

Građevinski Fakultet
Sveučilište u Zagrebu

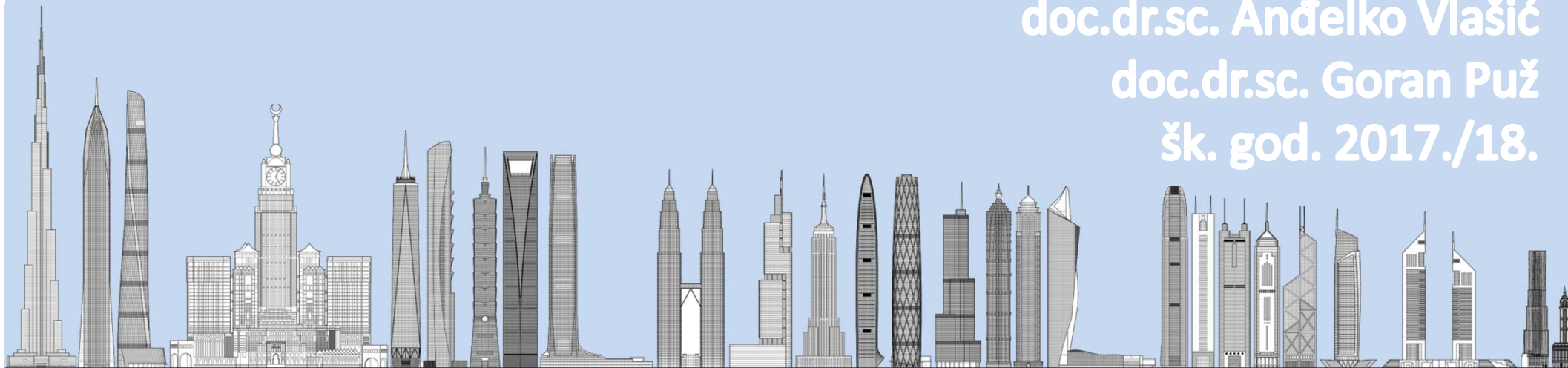
VISOKE GRAĐEVINE

6. Predavanje Okvirne konstrukcije (krute i sa spregovima)

doc.dr.sc. Anđelko Vlašić

doc.dr.sc. Goran Puž

šk. god. 2017./18.



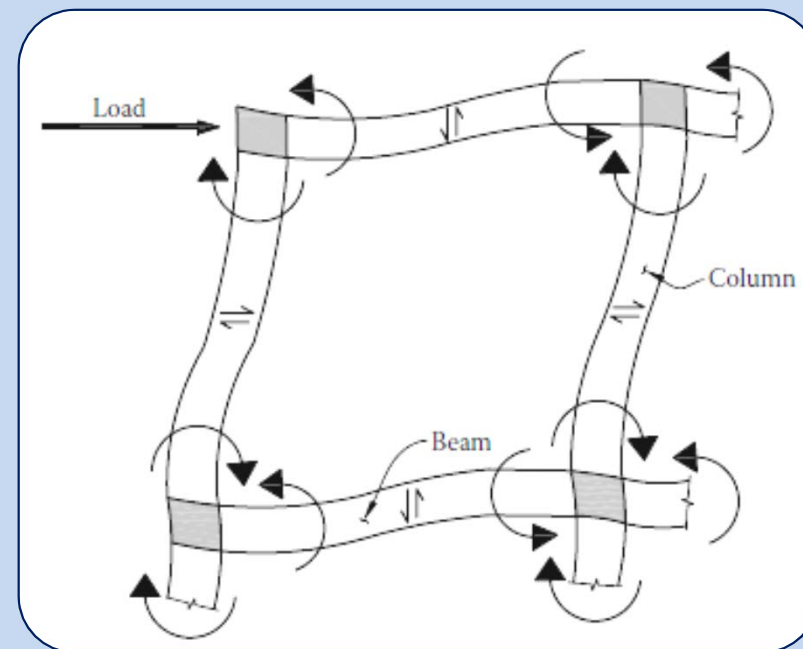
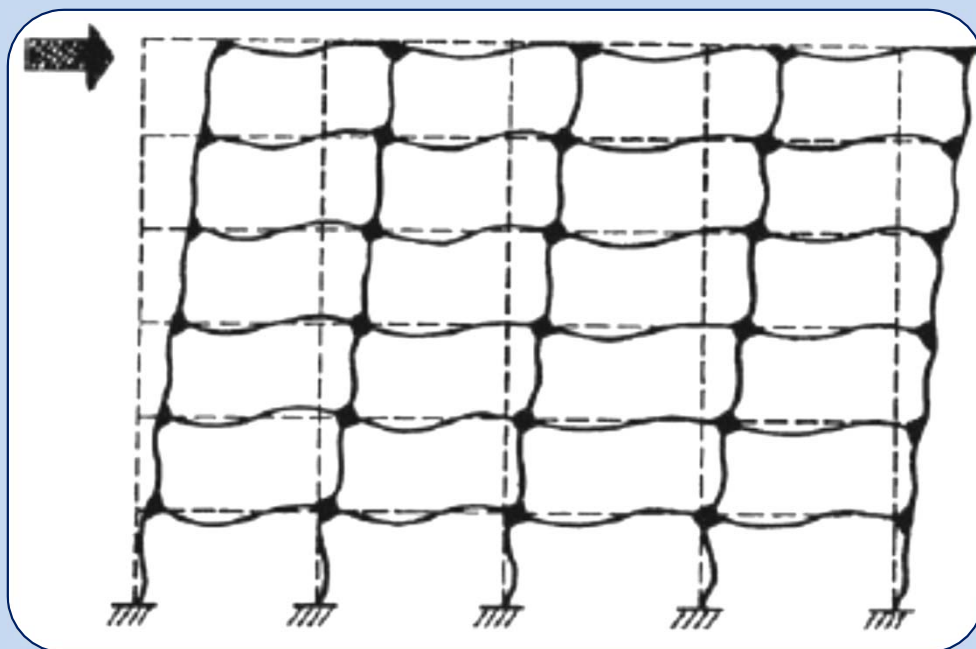
1. Općenito
2. Ponašanje krutog okvira
3. Tipovi spregova i njihovo ponašanje
4. Metode proračuna

Općenito

➤ Kruti okvir:

Sustav koji se sastoji od vertikalnih i horizontalnih elemenata (stupova i greda) koji su međusobno spojeni u čvorovima koji mogu prenijeti moment.

