



***GRAĐEVINSKI FAKULTET
ZAVOD ZA KONSTRUKCIJE
KATEDRA ZA MOSTOVE***

Viseći mostovi





SADRŽAJ

1. Uvod

- Konstrukcijski elementi visećeg mosta
- Statički sustav
- Podjele visećih mostova

2. Konstrukcijski elementi

- Nosivo uže
- Vješaljke
- Pilon
- Sidrena konstrukcija
- Greda za ukrućenje

3. Povijesni pregled

- Američki tip visećih mostova
- Europski tip visećih mostova

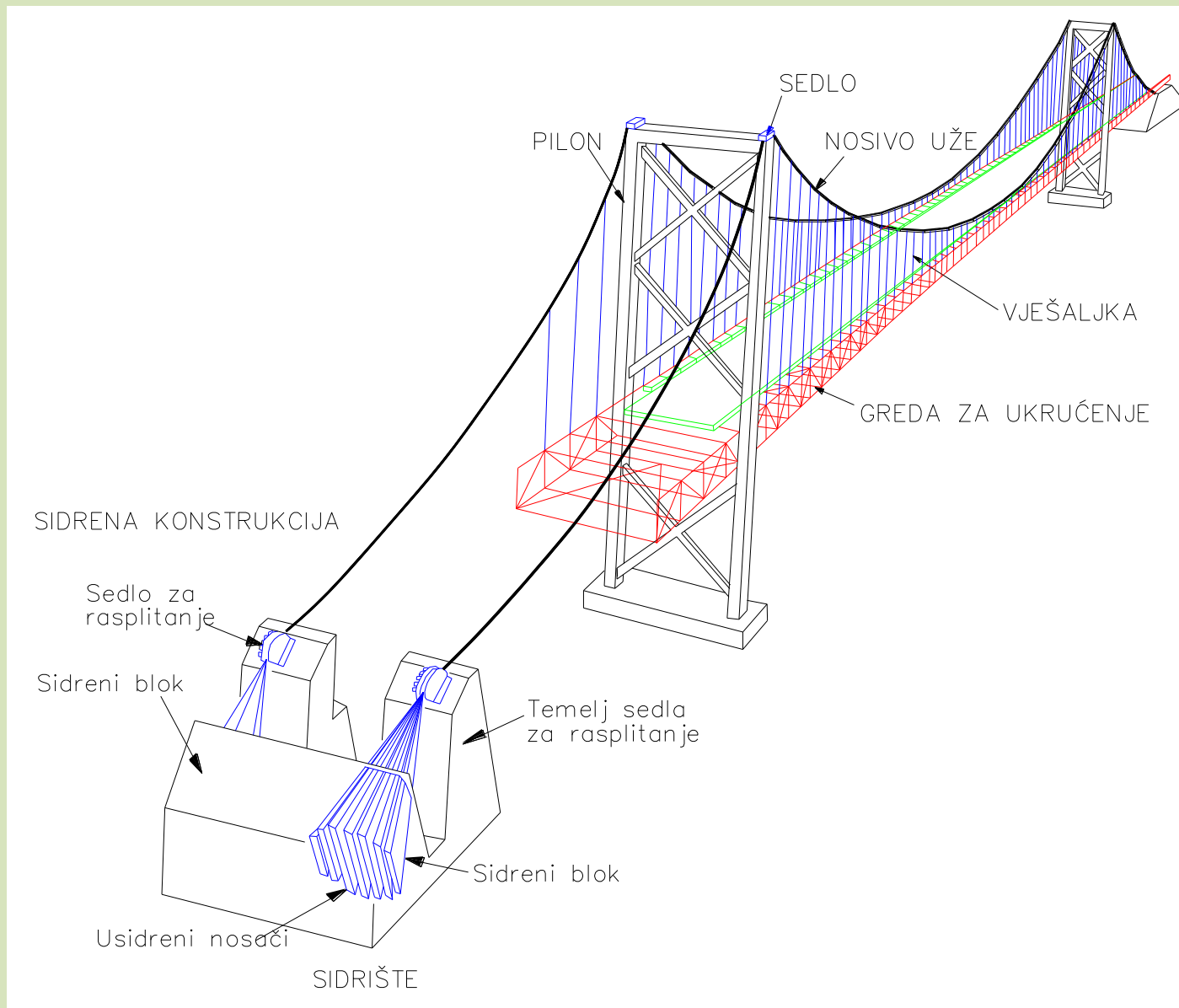
4. Hrvatski viseći mostovi

5. Proračun

- Analitički izrazi
- Aerodinamička stabilnost

6. Literatura

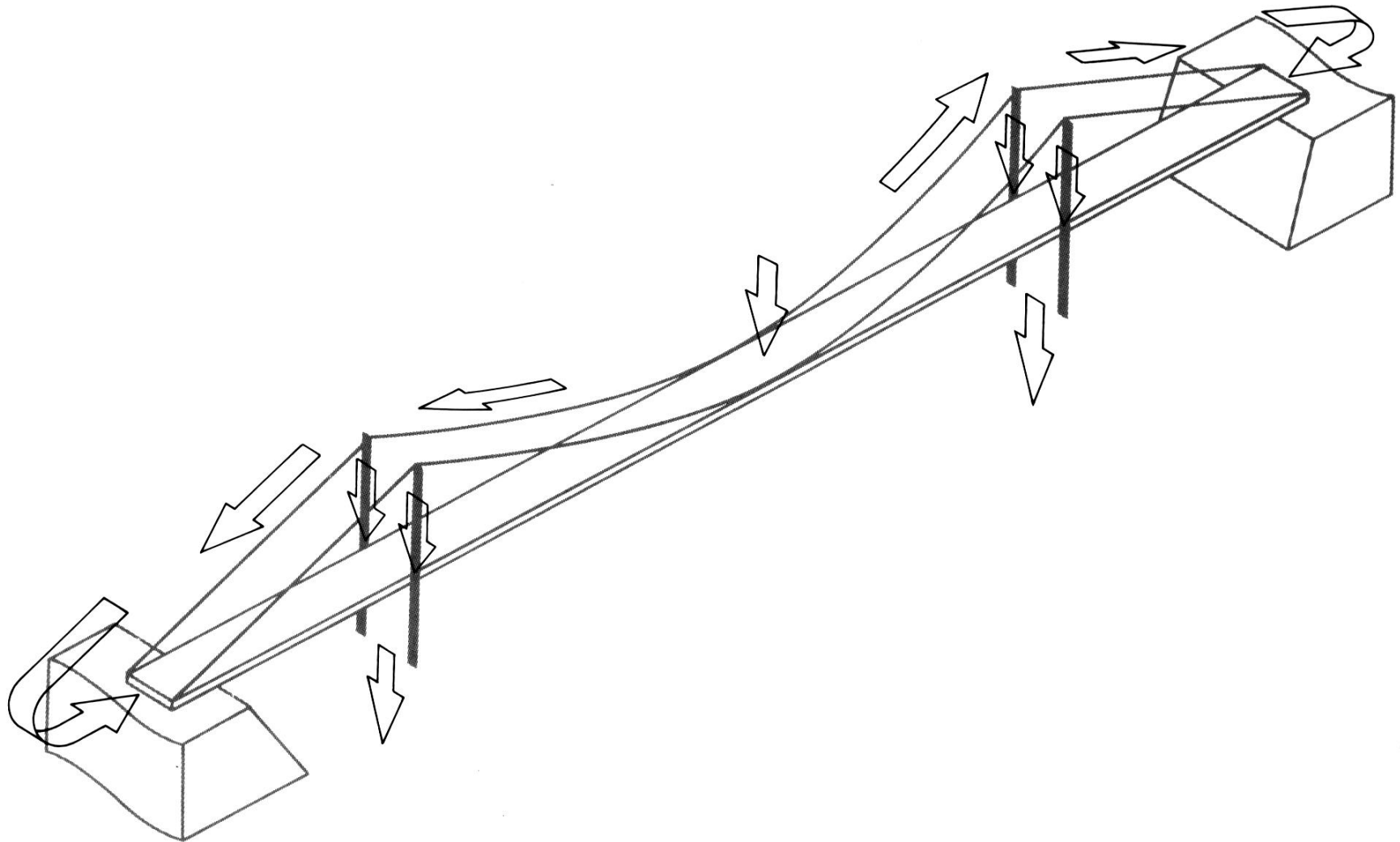
KONSTRUKCIJSKI ELEMENTI





STATIČKI SUSTAV

Pravi viseći most usidren u tlo preko sidrenih blokova:



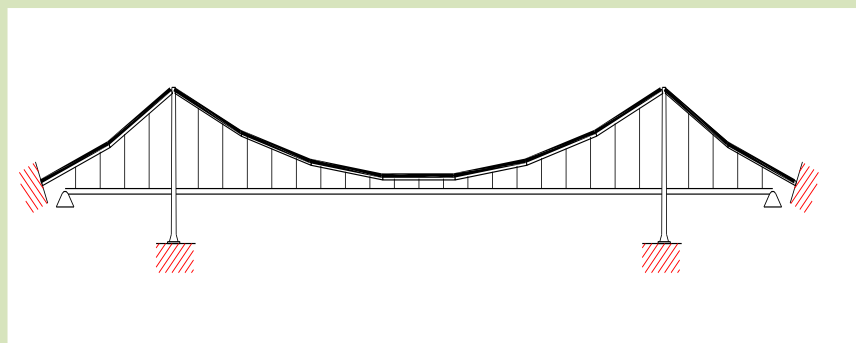


PODJELE VISEĆIH MOSTOVA

PODJELA PREMA UNOSU SILE IZ UŽETA:

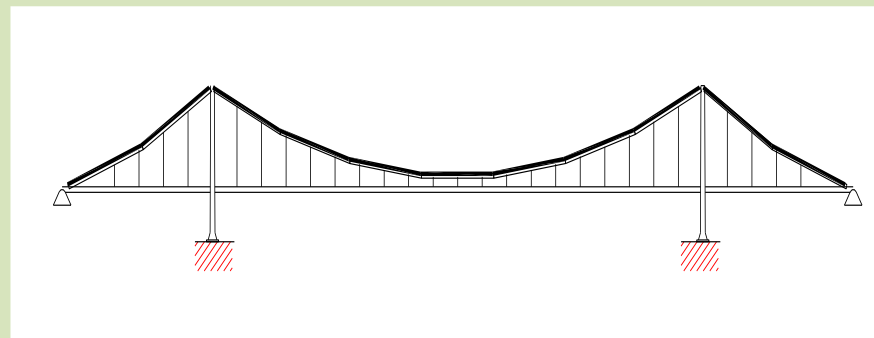
- PRAVI VISEĆI MOST

Vertikalna i horizontalna komponenta sila iz užeta predaju se u sidreni blok.



- NEPRAVI VISEĆI MOST

Horizontalnu komponentu preuzima greda za ukrućenje, a vertikalnu sidrena konstrukcija.

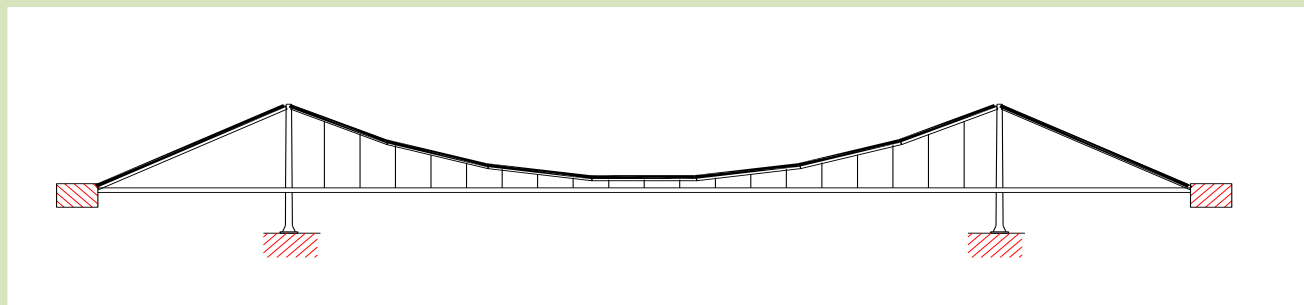




PODJELA PO BROJU OVJEŠENIH OTVORA:

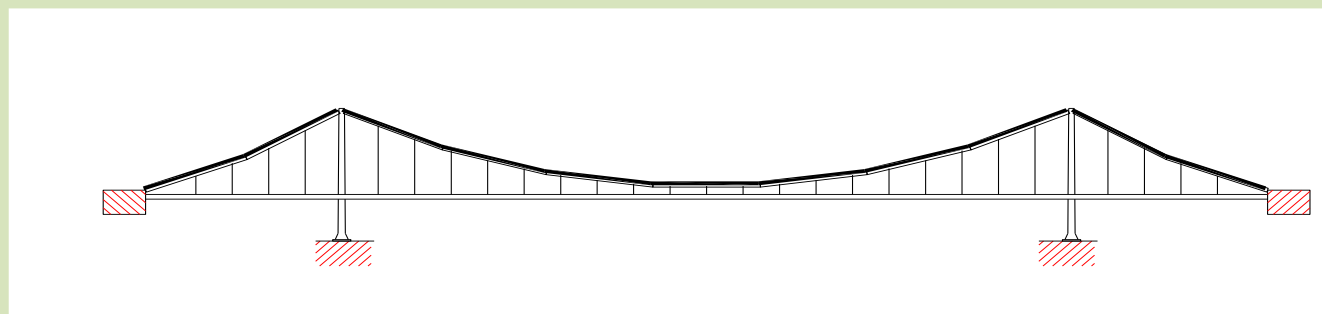
- **MOST S JEDNIM OTVOROM**

Na uže je ovješeno samo središnji otvor.



- **MOST S TRI OTVORA**

Na uže su ovješeni i srednji i bočni otvori.

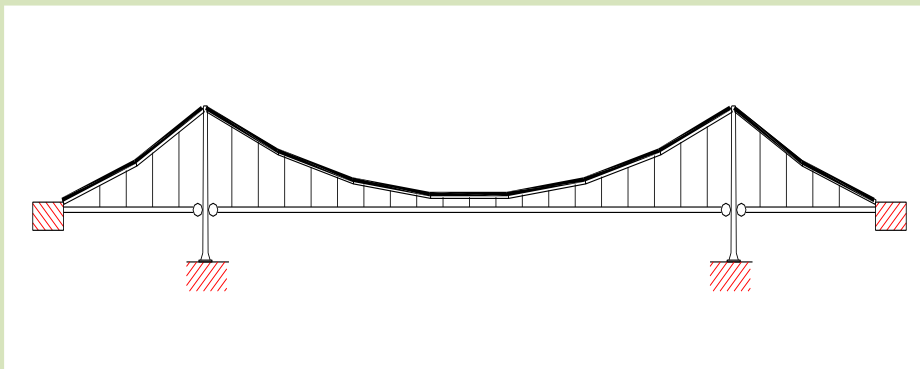




PODJELA PO STATIČKOM SUSTAVU GREDE:

▪ DVOZGLOBNA GREDA

Greda je zglobno oslonjena na mjestu pilona



▪ GREDA KAO KONTINUIRANI NOSAČ

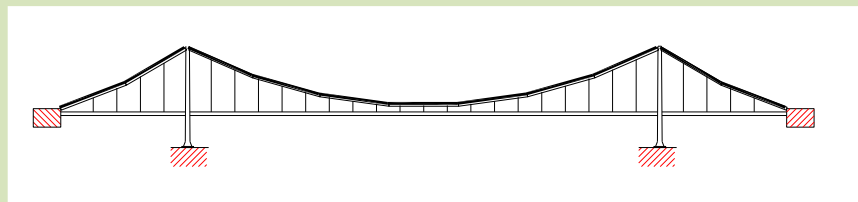
Na pilonima elastično ovješena greda ima (kruti) ležaj i kontinuitet za savijanje.



PODJELA PO RASPOREDU VJEŠALJKI

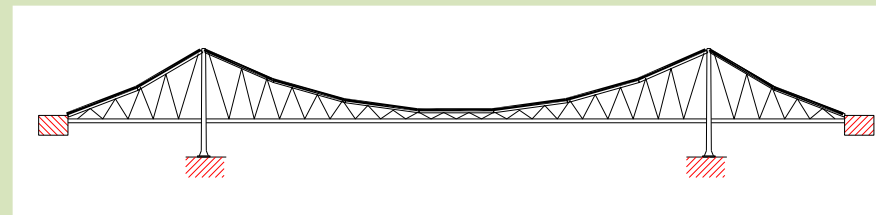
- VERTIKALNE VJEŠALJKE

Vješaljke grede za ukrućenje ugrađuju se vertikalno.



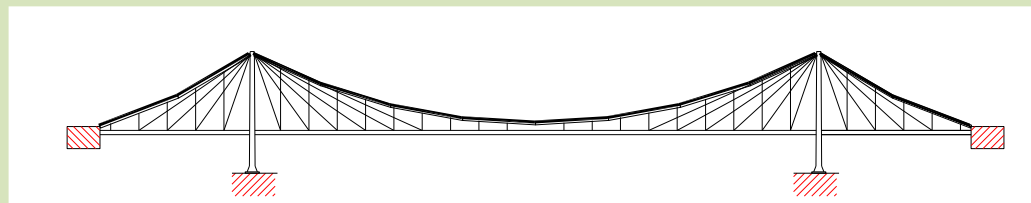
- DIJAGONALNE VJEŠALJKE

Pod opterećenjem u gredi nastaju uzdužne sile.



- KOMBINIRANI SUSTAV

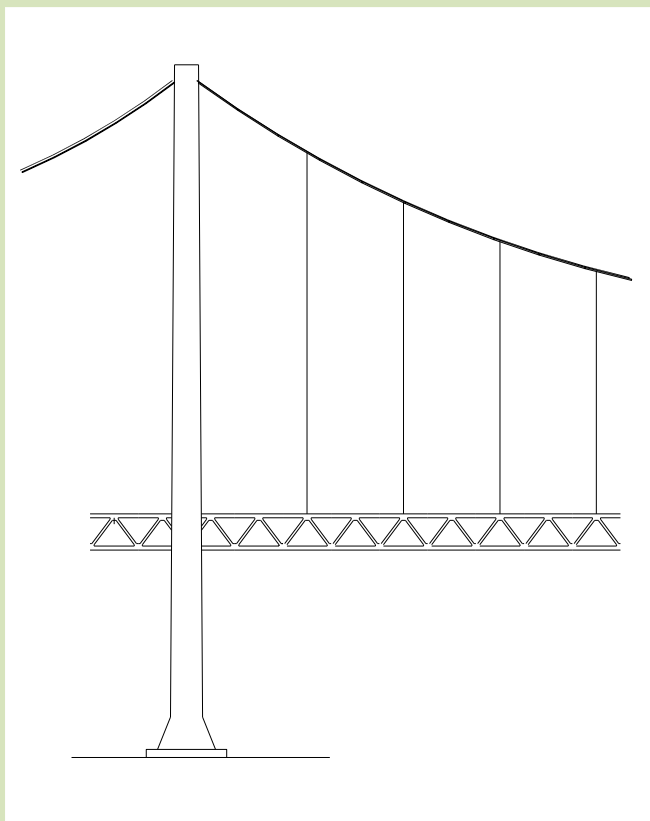
Uz vertikalne vješaljke ugrađuju se i kose zatege – povećava se krutost sustava i smanjuje progibanje.





ZNAČAJKE RAZLIČITE IZVEDBE VJEŠALJKI

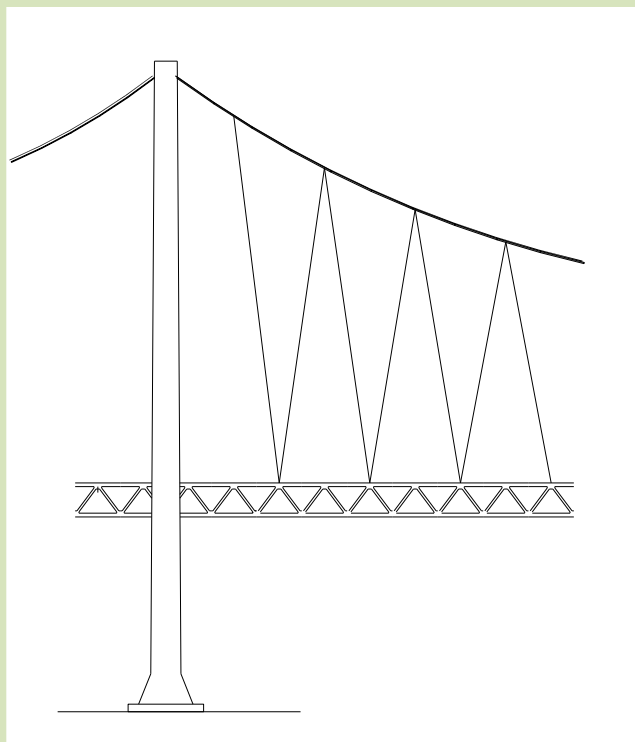
- vertikalnim vješaljkama ostvaruju se:
 - jednostavniji statički sustav za gredu za ukrućenje
 - jednostavnija kontrola geometrije i ostvarenih sila u vješaljkama





ZNAČAJKE RAZLIČITE IZVEDBE VJEŠALJKI

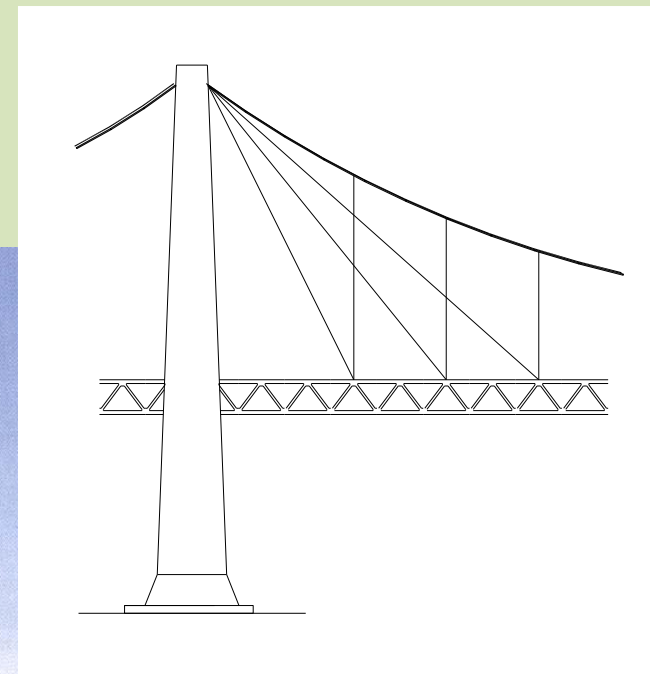
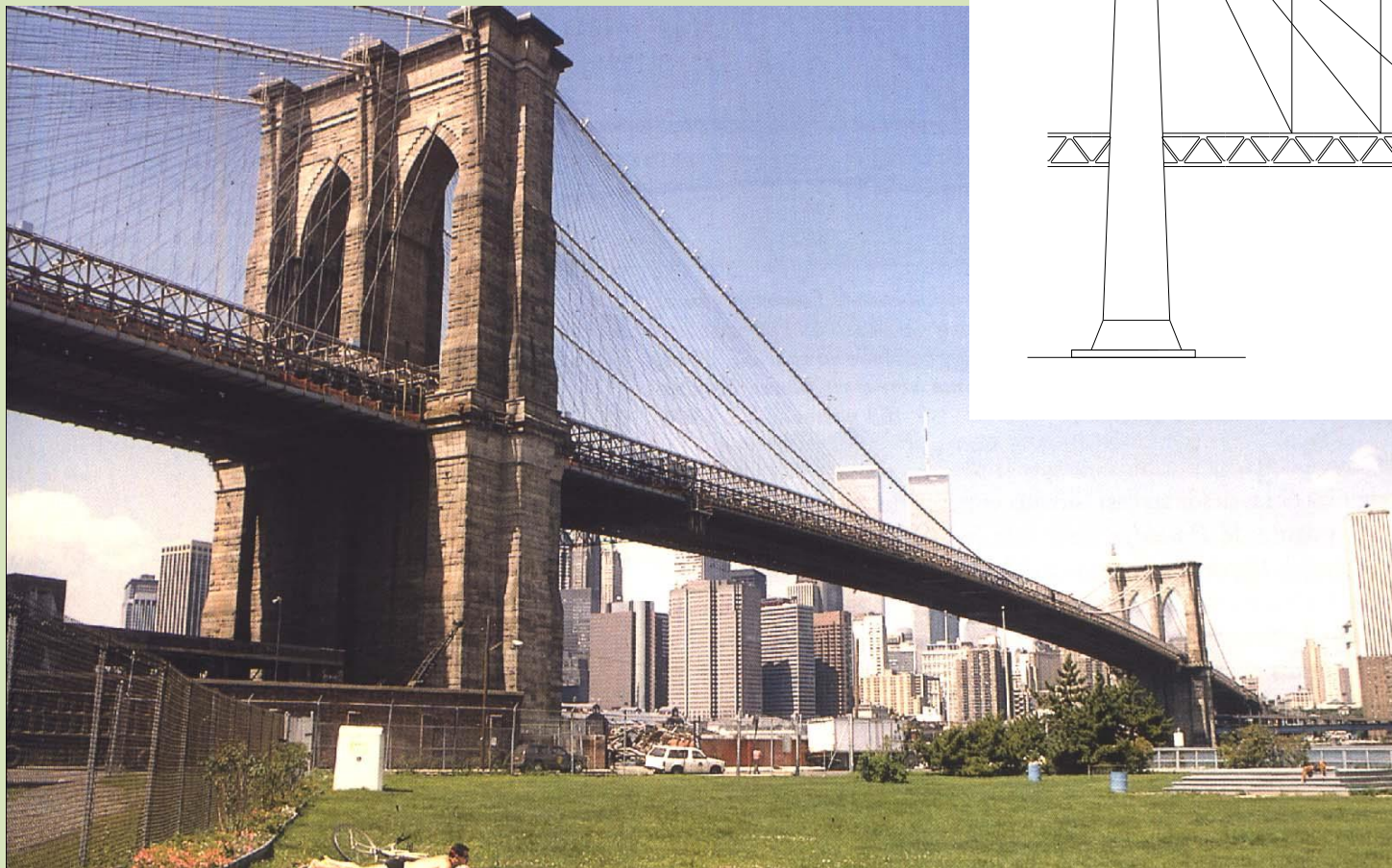
- dijagonalnim (kosim) vješaljkama ostvaruje se:
 - veća krutost sustava formiranjem rešetke
 - veće prigušenje i bolju aerodinamičku stabilnost
 - ali zato imaju veliku oscilaciju sile – osjetljive su na zamor



ZNAČAJKE RAZLIČITE IZVEDBE VJEŠALJKI

▪ kombiniranim sustavom ostvaruje se:

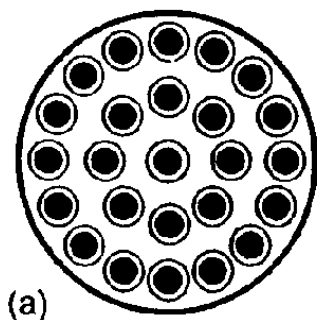
- velika krutost grede za ukrućenje
- manja osjetljivost na havarije



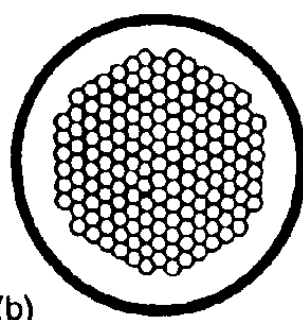
KONSTRUKCIJSKI ELEMENTI

NOSIVO UŽE

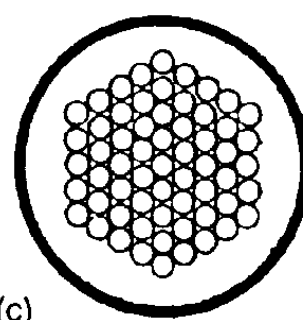
- izvodi se od čelika čvrstoće 1570 MPa i više (do 2000 MPa)
- plete se od žica promjera 5 do 7 mm
- ovisno o načinu slaganja žica razlikujemo užad sačinjenu od:
 - paralelnih šipki (a)
 - snopova paralelnih žica (b)
 - snopova paralelnih strukova (c)
 - zatvorene spiralne užadi (jednog ili više) (d)
 - spiralnih užadi (jednog ili više) (e)



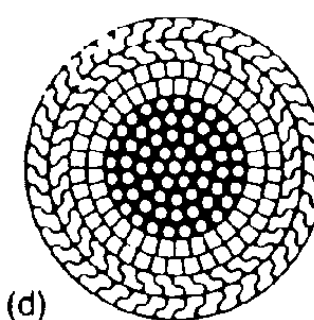
(a)



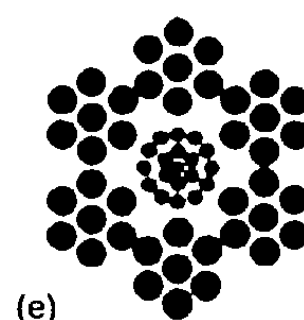
(b)



(c)

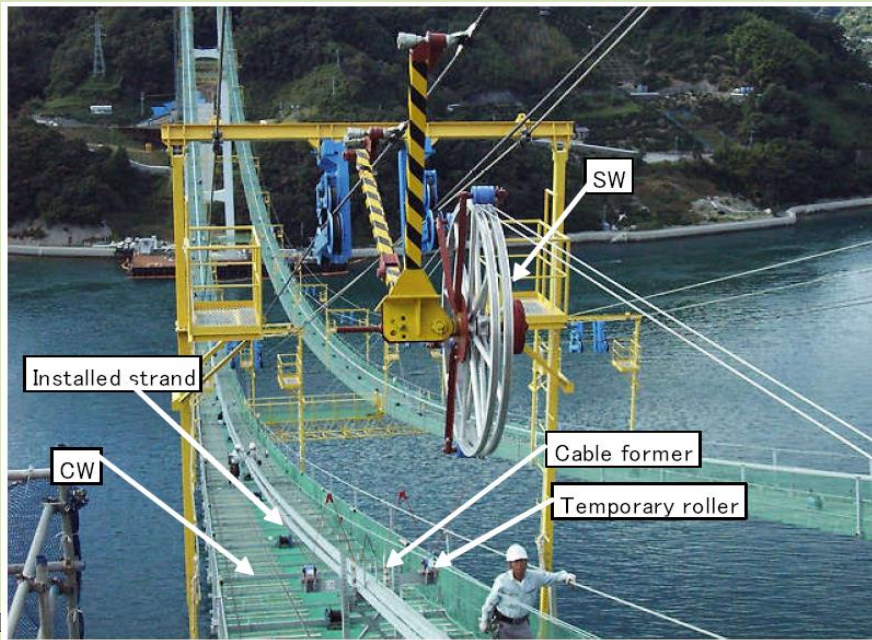
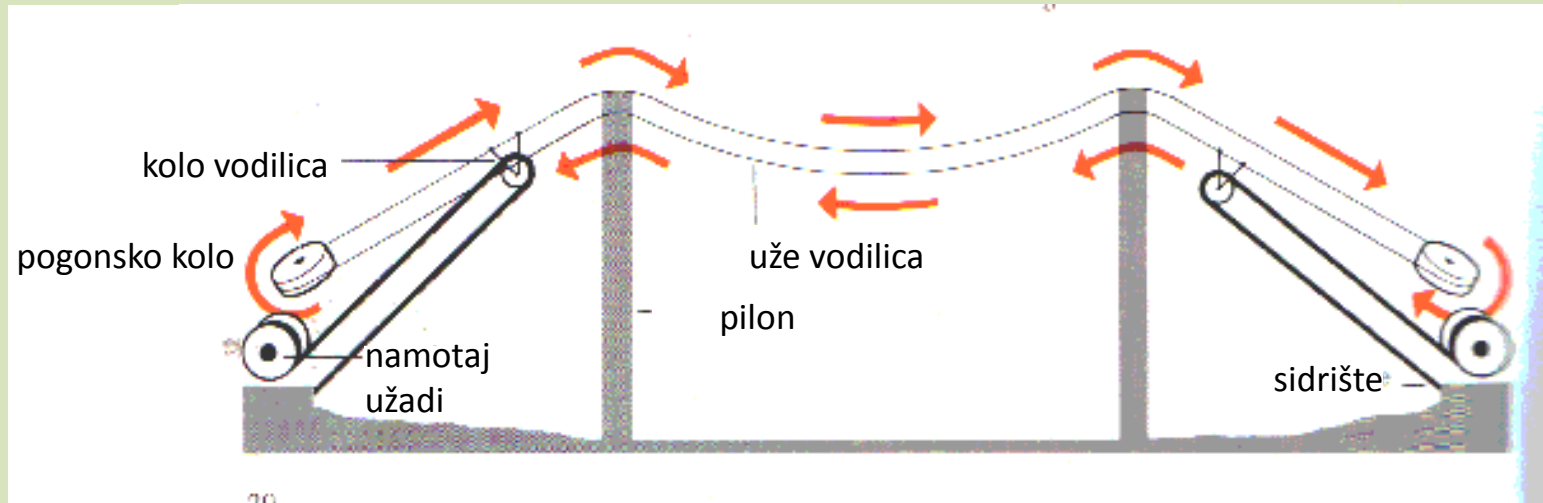


