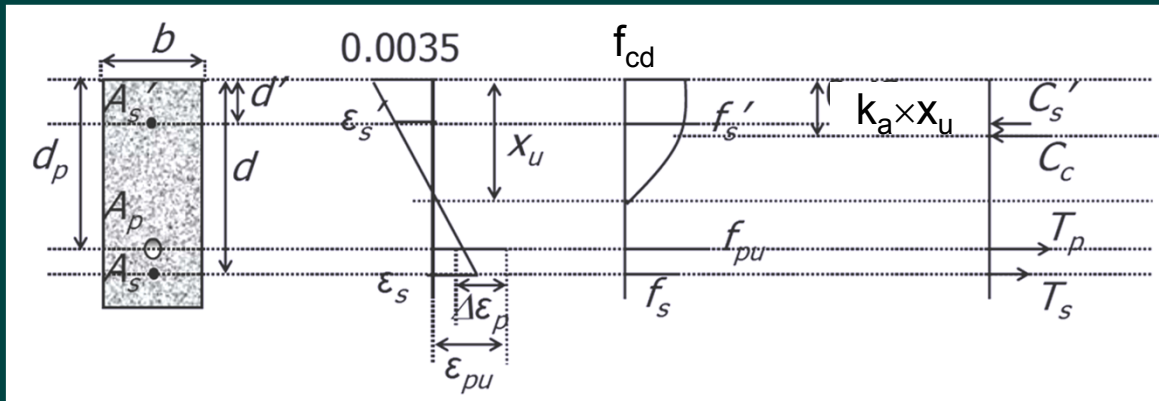
1. Pretpostaviti x_u
2. Izračunati ϵ_{pu} iz jed., kompatibilnosti:
3. Izračunati f_{pu} (približno prema tablici)
4. Izračunati T_p iz: $T_p = A_p f_{pu}$
5. Izračunati ϵ_s iz jed., kompatibilnosti:
6. Odrediti f_s
7. Izračunati T_s iz: $T_s = A_s f_s$

$$\frac{x_u}{d_p} = \frac{0.0035}{0.0035 + \epsilon_{pu} - \Delta\epsilon_p}$$

$$\frac{d - x_u}{x_u} = \frac{\epsilon_s}{0.0035}$$

RAZMATRANJE GSN – DJELOMIČNO PREDNAPETI PRESJEK

- Skica presjeka, dijagrama deformacija, naprezanja i para sila za GSN:



- Cilj:** pronaći granični moment nosivosti presjeka $M_{Rd}=M_{ur}$.

- Postupak:**

8. Izračunati ϵ_s' iz jed., kompatibilnosti:

$$\frac{x_u - d'}{x_u} = \frac{\epsilon_s'}{0.0035}$$

9. Odrediti f_s'

10. Izračunati C_s' iz: $C_s' = A_s' f_s'$

11. Izračunati C_c iz: $C_c = \alpha_v \times f_{cd} \times x_u b$

Ako nije zadovoljena ravnoteža $T_u = C_u$ promijeniti x_u

Ako je $T_u < C_u$ smanjiti x_u , ako je $T_u > C_u$ povećati x_u

12. Proračunati M_{ur} iz jed. ravnoteže:

$$M_{ur}|_{A_p} = T_s (d - d_p) + C_c (d_p - k_a \times x_u) + C_s' (d_p - d')$$

RAZMATRANJE GSN –

SLOBODNO NAKNADNO PREDNAPINJANJE

- ❑ Cijevi nisu injektirane – nema kompatibilnosti između čelika i betona.
- ❑ Odnosno – kompatibilnost postoji u pogledu deformacija duž cijelog elementa – nije moguća analiza na razini presjeka.
- ❑ Zahtijeva se integrirani proračun deformacija u betonu kako bi se utvrdile deformacije duž cijelog elementa.

- ❑ Jednadžba kompatibilnosti glasi:

$$\Delta_p = \Delta_{cp}$$

- Δ_p deformacija kabela
- Δ_{cp} deformacija betona na razini težišta prednapetog kabela

- ❑ Naprezanje u čeliku za GSN:

$$f_{pu} = f_{pe} + \Delta f_p$$

- f_{pe} djelotvorno prednapinjanje nakon gubitaka
- Δf_p promjena naprezanja u čeliku pri GSN određuje se iz $\Delta \varepsilon_p$

- ❑ Vrijednost f_{pu} je manja nego kod spregnutih kabela

- ❑ Moment nosivosti dan je izrazom:

$$M_{uR} = A_p f_{pu} (d - k_a \times x_u)$$

RAZMATRANJE GSN –

SLOBODNO NAKNADNO PREDNAPINJANJE

- Neki propisi omogućuju približno tablično određivanje x_u i f_{pu} za naknadno prednapinjanje sa slobodnim kabelima na temelju mehaničkog koeficijenta armiranja:

$$\omega_p = \frac{A_p f_{pk}}{b d f_{ck}}$$

ω_p	f_{pu}/f_{pe}			x_u/d		
	Za vrijednosti L/d			Za vrijednosti L/d		
	30	20	10	30	20	10
0.025	1.23	1.34	1.45	0.10	0.10	0.10
0.05	1.21	1.32	1.45	0.16	0.16	0.18
0.10	1.18	1.26	1.45	0.30	0.32	0.36
0.15	1.14	1.20	1.36	0.44	0.46	0.52
0.20	1.11	1.16	1.27	0.56	0.58	0.64

ANALIZA PONAŠANJA

- ... odnosi se na utvrđivanje cjelokupnog odnosa momenta savijanja i zakrivljenosti presjeka
- Prijenos naprezanja, razina uporabljivosti i granična čvrstoća odgovaraju trima trenutcima ponašanja.
- Zakrivljenost se definira sa:

$$\varphi = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_{cp}}{d}$$

■ ε_c

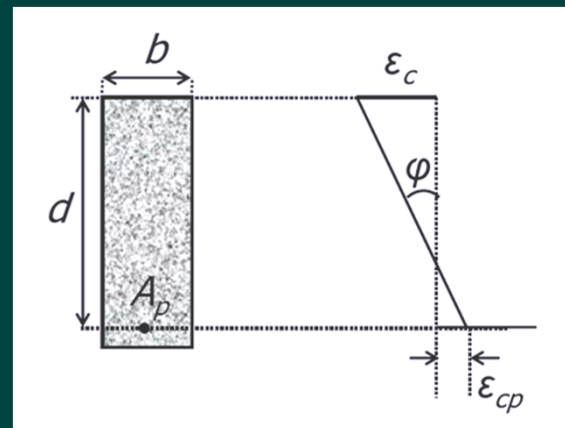
najveća tlačna deformacija betona

■ ε_{cp}

deformacija u betonu na razini težišta prednapetog kabela

■ d

visina presjeka



ANALIZA PONAŠANJA

- Analize uključuju tri načela mehanike:

- RAVNOTEŽA

- Unutarnjih sila i vanjskih opterećenja u svakom trenutku ponašanja
 - Vrijede dvije jednačbe ravnoteže:
 - Ravnoteža sila
 - Ravnoteža momenata

- KOMPATIBILNOST

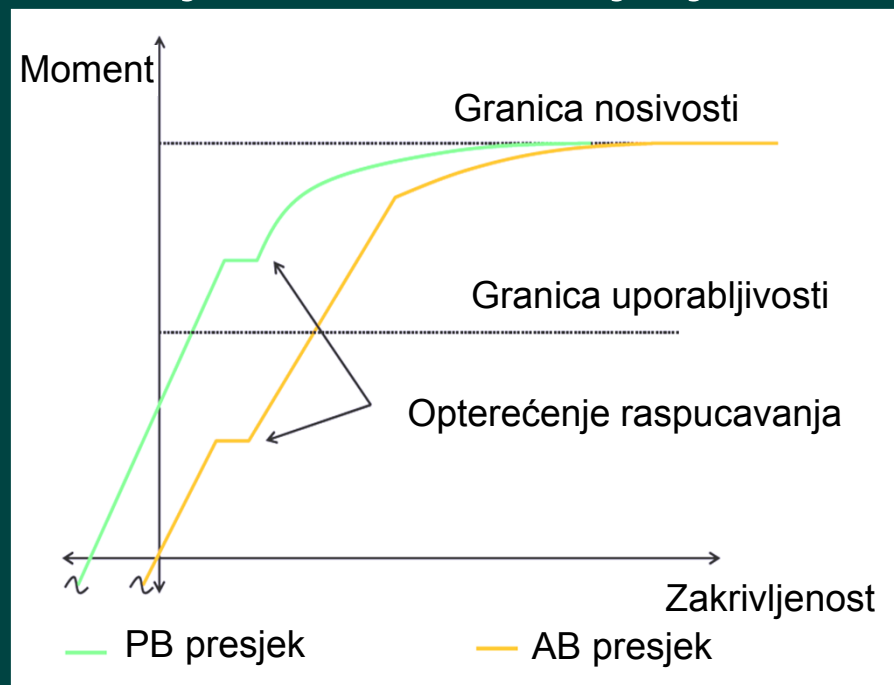
- deformacija u betonu i čeliku za spregnute kabele.
 - Ovo podrazumijeva savršenu vezu dvaju materijala.
 - Za slobodne kabele kompatibilnost leži u ukupnoj deformaciji.