- Otpornost sustava na horizontalna opterećenja se ostvaruje preko savojne krutosti stupova, greda i njihovih spojeva
- Okvirni sustav aktivira se i kod prijenosa vertikalnih opterećenja, smanjujući momente savijanja u gredama.



➤ Prednosti sustava krutog okvira:

- Jednostavnost i praktičnost pravokutne pravilne forme
- Otvorenost prostora bez zidova ili spregova omogućava veliku slobodu pri definiranju unutrašnjeg rasporeda
- Jednostavna analiza i proračun, mogu se uspješno koristiti približne metode proračuna sa velikom točnošću

➤ Nedostaci sustava krutog okvira:

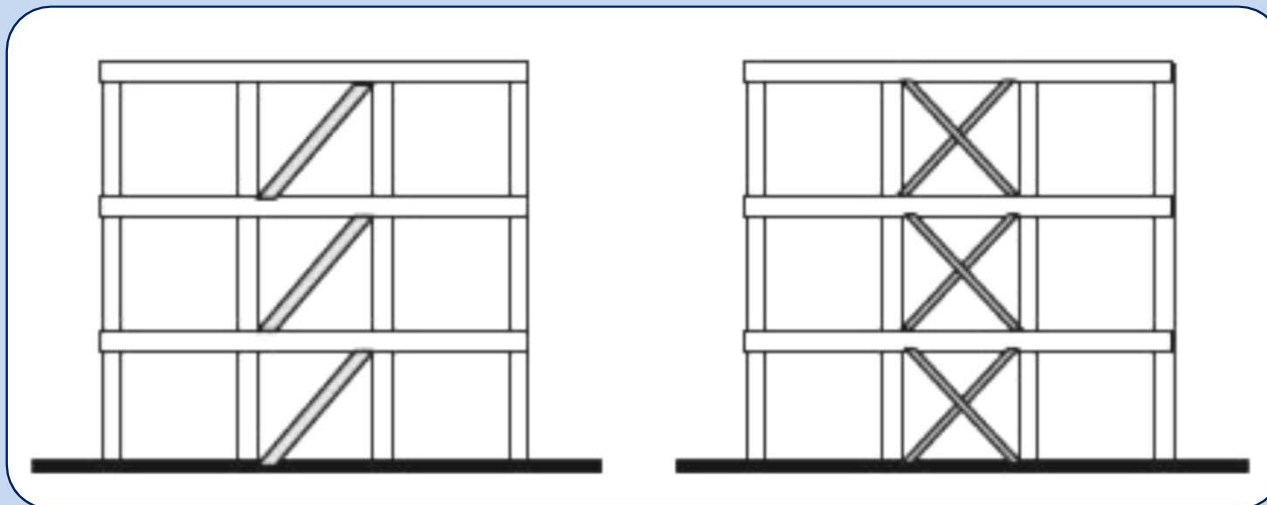
- Ekonomičnost do visine od svega 25 katova
- Relativno mala krutost na bočne pomake pa se za veće visine mora kombinirati sa drugim sustavima (posmični zidovi, jezgre, spregovi)
- Potreba za izvedbom skupih momentnih spojeva u čeličnoj izvedbi
- Potreba za sve većim dimenzijama elemenata grede prema dnu građevine – poteškoće u održavanju jednakih međukatnih konstrukcija u čitavoj građevini

- **Krutost okvira za horizontalna djelovanja ovisi o:**
 - veličini raspona polja okvira (obično je to 6 – 9 m)
 - broju stupaca polja u okviru
 - broju ravnina okvira
 - dimenzijama stupa
 - visini grede u okviru

- **Za dimenzioniranje okvira mjerodavno je savijanje elemenata stupova i greda pa će za veću krutost okvira najviše utjecati povećanje visine grede i debljine stupa**

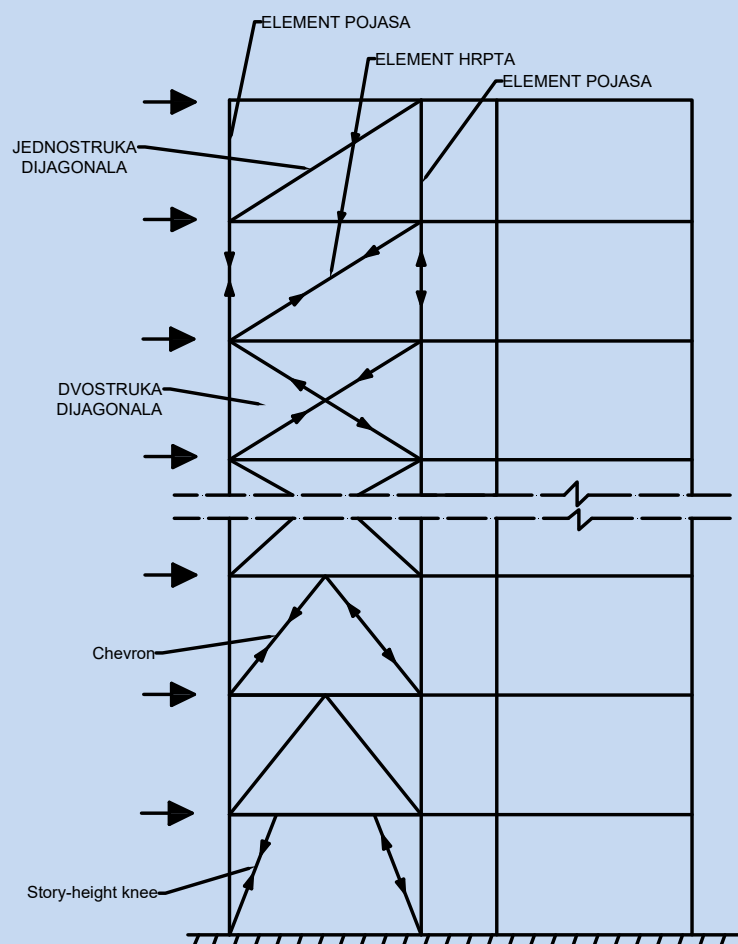
- **Krutost na savijanje pojedinih elemenata, dakle, definira krutost okvira**

- Ako okvirnom sustavu dodamo spreg u jedno ili više polja tada dolazimo do sustava poduprtog okvira („braced frame“)