(d)



(e)

Pletenje užeta - “aerial spinning”





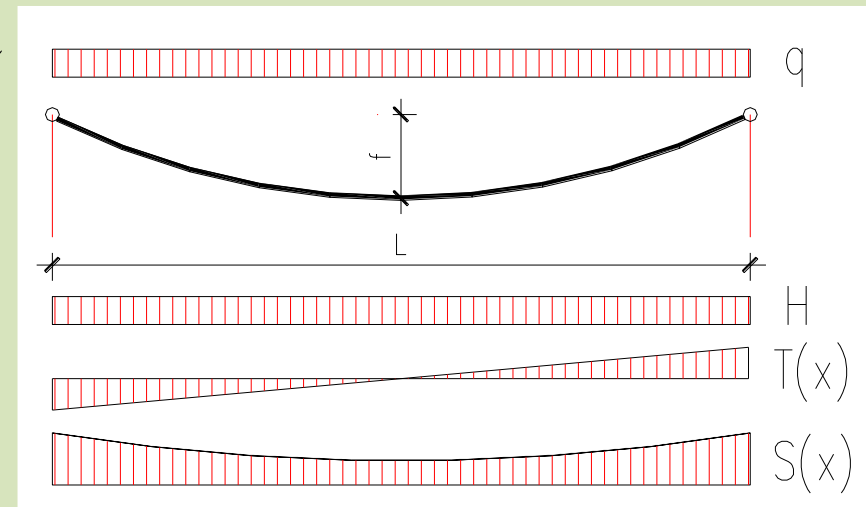
Osnove statičkog proračuna kabela:

- vertikalno opterećenje koje se preko vješaljki predaje užetu prenosi se po modelu lančanice
- statičke značajke užeta su raspon L i strelica (provjes) f
- uobičajeni odnos je: $f/L = (1/8 \text{ do } 1/10)$
- preliminarni izračun užeta određuje se iz izraza:

$H = (q \cdot L^2) / (8 \cdot f)$ - horizontalna komponenta sile u užetu

$S = H / \cos \alpha(x)$ - sila u pojedinom presjeku duž užeta

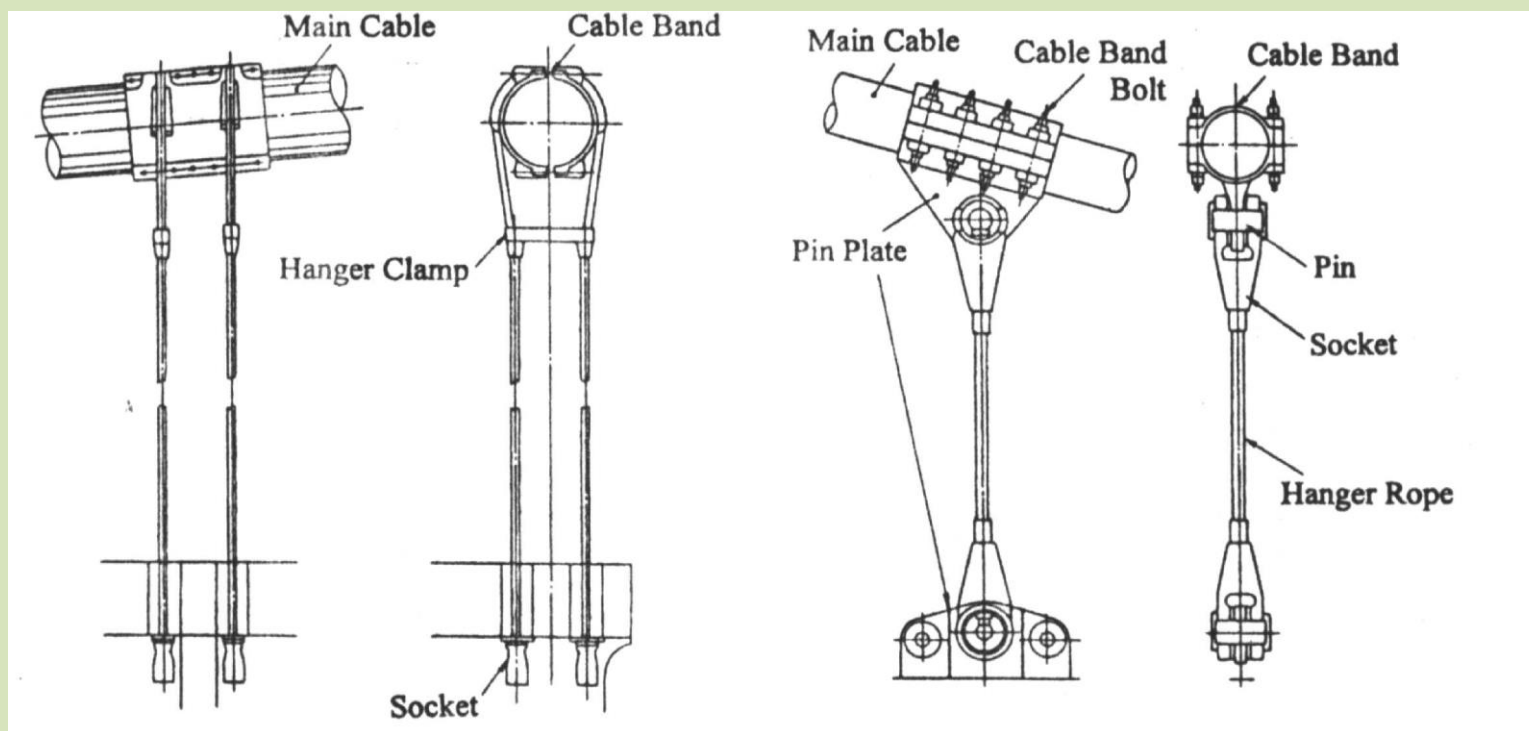
$A = S_{max} / \sigma$ - potrebna površina užeta



VJEŠALJKE

Izvode se od:

- zatvorene spiralne užadi
- spiralne užadi
- punih okruglih profila



- na gredu za ukrućenje spajaju se preko trna ili sidrima
- na glavnu užad spajaju se pomoću obujmica



PILON SA SEDLOM

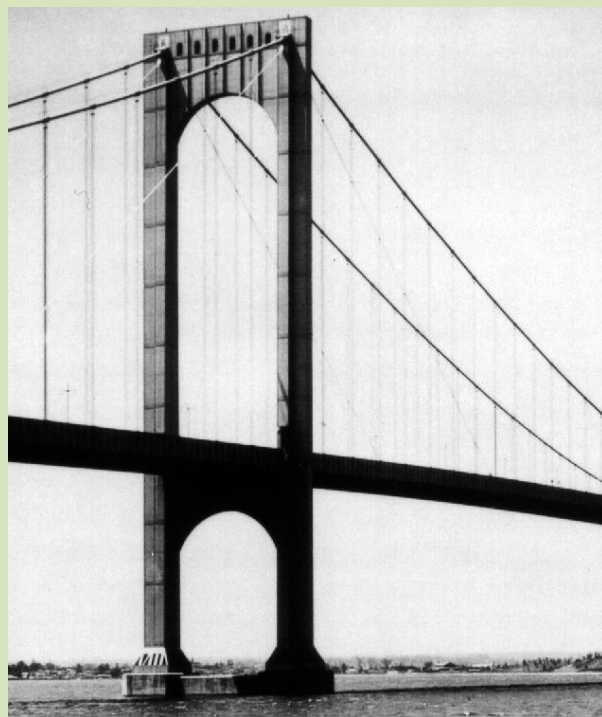
▪ pilon vertikalno opterećenje od užeta predaje na tlo

▪ visina pilona se određuje po izrazu: $H = H_0 + H_k + f$

H_0 - iz uvjeta visine plovnog profila (oko 50,0 m)

H_k - visina od donjeg ruba konstrukcije do užeta u sredini mosta

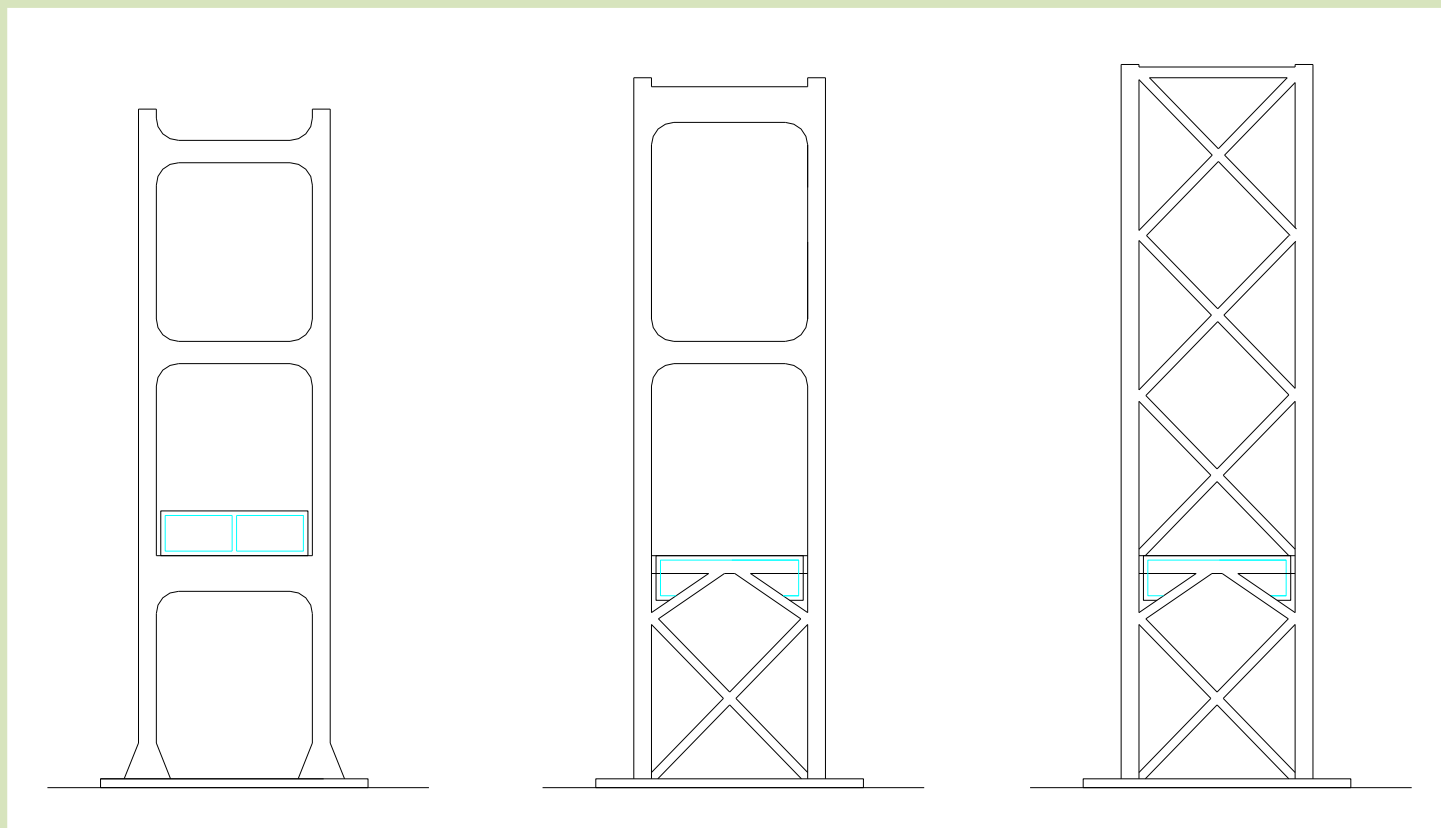
f - strelica ($L/8$)





U poprečnom smjeru pilon se može izvesti kao:

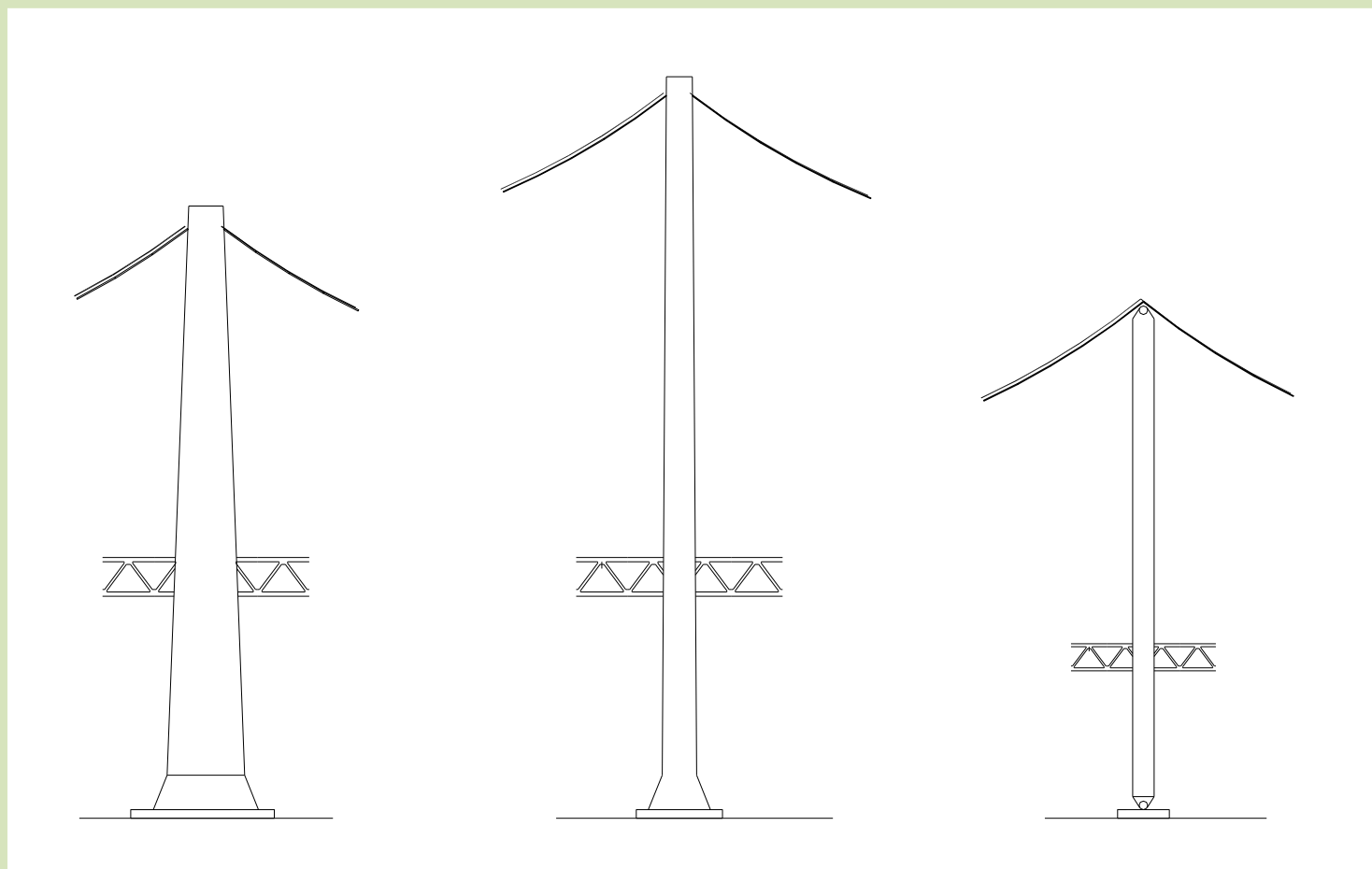
- okvirni sustav
- rešetkasti sustav
- kombinirani sustav





U uzdužnom smjeru pylon se izvodi kao:

- konzolni (kruti ili meki) stup
- pendl-stup





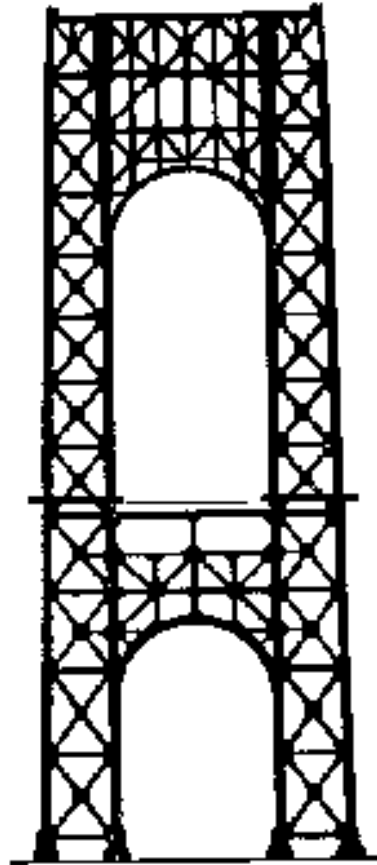
Piloni nekih američkih visećih mostova



Golden Gate



*San Francisco
-Oakland*



G. Washington



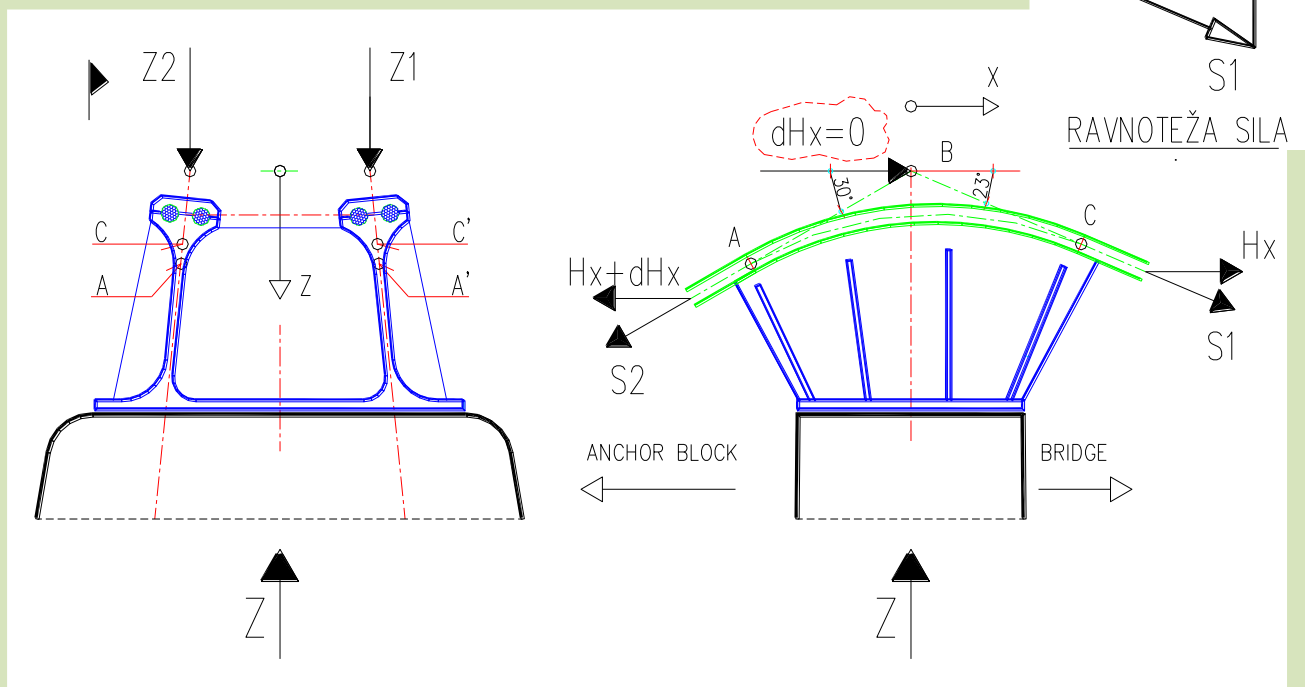
Delaware



*Verrazano
-Narrows*

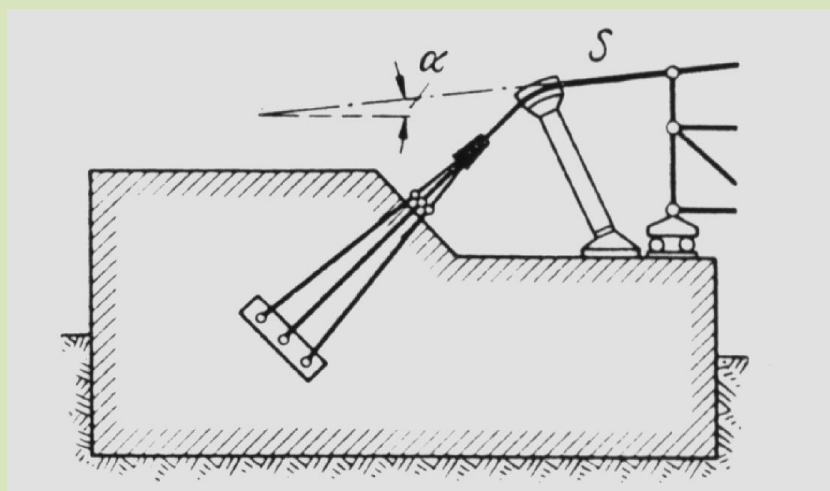
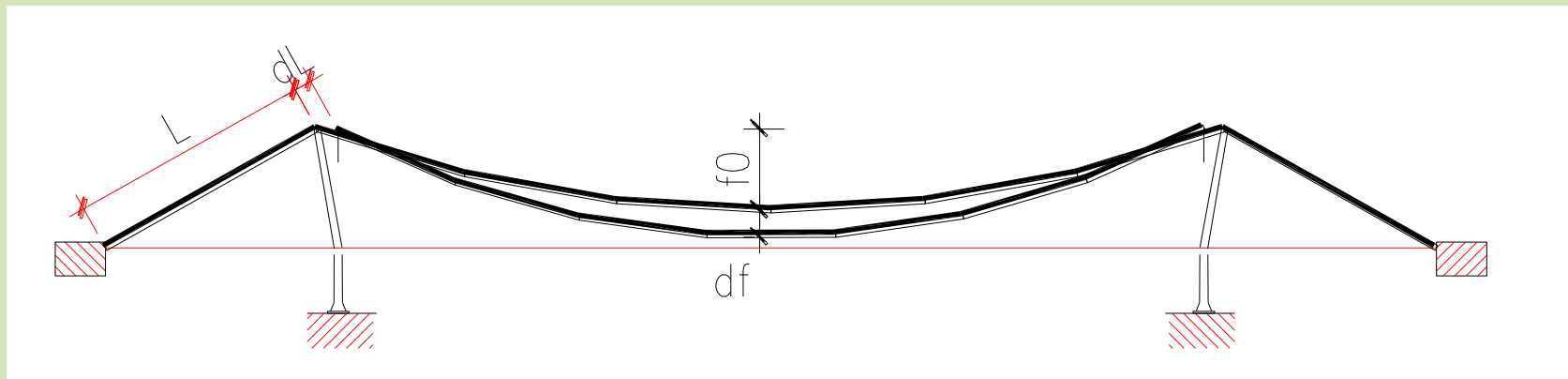
SILE NA VRHU PILONA

- suvremene izvedbe pilona ne omogućuju preuzimanje uzdužnih sila na vrhu pilona
- iz trokuta sila određuje se akcija na sedlo i vrh pilona
- mora se osigurati kompatibilnost sustava u fazi montaže i uporabe



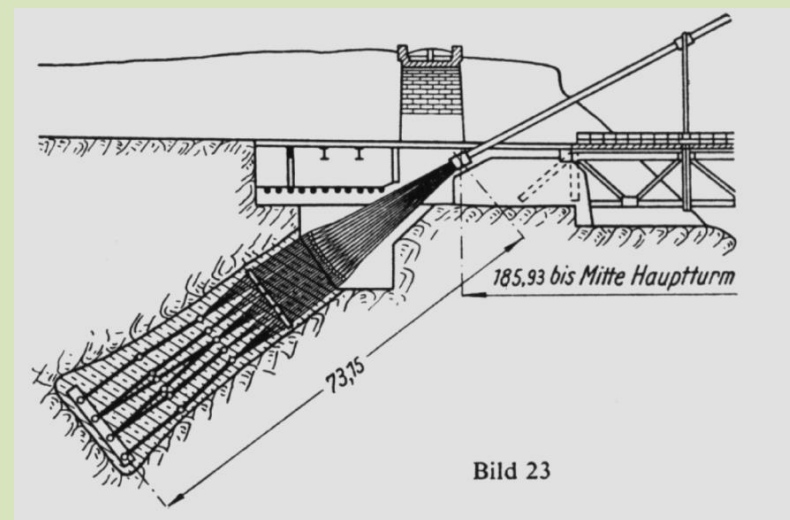
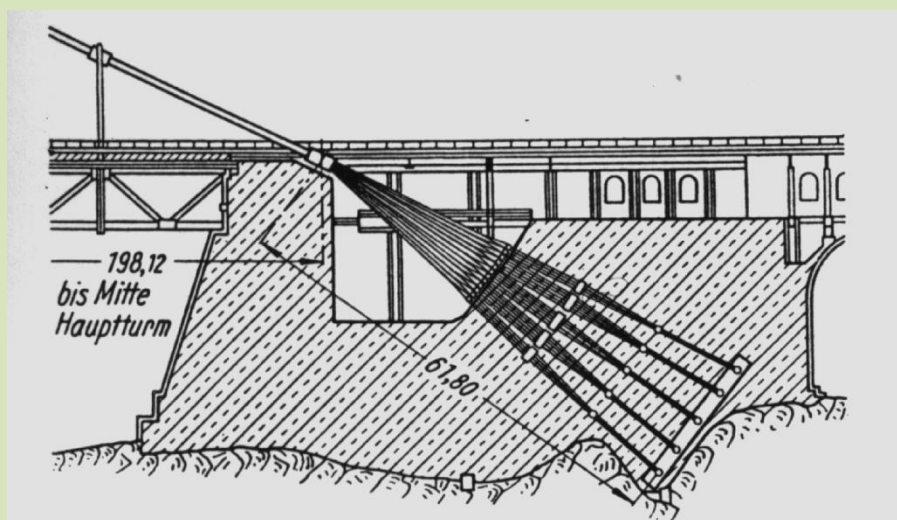
SEDLO U FAZI GRAĐENJA

Sedlo na vrhu pilona i/ili sedlo u zoni rasplitanja u sidrenom bloku ostvaruju kompenzaciju duljine užeta između pilona i sidrenog bloka, nastalu prirastom sile u užetu u fazi izvedbe grede za ukrućenje



SIDRENA KONSTRUKCIJA

- Uobičajena je izvedba mostova sa sidrenjem užeta u sidreni blok (pravi viseći mostovi)
- Sidrena konstrukcija ima zadaću preuzeti vertikalnu i horizontalnu komponentu sile iz užeta
- Razlikujemo dvije grupe sidrenih konstrukcija:
 - gravitacijska sidrena konstrukcija
 - tunnelska sidrena konstrukcija





UVJET STABILNOSTI GRAVITACIJSKOG SIDRENOG BLOKA

$$G = \nu S \left(\sin \alpha \frac{\cos \alpha}{\operatorname{tg} \gamma} \right), \quad \text{gdje je } \gamma = \beta + \rho$$