- VEZA NAPREZANJA I DEFORMACIJA

- odnose se na vezu naprezanja i deformacija materijala.
 - Ovisnosti se razvijaju na temelju svojstava materijala.

ANALIZA PONAŠANJA

- Prikaz ODNOSA MOMENTA SAVIJANJA I ZAKRIVLJENOSTI za dva presjeka ekvivalentna prema graničnoj čvrstoći na savijanje:



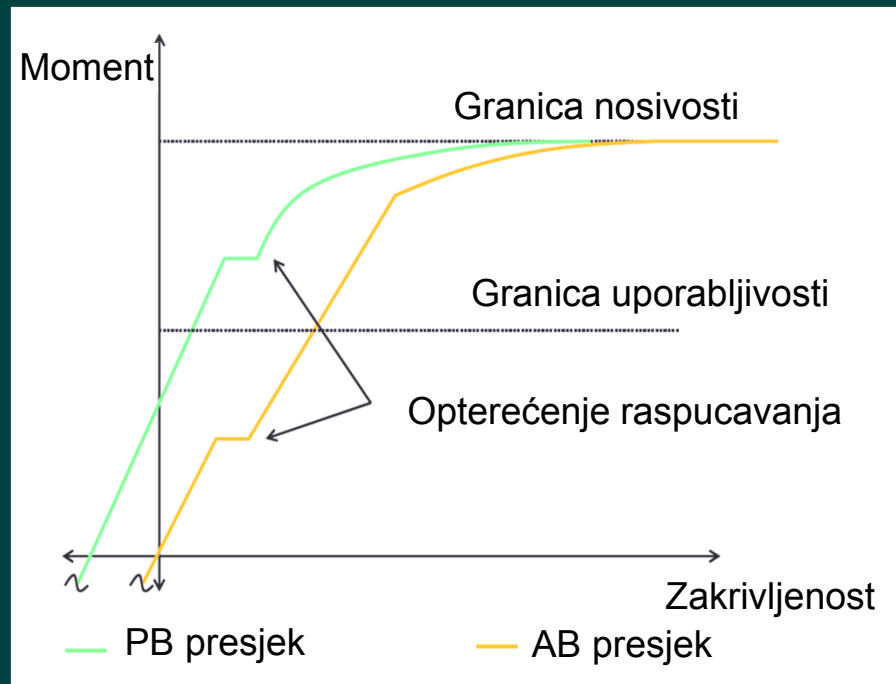
- ZAKLJUČCI NA TEMELJU USPOREDBE

1. Prednapinjanje povećava opterećenje raspucavanja čime je:

- Smanjena izloženost koroziji ➡ veća trajnost
- Koristi se cijeli presjek ➡ veći moment inercije (veća krutost),
➡ manja deformabilnost (poboljšana uporabljivost)
- Povećanje nosivosti na posmik

ANALIZA PONAŠANJA

- Prikaz ODNOSA MOMENTA SAVIJANJA I ZAKRIVLJENOSTI za dva presjeka ekvivalentna prema graničnoj čvrstoći na savijanje:



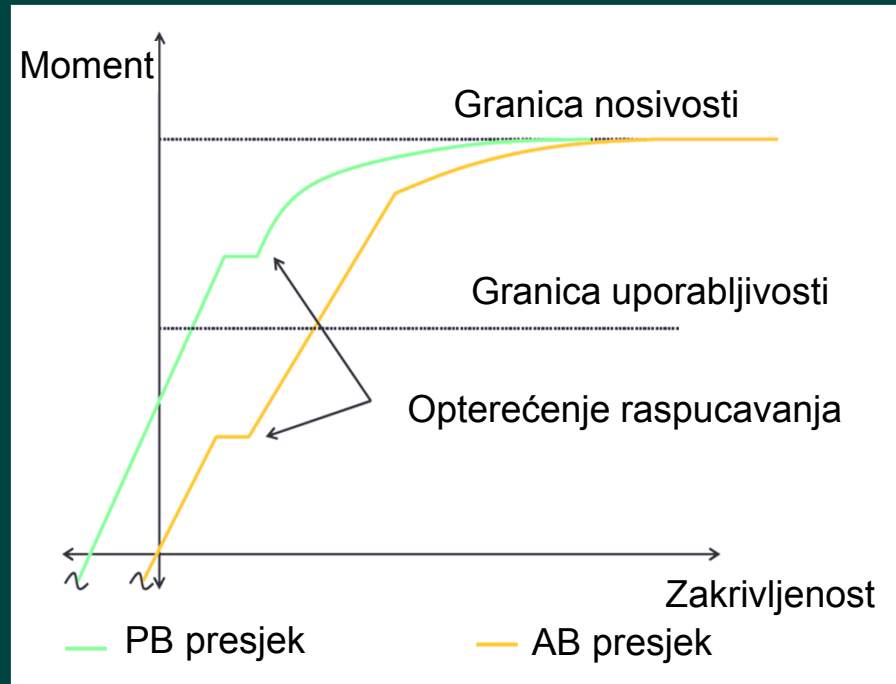
- ZAKLJUČCI NA TEMELJU USPOREDBE

2. Prednapinjanje pomiče krivulju iz ishodišta:

- Prisutna je negativna zakrivljenost koja stvara nadvišenje kada nema vanjskog momenta.
- Određena razina vanjskog momenta potrebna je da bi izravnala element.

ANALIZA PONAŠANJA

- Prikaz ODNOSA MOMENTA SAVIJANJA I ZAKRIVLJENOSTI za dva presjeka ekvivalentna prema graničnoj čvrstoći na savijanje:



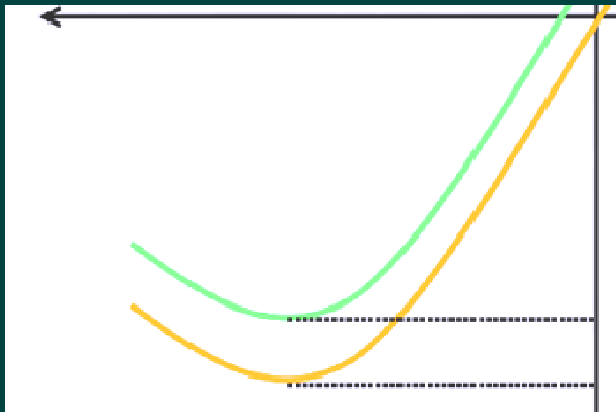
- ZAKLJUČCI NA TEMELJU USPOREDBE

3. Za određeni moment, zakrivljenost predgotovljenog elementa je manja:

- Prednapinjanje smanjuje zakrivljenost pri uporabnom opterećenju.