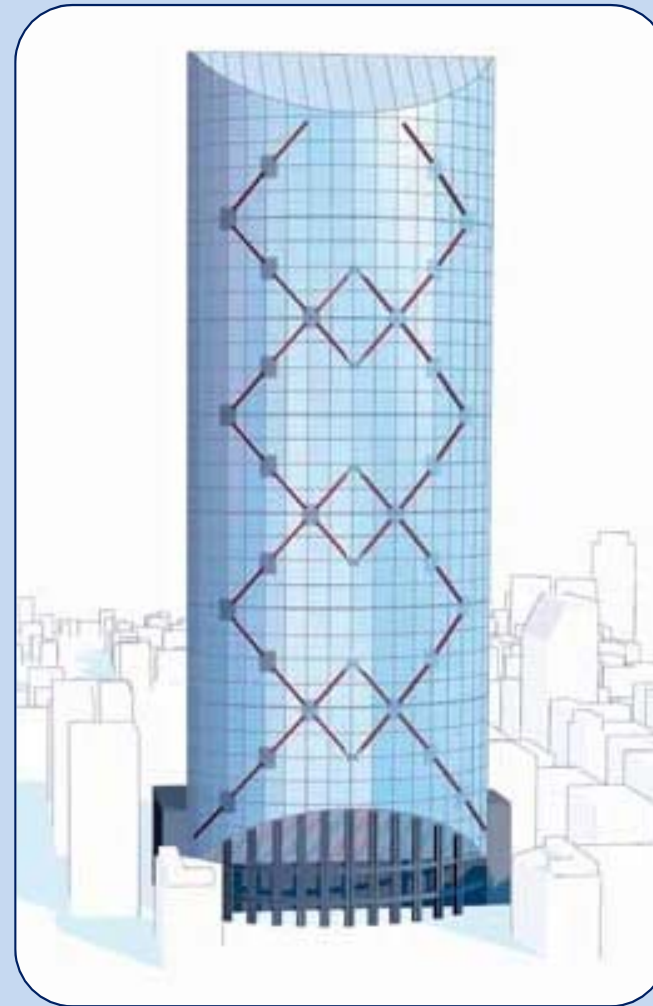
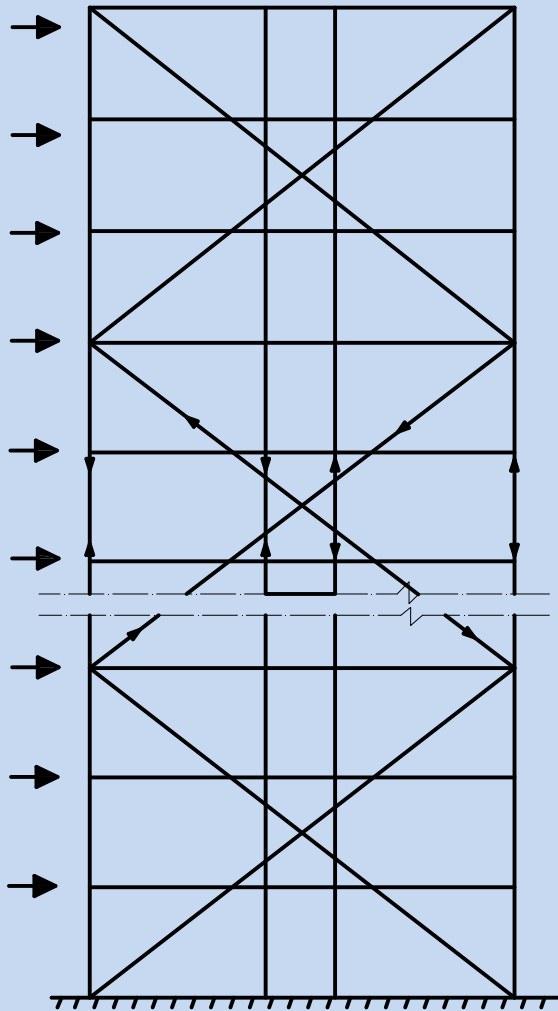
- Moguće povećanje broja katova sa dosadašnjih 25 (kruti okviri) do 60
- Kod poduprtog okvira stupovi i grede prenose pretežno vertikalno opterećenje, a elementi sprega (sa pripadajućim vertikalnim elementima) tvore vertikalnu rešetku koja se odupire horizontalnom opterećenju
- Povijesno su prve najviše zgrade u prvoj polovici 20.st. izvedene upravo u sustavu poduprtog okvira (Woolworth Tower, Chrysler Building, Empire State Building)

- **Spregovi i grede vertikalne rešetke čine njenu ispunu (hrbat), a stupovi čine njene pojaseve**
- **Spregovi su vrlo učinkoviti elementi jer savijanje i posmik preuzimaju uzdužnom silom (aksijalnim naprezanjem) i zbog toga mogu biti minimalnih dimenzija**



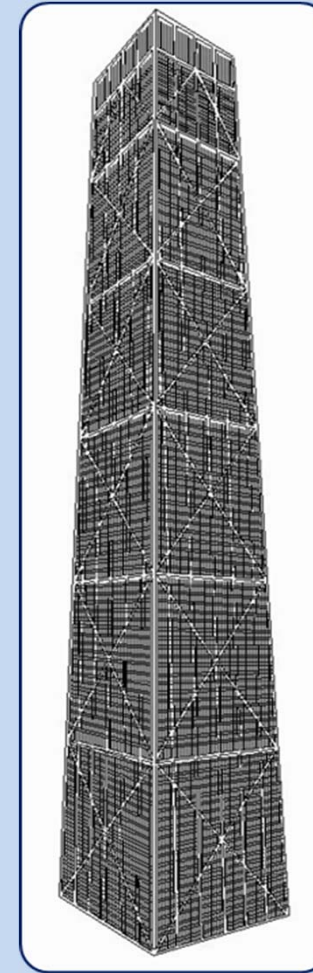
Super (mega) spregovi

- Spregovi se obično izvode u visini jedne (ili dvije etaže)
- Danas se pojavljuju i noviji, moderniji sustavi gdje se spregovi izvode u visini više etaža (mega spregovi ili super spregovi):