G - potrebna težina sidrenog bloka

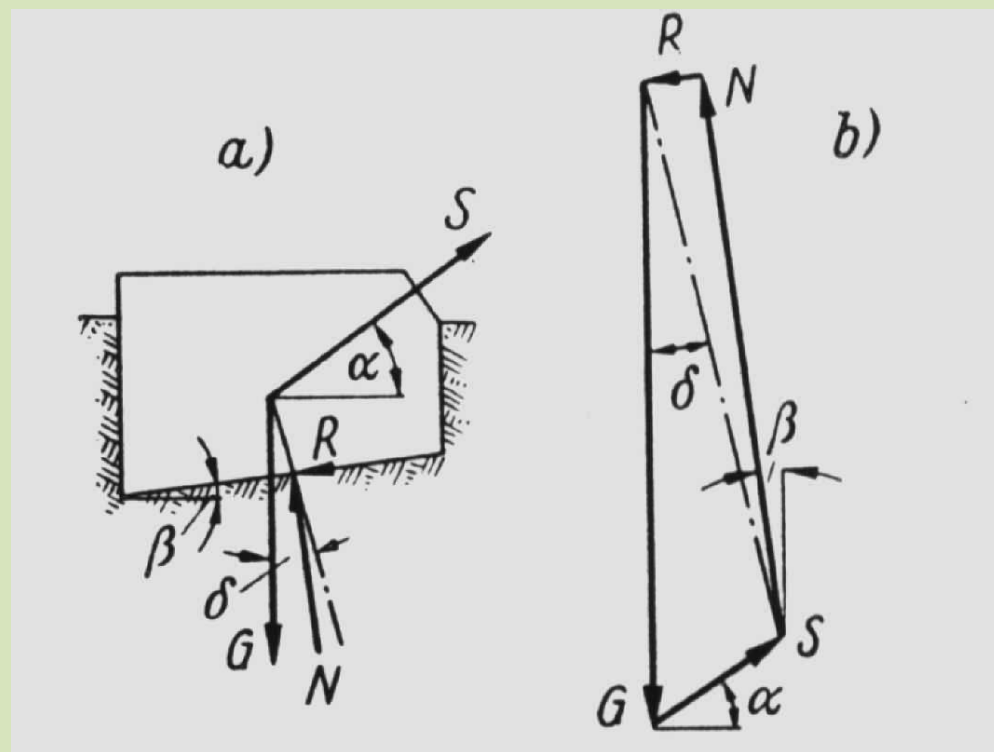
S - sila u užetu

ν - koeficijent sigurnosti za klizanje

α - nagib užeta prema horizontali

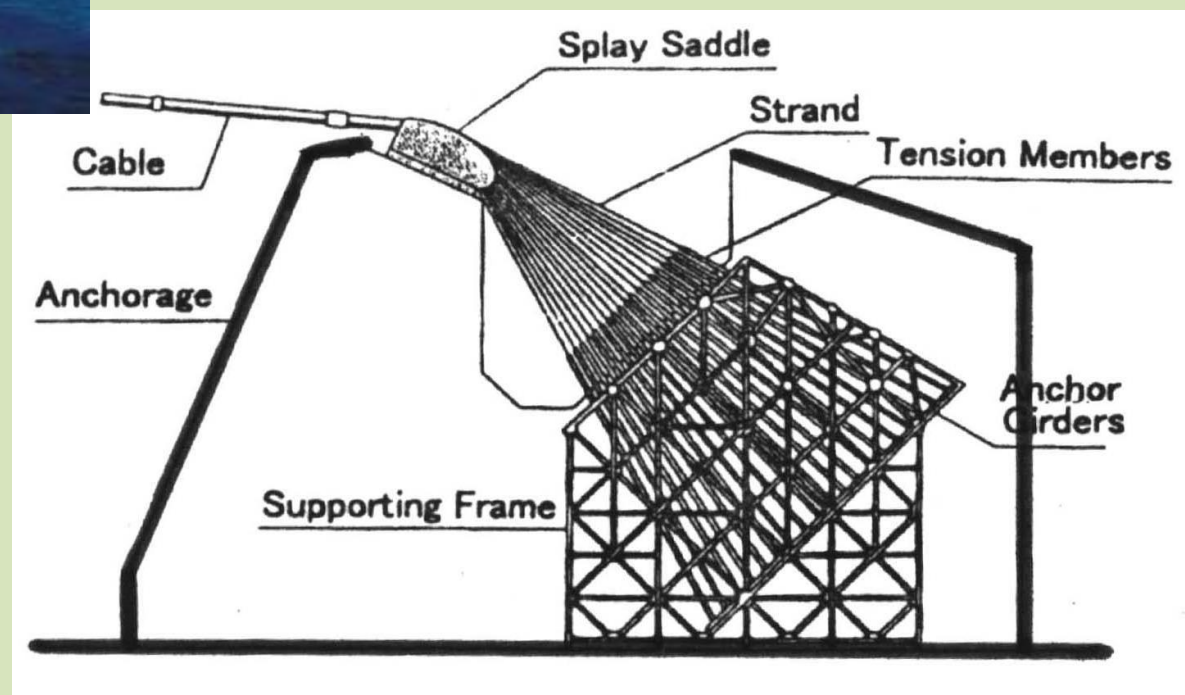
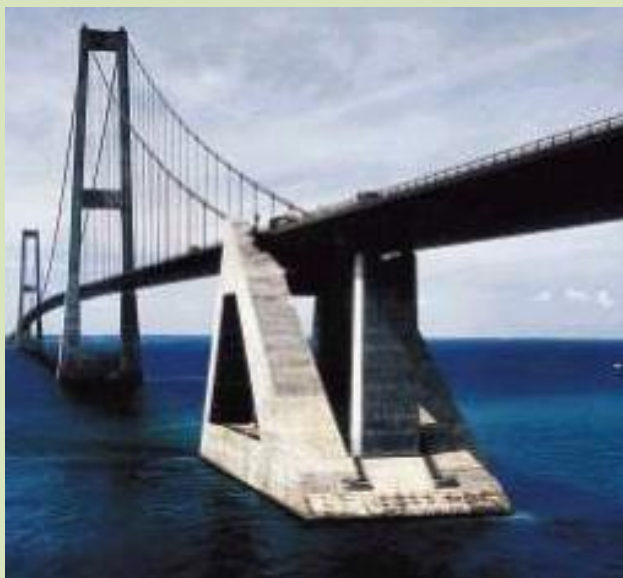
β - nagib donje plohe tla

ρ - kut trenja

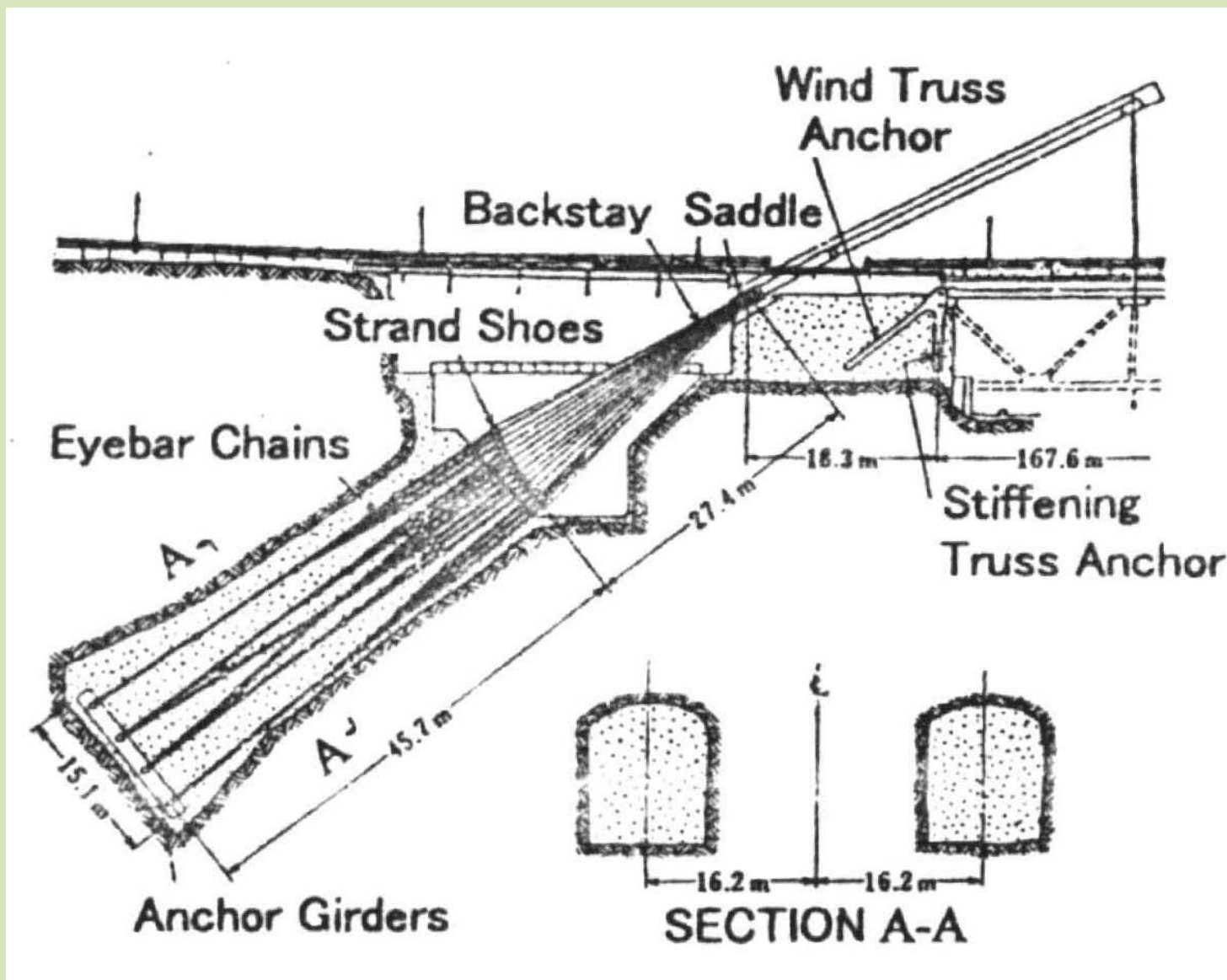




GRAVITACIJSKI SIDRENI BLOK



SIDRENI BLOK U TUNELU



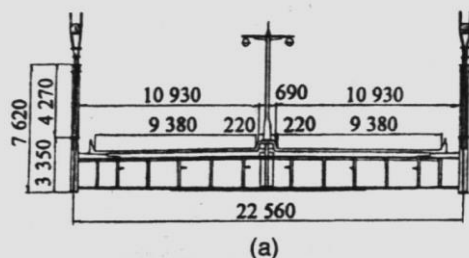


GREDA ZA UKRUĆENJE

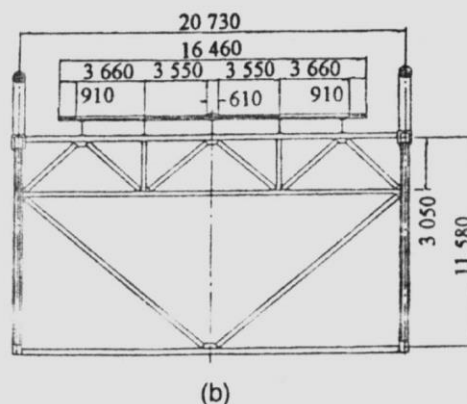
- sadrži nosive elemente kolnika
- preuzima opterećenja od djelovanja prometnog opterećenja i predaje ih vješaljka
- preuzima horizontalna opterećenja (vjetar, potres...) i predaje ih pilonima i upornjacima

Podjela greda za ukrućenje:

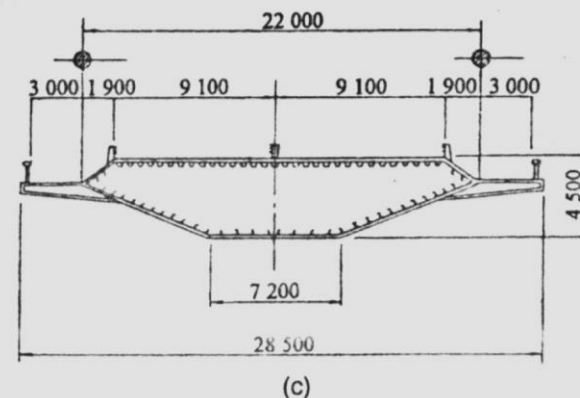
- američki tip
- europski tip



I-girder
(Bronx-Whitestone Bridge)



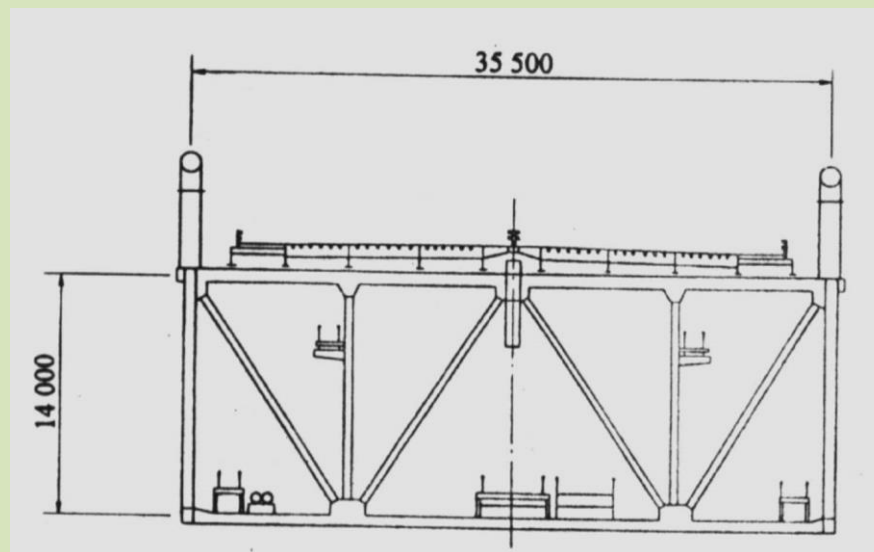
Truss Girder
(Mackinac Straits Bridge)



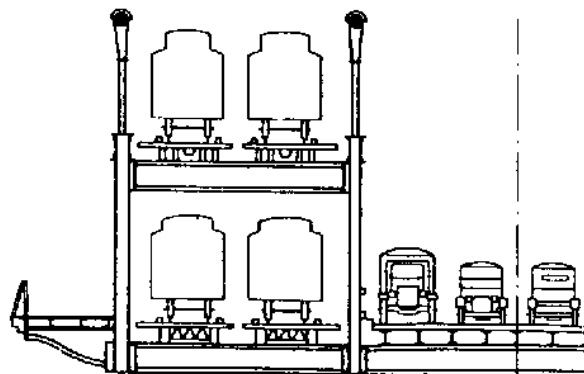
Box Girder
(Humber Bridge)

AMERIČKI TIP GREDE ZA UKRUĆENJE:

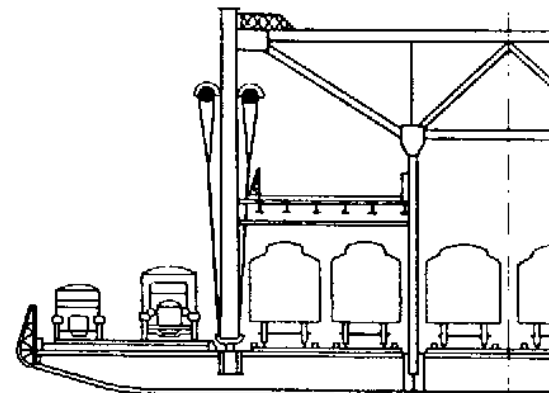
- spregovima prostorno stabilizirana rešetkasta konstrukcija
- visoka konstrukcija (H oko 10 i više metara) ima veliku krutost na savijanje
- nesimetrična opterećenja i vertikalne pobude preuzima visoka, kruta rešetka
- prikladna za promet na dva kata
- ekstremni oblik grede od punostijernih nosača pokazao se neuspješnim (*Tacoma*)



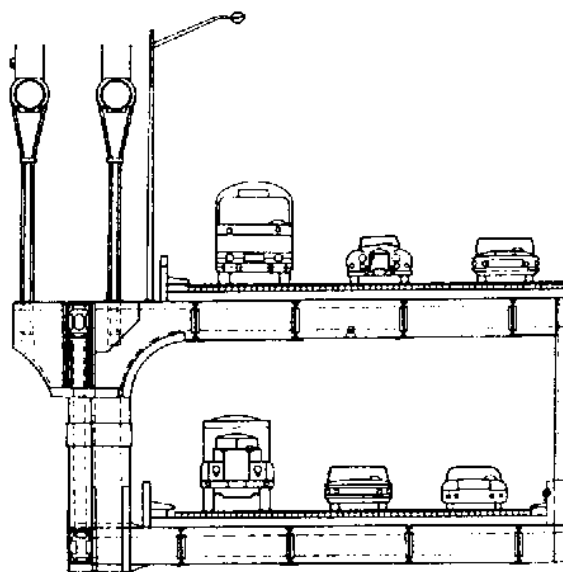
Poprečni presjeci - američke izvedbe



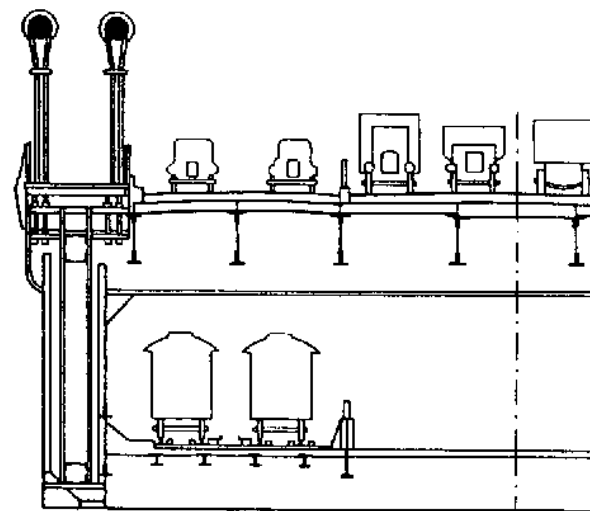
Most Manhattan, New York



Most Williams, New York

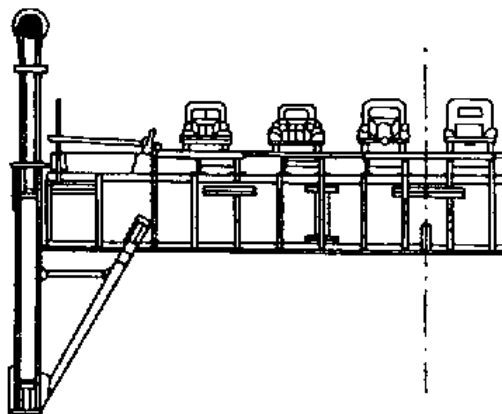


Most Verazzano Narrows, New York

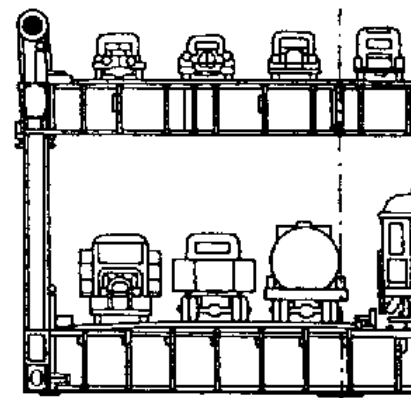


Most George-Washington, New York

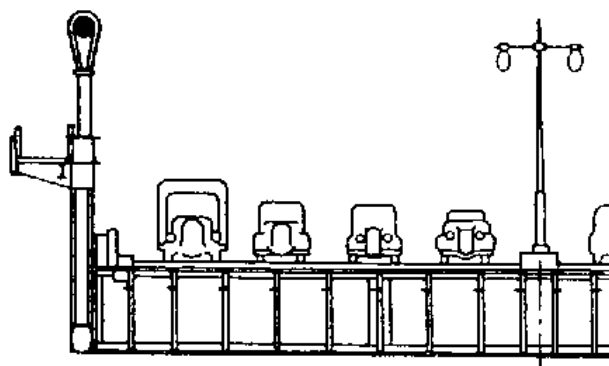
Poprečni presjeci - američke izvedbe



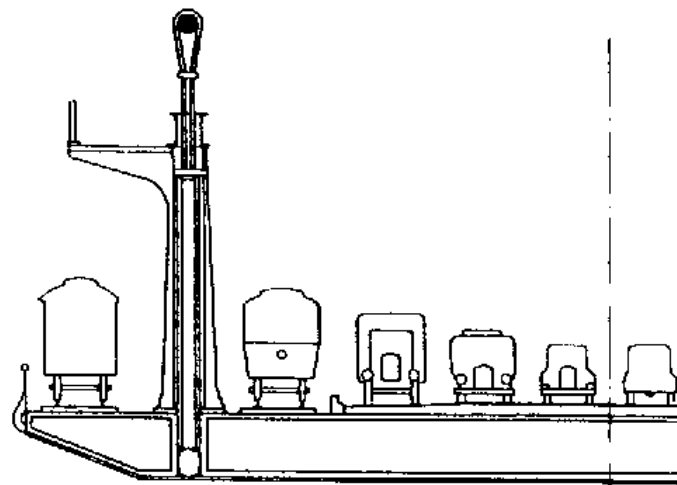
Most Golden Gate, San Francisco



Most San Francisco – Oakland Bay



Most Triborough, New York

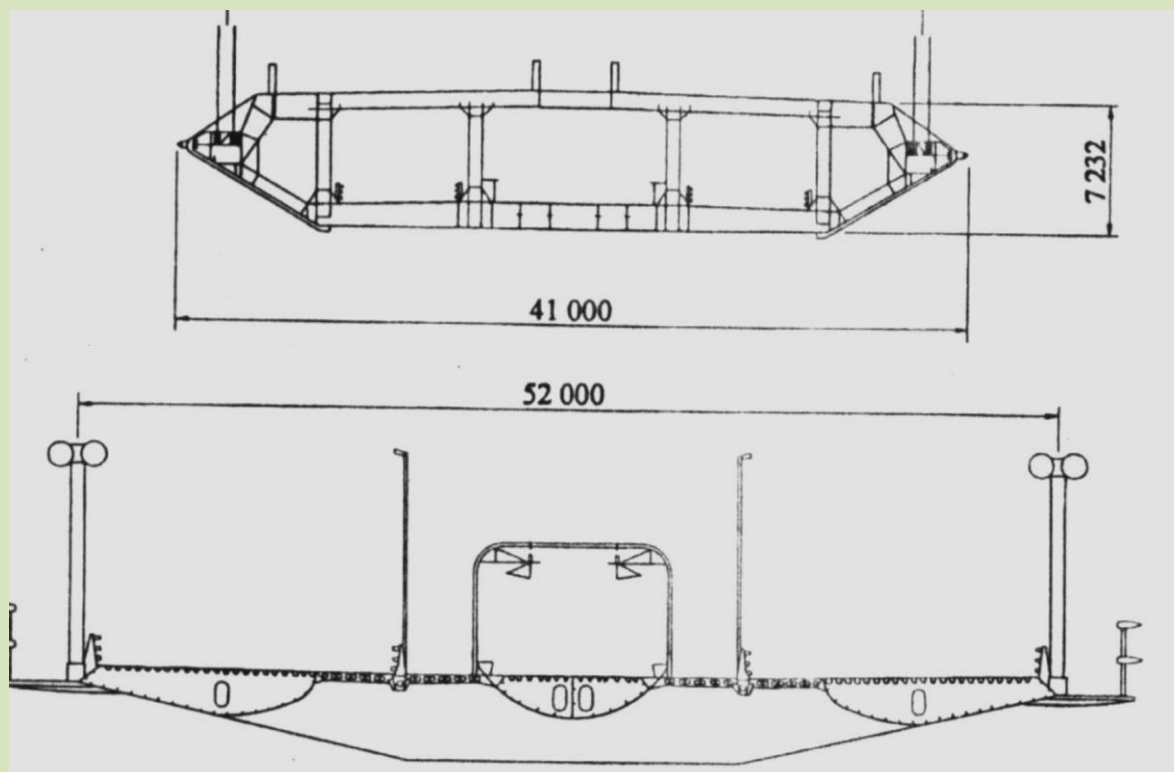


Most Delaware, New Jersey



EUROPSKI TIP GREDE ZA UKRUĆENJE:

- razvijen temeljem rezultata istraživanja aerodinamičke stabilnosti
- čini ga torzijski kruti aerodinamički oblikovani sanduk
- visina presjeka je otprilike 1/3 odgovarajuće rešetkaste grede Američke izvedbe
- nesimetrična opterećenja preuzimaju se torzijom

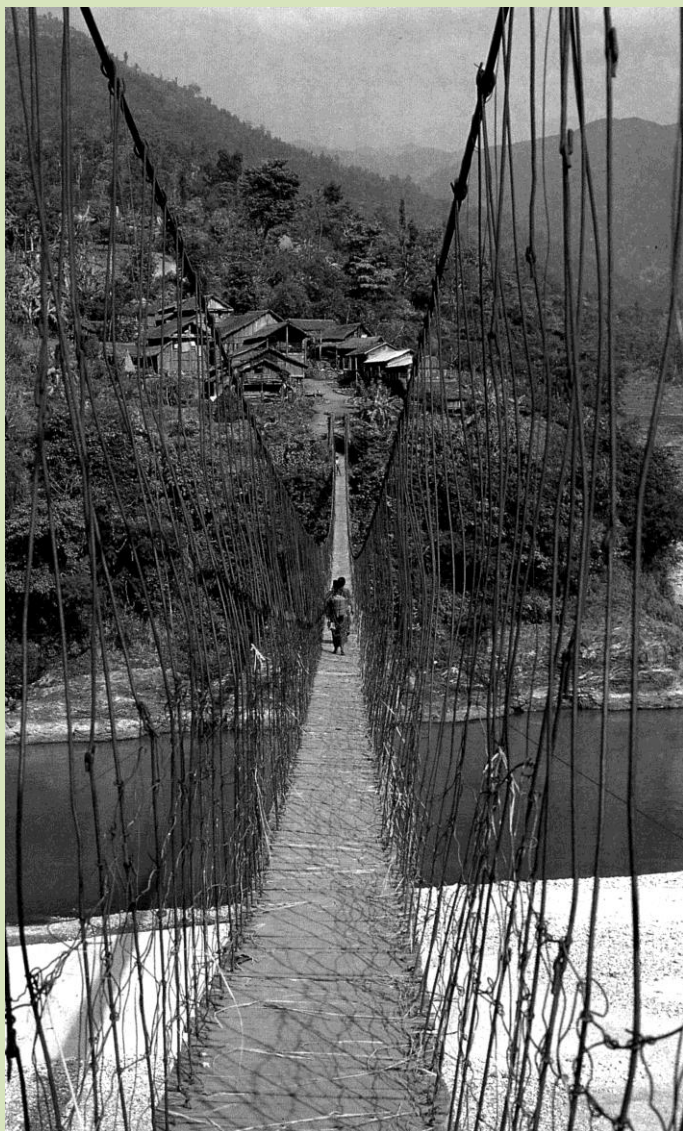




POVIJESNI PREGLED

Primitivni viseći most:

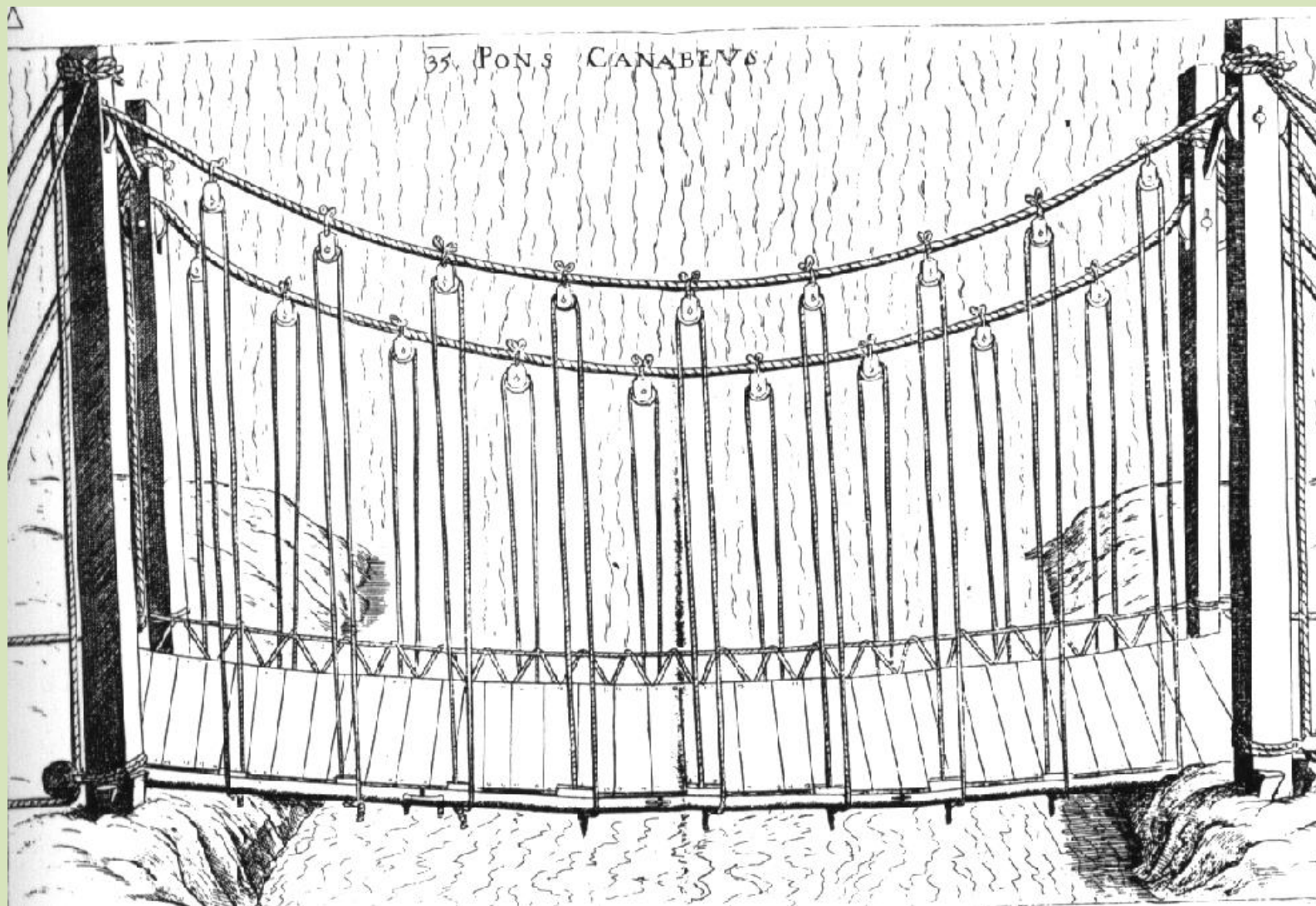
Nosivi sklop poznat od pamtivyjeka



...grade se i danas

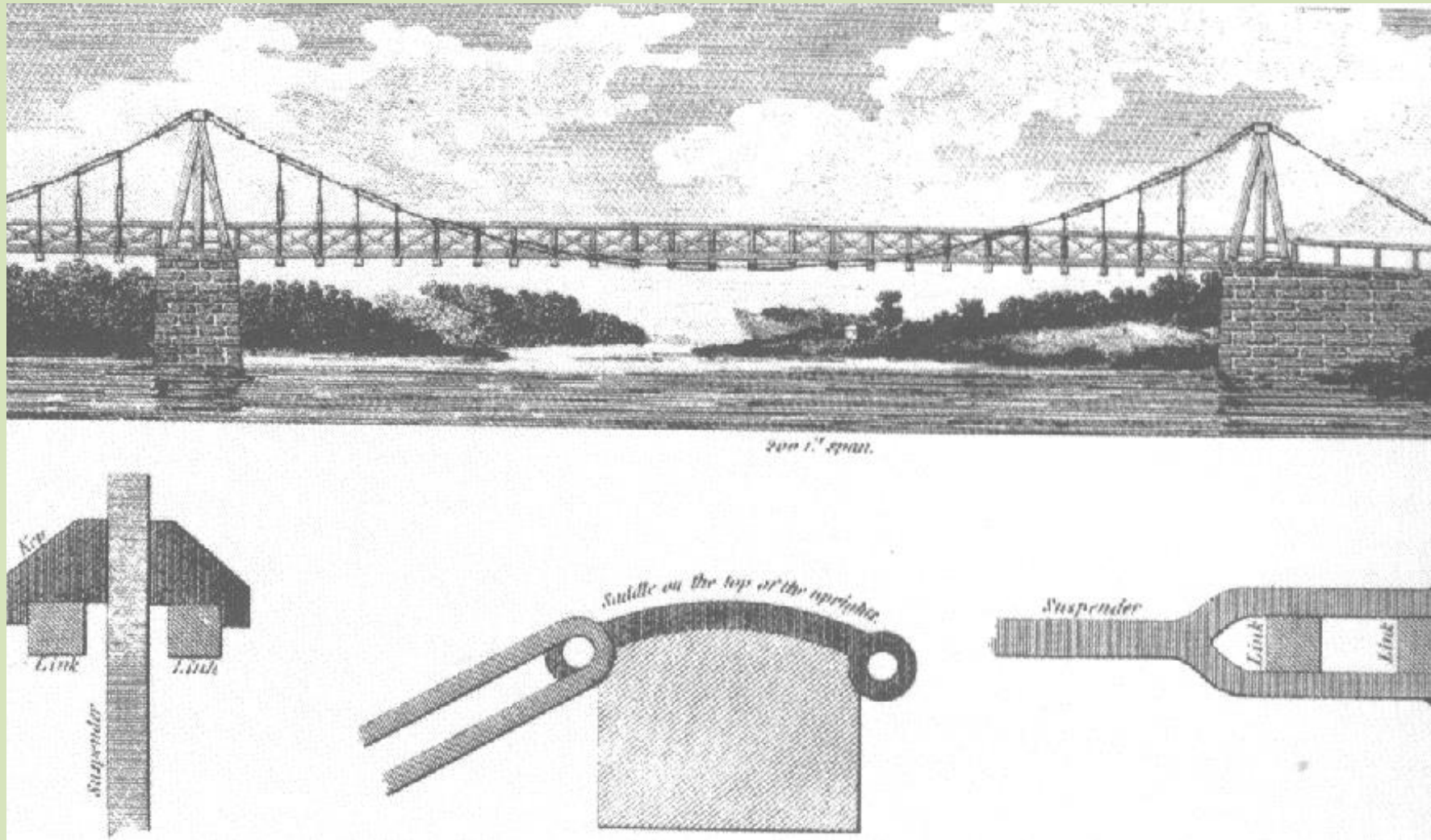


Faust Vrančić:
knjiga *Machinae Novae* (1615.)