ANALIZA PONAŠANJA

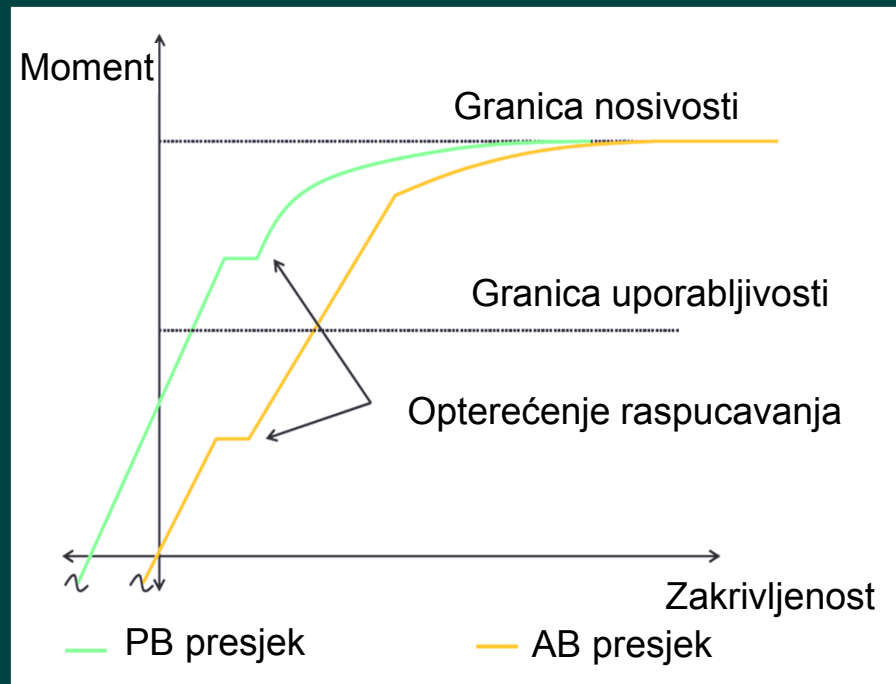
- Prikaz ODNOSA MOMENTA SAVIJANJA I ZAKRIVLJENOSTI za dva presjeka ekvivalentna prema graničnoj čvrstoći na savijanje:



- ZAKLJUČCI NA TEMELJU USPOREDBE

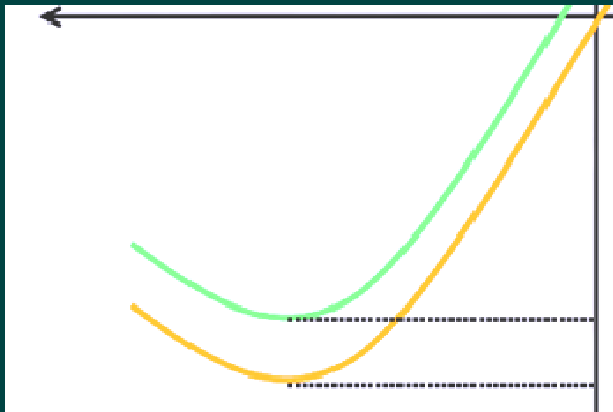
4. Za moment suprotnog smjera, zakrivljenost predgotovljenog elementa je veća:

- Prednapinjanje je važno za odgovor pod momentom suprotnog smjera.



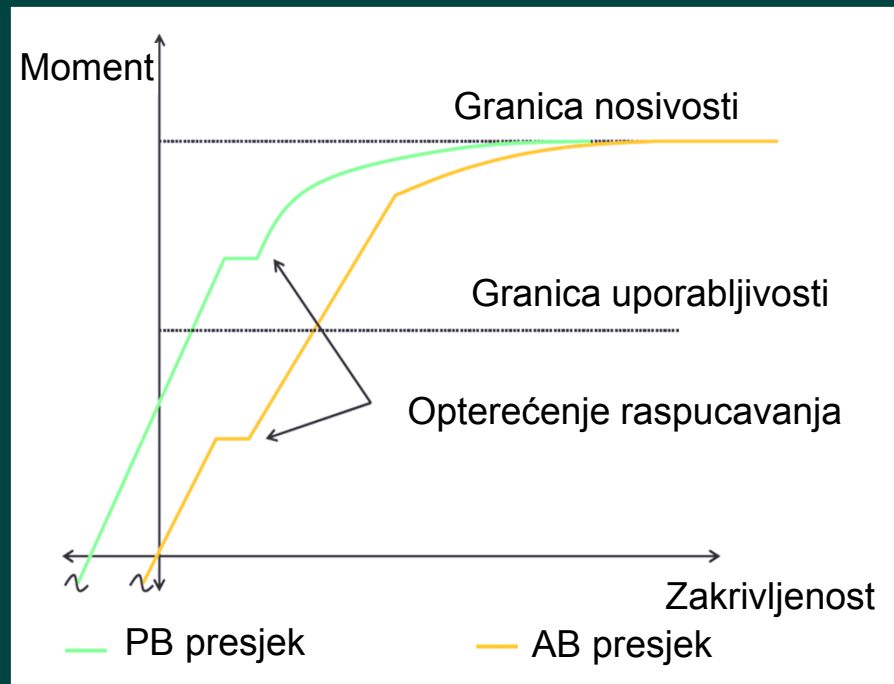
ANALIZA PONAŠANJA

- Prikaz ODNOSA MOMENTA SAVIJANJA I ZAKRIVLJENOSTI za dva presjeka ekvivalentna prema graničnoj čvrstoći na savijanje:



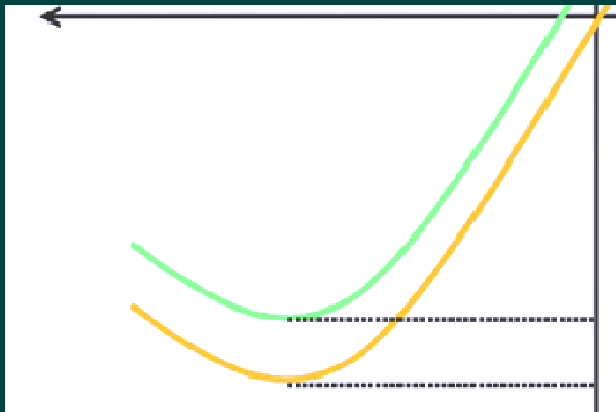
- ZAKLJUČCI NA TEMELJU USPOREDBE

5. Za moment suprotnog smjera, granična čvrstoća je niža:
 - Prednapinjanje je važno za odgovor pod momentom suprotnog smjera.



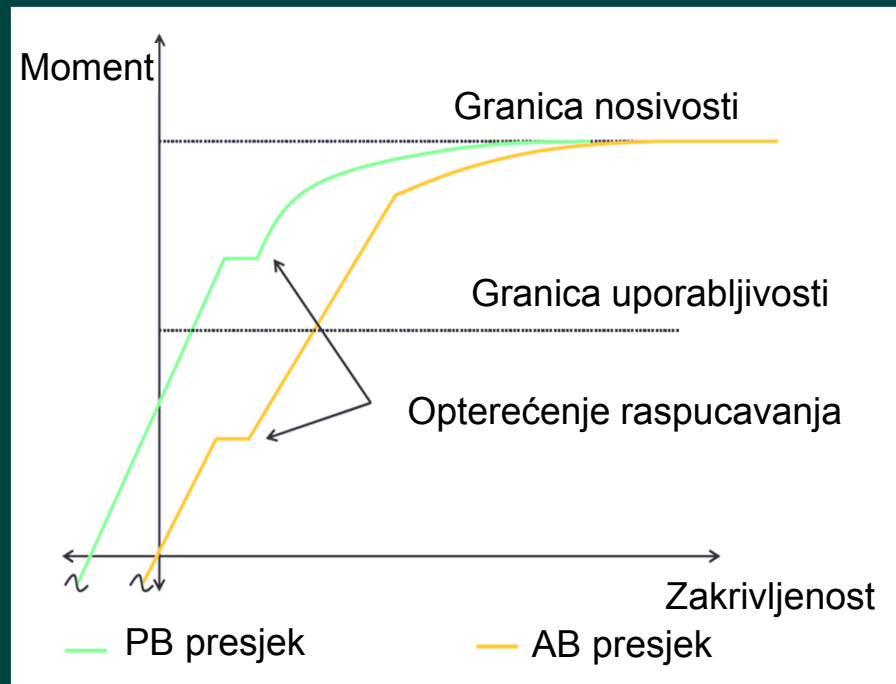
ANALIZA PONAŠANJA

- Prikaz ODNOSA MOMENTA SAVIJANJA I ZAKRIVLJENOSTI za dva presjeka ekvivalentna prema graničnoj čvrstoći na savijanje:



- ZAKLJUČCI NA TEMELJU USPOREDBE

6. Za djelomično prednapete presjeke s istom graničnom čvrstoćom, krivulja moment-zakrivljenost nalazit će se između krivulje za prednapeti i klasično armirani presjek.