Super (mega) spregovi

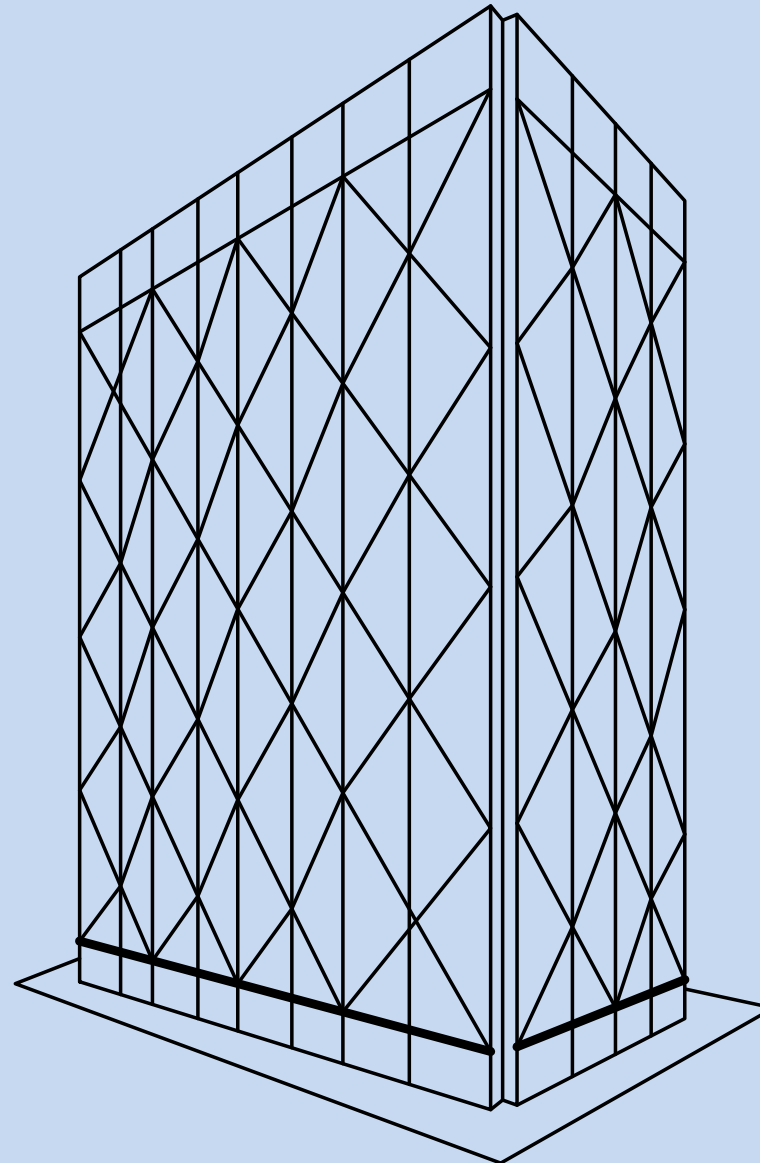
- Povećavanjem dimenzija spregova (visine i širine polja u kojem se nalaze dijagonale) povećava se i efikasnost sprega za preuzimanje horizontalnih opterećenja
- često se i veliki spregovi naglašavaju na fasadi kako bi se ostvario određeni arhitektonski dojam



Super (mega) spregovi

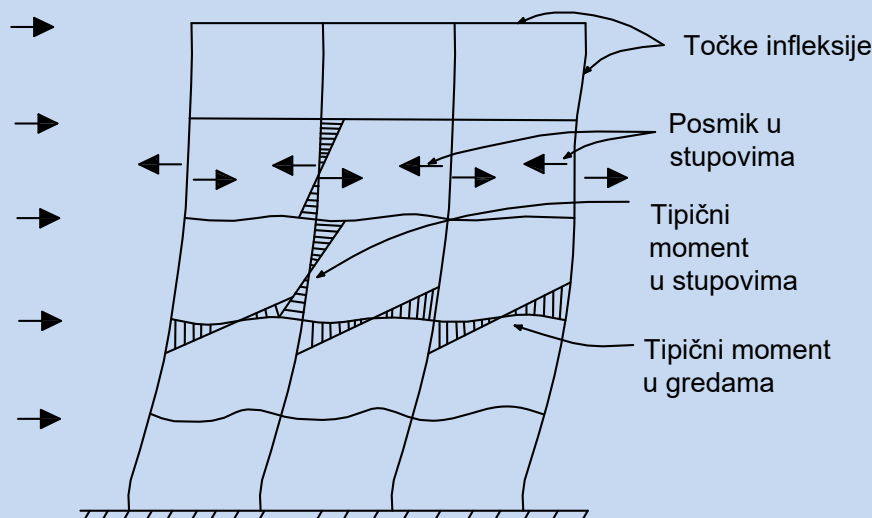
Alcan Building, San Francisco

- koristi spregove sa dvostrukim dijagonalama koji se protežu kroz 6 etaža
- ovako raspoređeni spregovi preuzimaju posmik, mobiliziraju sporedne stupove u preuzimanju momenta, i predaju vertikalno opterećenje sa sporednih stupova na glavne



Ponašanje krutog okvira

Deformacije krutog okvira uslijed horizontalnog opterećenja

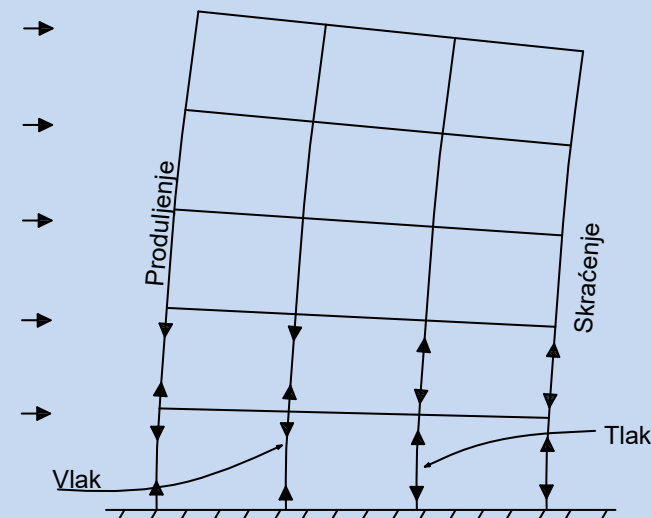


Posmični oblik

Opterećena strana zgrade se izvija konkavno, maksimalni nagib deformacije je blizu baze, minimalni nagib deformacije je na vrhu.