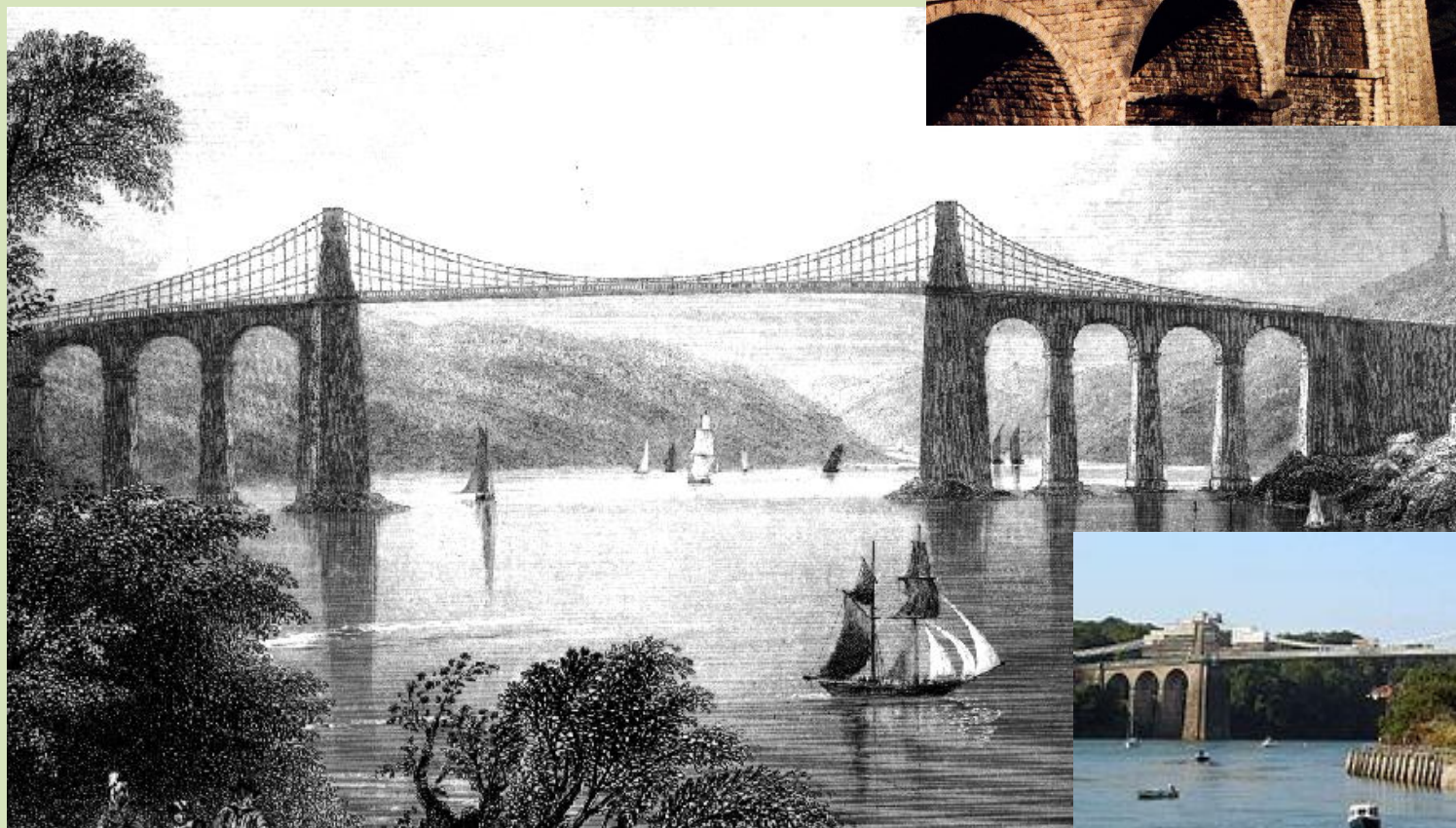
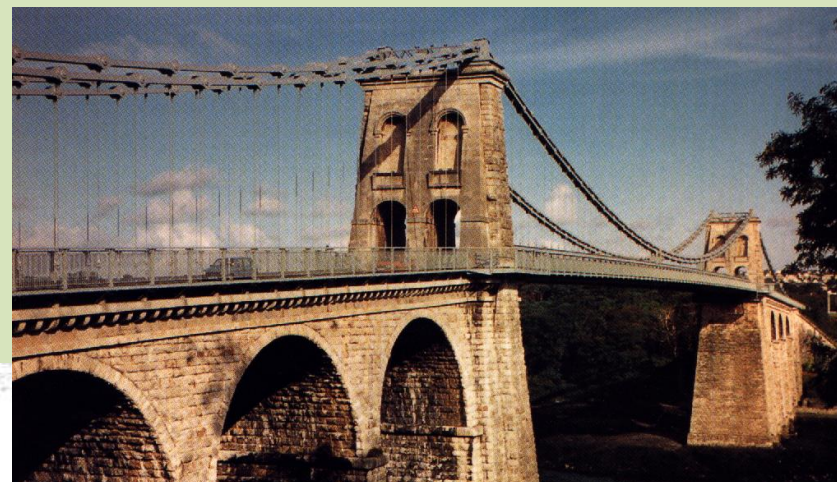




Finlay: lančasti viseći most (1807.)



Thomas Telford:
lančasti most preko tjesnaca
Menai (*Menai Straits*), UK
 $L=152$ m
izvedba: 1819. - 1826.



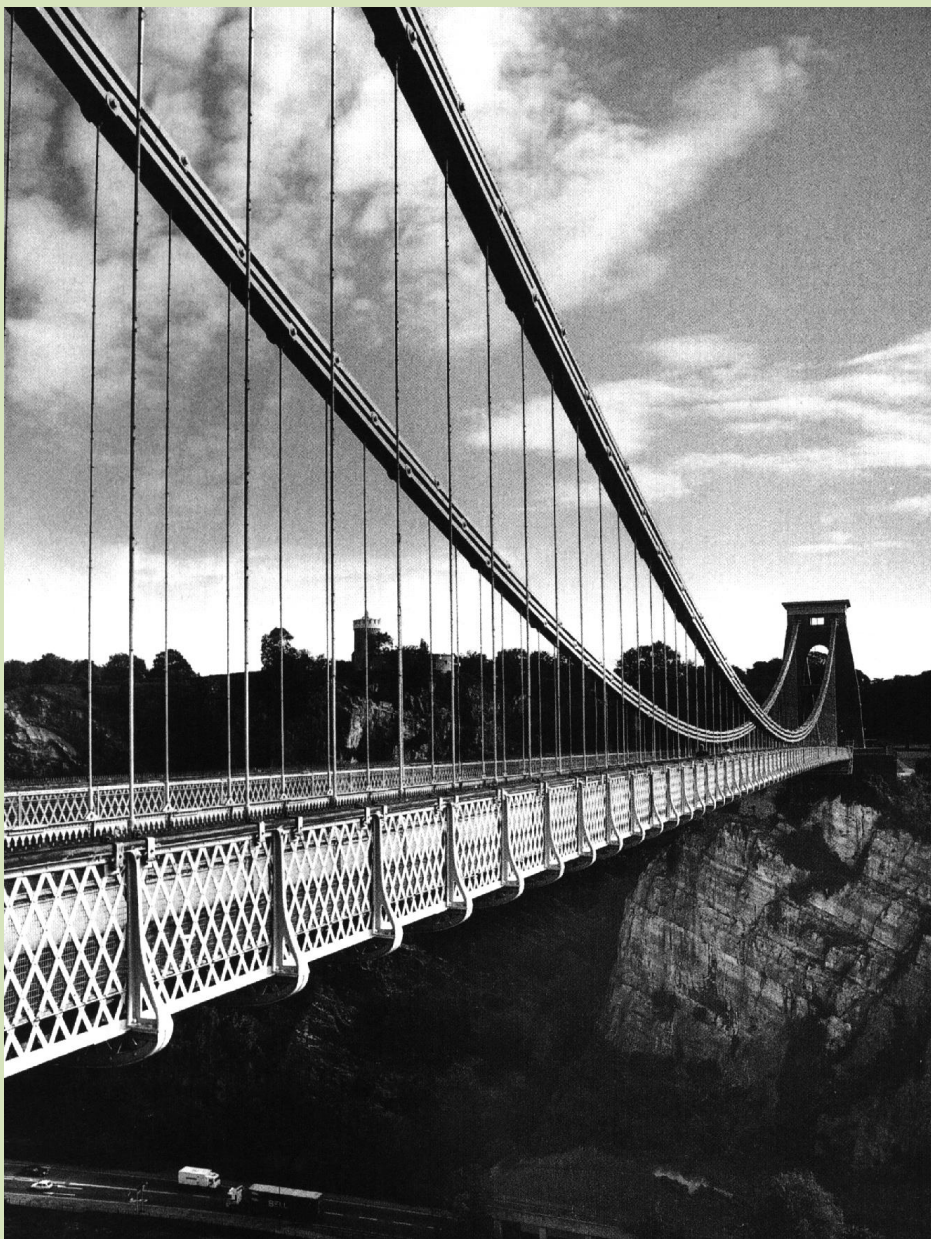


Most *Wheeling*, Ohio, SAD



- projektant Charles Ellet
- izvedba: 1846.
- $L=340$ m
- kabeli od željeznih žica
- oštećen uslijed jake oluje 1854.
- obnovljen dodavanjem kosih zatega
- Obnavljan i proširivan više puta





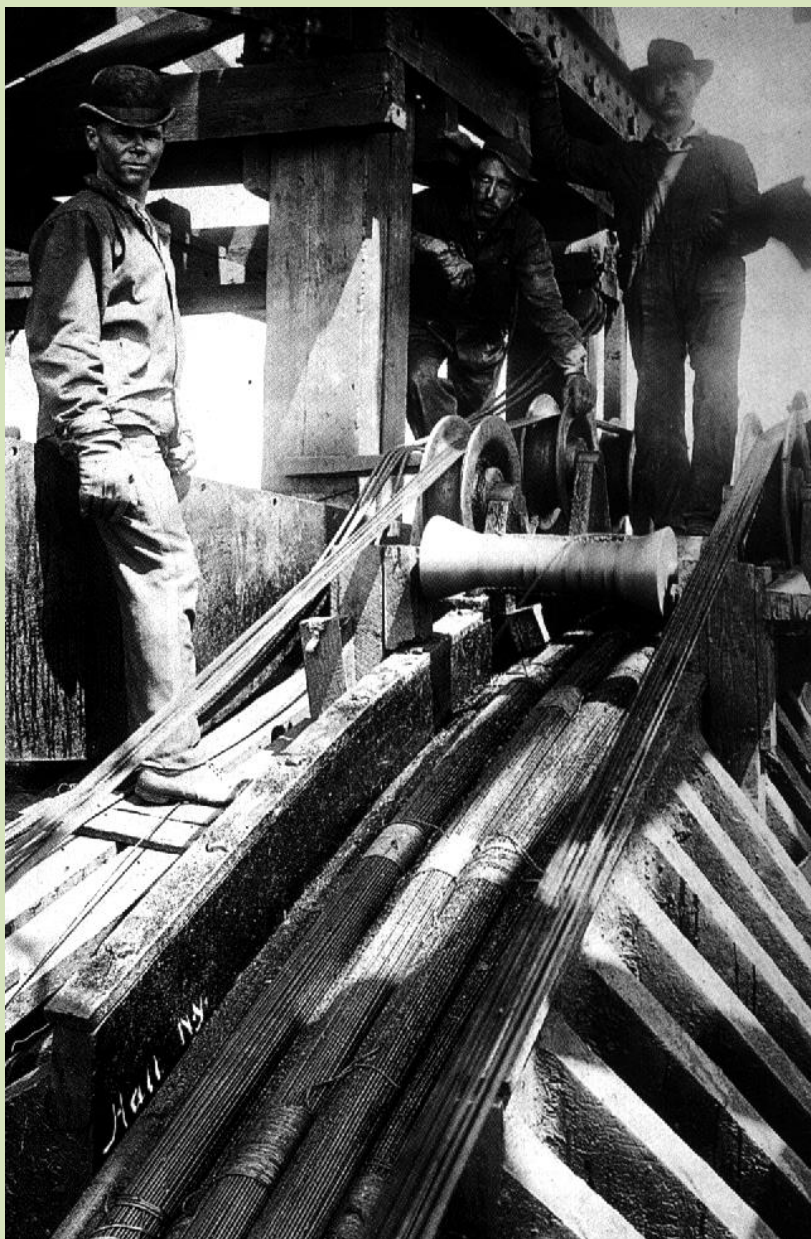
Most *Clifton*, UK

- izvedba: 1864.
- projektant: Isambard Kingdom Brunel
- $L=214$ m
- jedan od najvećih mostova sa paraboličnim užetom



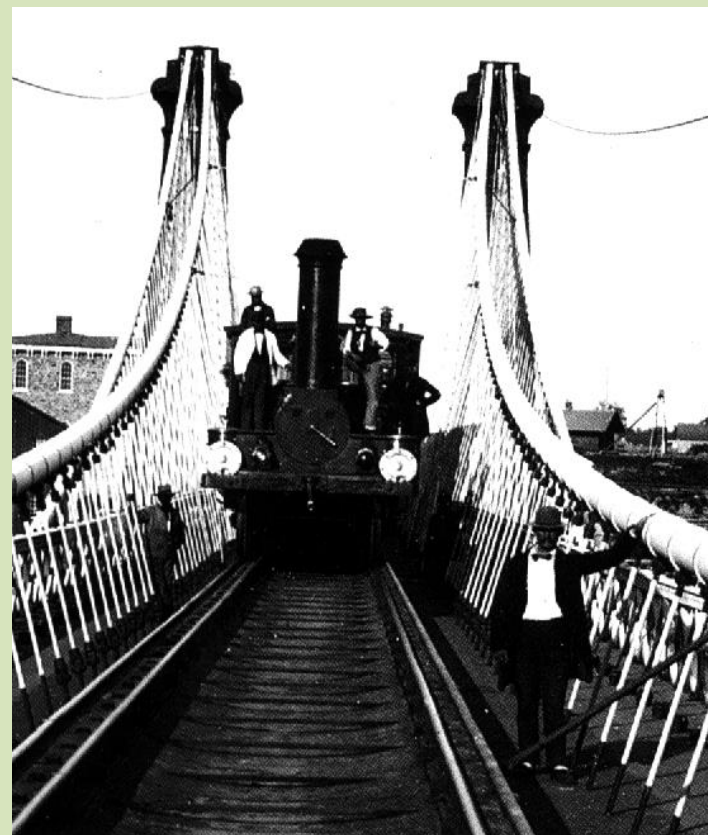
Američki tip visećih mostova

- Početak gradnje američkih visećih mostova uvjetno se može vezati za projektanta Johanna Röblinga.
- On je patentirao novi način izvedbe nosivih kabela “aerial spinning”, koji se i danas koristi.
- Njegovo remek-djelo most *Brooklyn* i danas je simbol New York-a.
- *Američki tip* visećeg mosta ima gredu za ukrućenje rešetkastog tipa.

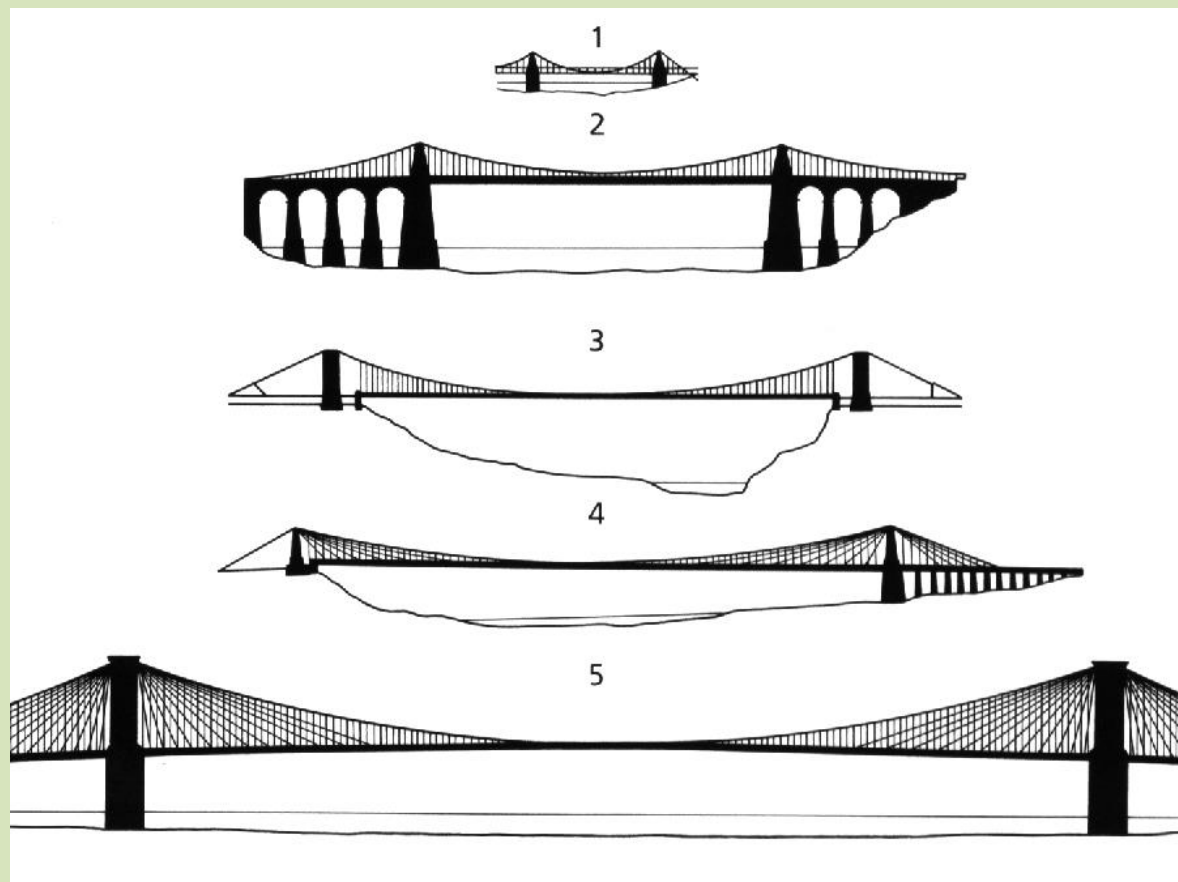


Johann Röbling: Željeznički most preko Niagare (1859)

- izvorni postupak izvedbe kabela
“aerial spinning”

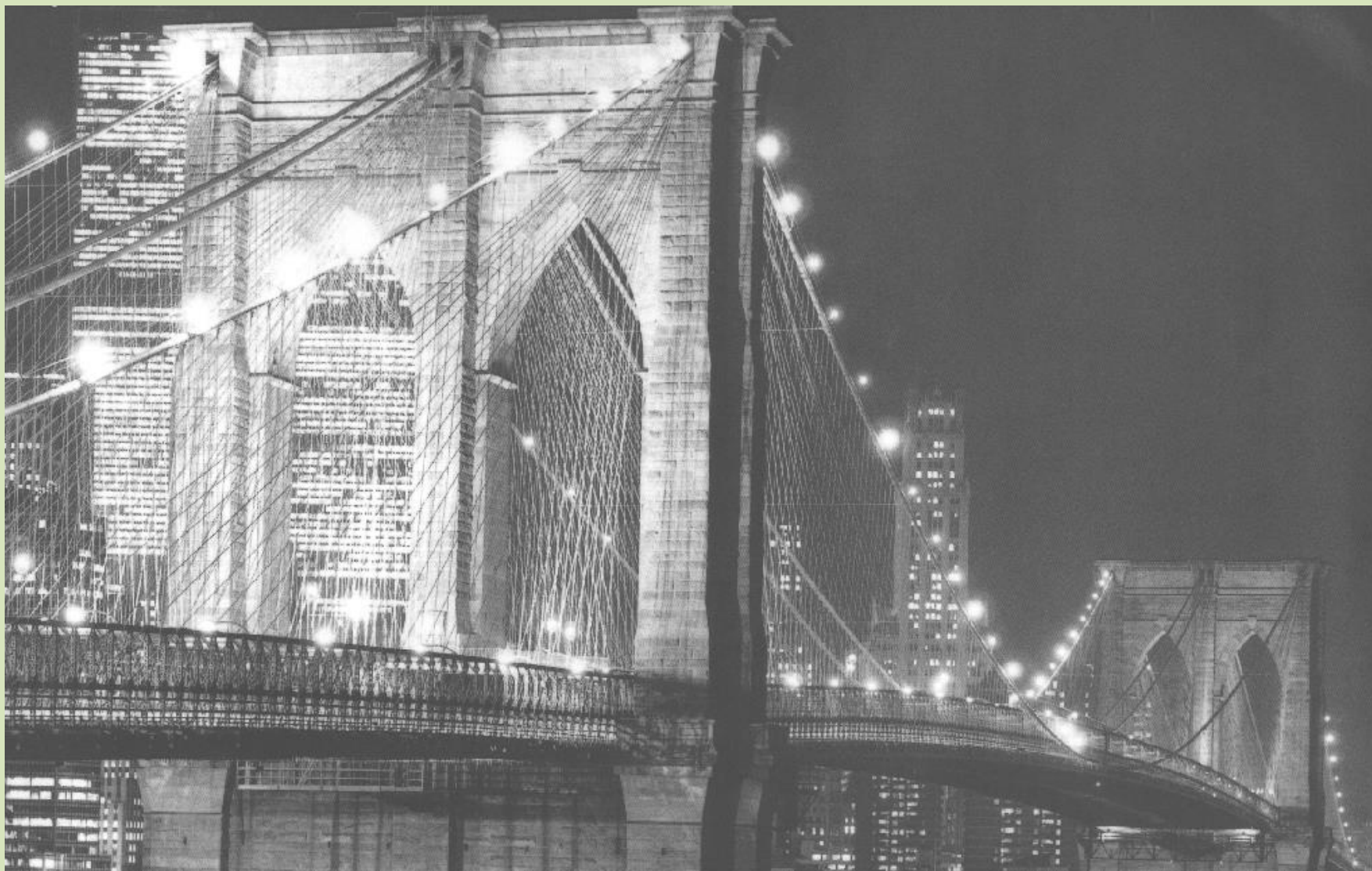


Rasponi prije mosta *Brooklyn*



1. Finlay, $L=61$ m
2. Telford, *Menai Straits*, $L=152$ m
3. Joseph Chaley *Freiburg*, $L=273$ m
4. Charles Ellet, *Wheeling*, 308 m
5. *Brooklyn*, 486 m

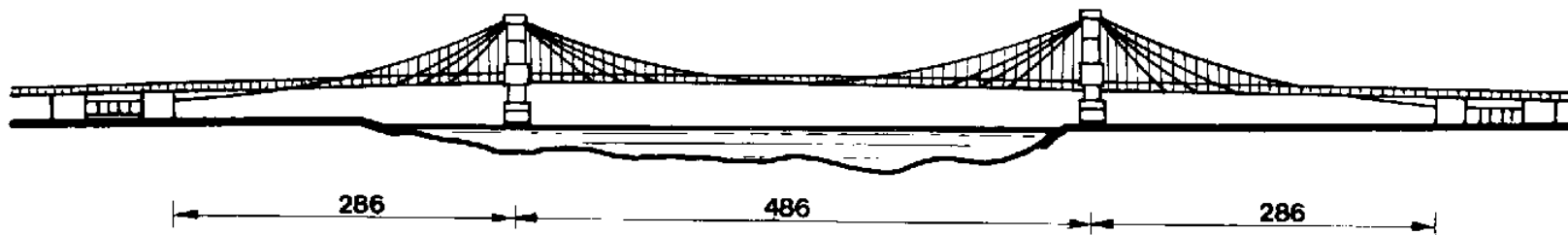
most *Brooklyn*





most *Brooklyn*

- projektanti: Johann i Washington Röbling
- vrijeme izgradnje: 1870. - 1883.
- glavni raspon: 486 m
- razmak sidrišta (3 glavna raspona): 1.053 m
- širina: 26 m, 6 prometnih trakova





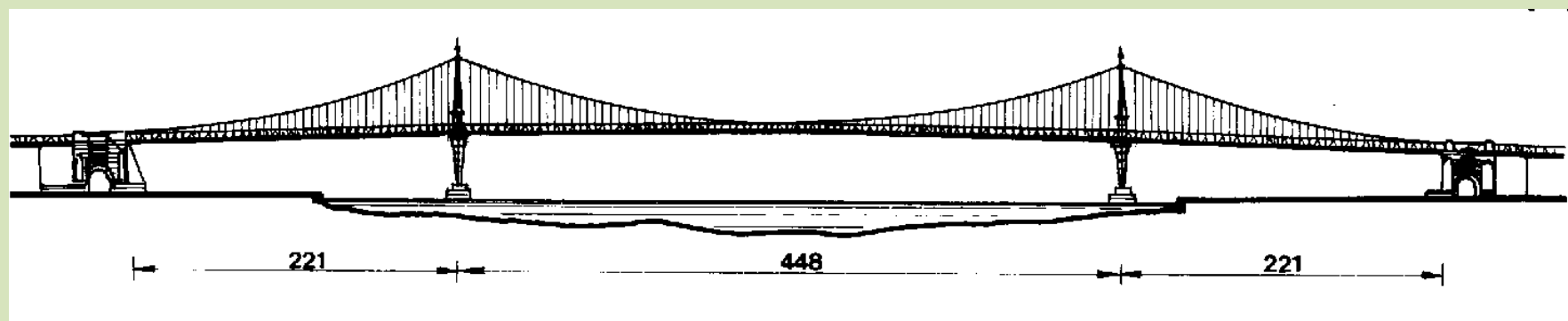
most *Manhattan*





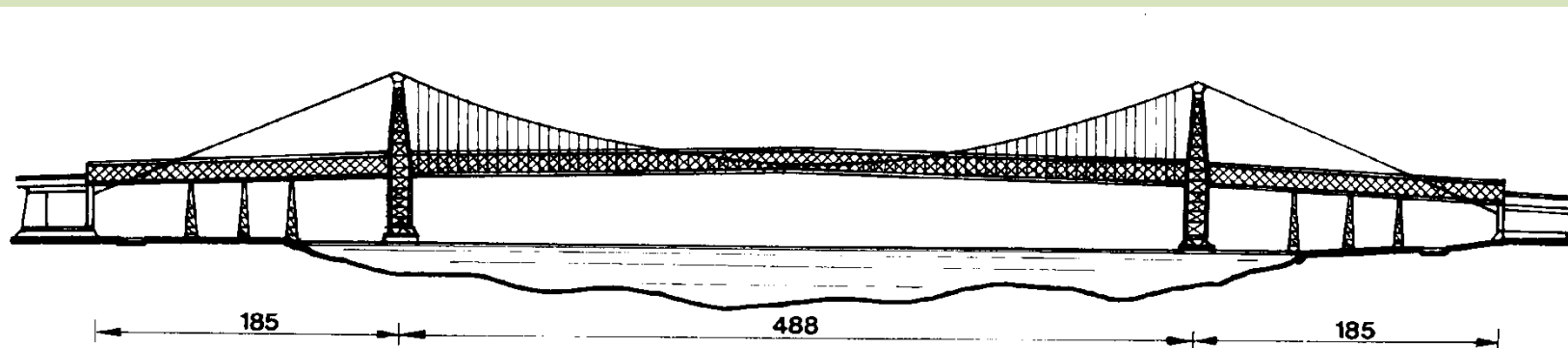
most *Manhattan*

- projektant: R. R. Buck, G. Lindenthal, R. Modjeski
- vrijeme izgradnje: 1901. - 1909.
- glavni raspon: 448 m
- razmak sidrišta (3 glavna raspona): 890 m

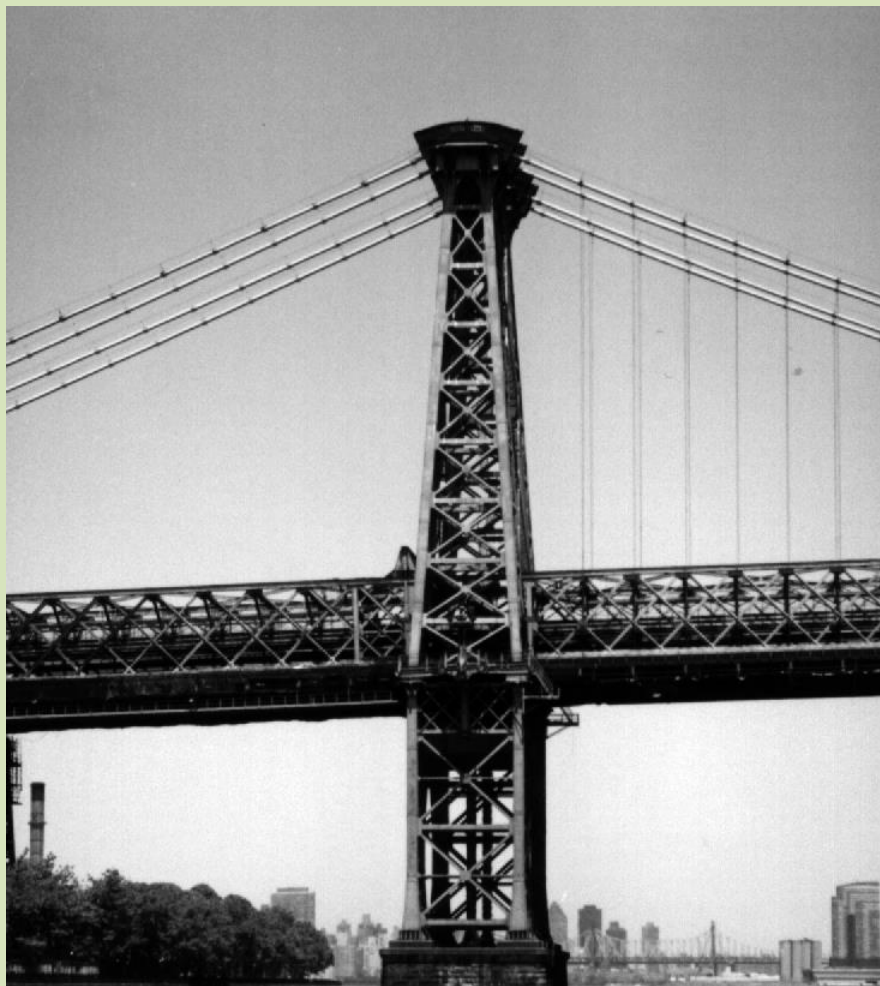




Most *Williamsburg*



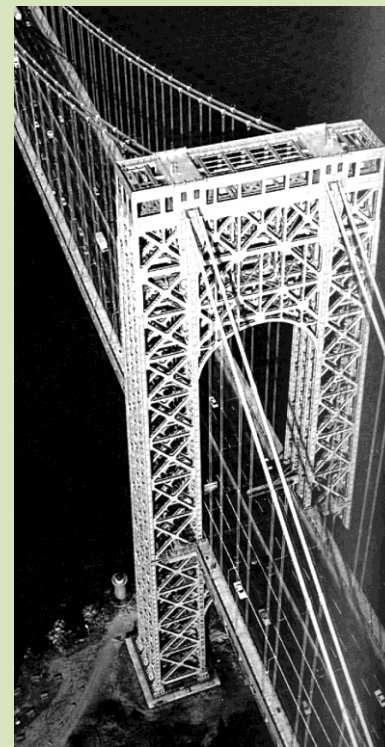
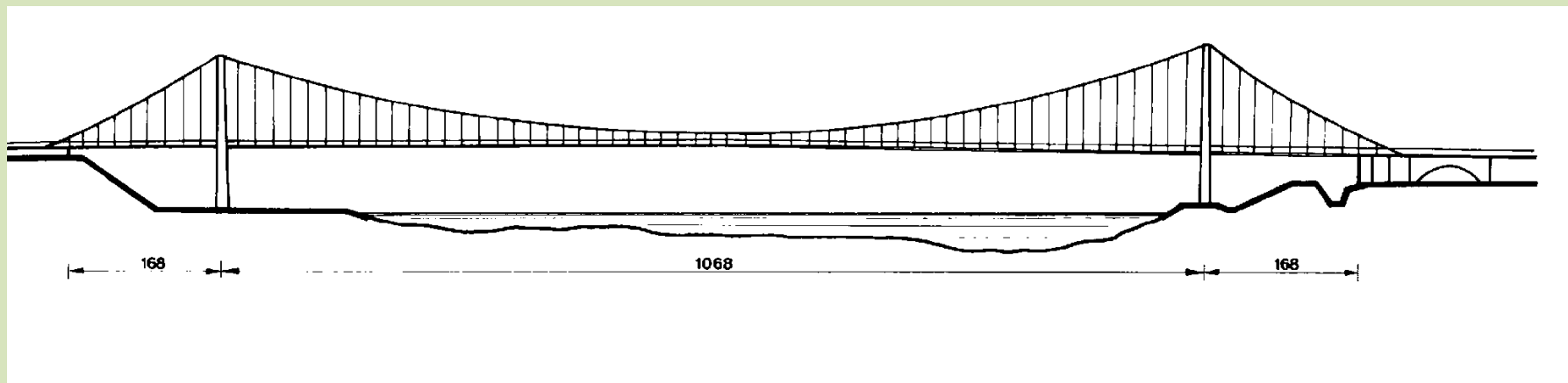
Most *Williamsburg*