DUKILNOST

- Duktilnost je mjera apsorpcije energije.
- Za grede je duktilnost izražena preko zakrivljenosti:

$$\mu = \frac{\varphi_u}{\varphi_y}$$

- φ_u zakrivljenost pri graničnom stanju
 - φ_y zakrivljenost pri popuštanju
- Općenito vrijedi:
 - duktilnost prednapetih greda manja je od duktilnosti armiranih greda.
- Pri djelovanju potresa duktilnost je važan zahtjev!
- Kod okvira, seizmičke sile izazivaju momente suprotnog smjera blizu ležajeva greda  prednapinjanje greda u okvirima nije preporučljivo u područjima visoke seizmičnosti

PRELIMINARNO DIMENZIONIRANJE

1. Odabrati svojstva materijala f_{ck} , f_{pk} , odrediti tip i visinu h poprečnog presjeka
2. Proračunati moment od vlastite težine M_{sw} (M_G)
3. Proračunati ukupni moment od stalnog i uporabnog M_T ($M_Q + M_G$)
4. Predvidjeti krak sila z npr.:

$$z \approx 0.65h \quad (M_{sw} > 0.3M_T)$$

$$z \approx 0.5h \quad (M_{sw} \leq 0.3M_T)$$

5. Procjeniti djelotvorno prednapinjanje nakon gubitaka P_e

$$P_e = M_T / z \quad (M_{sw} > 0.3M_T)$$

$$P_e = (M_T - M_{sw}) / z \quad (M_{sw} \leq 0.3M_T)$$

6. Proračunati potrebnu površinu čelika za prednapinjanje A_p

$$A_p = P_e / f_{pe}$$

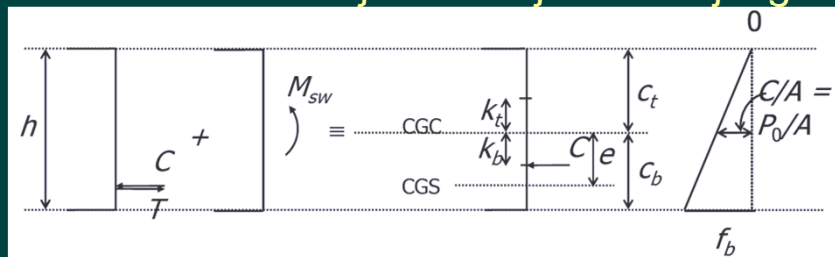
7. Provjeriti površinu cjelokupnog poprečnog presjeka A

TEORIJA DIMENZIONIRANJA ZA PUNO PREDNAPINJANJE ($M_{sw} \leq 0,3M_T$)

- Kako se povećava opterećenje prednapetog elementa tlačna sila **C** odmiče se od vlačne sile **T** prema gore.

1. Koliki ekscentricitet kabela **e** predvidjeti?

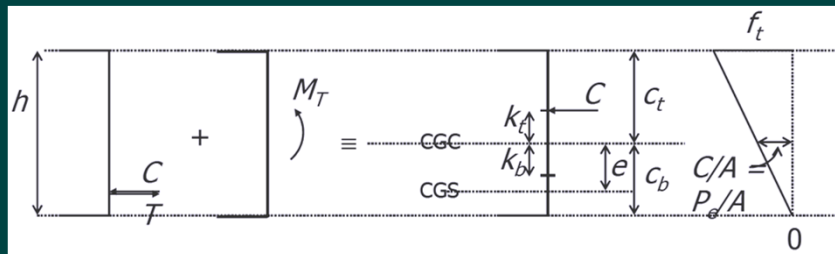
- Kako bi se izbjeglo vlačno naprezanje na gornjem rubu najniži položaj tlačne sile od vlastite težine je na donjem rubu jezgre.



$$e = (M_{sw} / P_0) + k_b$$

2. Kako odrediti djelotvornu silu prednapinjanja **P_e**?

- Kako bi se izbjeglo vlačno naprezanje na donjem rubu najviši položaj tlačne sile od ukupnog opterećenja je na gornjem rubu jezgre.



$$P_e = M_T / (e + k_t)$$

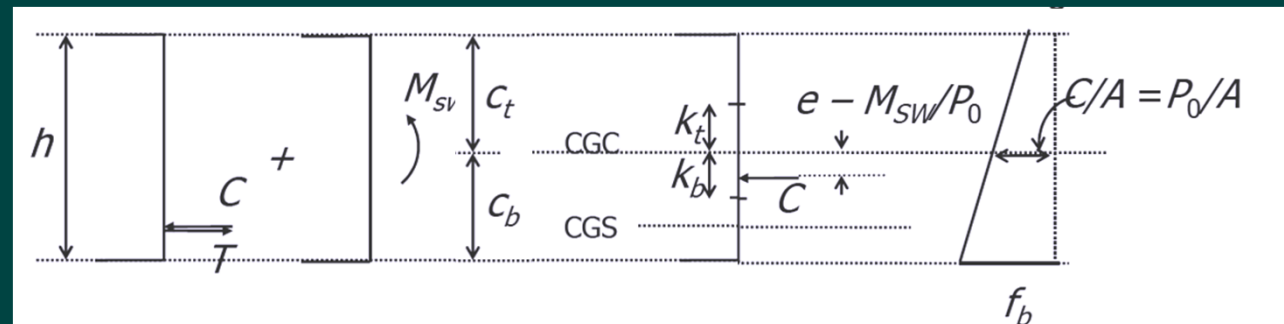
3. Prilagoditi vrijednost **P₀** i ponovo izračunati **e** te provjeriti naprezanja na gornjem i donjem rubu:

$$f_b = -\frac{P_0}{A} \frac{h}{c_t}$$

$$f_t = -\frac{P_e}{A} \frac{h}{c_b}$$

TEORIJA DIMENZIONIRANJA ZA PUNO PREDNAPINJANJE ($M_{sw} > 0,3M_T$)

- U ovom slučaju ekscentricitet e neće zadovoljiti uvjet vlak = 0 na gornjem rubu ili može izaći van presjeka pa se tlačna sila previđa unutar jezgre presjeka s naprezanjem na gornjem rubu različitim od 0.



- Naprezanje na donjem rubu iznosi:

$$f_b = -\frac{P_0}{A} - \frac{P_0 \left(e - \frac{M_{sw}}{P_0} \right) c_b}{I}$$

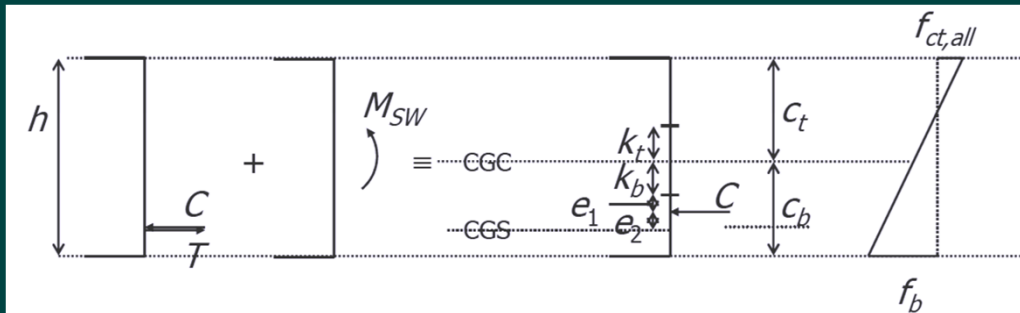
- a uz uvrštavanje $I = Ar^2$ $r^2/c_b = k_t$:

$$f_b = -\frac{P_0}{A} \left(1 + \frac{e - \frac{M_{sw}}{P_0}}{k_t} \right)$$

TEORIJA DIMENZIONIRANJA ZA OGRAIČENO PREDNAPINJANJE

1. Koliki ekscentricitet kabla e predvidjeti?

- Potrebno je odrediti najnižji položaj tlačne sile **C** od vlastite težine (izvan donjeg ruba jezgre) pri kojem bi vlačno naprezanje na gornjem rubu bilo granično dozvoljeno.



$$e_2 = \frac{M_{sw}}{P_0}$$

- Pomak tlačne sile usljed vlastite težine je ekscentricitet e_2 :
$$e_2 = \frac{P_0}{P_0}$$
- Ako se **C** pomiče dalje prema gore za vrijednost e_1 koja predstavlja udaljenost do donjeg ruba jezgre na gornjem rubu će vlak biti = 0. Vrijednost e_1 se određuje iz izraza za naprezanje koje odgovara momentu od pomaka **C** za e_1 :

$$\frac{P_0 e_1 c_t}{I} = f_{ct,all} \Rightarrow e_1 = \frac{f_{ct,all} I}{P_0 c_t} \xrightarrow{\text{uz}} I = A r^2 \quad r^2 / c_t = k_b \Rightarrow e_1 = \frac{f_{ct,all} A k_b}{P_0}$$