- Posmik koji pripada svakom katu preuzima stup toga kata
- Stupovi se unutar visine jedne etaže deformiraju sa zakrivljenosti promjenjivog predznaka i točkom infleksije na sredini stupa
- Momenti u čvorovima uzrokuju jednaki oblik deformacije greda

+

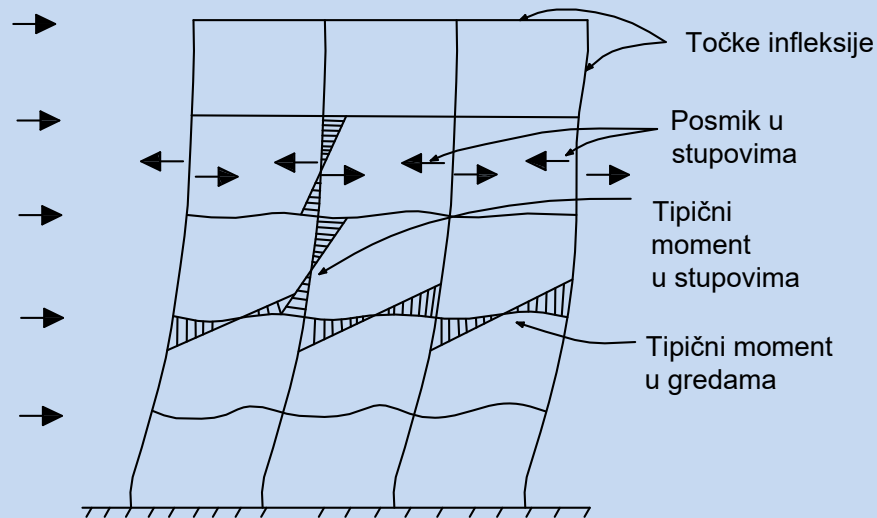


Oblik od savijanja

Kumulativno povećanje rotacije prema vrhu zgrade, kut rotacije kod baze zanemariv, na vrhu najveći

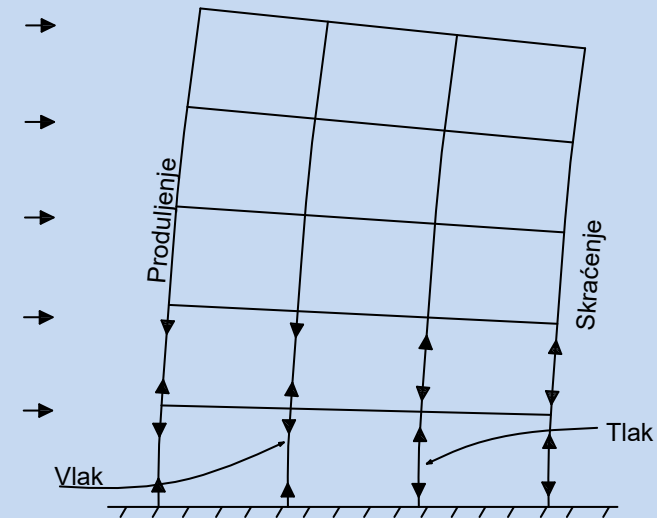
- Ukupni moment savijanja zgrade se preuzima na razini svake etaže sa spregom vlačnih i tlačnih sila u stupovima na suprotnim stranama zgrade
- Produljenje i skraćivanje svakog stupa uzrokuje pomak zgrade

Deformacije krutog okvira uslijed horizontalnog opterećenja



Posmični oblik

+

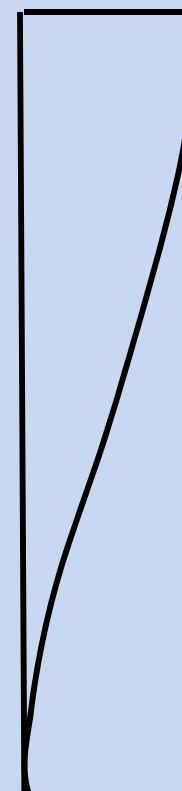
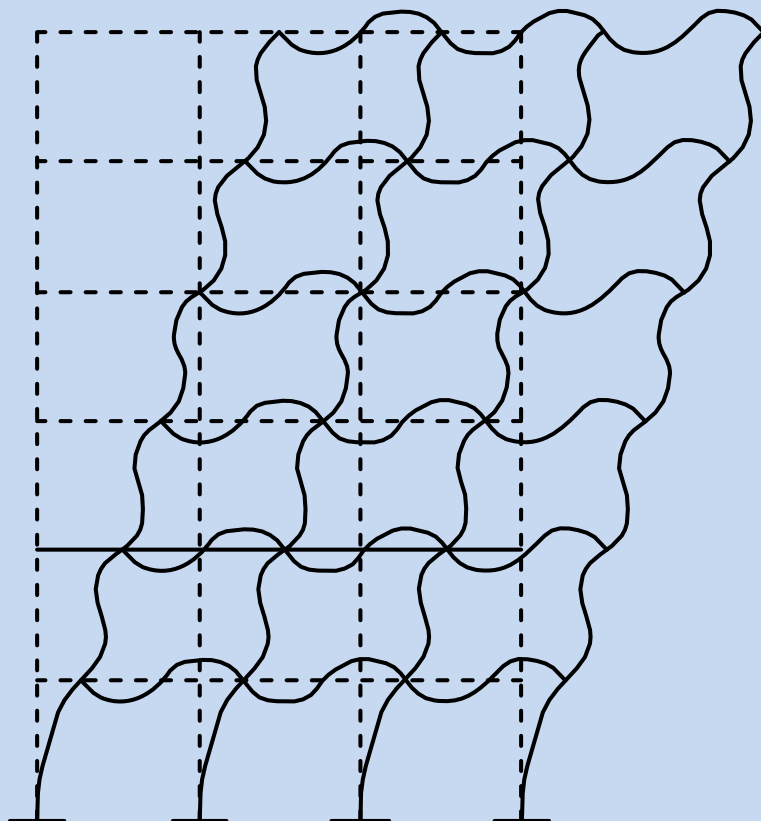
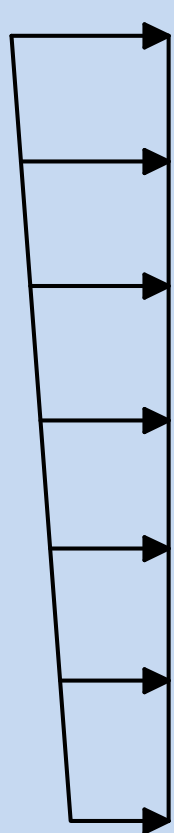


Oblik od savijanja

- Pomak katova (story drift) se prema vrhu povećava kod deformacije od savijanja zbog akumulacije rotacije prema vrhu
- Pomak katova (story drift) se prema vrhu smanjuje kod deformacije od posmika (posmik opada prema vrhu)