- projektanti: Leffert L. Buck, G. Lindenthal
- vrijeme izgradnje: 1896. - 1903.
- glavni raspon: 488 m
- razmak sidrišta (3 glavna raspona): 670 m
- 8 cestovnih trakova + 2 kolosijeka metroa



Most *George Washington*





Most *George Washington*

- projektant: Othmar Ammann
- glavni statičar: Leon S. Moisseiff
- prepreka: rijeka Hudson
- vrijeme izgradnje: 1927. - 1931.
- glavni raspon: 1.067 m
- razmak sidrišta (3 glavna raspona): 1.451 m
- širina: 2 x 36,3 m (promet u dvije razine)
- visina slobodnog profila: 64,9 m



Most *George Washington*





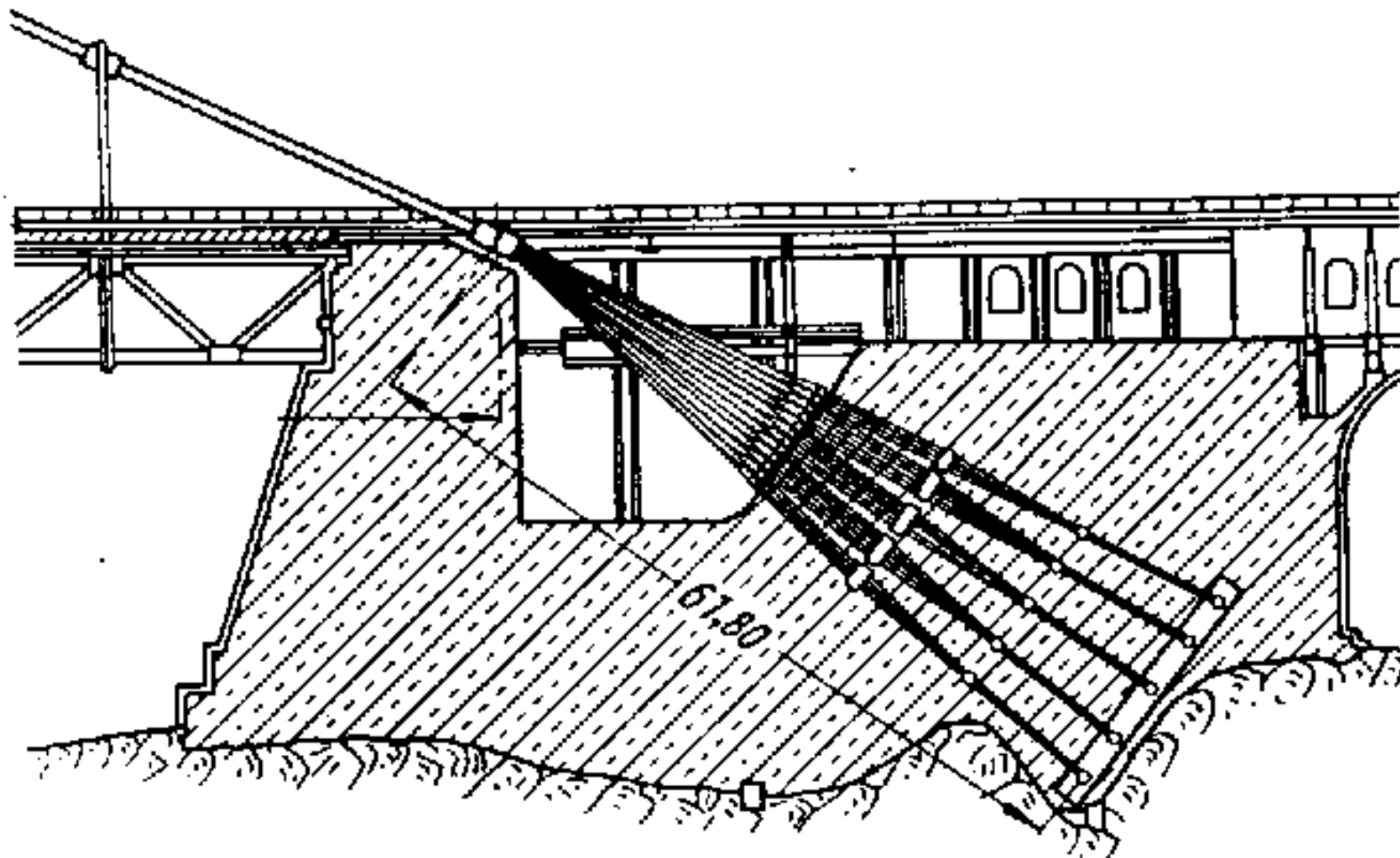
Most *George Washington*





Most *George Washington*

sidreni blok:





Most *Golden Gate*, $L=1.280\text{ m}$ (1937.)

projektant: J. Strauss
konzultant: O. Ammann
rasponi:
343+1.281+343 m
dovršen: 1937.
visina grede: 7,6 m
visna pilona: 227,4 m



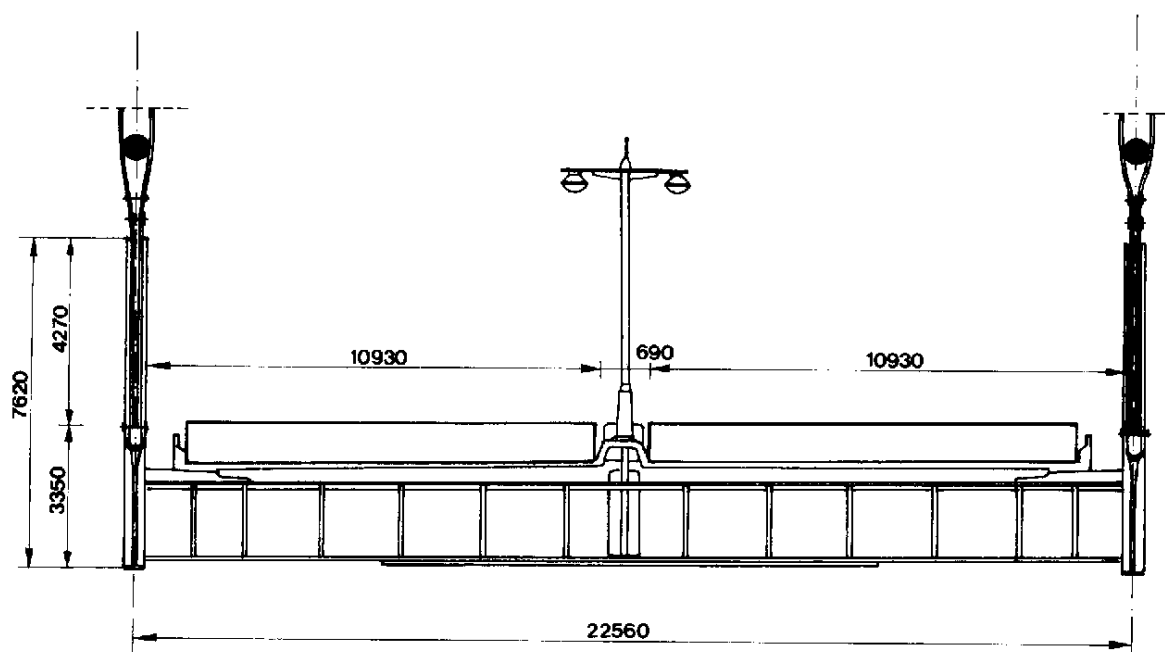
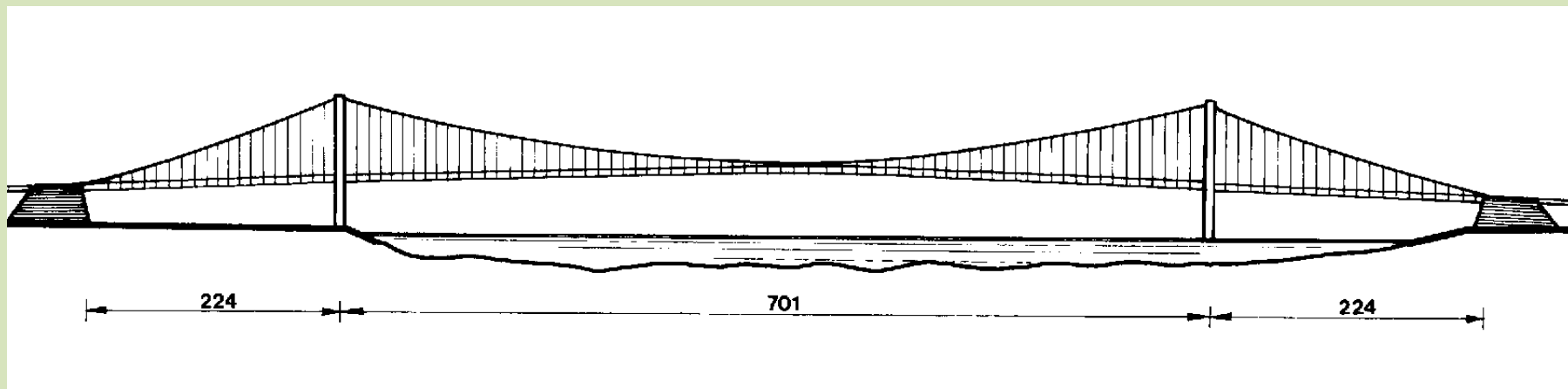


Most ***Golden Gate***,
 $L=1.280\text{ m}$ (1937.)





Most *Bronx - Whitestone*



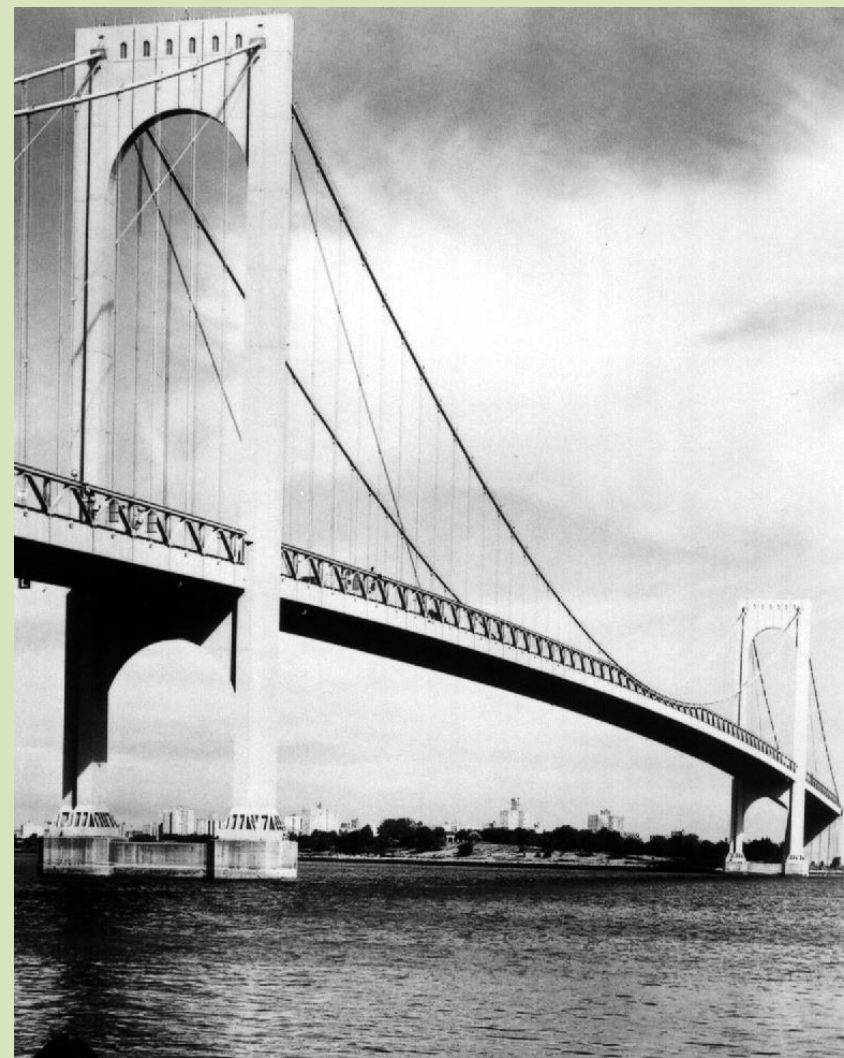


Most *Bronx - Whitestone*

- projektant: Othmar Amman
- prepreka: East River
- vrijeme izgradnje: 1937. - 1939.
- glavni raspon: 701 m
- razmak sidrišta (3 glavna raspona): 1149 m
- širina: 30,5 m
- visina slobodnog profila: 45,7 m

Most *Bronx - Whitestone*

izvorni izgled – punostijeni nosači
(1940.)



s dodanom rešetkom (1943.)
(nakon rušenja *Tacome*)



Most *Tacoma Narrows*

- projektant: Leon S. Moiseiff
- veličina glavnog raspona: 853 m
- širina kolničke konstrukcije: 12 m
- greda za ukrućenje – vitki punostijeni nosači
- dovršen: 1940.
- srušio se iste godine

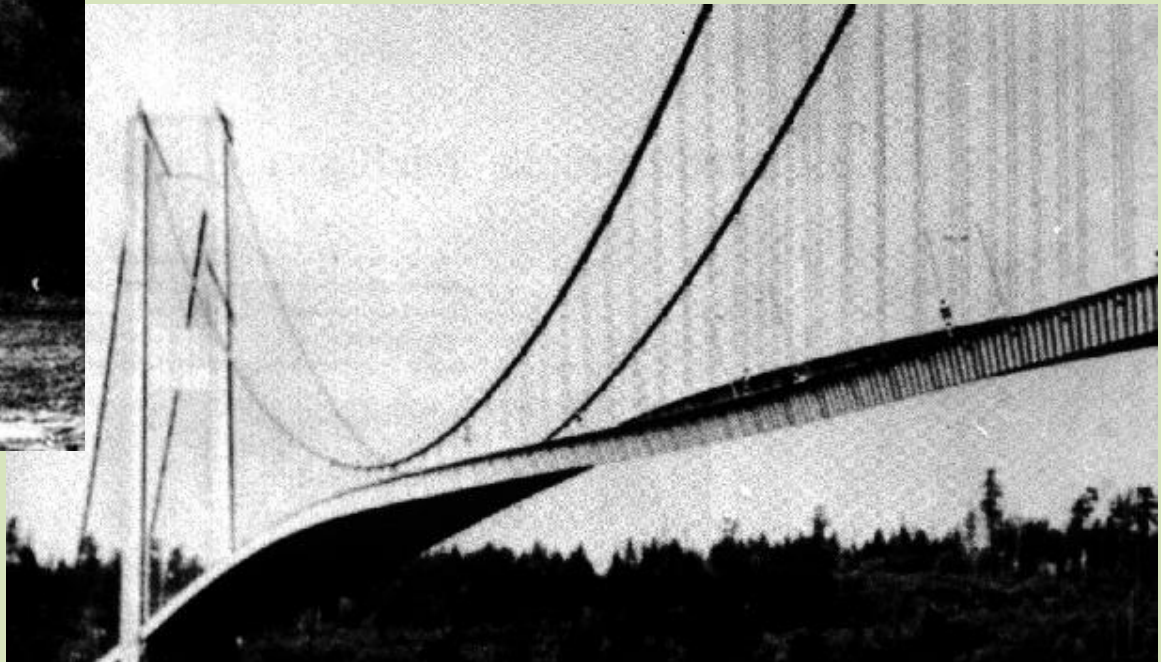




Most *Tacoma Narrows*



rušenje 1940.





Neki geometrijski odnosi greda za ukrućenje:

Most	<i>Tacoma Narrows</i> (1940)	<i>Bronx-Whitestone</i> (1939)	<i>George Washington</i> (1931)
raspon/ visina grede	1:350	1:209 (1:91)	1:120 (1:89)
širina/ glavni raspon	1:72	1:31	1:33
bočni raspon/ glavni raspon	1:2,6	1:3,1	1:5,6

Napomena: Odnosi raspon/visina u zagradi su za most *Bronx-Whitestone* nakon dodavanja rešetke, a za most *George Washington* nakon izvedbe donjeg kolnika



Most *Mackinac*

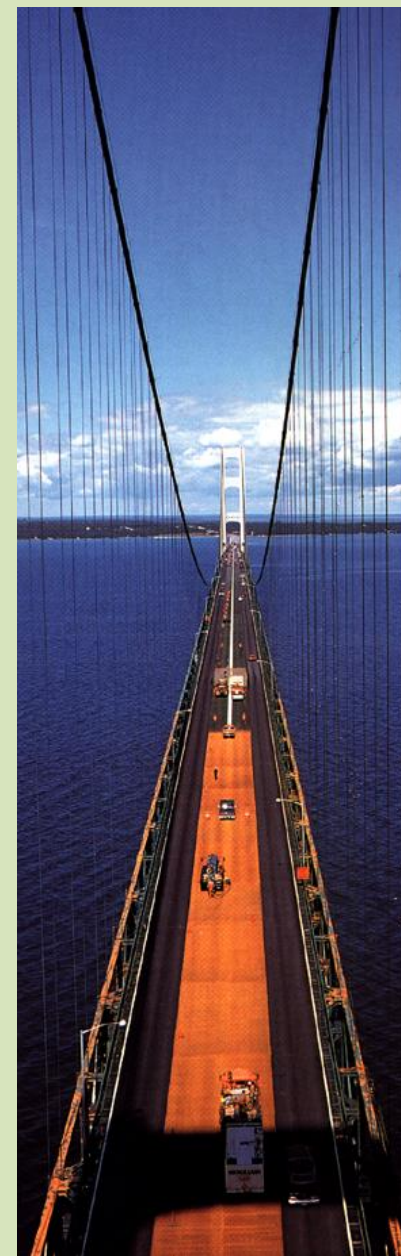
Prvi veliki viseći most izveden nakon rušenja *Tacome*
izvedba: 1954. - 1957.

rasponi: $548+1.158+548$ m

ukupna duljina zavješnog dijela: 2254 m

projektant: David Steinman

visina pilona: 168 m





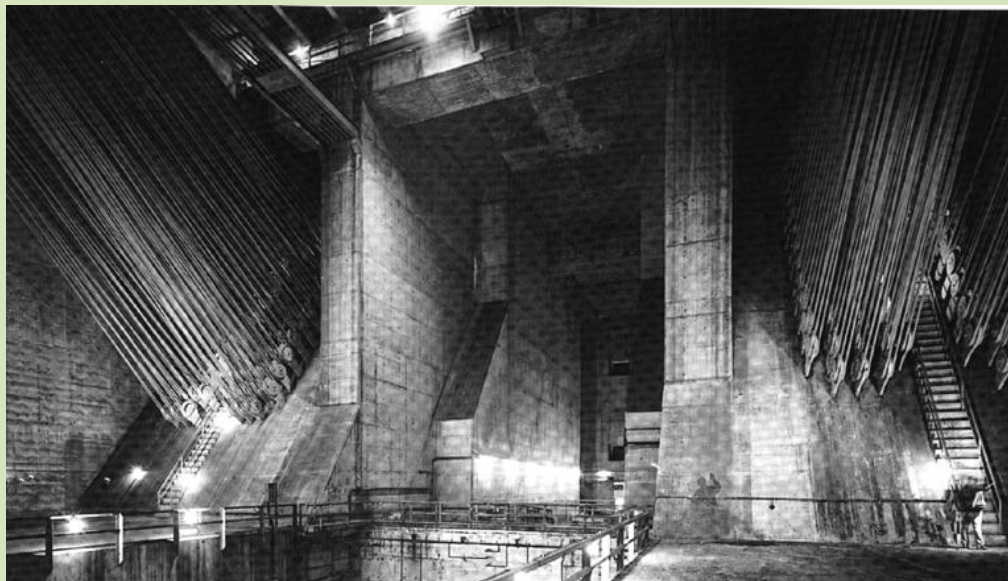
Most *Verrazano Narrows*

- projektant: Othmar Amman
- vrijeme izgradnje: 1959. - 1964.
- glavni raspon: 1.298 m
- razmak sidrišta (3 glavna raspona): 2.038 m

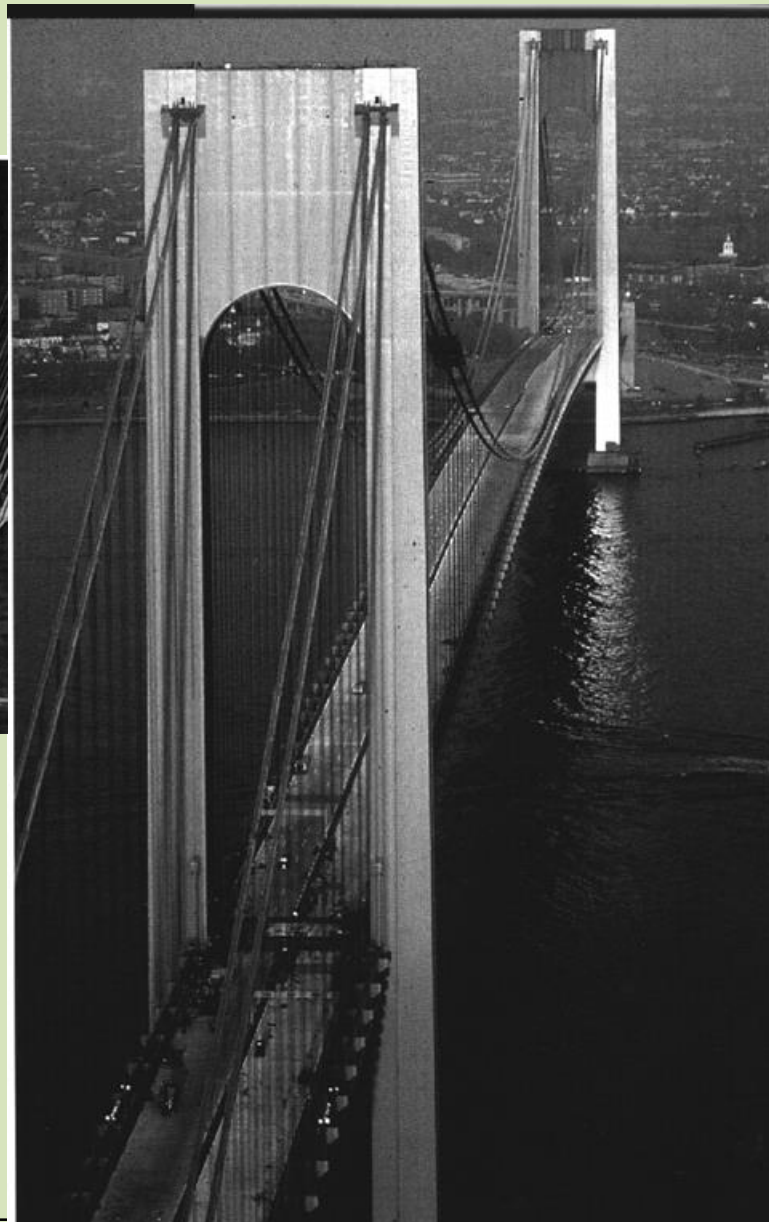




Most *Verrazano Narrows*



unutrašnjost sidrenog bloka



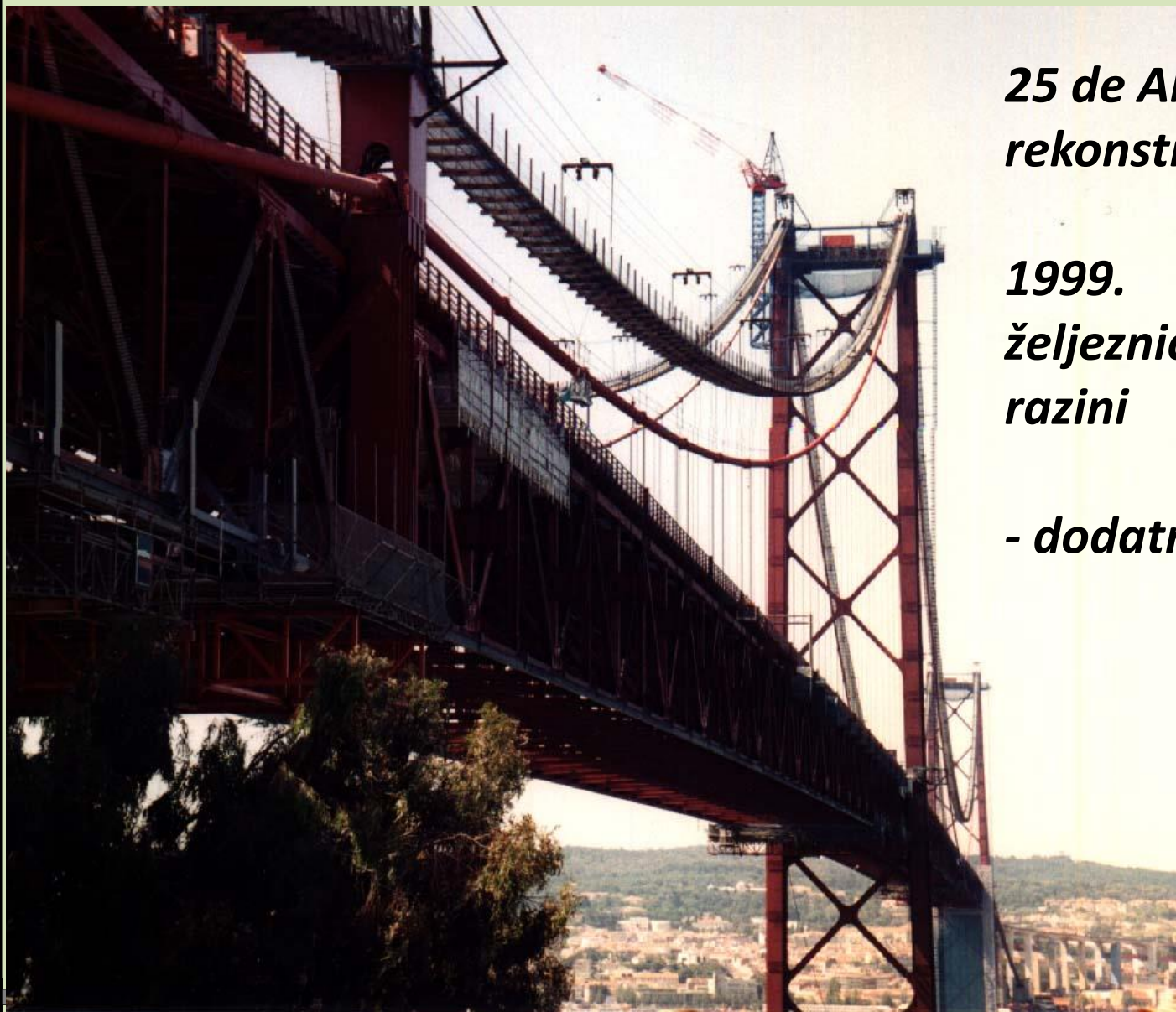
Most *Firth of Forth*, $L=1.064$ m, Škotska, 1964.





25 de Abril , $L=1.013\text{m}$
Lisabon, 1966.