- Udaljenost težišta kabela od donjeg ruba jezgre je:

$$e_1 + e_2 = \frac{M_{sw} + f_{ct,all} A k_b}{P_0}$$

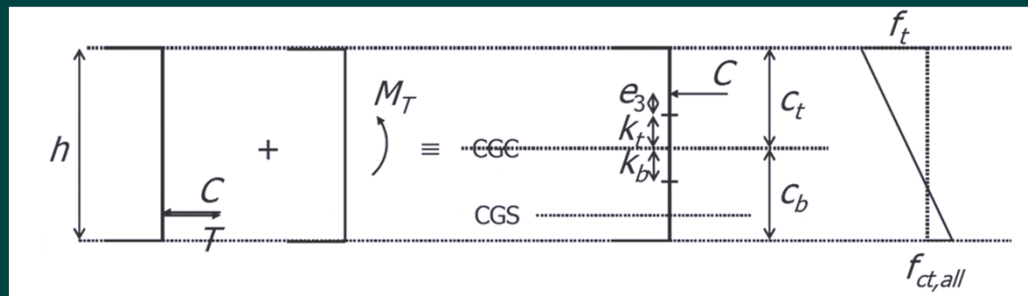
- Ekscentricitet e se računa iz jednadžbe:

$$e = e_1 + e_2 + k_b \quad \Rightarrow \quad e = \frac{M_{sw} + f_{ct,all} A k_b}{P_0} + k_b$$

TEORIJA DIMENZIONIRANJA ZA OGRANIČENO PREDNAPINJANJE

2. Kako odrediti djelotvornu silu prednapinjanja P_e ?

- Potrebno je odrediti najviši položaj tlačne sile C od ukupnog opterećenja (izvan gornjeg ruba jezgre) pri kojem bi vlačno naprezanje na donjem rubu bilo granično dozvoljeno.



- Izraz za e_3 dobije se iz vlačnog naprezanja koje se razvije usljed pomaka tlačne sile C iznad gornjeg ruba jezgre :

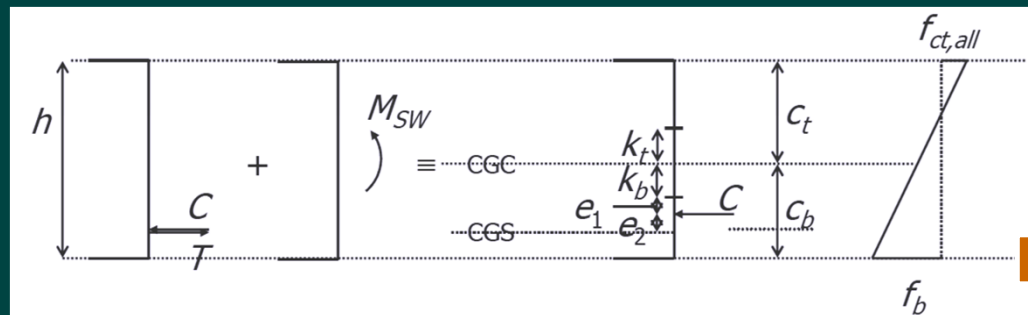
$$\frac{P_e e_3 c_b}{I} = f_{ct,all} \Rightarrow e_3 = \frac{f_{ct,all} I}{P_e c_b} \xrightarrow{\text{uz}} I = A r^2 \quad r^2 / c_b = k_t \Rightarrow e_3 = \frac{f_{ct,all} A k_t}{P_e}$$

- Pomak sile C usljed momenta od ukupnog opterećenja daje izraz za P_e :

$$M_T = P_e (e + k_t + e_3) = P_e (e + k_t) + f_{ct,all} A k_t \Rightarrow P_e = \frac{M_T - f_{ct,all} A k_t}{e + k_t}$$

TEORIJA DIMENZIONIRANJA ZA OGRANIČENO PREDNAPINJANJE

3. Prilagoditi vrijednost P_0 i ponovo izračunati e te provjeriti naprezanja na gornjem i donjem rubu:

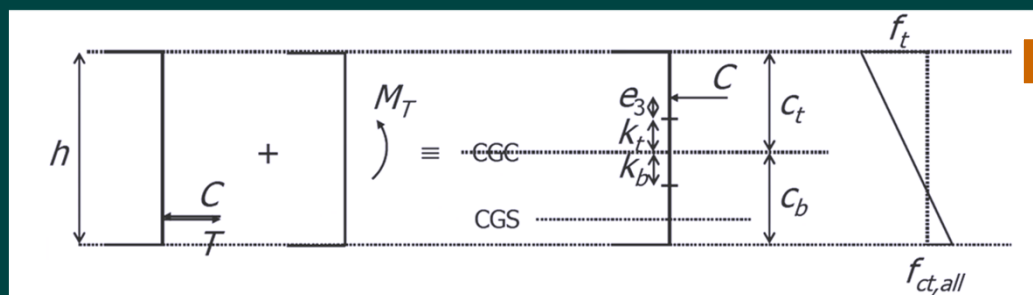


$$f_b = -\frac{C}{A} - \frac{C(k_b + e_1)c_b}{I} = -\frac{C}{A} \left(1 + \frac{k_b c_b}{r^2} \right) - \frac{C e_1 c_b}{I}$$



$$f_{ct,all} = C e_1 c_t / I, \quad C e_1 / I = f_{ct,all} / c_t$$

$$f_b = -\frac{C}{A} \left(1 + \frac{c_b}{c_t} \right) - \frac{f_{ct,all}}{c_t} c_b = -\frac{C h}{A c_t} - \frac{f_{ct,all}}{c_t} c_b$$



$$f_t = -\frac{C}{A} - \frac{C(k_t + e_3)c_t}{I} = -\frac{C}{A} \left(1 + \frac{k_t c_t}{r^2} \right) - \frac{C e_3 c_t}{I}$$



$$f_{ct,all} = C e_3 c_b / I, \quad C e_3 / I = f_{ct,all} / c_b$$

$$f_t = -\frac{C}{A} \left(1 + \frac{c_t}{c_b} \right) - \frac{f_{ct,all}}{c_b} c_t = -\frac{C h}{A c_b} - \frac{f_{ct,all}}{c_b} c_t$$

TEORIJA DIMENZIONIRANJA

USPOREDBE

PUNO PREDNAPINJANJE

OGRANIČENO PREDNAPINJANJE

□ Ekscentricitet e :

$$e = \frac{M_{sw}}{P_0} + k_b$$



$$e = \frac{M_{sw} + f_{ct,all} A k_b}{P_0} + k_b$$

- ... kod ograničnog prednapinjanja povećava se usljed dozvoljenog graničnog naprezanja

□ Djelotvorna sila prednapinjanja P_e

$$P_e = \frac{M_T}{e + k_t}$$



$$P_e = \frac{M_T - f_{ct,all} A k_t}{e + k_t}$$

- ... kod ograničnog prednapinjanja smanjuje se usljed dozvoljenog graničnog naprezanja

IZBOR POPREČNOG PRESJEKA

□ Općenite postavke:

1. Presjek mora imati dovoljno veliku visinu ispod težišta kako bi se omogućio veći ekscentricitet kabela čime je moguće smanjiti silu prednapinjanja.
2. Na vrhu i dnu presjeka potrebna je određena površina betona da zadovolji dozvoljena naprezanja.
3. Rubni presjek obično je deblji kako bi se povećala nosivost na posmik i spriječio slom u području sidrenja.

□ Presjeci se mogu usporediti prema tzv. djelotvornosti na savijanje izraženoj preko polumjera tromosti sa:

$$\eta = \frac{r^2}{c_t c_b} = \frac{r^2}{c_t c_b} \frac{c_t + c_b}{h} = \frac{\frac{r^2}{c_b} + \frac{r^2}{c_t}}{h} = \frac{k_t + k_b}{h}$$

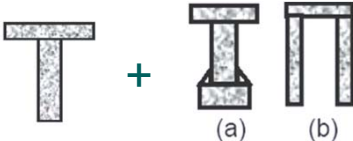
- Dakle ako je uz određenu visinu presjeka jezgra $k_t + k_b$ velika presjek je djelotvoran.