**DOMINANTAN OBLIK DEFORMIRANJA KOD KRUTIH OKVIRA JE POSMIČNI:
90% deformacija slijedi iz posmičnog oblika deformiranja**

Deformacije krutog okvira uslijed horizontalnog opterećenja



Oblik pomaka od posmika
(80-90% ukupnog pomaka)

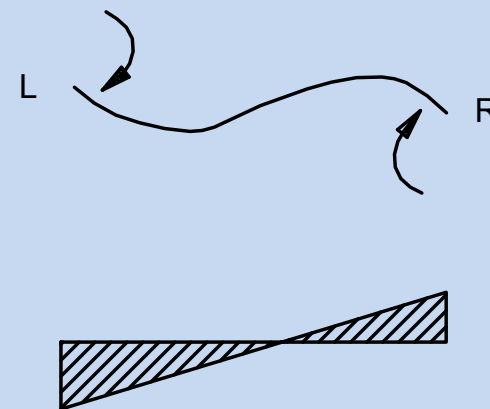
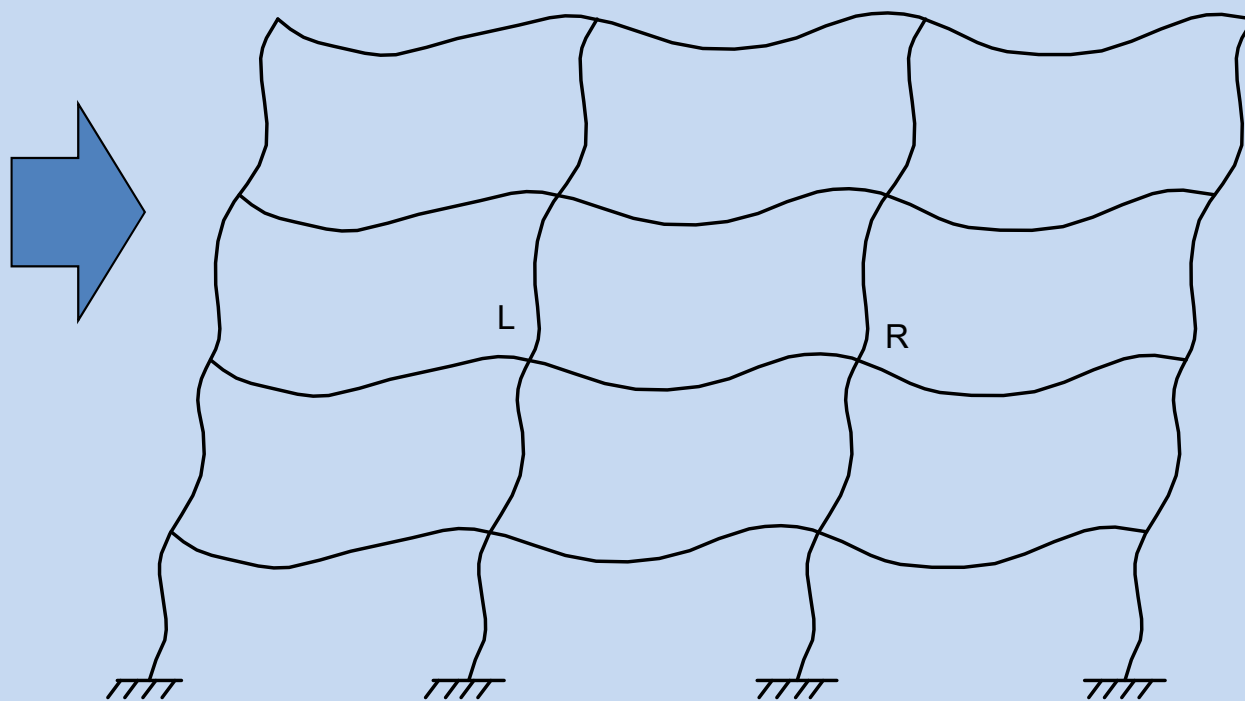


Oblik pomaka od savijanja
(10-20% ukupnog pomaka)

**DOMINANTAN OBLIK DEFORMIRANJA KOD KRUTIH OKVIRA JE POSMIČNI:
90% deformacija slijedi iz posmičnog oblika deformiranja**

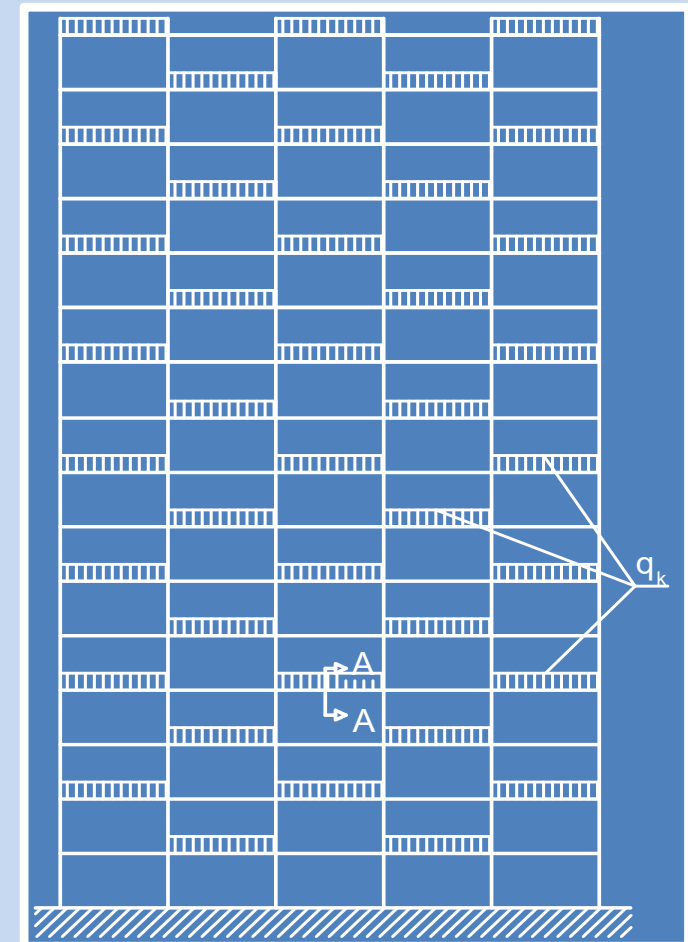
Moment savijanja krutog okvira uslijed horizontalnog opterećenja