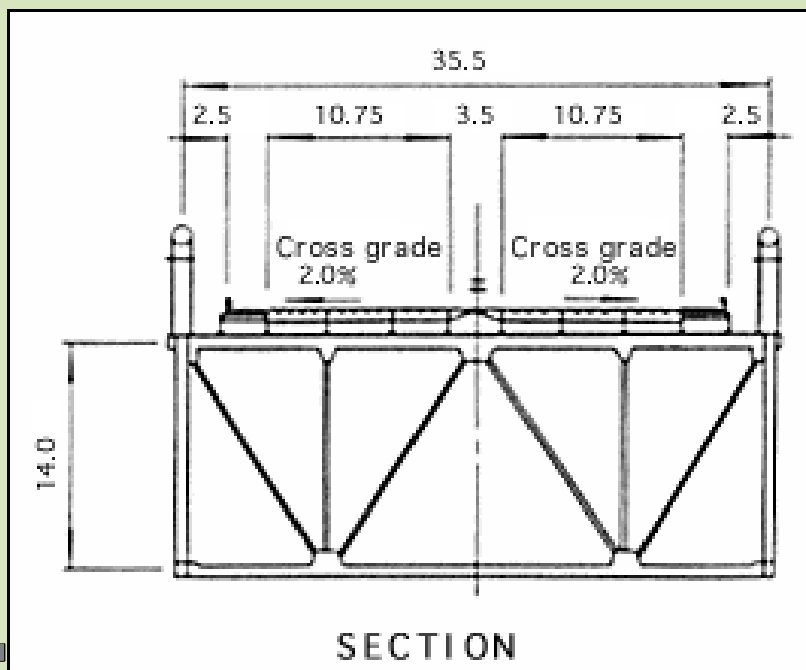
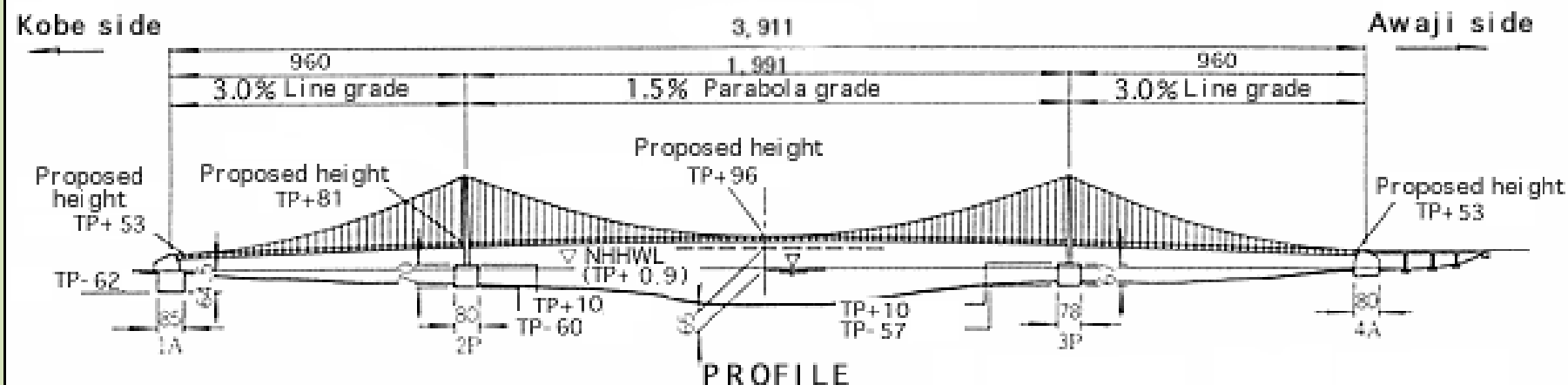


***25 de Abril
rekonstrukcija***

***1999.
željeznica na donjoj
razini***

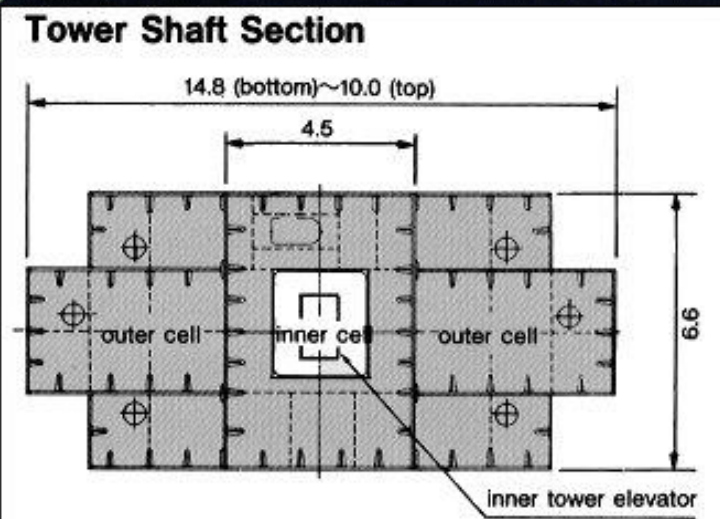
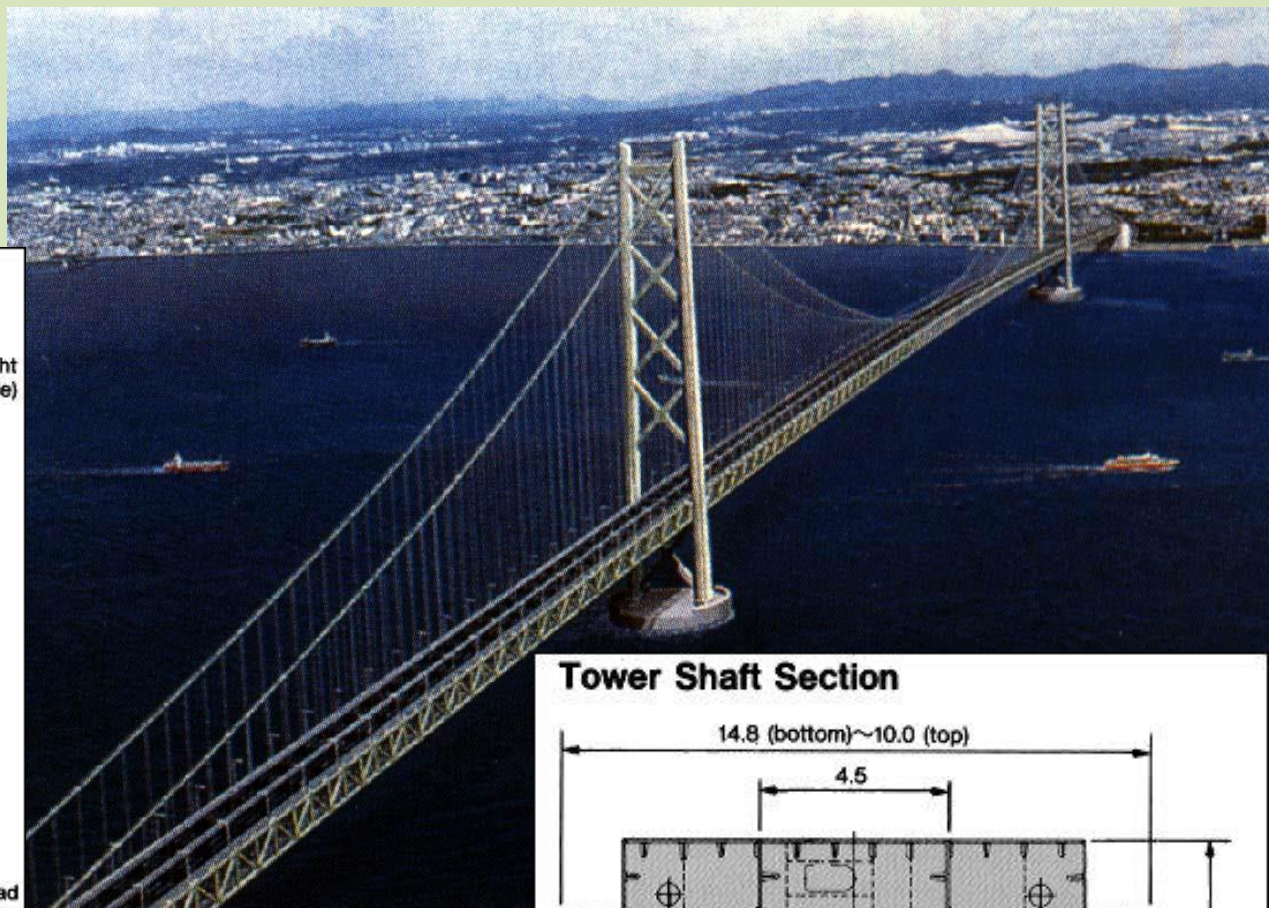
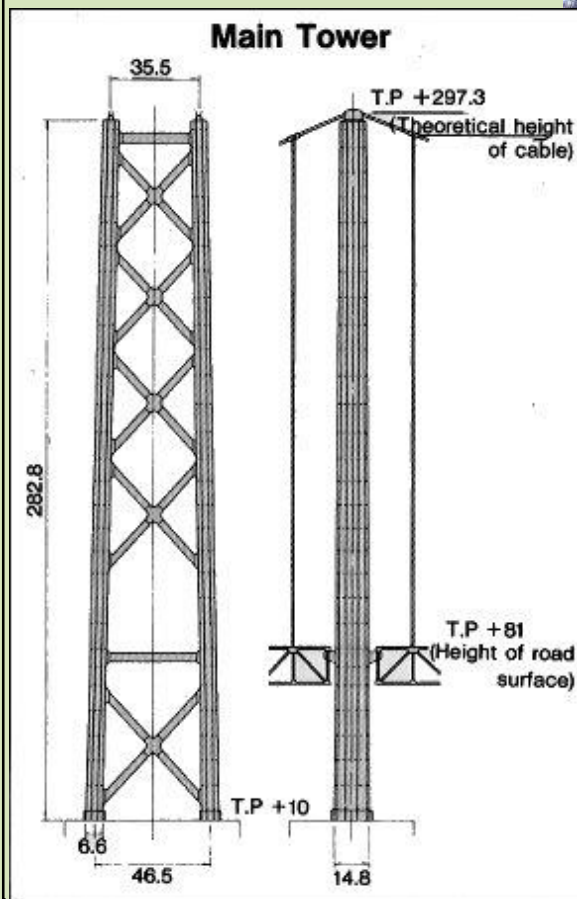
- dodatna užad

Most *Akashi-Kaikyo*



Most *Akashi-Kaikyo*

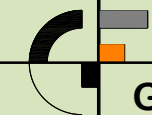
Pilon: pogledi i presjek





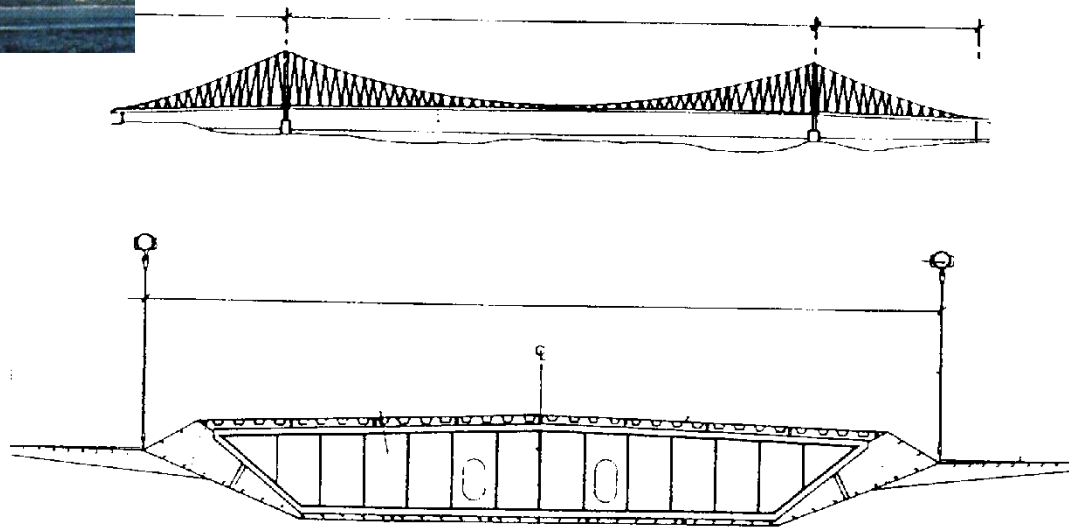
Europski tip visećih mostova

- Pod *europskim tipom* visećeg mosta podrazumijeva se greda za ukrućenje aerodinamički oblikovanog sandučastog poprečnog presjeka.
- *Američki tip* visećeg mosta ima gredu za ukrućenje uobičajeno rešetkastog tipa. Punostijeni glavni nosači se kod njih nisu dokazali u praksi (vidi most *Tacoma*).



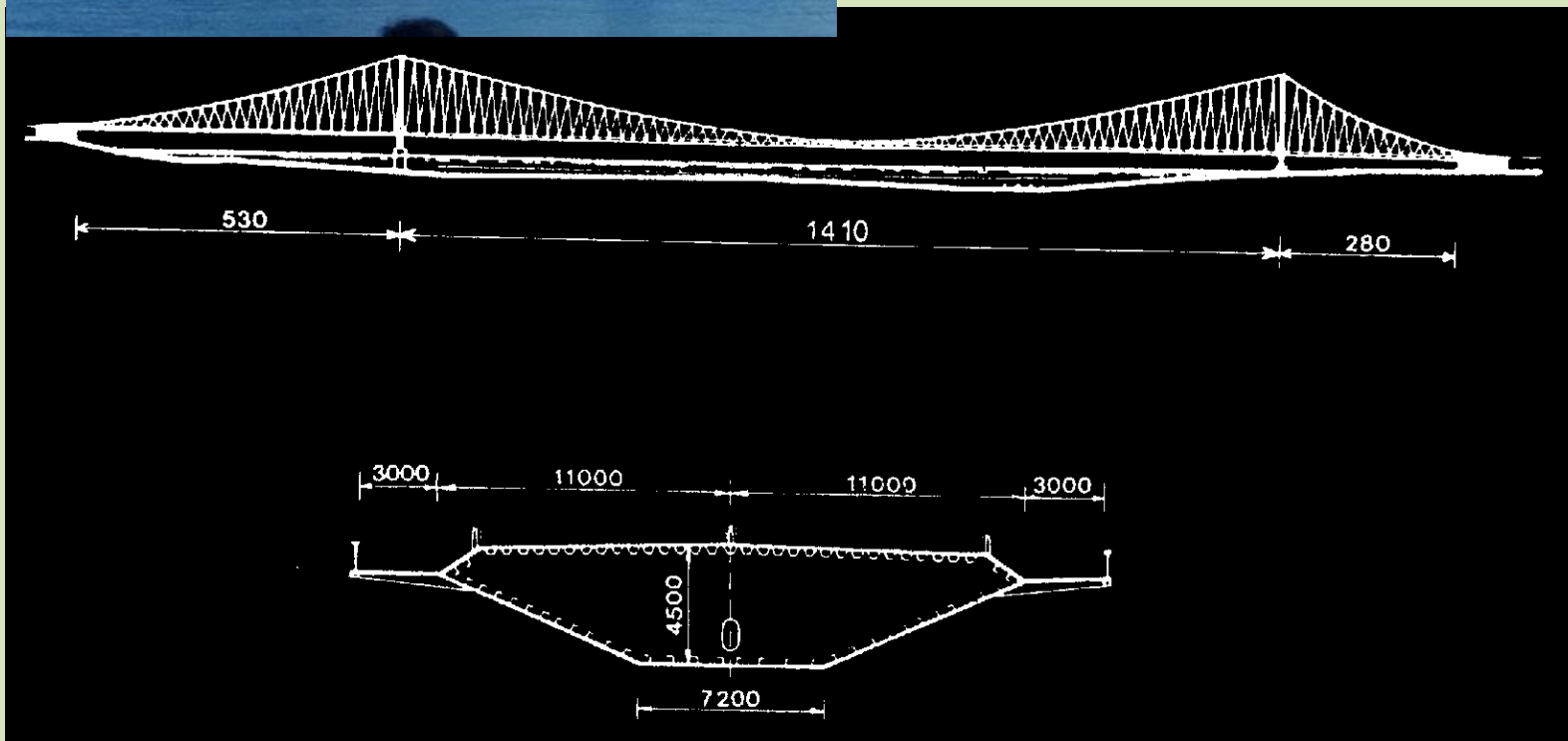


Most *Severn*,
 $L=988$ m, UK, 1966.





most ***Humber***, $L=1.410\text{m}$, UK, 1992.





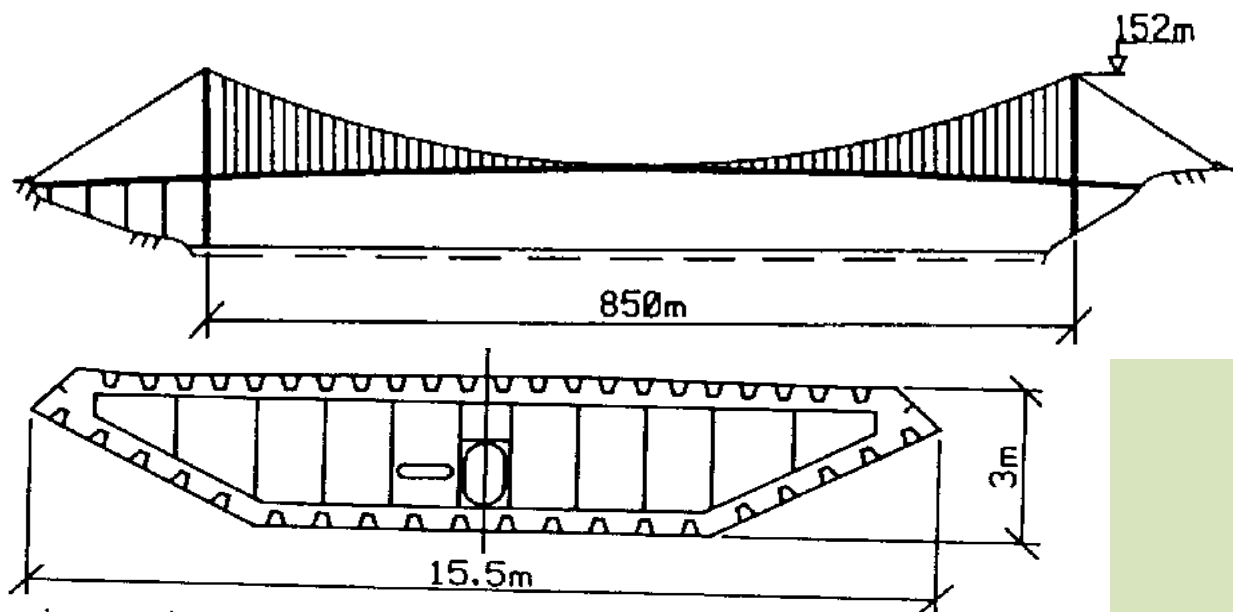
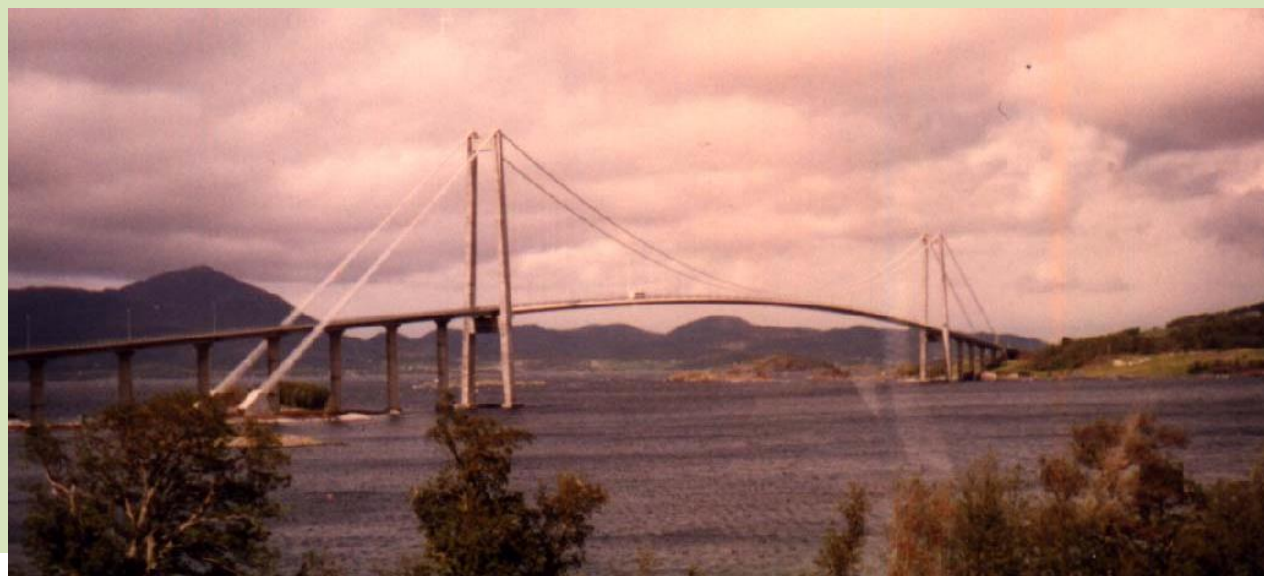
most *Humber*





most *Höga Kusten*,
 $L=1.210\text{m}$, Švedska,
1997.

Most **Askøy**,
L=850m, Norveška
(1992.)



pogled

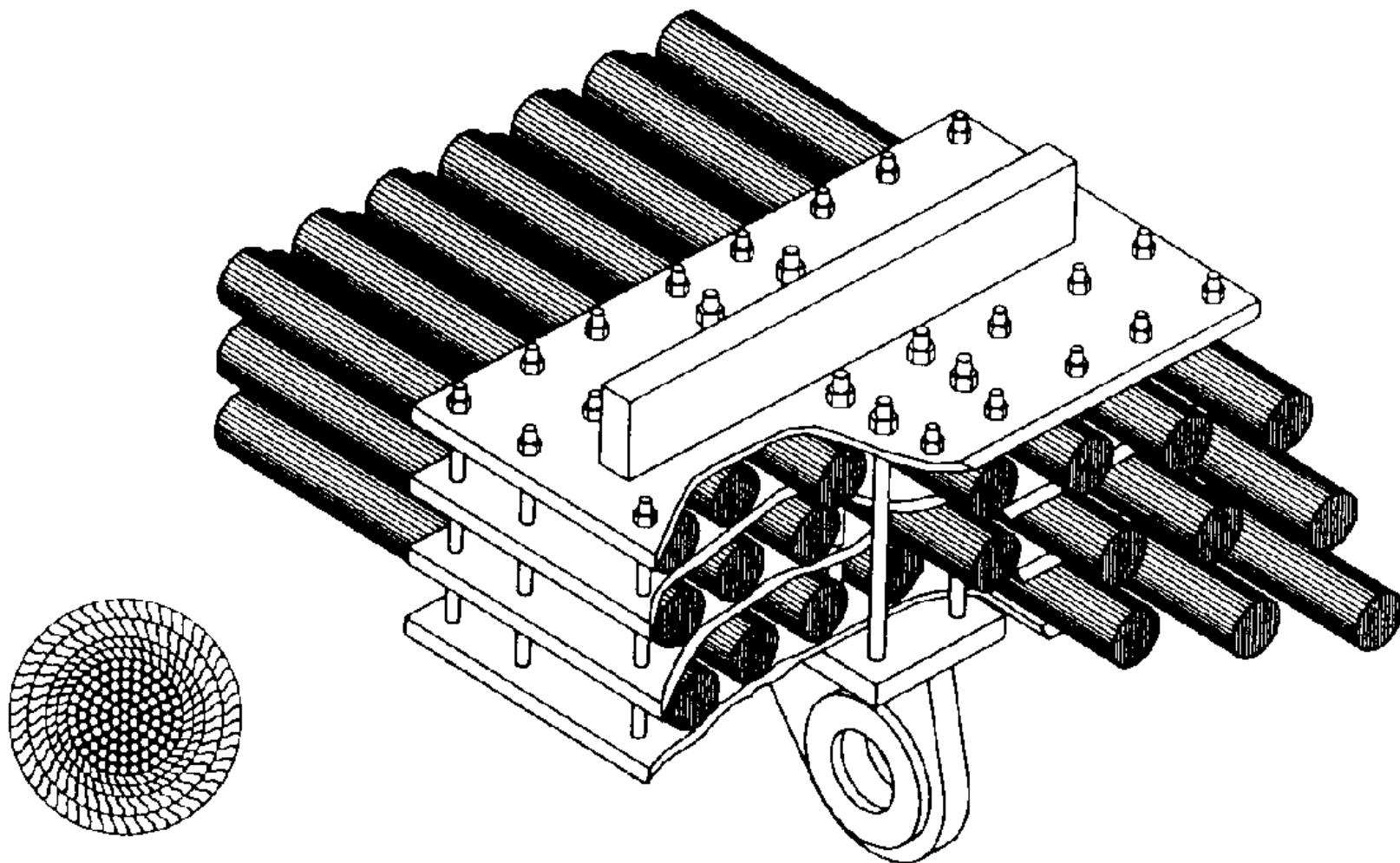
poprečni presjek

section, main span girder



Most *Askøy*

neobično oblikovanje nosivog kabela



Part cable 400 mm

Most *Tsing Ma*

$L=1.377$ m

Hong Kong (1997.)



Most *Tsing Ma*



segment grede





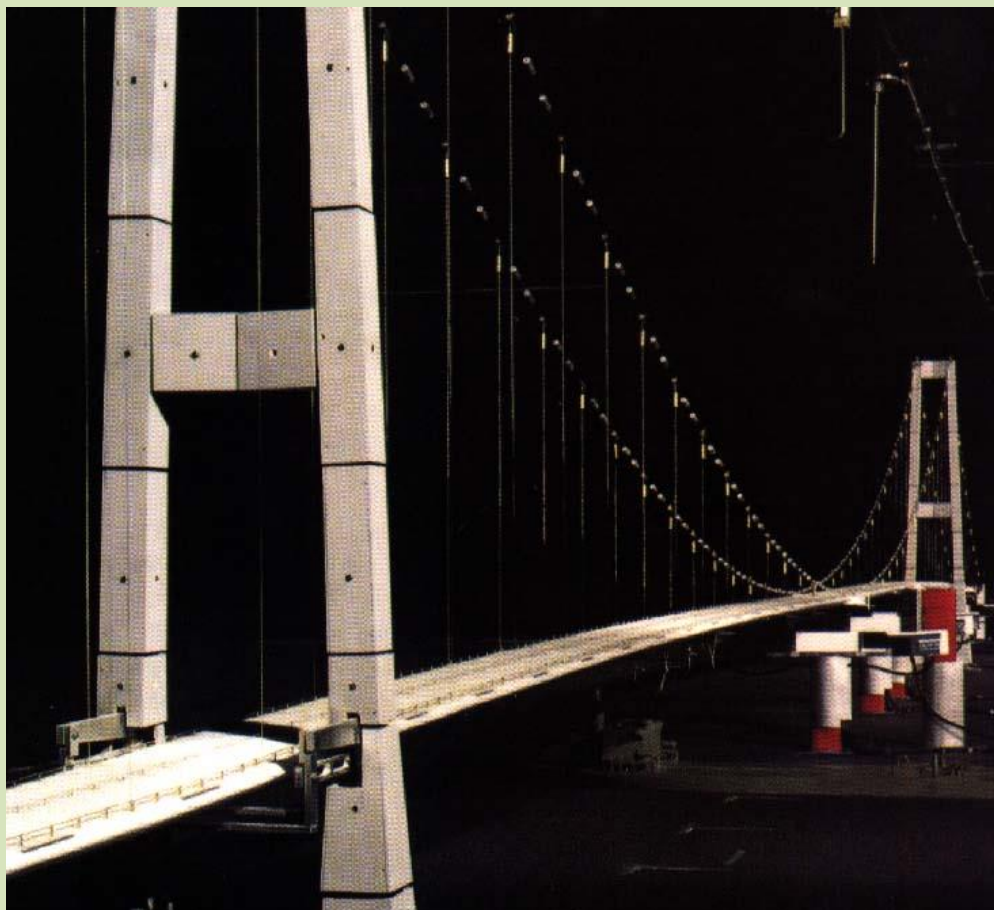
Most *Tsing Ma*





most *Storebælt*,
 $L=1.624$ m,
Danska (1998.)





most *Storebælt*,
ispitivanje u
vjetrovnom tunelu



most ***Storebælt***, $L=1.624$ m, Danska (1998)





HRVATSKI VISEĆI MOSTOVI

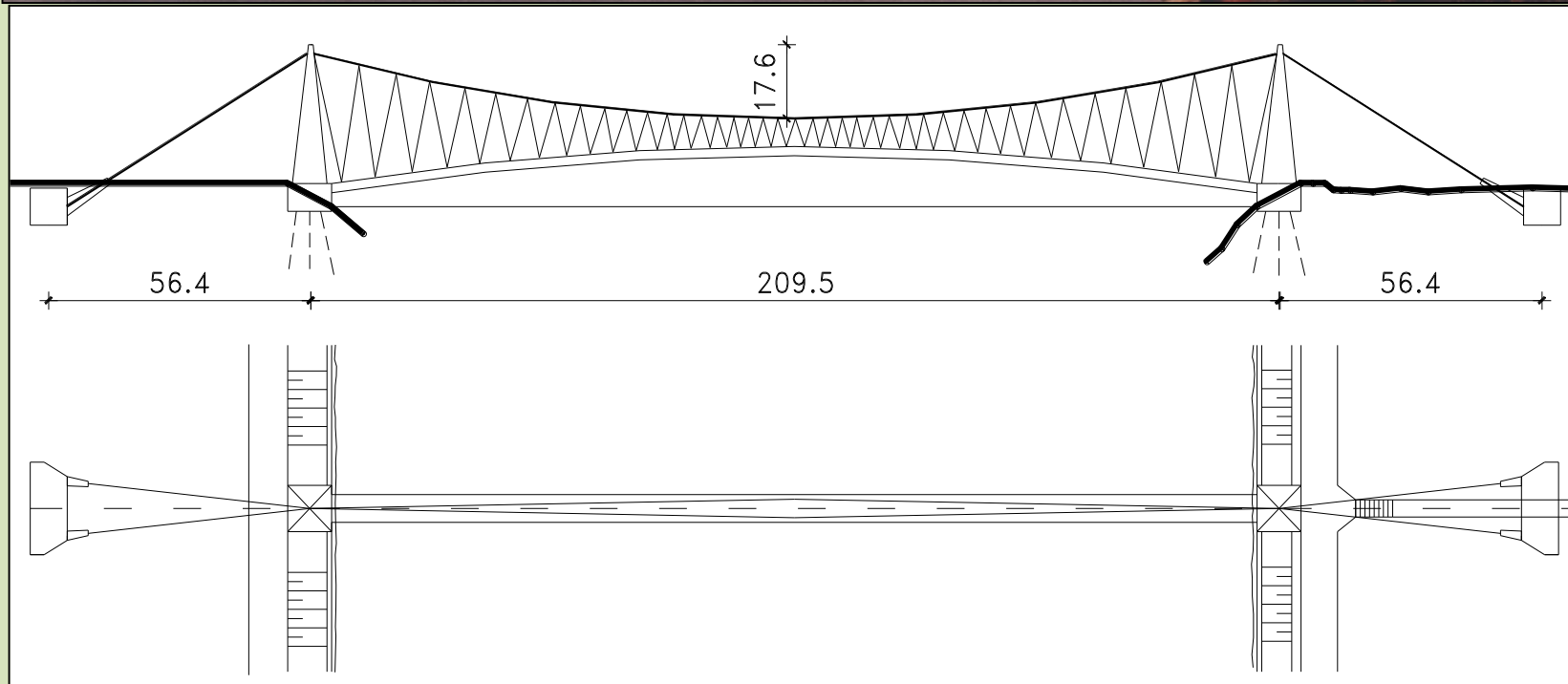
- Ne postoji potreba za visećim mostovima velikih raspona.
- Primjenjivi u posebnim okolnostima.
- Dva suvremeno koncipirana pješačka mosta:
 - Most preko Drave u Osijeku, raspon 209 m, 1980. god.
 - Most preko Save u Martinskoj Vesi, 145 m, 2002. god.