- Za pravokutni presjek:

$$\eta = 0.33$$

- Za I presjek:

$$\eta > 0.33$$

Osnovni oblici presjeka	PRAVOKUTNI	T - PRESJEK	I - PRESJEK	OBRNUTI T - PRESJEK
Skica osnovnog + varijacije				
Dodatno		(a) Više mjesta za kabele u donjoj pojasnici (b) Bolja stabilnost pri izvedbi	Torzijski krut i čvrst	
Proizvodnja	Jednostavna	Jednostavna	Skupa oplata	Složena
Raspoloživ prostor za armaturu	Prikladan	Manji od prikladnog	Dobar	Dobar
Djelotvornost kod ne-spregnutih presjeka	Slaba, $z \approx 0,4h$	Dobra, $z \approx 0,5h$	Vrlo dobra, $z \approx 0,7h$	Vrlo mala; mala granična nosivost na savijanje
Primjena ne-spregnutih presjeka	Kod lakih opterećenja i za manje raspone; Veliki M_{SW}/M_T	Za velike krovne raspone gdje je $LL \ll DL$; Veliki M_{SW}/M_T	Za velike raspone i teška opterećenja; Mali M_{SW}/M_T	Veliki M_{SW}/M_T
Djelotvornost za spregnute presjeke	Vrlo dobra, pogotovo kad je presjek zakošen	Malo povećana nosivost	Vrlo dobra	Vrlo dobra s gornjom pojasnicom lijevanom na mjestu
Primjena spregnutih presjeka	Prikladna za zgrade	Preko gornje ploče povezuju se pojedinačni presjeci; nije potrebna oplata	Kod zgrada s velikim rasponima i kod mostova	Kod mostova

GRANIČNA ZONA

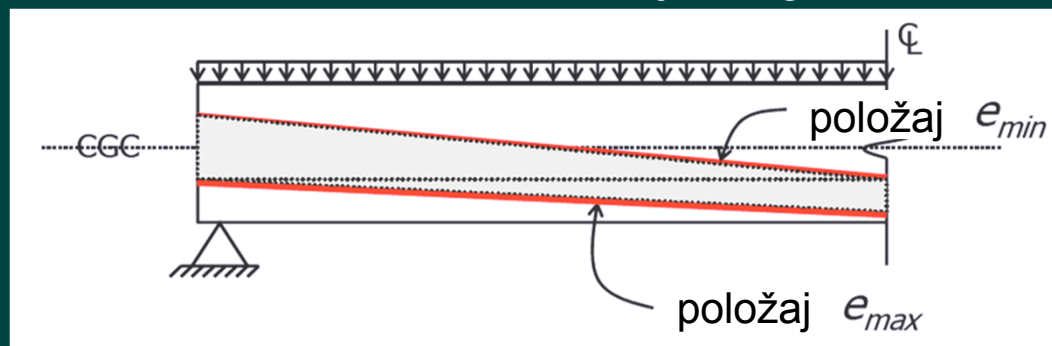
□ ZA PUNO PREDNAPINJANJE

- nije dozvoljeno vlačno naprezanje pri uporabi
- Ako se vlak ne dozvoljava ni pri prijenosu naprezanja, rezultatna sila tlaka u betonu C uvijek leži unutar jezgre.
- Granična zona se definira kao područje u koje se smješta težište kabela tako da C uvijek leži unutar jezgre.

□ ZA OGRANIČENO I DJELOMIČNO PREDNAPINJANJE

- vlak je dopušten pri prijenosu naprezanja i pri uporabi.
- Granična zona se definira kao područje u koje se smješta težište kabela tako da rubna vlačna naprezanja ostanu u okviru graničnih vrijednosti.

□ Skica granične zone za slobodno oslonjenu gredu:



- Određuje se iz maksimalnih i minimalnih ekscentriciteta težišta kabela CGS duž grede koji odgovaraju krajnjim položajima tlačne sile **C**.

GRANIČNA ZONA

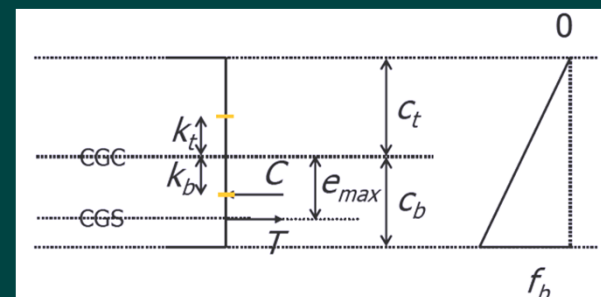
□ ZA PUNO PREDNAPINJANJE

■ Pri prijenosu naprezanja:

- Naprezanja kada je **C** na najnižem donjem položaju usljed **M_{sw}**
- Za pomak **C** od vl.tež. vrijedi:

$$e_{max} - k_b = \frac{M_{sw}}{P_0} \quad \Rightarrow \quad e_{max} = \frac{M_{sw}}{P_0} + k_b$$

- Kako se **M_{sw}** mijenja duž grede, tako se mijenja i **e_{max}**
- Valja provjeriti i tlačno naprezanje na dnu.

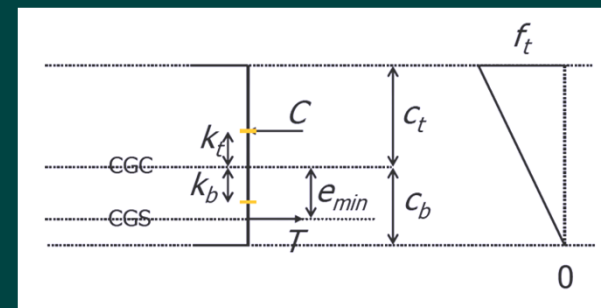


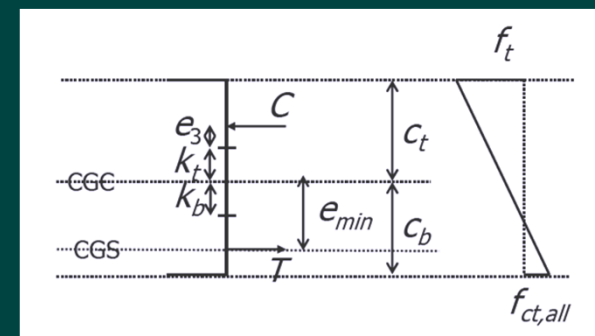
■ Pri uporabi:

- Naprezanja kada je **C** na najvišem gornjem položaju usljed **M_T**
- Za pomak **C** od uk.opt. vrijedi:

$$e_{min} + k_t = \frac{M_T}{P_e} \quad \Rightarrow \quad e_{min} = \frac{M_T}{P_e} - k_t$$

- Kako se **M_T** mijenja duž grede, tako se mijenja i **e_{min}**
- Valja provjeriti i tlačno naprezanje na vrhu.
- Ako je negativan to znači da se težište kabla može postaviti iznad težišta presjeka - vrijedi za presjek uz ležaj.