- Moment u gredi na strani na kojoj djeluje horizontalno opterećenje (L) ima suprotan predznak od onog koji proizlazi iz vertikalnih opterećenja
- Na strani suprotnoj od djelovanja horizontalnog opterećenja (R) moment u gredi je jednakog predznaka kao i onaj od vertikalnih opterećenja

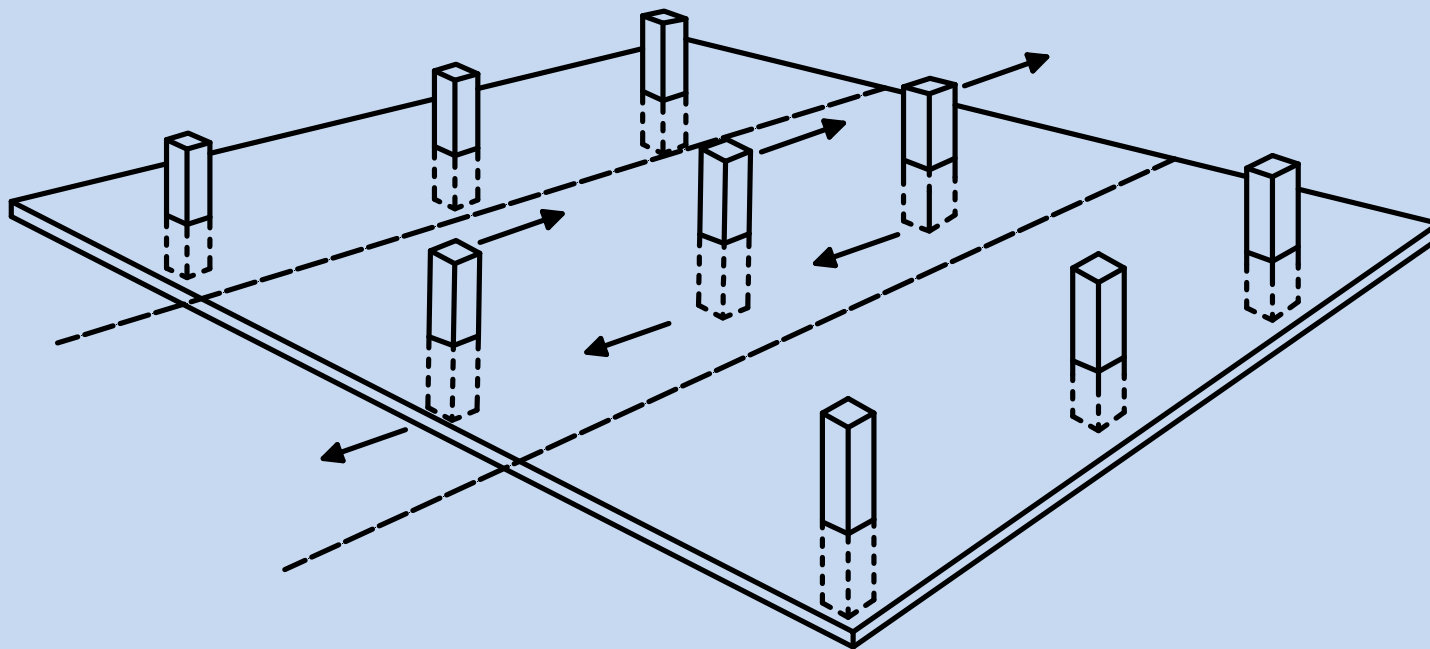


Ponašanje uslijed vertikalnog opterećenja

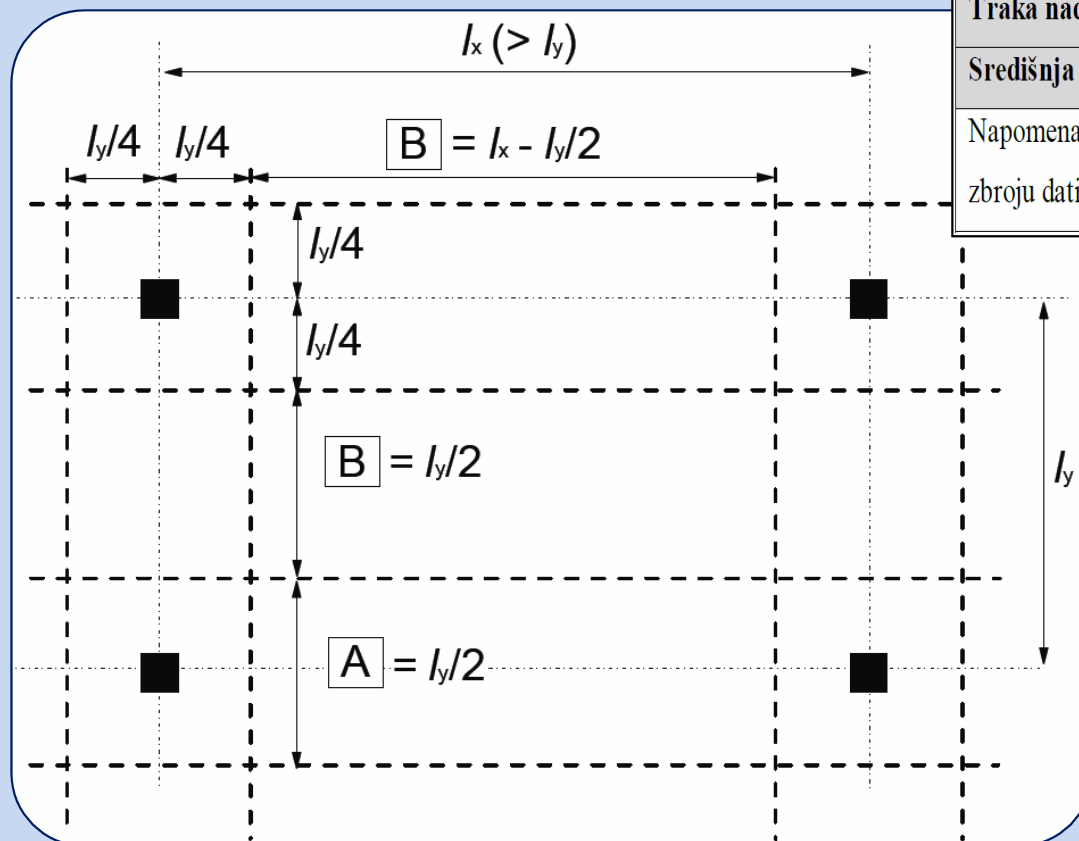
- U gredama – negativni momenti u blizini stupova, manji pozitivni momenti u sredini raspona
- Najveći momenti su posljedica rasporeda pokretnog opterećenja:
- Stupovi sa momentom savijanja također sudjeluju u prijenosu vertikalnog opterećenja
- Zbog toga su, u usporedbi sa sustavima gdje su grede zglobovno vezane sa stupovima, stupovi kod krutih okvira većih dimenzija, ali su zato grede manjih dimenzija