Most preko Drave u Osijeku

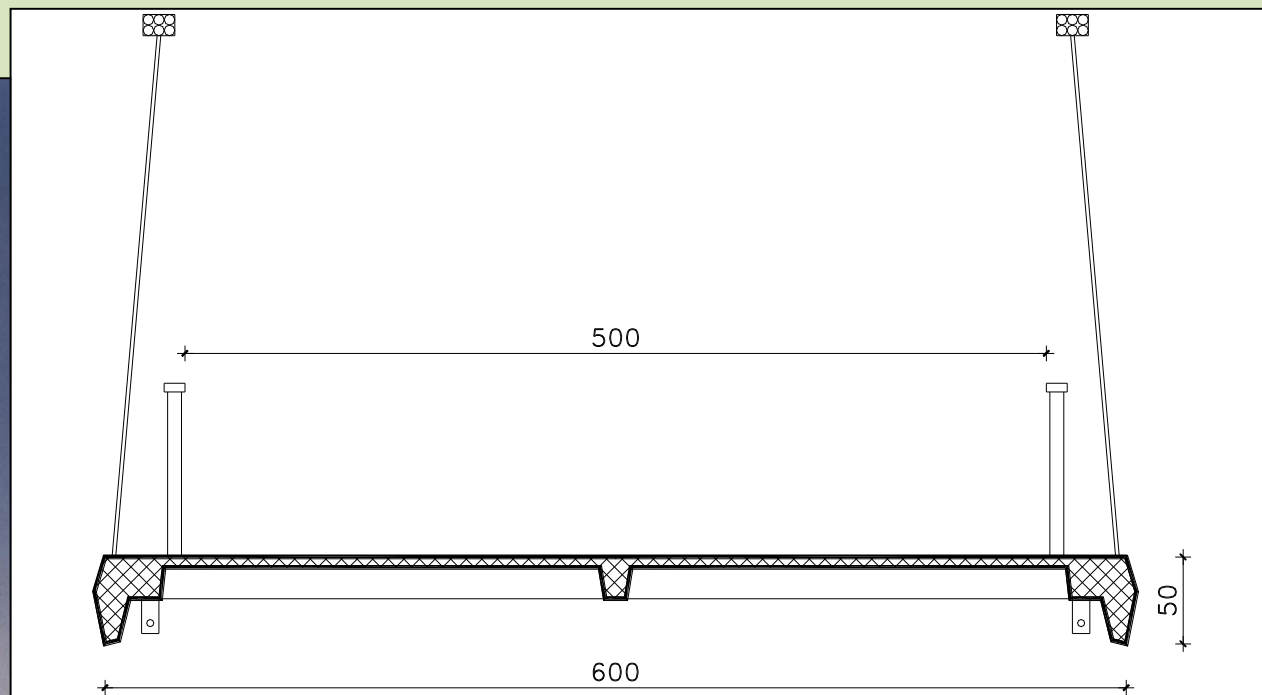
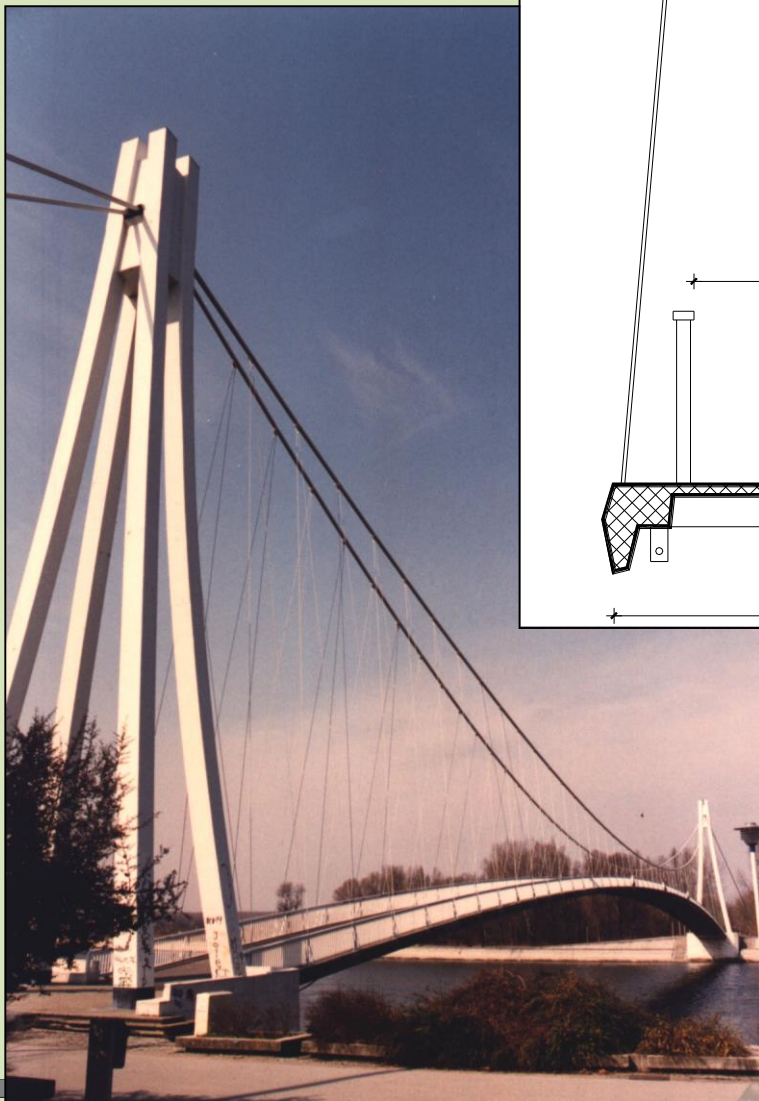
Pješački most, sagrađen 1980. god.,
projektant Branimir Tripalo

Raspon mosta 209.5 m, strelica lančanice 17.9m, $L/f=11.7$





Most preko Drave u Osijeku



Čelični piloni
montažna kolnička ploča
prednapeta lančanica

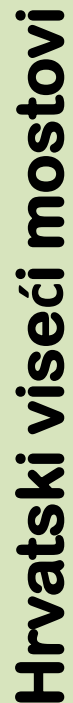
Oštećen u Domovinskom ratu

Prepoznatljivi simbol grada Osijeka

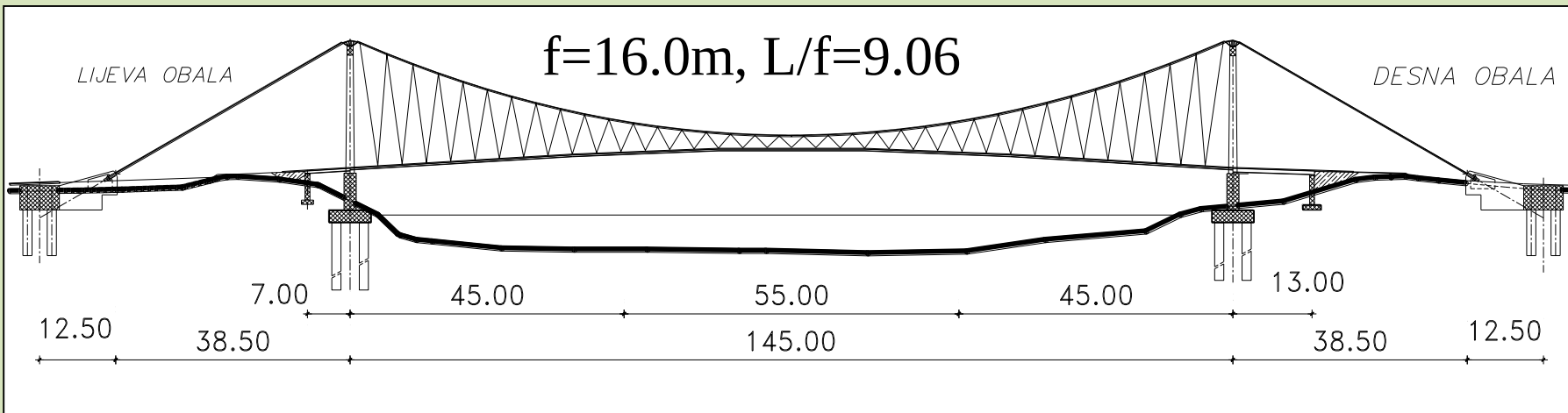


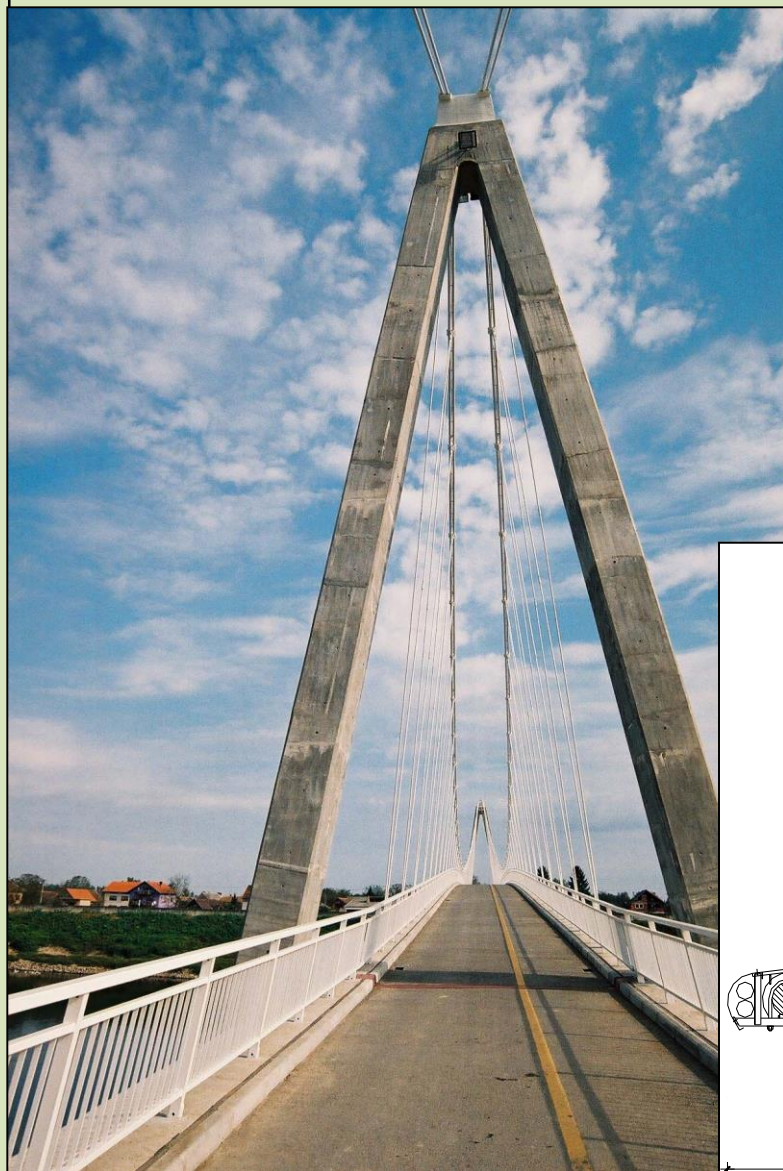
Most preko Save u Martinskoj Vesi, $L=145,0\text{m}$ (2002)



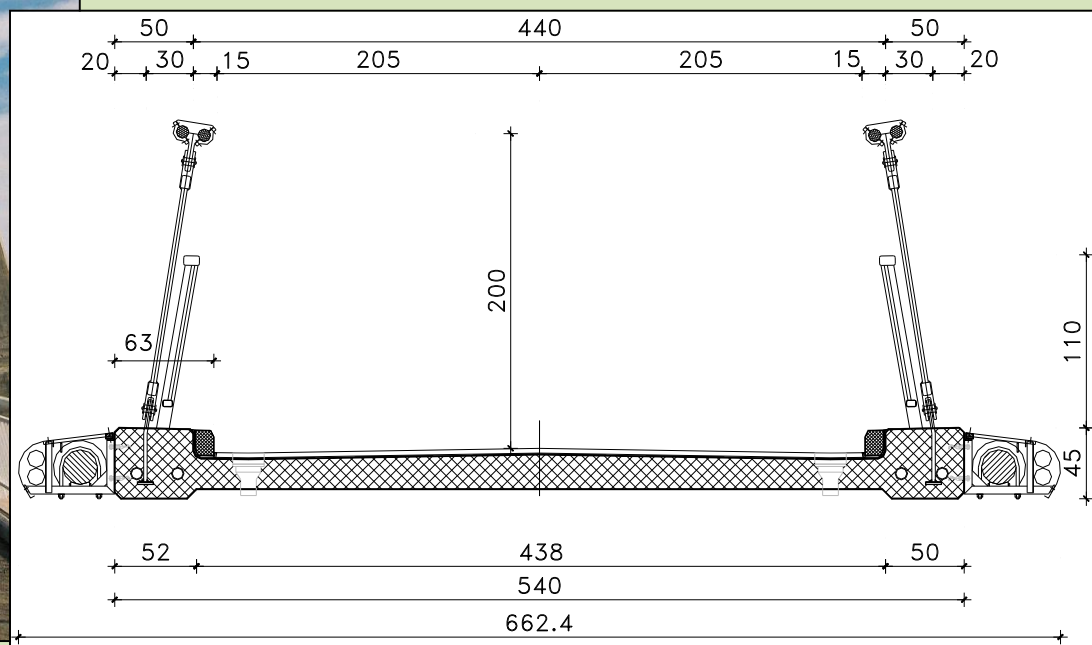


Pješački most, pušten u promet 2002. godine,
projektant mr.sc. Z. Šavor





Glavna užad je zatvorena spiralna užad
(4 Φ 80mm)
kose vješaljke
betonski A piloni
betonska greda za ukrućenje
rasponski sklop uzdužno prednapet





IZVEDBA MOSTA



SIDRENI BLOKOVI
TEMELJENI NA 12 BUŠENIH
PILOTA, IZVEDBA GRAĐ.
JAME IZNAD RAZINE
PODZEMNIH VODA





IZVEDBA MOSTA

BETONSKI PILONI





IZVEDBA MOSTA

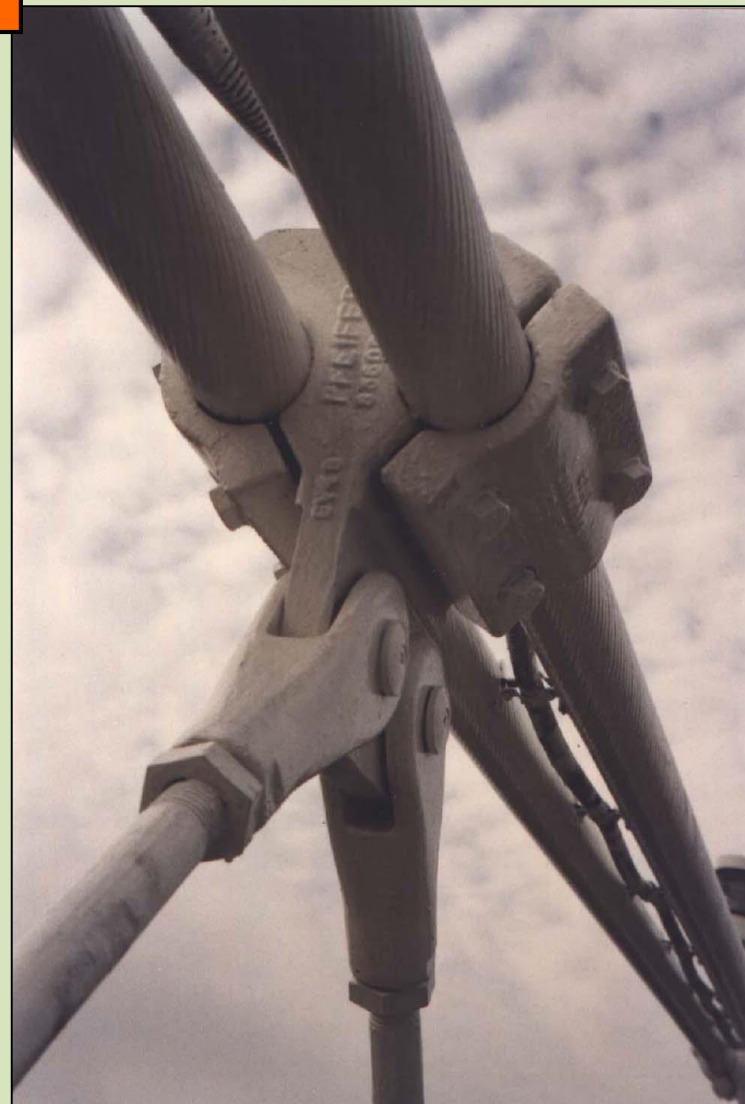
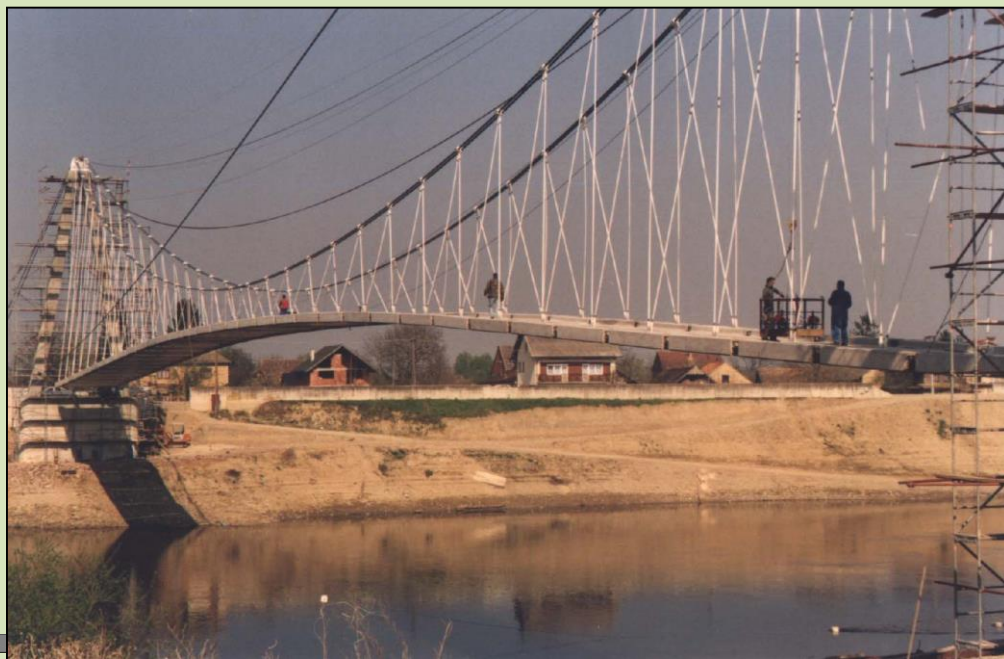
MONTAŽA KOLNIČKE PLOČE





IZVEDBA MOSTA

MONTAŽA KOLNIČKE PLOČE

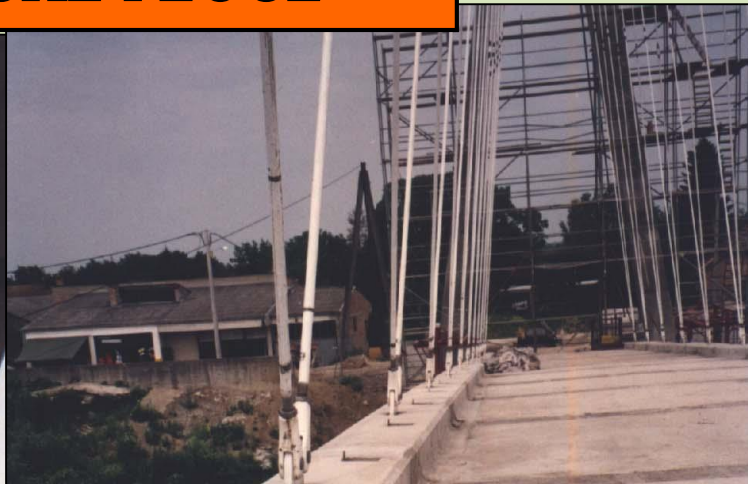




IZVEDBA MOSTA

MONTAŽA KOLNIČKE PLOČE

OBRADA PLOHA
ZAVARIVANJE ARMATURE





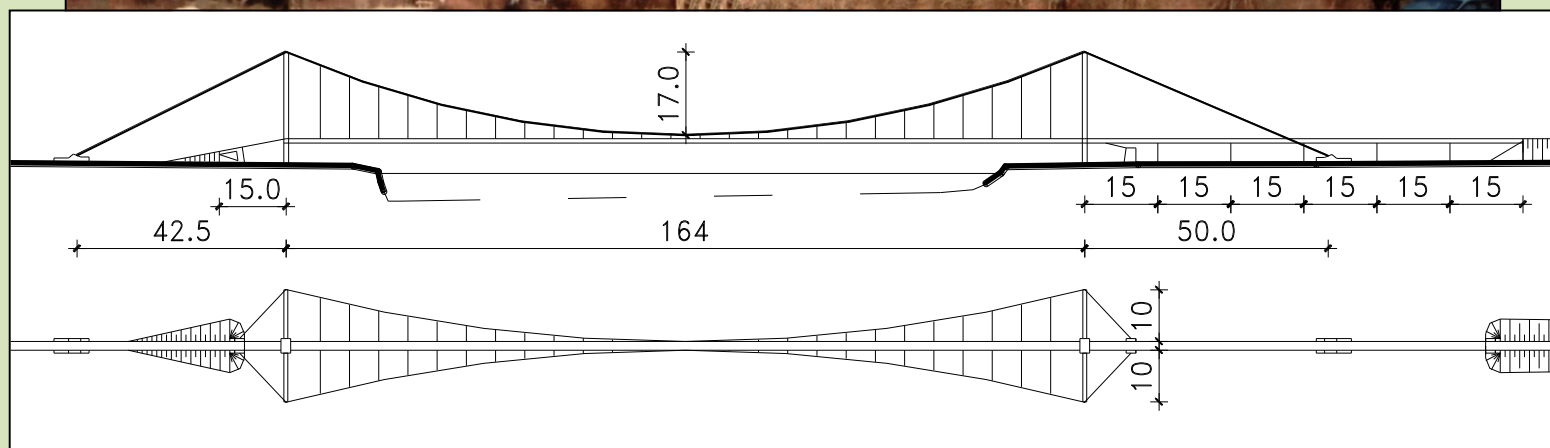
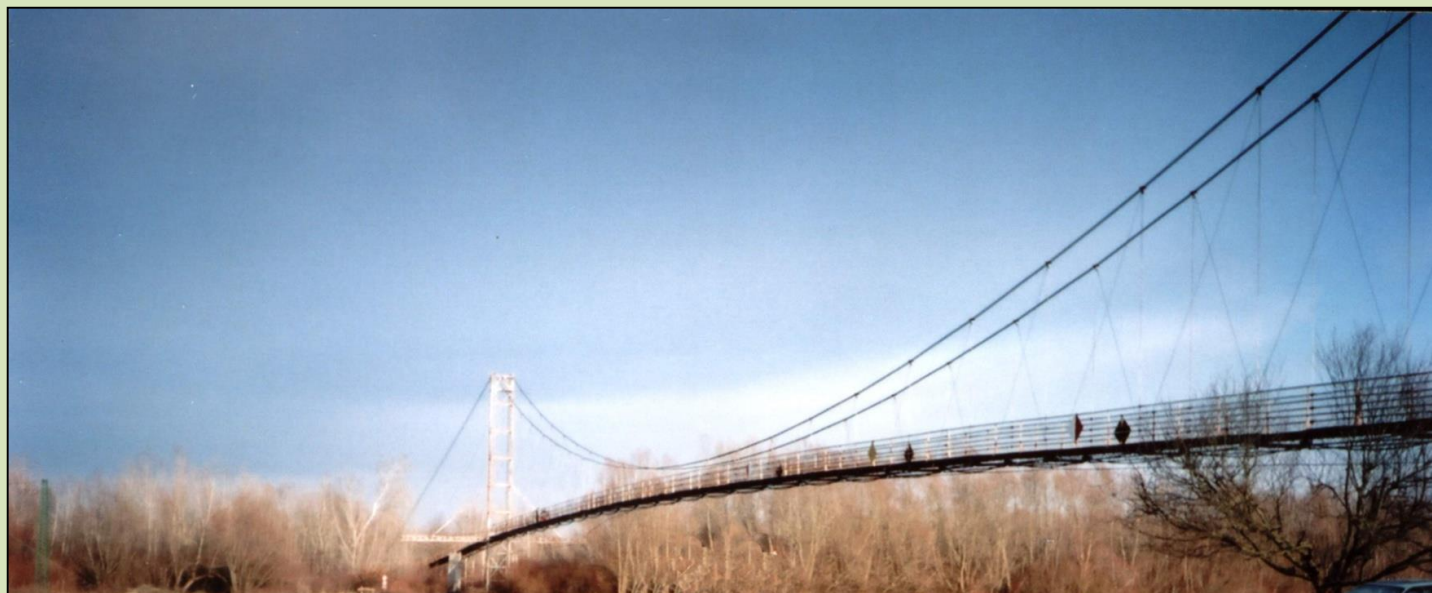
Zanimljiv je most preko Drave kod Križnice (Pitomače), $L=164,0\text{m}$ (1967)



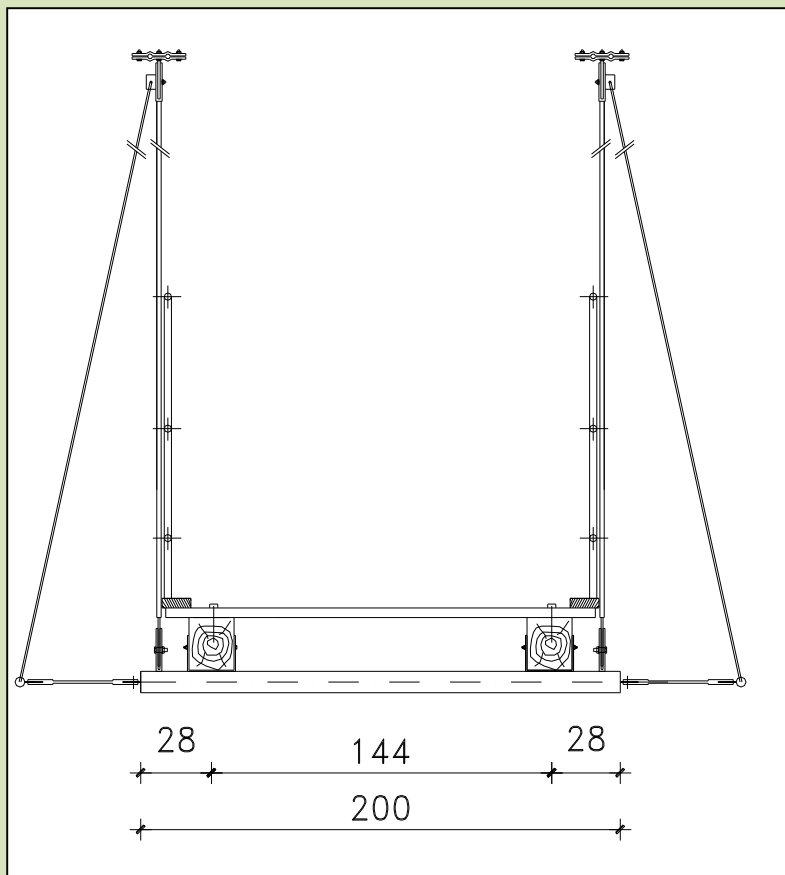


Pješački most, sagrađen 1968. god., povezuje selo Križnicu sa Pitomačom,
projektant dr.sc. Matej Meštrić

Raspon mosta 164 m, strelica lančanice 15.23m, $L/f=10.8$



- Glavna nosiva užad od po 2 Φ 40mm
- vertikalne vješaljke, bet. čelik Φ 18mm
- rešetkasti poprečni nosači
- uzdužni nosači od drvenih greda 18x20 cm
- pomost od drvenih platica
- horizontalni vjetrovni spreg, gl. Uže Φ 25mm, kosa i horiz. užad Φ 10mm

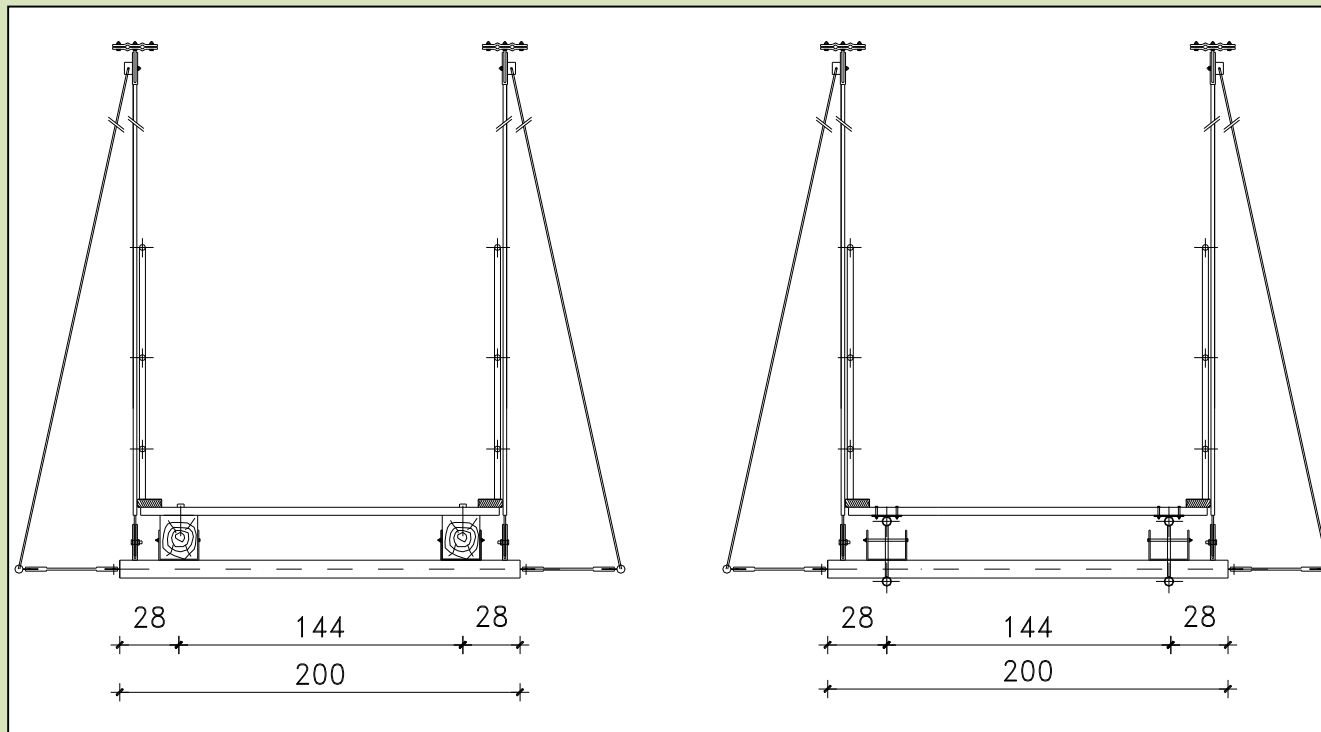


Čelični piloni od zavarenih
bešavnih cijevi



Obnova mosta 1994. godine: osim dotrajale ograde, glavnih drvenih uzdužnih greda i pomosta, trebalo je zamijeniti i užad vjetrovnog sprega, koja je tijekom Domovinskog rata bila oštećena.

Drvene grede zamijenjene sa rešetkastim “R” nosačima, izmjenjene su drvene platice, izvršena je zamjena užadi vjetrovnog sprega od ϕ 10 na ϕ 12 mm, odnosno od ϕ 25 na ϕ 30 mm.