GRANIČNA ZONA - USPOREDBE

PUNO PREDNAPINJANJE

OGRANIČENO PREDNAPINJANJE

- Maksimalni ekscentricitet e_{max} :

$$e = \frac{M_{sw}}{P_0} + k_b$$



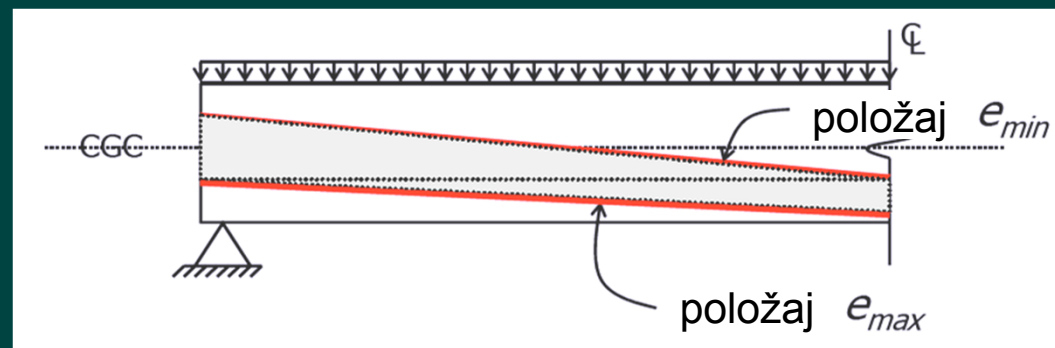
$$e = \frac{M_{sw} + f_{ct,all} A k_b}{P_0} + k_b$$

- Minimalni ekscentricitet e_{min} :

$$e = \frac{M_T}{P_e} - k_t$$



$$e = \frac{M_T - f_{ct,all} A k_t}{P_e} - k_t$$

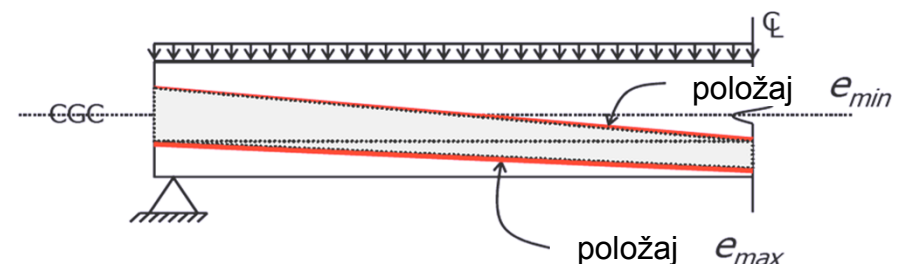


- Kod ograničenog prednapinjanja granična zona je veća !!!

GRANIČNA ZONA - FAZE NAKNADNOG PREDNAPINJANJA

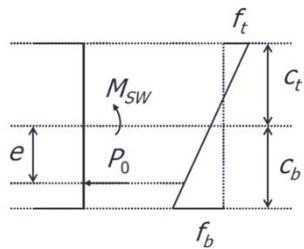
- U izrazima za e_{max} i e_{min} , vrijednosti P_0 i P_e kod naknadnog prednapinjanja mogu odgovarati različitim razinama prednaprezanja.
- Pri prijenosu naprezanja, element može biti djelomično prednapet na mjestu izvedbe, pa se računa P_0 za tu razinu prednapinjanja.
- Kada se element postavlja u konačan položaj, može se dalje napinjati prije nego se pusti u uporabu – naprezanje u fazama. Sila P_e se računa za novu razinu prednaprezanja.
- Sa silom P_0 za manju razinu prednapinjanja pri prijenosu,
 - e_{max} je povećan,
- a sa silom P_e za veću razinu prednapinjanja prije uporabe,
 - e_{min} je smanjen

- Granična zona je povećana:
 - za smještaj kabela i
 - za premještanje sile C pod uporabnim opterećenjem



MAGNELOVA GRAFIČKA METODA

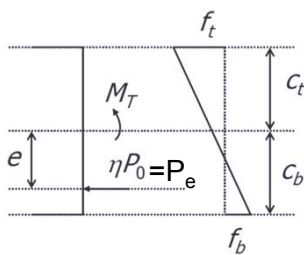
□ PRI PRIJENOSU:



$$f_t = -\frac{P_0}{A} + \frac{P_0 e c_t}{I} - \frac{M_{SW} c_t}{I} = \frac{P_0}{A} \left(-1 + \frac{e c_t}{r^2} \right) - \frac{M_{SW}}{Z_t} = \frac{P_0}{A} \left(-1 + \frac{e}{k_b} \right) - \frac{M_{SW}}{Z_t} \quad \text{Uz uvjet} \quad f_t \leq f_{ct,all} \quad \text{1} \quad \frac{1}{P_0} \geq \frac{(-1 + e/k_b)}{\left(f_{ct,all} + \frac{M_{SW}}{Z_t} \right) A}$$

$$f_b = -\frac{P_0}{A} - \frac{P_0 e c_b}{I} + \frac{M_{SW} c_b}{I} = -\frac{P_0}{A} \left(1 + \frac{e c_b}{r^2} \right) + \frac{M_{SW}}{Z_b} = -\frac{P_0}{A} \left(1 + \frac{e}{k_t} \right) + \frac{M_{SW}}{Z_b} \quad \text{Uz uvjet} \quad f_b \geq f_{cc,all} \quad \text{2} \quad \frac{1}{P_0} \geq \frac{(1 + e/k_t)}{\left(-f_{cc,all} + \frac{M_{SW}}{Z_b} \right) A}$$

□ PRI UPORABI:



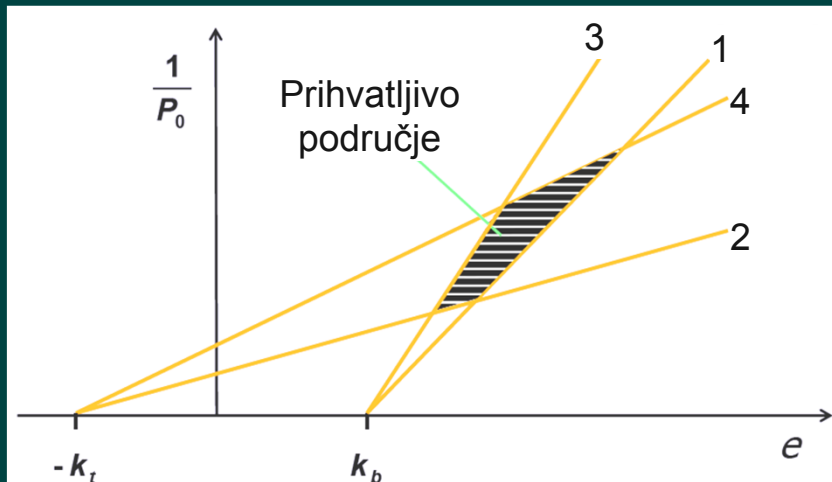
$$f_t = -\frac{\eta P_0}{A} + \frac{\eta P_0 e c_t}{I} - \frac{M_T c_t}{I} = \frac{\eta P_0}{A} \left(-1 + \frac{e c_t}{r^2} \right) - \frac{M_T}{Z_t} = \frac{\eta P_0}{A} \left(-1 + \frac{e}{k_b} \right) - \frac{M_T}{Z_t} \quad \text{Uz uvjet} \quad f_t \geq f_{cc,all} \quad \text{3} \quad \frac{1}{P_0} \leq \frac{\left(-1 + \frac{e}{k_b} \right) \eta}{\left(f_{cc,all} + \frac{M_T}{Z_t} \right) A}$$

$$f_b = -\frac{\eta P_0}{A} - \frac{\eta P_0 e c_b}{I} + \frac{M_T c_b}{I} = -\frac{\eta P_0}{A} \left(1 + \frac{e c_b}{r^2} \right) + \frac{M_T}{Z_b} = -\frac{\eta P_0}{A} \left(1 + \frac{e}{k_t} \right) + \frac{M_T}{Z_b} \quad \text{Uz uvjet} \quad f_b \leq f_{ct,all} \quad \text{4} \quad \frac{1}{P_0} \leq \frac{\left(1 + \frac{e}{k_t} \right) \eta}{\left(-f_{ct,all} + \frac{M_T}{Z_b} \right) A}$$

f_t i f_b su (+) za vlak i (-) za tlak, granični vlak $f_{ct,all}$ je (+) i granični tlak $f_{cc,all}$ (-)

$$Z_t = W_t$$

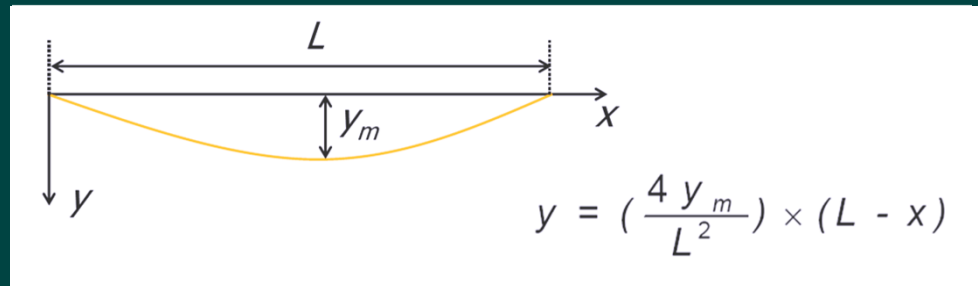
$$Z_b = W_b$$



VOĐENJE NATEGA ZA SAVIJANJE

□ SLOBODNO OSLONJENA GREDA:

■ Parabolični profil natege



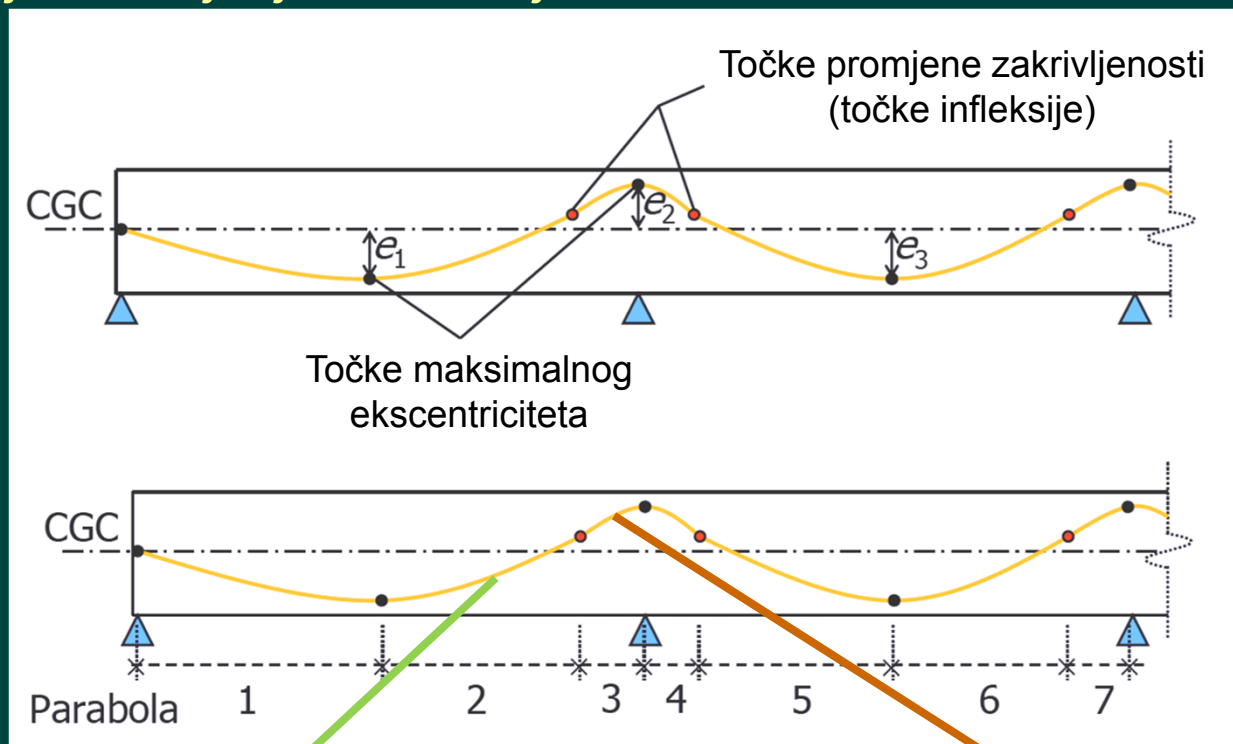
- **L** raspon
- **x** udaljenost od ruba
- **y** vertikalni pomak kabela od razine na kojoj je na rubu grede, na udaljenosti x
- **y_m** vertikalni pomak kabela u sredini raspona grede.



VOĐENJE NATEGA ZA SAVIJANJE

□ KONTINUIRANA GREDA:

- Parabolični profili natege u poljima povezani su odsječkom suprotnog smjera savijanja nad ležajevima



Parabolični odsječak zadovoljava dva uvjeta:

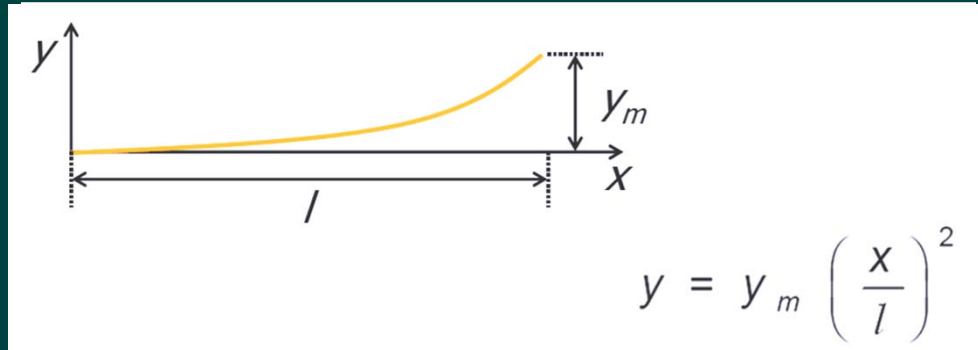
1. Ima nagib = 0 u točki maksimalnog ekscentriciteta
2. U točki infleksije nagibi natege na obje strane moraju se podudarati

Duljina konveksnog odsjeka određuje se na temelju minimalnog radijusa zakrivljenosti ovisnog o vrsti kabela

VOĐENJE NATEGA ZA SAVIJANJE

□ KONTINUIRANA GREDA:

■ Parabolični odsječak:

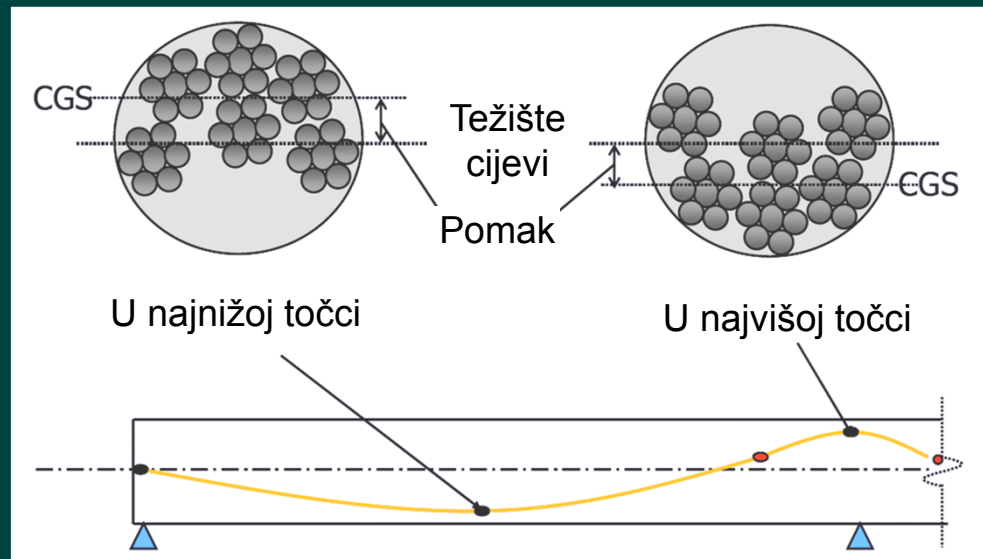


- **L** duljina paraboličnog odsječka
- **x** udaljenost od točke maksimalnog ekscentriciteta
- **y** vertikalni pomak kabela na udaljenosti x
- **y_m** vertikalni razmak točke infleksije i točke maksimalnog ekscentriciteta



VOĐENJE NATEGA ZA SAVIJANJE

- Profil natega postiže se vješaljkama ili poprečnim šipkama ili jahačima različitih visina na pravilno raspoređenim razmacima.
 - Kod greda - cijevi se pridržavaju vješaljkama sa gornjih šipki armature ili poprečnim šipkama spojenim na vilice.
 - U pločama - cijevi se podupiru jahačima koji se naslanjaju na oplatu.
- Težište natega izmiče se iz težišta cijevi nakon napinjanja:



MINIMALNA I MAKSIMALNA ARMATURA

- Opća pravila za AB konstrukcije:

$$A_{s,min} = 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t d \geq 0,0013 b_t d$$

$$A_{s,max} = 0,04 A_c$$

- b_t srednja vrijednost širine vlačnog područja;
za T grede s pojasnicom u tlaku = b_w

- Za elemente prednapete

- sa slobodnim kabelima
- ili kod vanjskog prednapinjanja,

valja provjeriti da je granična nosivost na savijanje veća od momenta raspucavanja s koeficijentom sigurnosti 1,15.

PREDNAPETI BETON



– Sljedeće predavanje –
POSMIK I TORZIJA