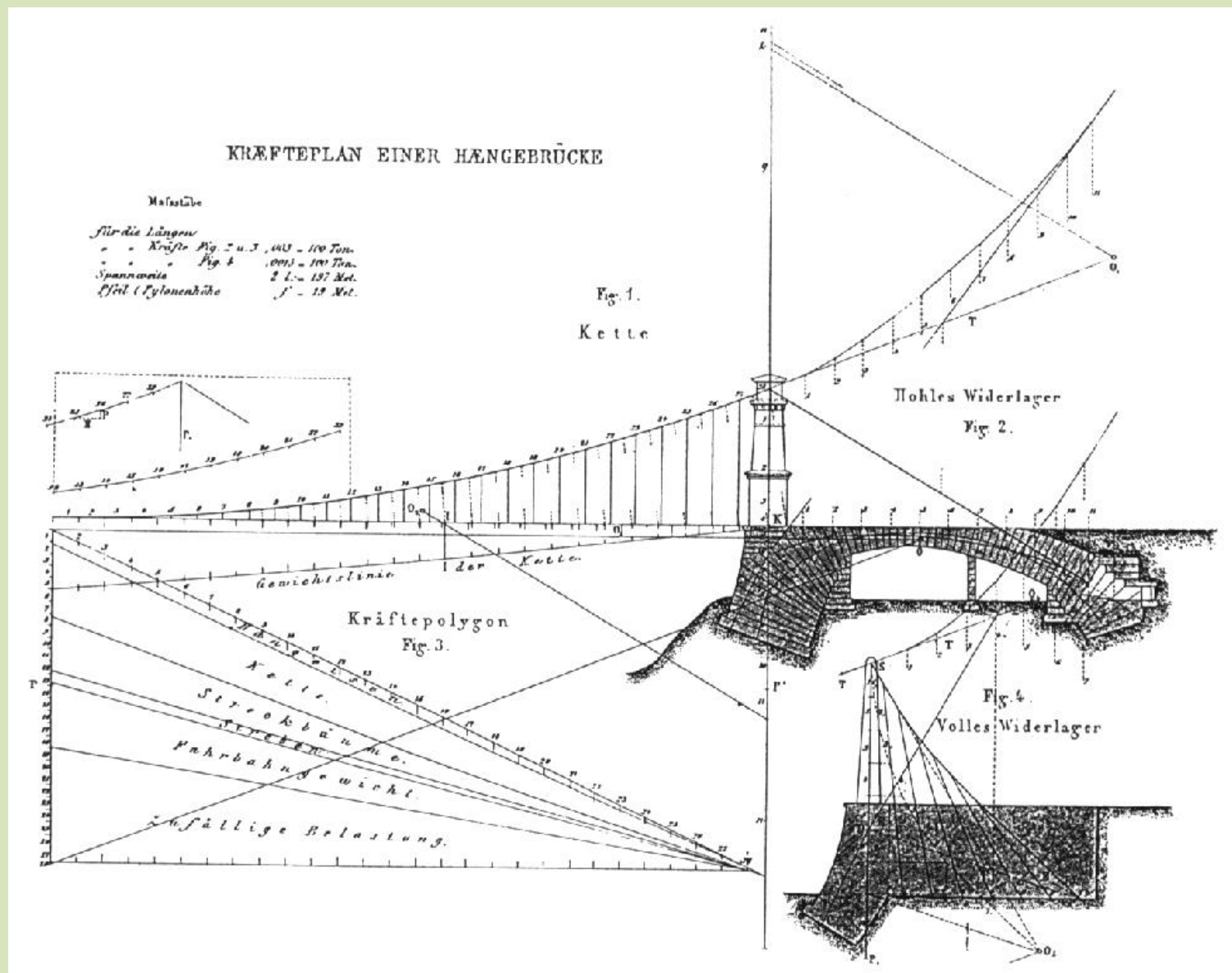
Proračun

- Prvu teoriju za proračuna postavio je *Navier 1823. godine.*
- *Rankine (1858.):* uključuje u analizu greda za ukrućenje
- Vrhunac u razvoju teorije ostvario je *Melan 1888. godine.*
- Teorija se zasniva na proračunu kod kojeg se greda za ukrućenje ponaša kao elastičan štap
- Po ovoj teoriji proračunati su američki mostovi, a pretpostavke su:
 - Nosivo uže je element opisan samo aksijalnom krutošću,
 - Greda za ukrućenje je horizontalna i ravna, konstantne krutosti
 - Vlastita težina grede i užadi je jednoliko raspodijeljena,
 - Užad preuzima ukupnu vlastitu težinu
- Teorija II reda: Ritter 1877., Levy 1886., Melan 1888.





Karl Culmann 1866., grafička statika



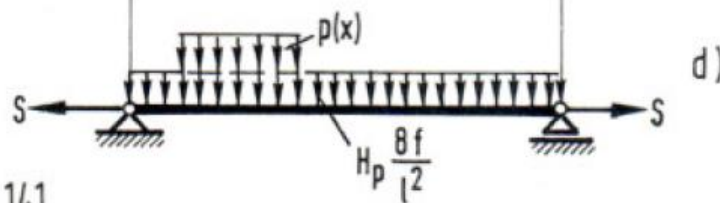
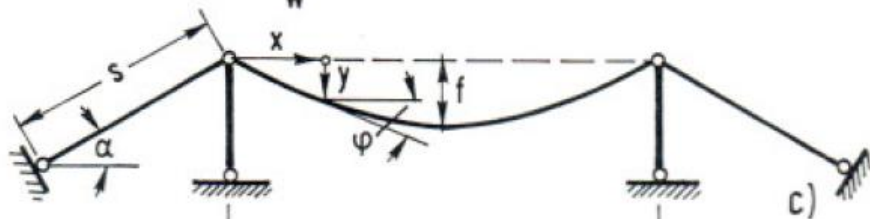
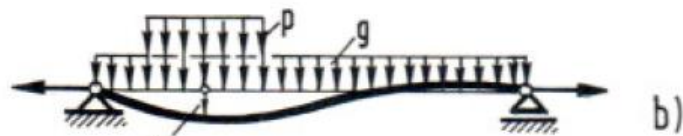
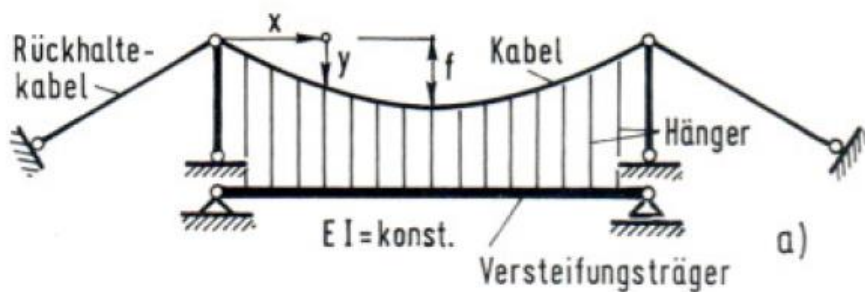


Bild 141

Pretpostavke analitičkog proračuna:

1. Ukupnu V.T. nosi sam kabel
2. Greda kontinuirano ovješena (a ne na diskretne vješaljke)
3. Piloni i vješaljke su nedeformabilni na uzdužne sile
4. Kabel je na pilonima uzdužno pomično oslonjen



- Prema pretpostavki 1. oblik kabela je za vlastitu težinu g parabola (jednadžba užeta – slika a): $y = \frac{g}{2H_g} x(l - x); \quad g + H_g y'' = 0$

y koordinata užeta pozitivno prema dolje,

H_g = horizontalni vlak u kabelu od g (težina grede)

Za f = provjes u sredini mosta slijedi:

$$y(l/2)=f \quad \Rightarrow \quad H_g = \frac{gl^2}{8f} \quad \Rightarrow \quad y'' = -\frac{8f}{l^2}$$

- **Za prometno opterećenje $p(x)$ i promjenu temperature t u gredi nastaju progibi $w(x)$, koji su prema pretpostavkama 2. i 3. jednaki vertikalnim pomacima kabela (slika b).**

Pomacima $w(x)$ pridruženi su momenti savijanja $M(x)$ i poprečne sile $Q(x)$ u gredi

Horizontalni vlak H_g raste za veličinu H_p na vrijednost: $H = H_g + H_p$



- **Pod prometom, na gredu za ukrućenje djeluje kontinuirano opterećenje $q(x)$** , koje se sastoji od $p(x)$ i $s(x)$, gdje je $s(x)$ prema gore djelujuće razmazano opterećenje sila u vješaljka po m' :

$$q(x) = p(x) - s(x)$$

- **Na kabel opterećenje $s(x)$ djeluje kao kontinuirano opterećenje prema dolje**
- Za deformirani element kabla sukladno pretpostavci parabole vrijedi diferencijalna jednačba:

$$g + s(x) + H [y''(x) + w''(x)] = 0 \quad \Rightarrow \quad s(x) = -g - H [y''(x) + w''(x)]$$

Gornja jednačba sadrži jednačbe ravnoteže $\Sigma V=0$ i $\Sigma M=0$ na infinitezimalnom elementu dx kabla bez fleksijske krutosti.

Rezultantna *koordinata u deformiranom obliku iznosi: $y + w$*

$$q(x) = g + p(x) + Hy''(x) + Hw''(x) = -H_g y''(x) + p(x) + (H_g + H_p) y''(x) + Hw''(x)$$

Taj dio opterećenja ubacuje se u osnovnu jednačbu savijanja štapa

EI = krutost grede za ukrućenje $EIw''''(x) = q(x)$

$$EIw''''(x) - Hw''(x) = p(x) + H_p y''(x)$$



U gornjoj jednadžbi pretpostavljeno je da je $EI = \text{konst}$ i zanemaren je doprinos posmičnih deformacija.

Prva pretpostavka se općenito ostvaruje konstrukcijskim oblikovanjem, a druga je zbog vitkosti grede zadovoljena.

Jednadžba predstavlja osnovnu jednadžbu za gredu za ukrućenje pravih u tlo usidrenih visećih mostova.

Diferencijalna jednadžba se može riješiti, ako je poznata veličina H_p .

Da se H_p može izračunati potreban je deformacijski uvjet, koji kaže:

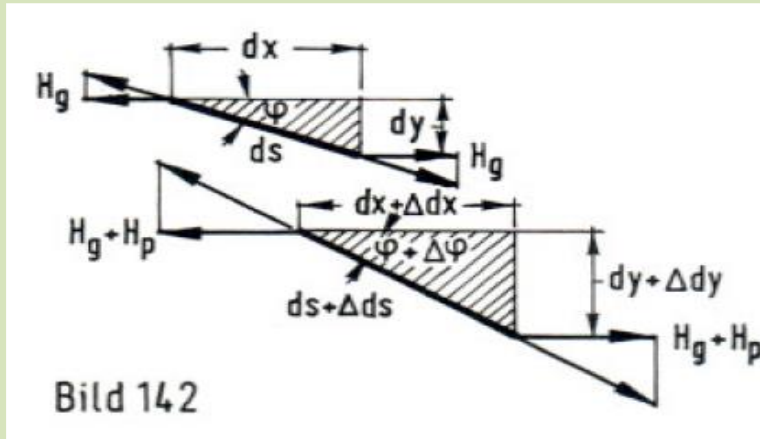
Zbroj horizontalnih projekcija infinitezimalnih promjena duljine kabla je jednak nuli.

Drugim riječima razmak usidrenja kabla se ne mijenja.



Sljedeća slika pokazuje element kabela duljine ds u početnom stanju sa horizontalnom komponentom H_g .

Ispod je prikazan isti element produljen za Δds u deformiranom položaju sa horizontalnom komponentom $H = H_g + H_p$.



Promjena duljine uslijed prometnog opterećenja p i promjene temperature t iznosi:

$$\Delta ds \approx \frac{H_p}{\cos(\varphi + \Delta\varphi)} \cdot \frac{ds}{EA} + \alpha_t \cdot t \cdot ds \approx \frac{H_p}{\cos \varphi} \cdot \frac{ds}{EA} + \alpha_t \cdot t \cdot ds$$

$$(ds + \Delta ds)^2 = (dx + \Delta dx)^2 + (dy + \Delta dy)^2$$

$$ds \cdot \Delta ds = dx \cdot \Delta dx + dy \cdot \Delta dy \quad \Rightarrow \quad \Delta dx = \Delta ds \frac{ds}{dx} - \Delta dy \frac{dy}{dx}$$



Kako vrijedi

$$\frac{dx}{ds} = \cos \varphi; \quad \Delta dy \equiv dw$$

horizontalno produljenje kabela iznosi:

$$\Delta dx = \frac{H_P}{\cos \varphi} \cdot \frac{ds}{EA} \cdot \frac{ds}{dx} + \alpha_t \cdot t \cdot ds \frac{ds}{dx} - dw \cdot y' \quad \Rightarrow \quad \Delta dx = \frac{H_P}{EA \cos^3 \varphi} dx + \frac{\alpha_t \cdot t}{\cos^2 \varphi} dx - dw \cdot y'$$

Integracija uzduž cijele duljine l , od lijevog do desnog usidrenja i formuliranje deformacijskog uvjeta (razmak između sidrišta se ne mijenja):

$$\int_0^l \Delta dx = 0$$

$$\text{daje: } \frac{H_P}{EA} \cdot \int_0^l \frac{dx}{\cos^3 \varphi} + \alpha_t \cdot t \cdot \int_0^l \frac{dx}{\cos^2 \varphi} - \int_0^l w' y' dx = 0$$

$$\text{Zadnji član gornjeg izraza se parcijalno integrira: } \int_0^l w' y' dx = w \cdot y' \Big|_0^l - \int_0^l w \cdot y'' dx$$

Prvi član je zbog $w(0) = w(l) = 0$ jednak nuli, a $y'' = \text{konst.}$, pa preostaje:

$$\int_0^l w' y' dx = -y'' \int_0^l w(x) dx = \frac{8f}{l^2} \int_0^l w(x) dx$$



S kraticama

$$L_k = \int_0^l \frac{dx}{\cos^3 \varphi}; \quad L_t = \int_0^l \frac{dx}{\cos^2 \varphi}$$

iz jednadžbe
$$\frac{H_p}{EA} \cdot \int_0^l \frac{dx}{\cos^3 \varphi} + \alpha_t \cdot t \cdot \int_0^l \frac{dx}{\cos^2 \varphi} - \int_0^l w' y' dx = 0$$

dobije se jednadžba za određivanje vrijednosti H_p :

$$H_p \frac{L_k}{EA} + \alpha_t \cdot t \cdot L_t - \frac{8f}{l^2} \int_0^l w(x) dx = 0$$

Značajke kabela L_k i L_t za osnovni sustav iznose:

$$L_k = l \cdot \left[1 + 8 \left(\frac{f}{l} \right)^2 \right] + \frac{2s}{\cos^2 \alpha}; \quad L_t = l \cdot \left[1 + \frac{16}{3} \left(\frac{f}{l} \right)^2 \right] + 2 \frac{2s}{\cos \alpha}$$

Rješenje se traži rješavanjem osnovne diferencijalne jednadžbe (slika d):

$$EI w'''' - (H_g + H_p) w'' = p(x) - H_p \frac{8f}{l^2}$$

gdje se slobodne vrijednosti određuju iz rubnih uvjeta.



Osnovna diferencijalna jednačba može se prikazati u obliku izraza za ukupni moment grede:

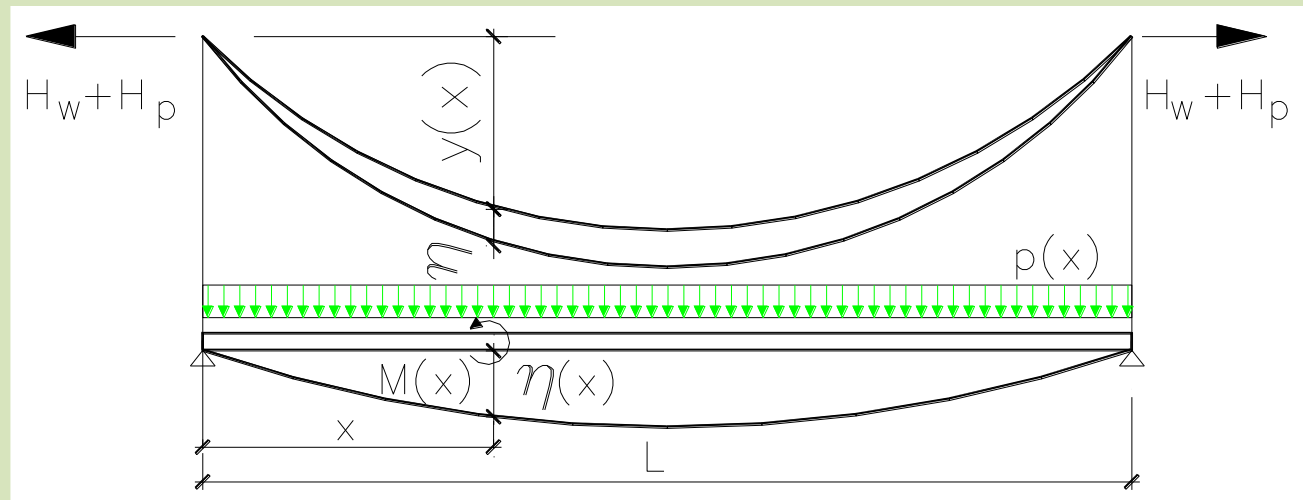
$$M(x) = M_0(x) - H_p y(x) - (H_w + H_p) \eta(x)$$

$M_0(x)$ - moment savijanja od pokretnog opterećenja na gredi s rasponom jednakom razmaku između pilona

H_w , H_p - vlačne sile u užetu od stalnog i pokretnog opterećenja

$y(x)$ - ordinata kabela

$\eta(x)$ - progib od pokretnog opterećenja





AERODINAMIČKA STABILNOST

- Sadrži spoznavanje odziva konstrukcije na strujanje zraka (vjetar)
- Kod visećih mostova kritičan je odziv grede za ukrućenje
- Strujanje zraka uzrokuje statičko i dinamičko djelovanje u sva tri oblika

a) Horizontalni potisak (*drag*):

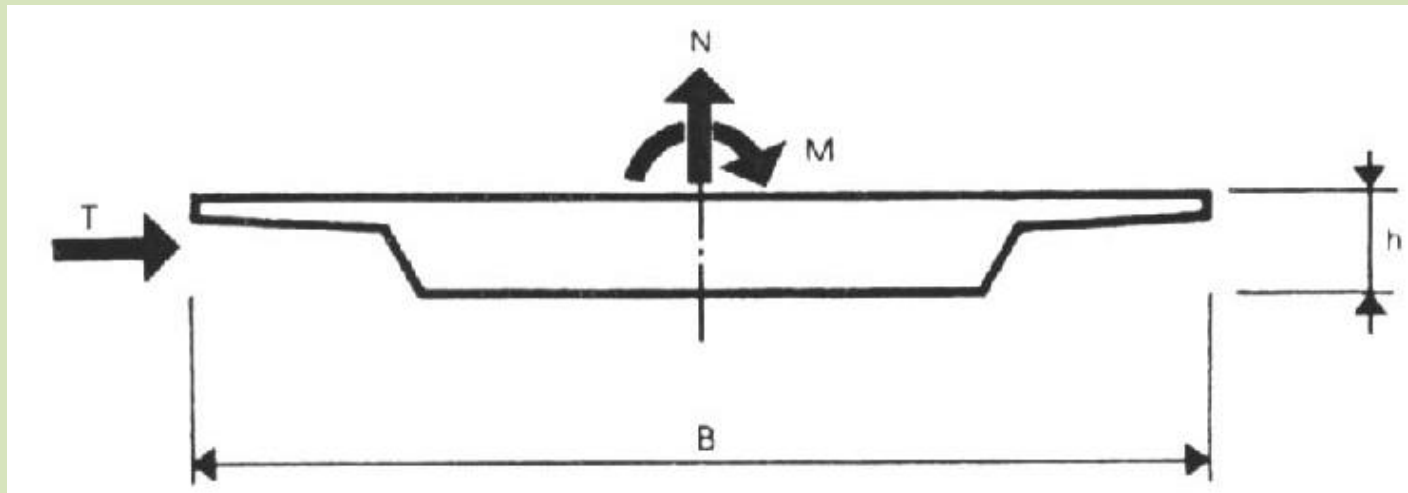
$$T = C_T * q_0 * A$$

b) Vertikalno odizanje (*lift*):

$$N = C_N * q_0 * A$$

c) Torzijski moment:

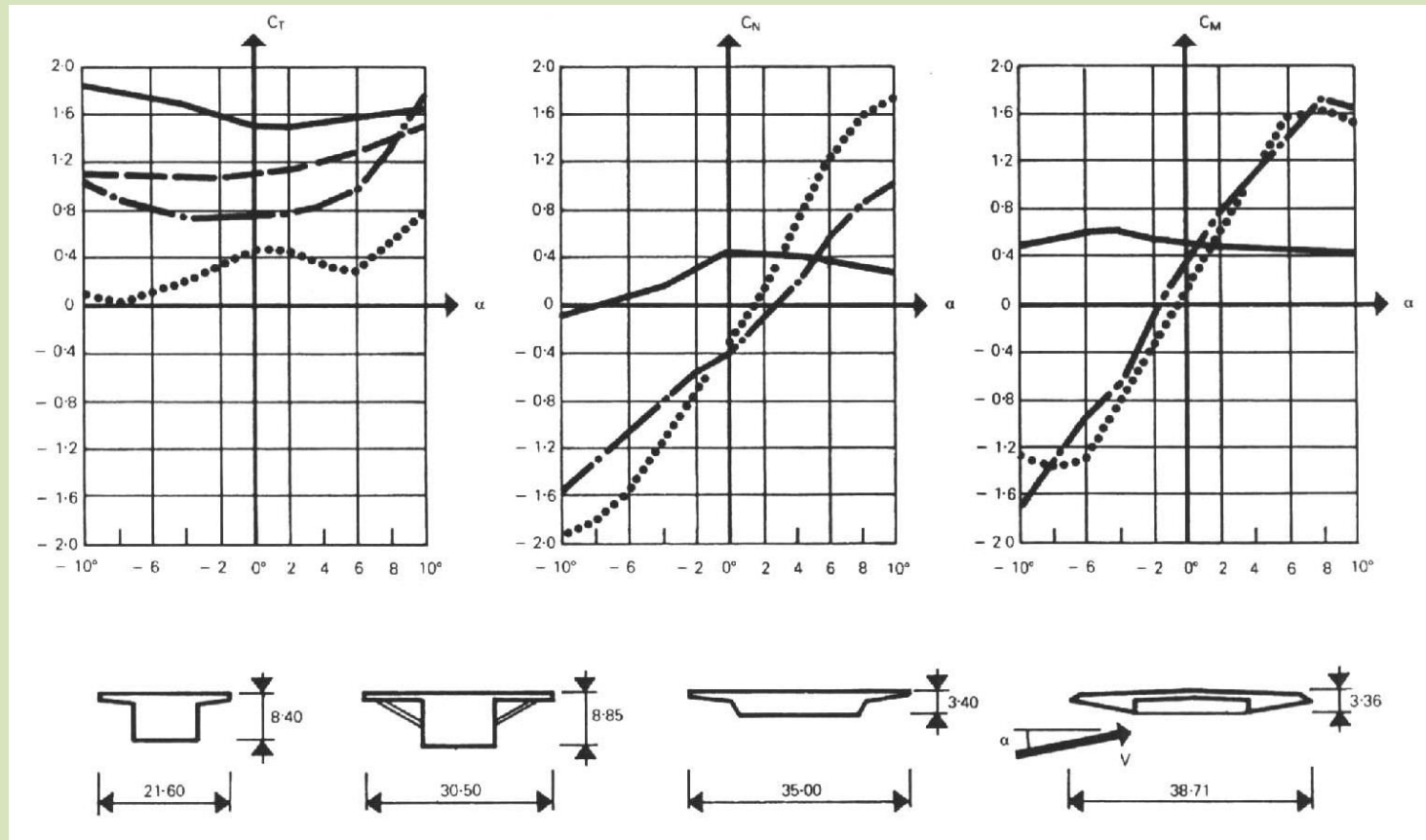
$$M = C_M * q_0 * A$$





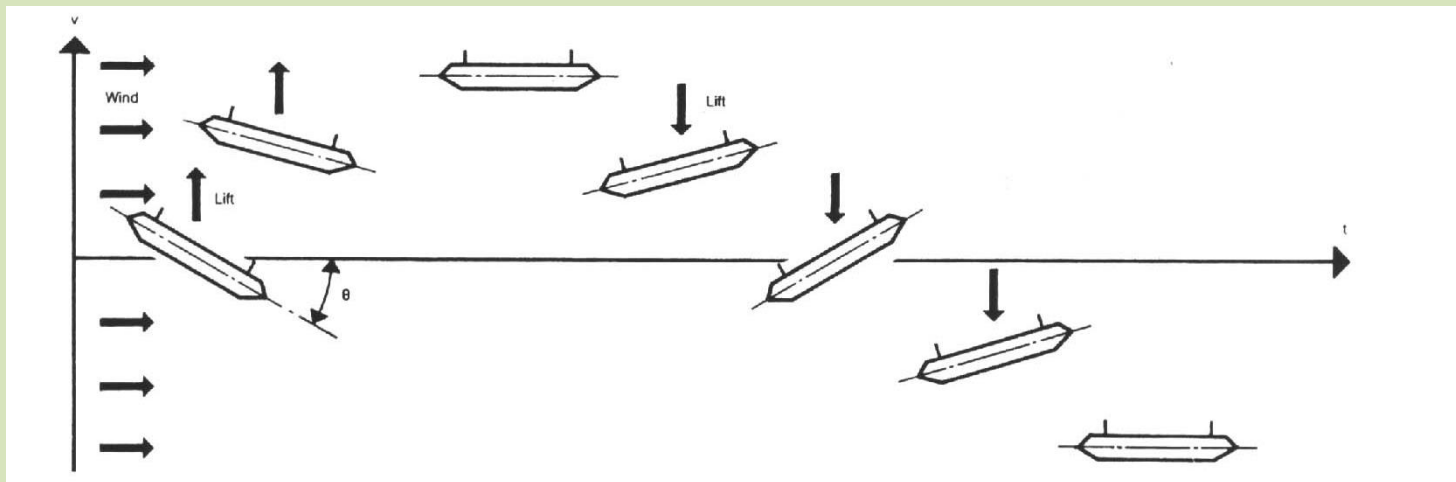
Intenzitet pojedinog djelovanja ovisi o:

- brzini vjetra
- napadnom kutu
- obliku poprečnog presjeka





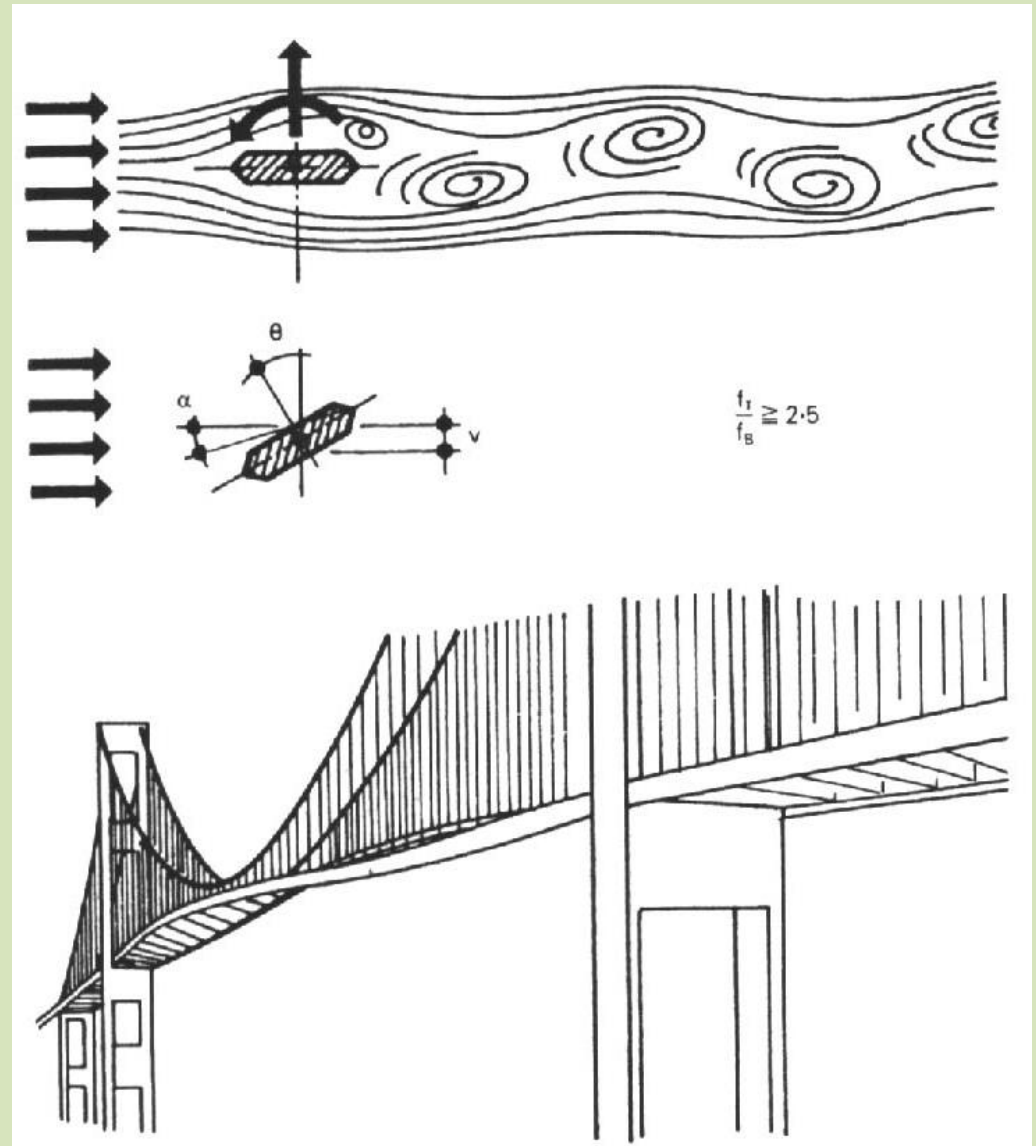
- Utjecaj statičkog djelovanja vjetra uzrokuje bočne horizontalne pomake i savijanje oko vertikalne osi; to djelovanje se proračunava nazovi-statičkom analizom po uzoru na ostale konstrukcije.
- Odizanje i torzija nastaju kao interakcija pomicanja konstrukcije i djelovanja vjetra i ima izrazito dinamički karakter
- Postoji strujanje kod kojeg dolazi do odvajanja vrtloga, kod čega su pomaci konstrukcije obično mali i ne zbrajaju se, ali mogu utjecati na sigurnost na zamor.
- Opasan oblik odziva konstrukcije na strujanje zraka je dinamička nestabilnost i titranje, kombinirane fleksijske i torzijske vibracije, tzv. treperenje (*flutter*).





Pojmovi mjerodavni pri proračunu aerodinamičke stabilnosti su:

- kritična brzina vjetra
- osnovna frekvencija torzijskih oscilacija
- osnovna frekvencija oscilacija okomito na smjer vjetra.





■ PREPORUKE ZA IZVEDBU GREDE ZA UKRUĆENJE:

Za osiguranje aerodinamičke stabilnosti *O. H. Ammann* daje izraz:

$$S = 1600 (g / f) + 160000 (I / t^4) > 600$$

g – težina grede

f – provjes kabela

I – moment tromosti grede za ukrućenje

$t = L/100$, gdje je L =razmak pilona

(Za most *Tacoma*: $S=170$)

■ Opće preporuke za gredu za ukrućenje su:

$$H / L = 1/170;$$

$$B / L = 1/53;$$

$$f / L = 1/9$$





LITERATURA

- 1) Horvatić, D.; Šavor, Z.: Metalni mostovi, HDGK Zagreb, Zagreb 1998.
- 2) Stahlbau, Handbuch für Studium und Praxis, Band 2, Stahlbau-Verlags-GmbH, 1964.
- 3) Petersen, Ch.: Stahlbau, F. Vieweg & Sohn, Braunschweig / Wiesbaden, 1988.
- 4) Chen, Wai-Fah; Duan, Lian: Bridge Engineering Handbook, CRC Press, 2000.
- 5) Rasthofer, D.: Six Bridges: The Legacy of Othmar H. Ammann, Yale University Press, New Haven and London, 2000.
- 6) Forth Road Bridge, Institute of Civil Engineers, London, 1967.