- Sustav gdje su grede okvira zamijenjene stropnim pločama koje su fiksno vezane za stupove ponaša se jednako kao kruti okvir
- Pomaci ovakvog sustava rezultat su deformacije stupova i savijanja ploče
- Mogu se izdvojiti trake ploče koje u sustavu djeluju kao grede

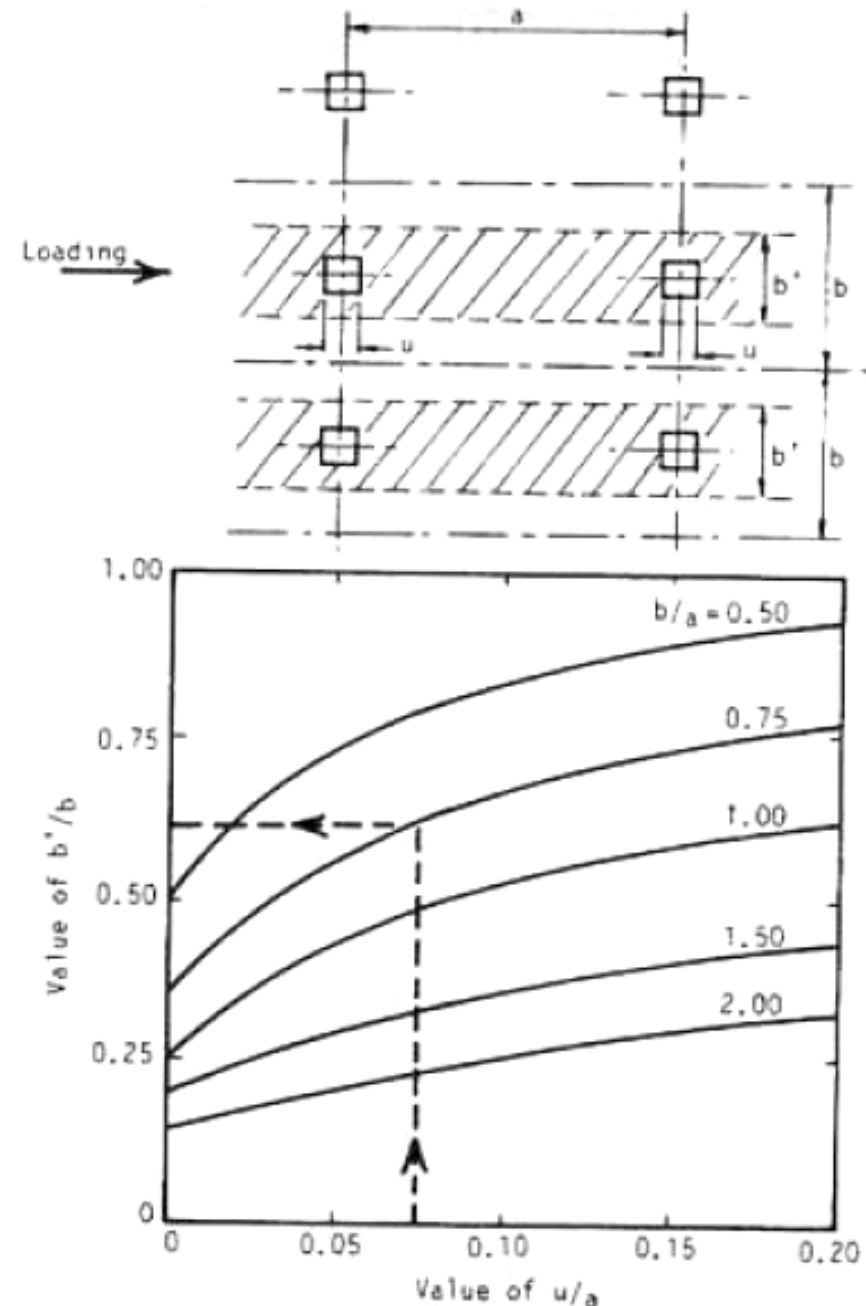


- Krutost ovih traka zamjenjuje krutost greda u jednakovrijednom okviru, pa se proračun može provesti na jednak način
- Prema EN 1992-1-1 krutost ploče se za horizontalna djelovanja reducira 40%, a raspodjela momenata savijanja iz zamjenjujućeg okvira u trake nad stupovima i središnje trake ostvaruje se na slijedeći način:



	Negativni momenti	Pozitivni momenti
Traka nad stupovima	60 – 80%	50 – 70%
Središnja traka	40 – 20%	50 – 30%
Napomena: Ukupni negativni i pozitivni momenti u traci nad stupovima i središnjoj traci trebaju u zbroju dati 100%.		

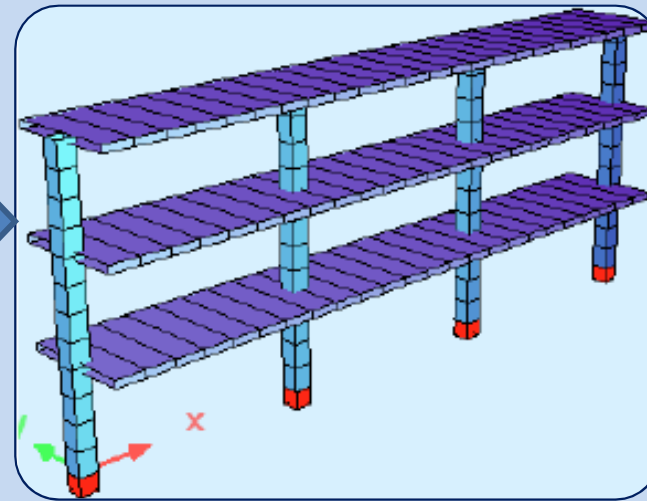
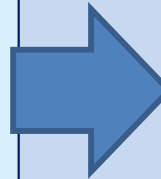
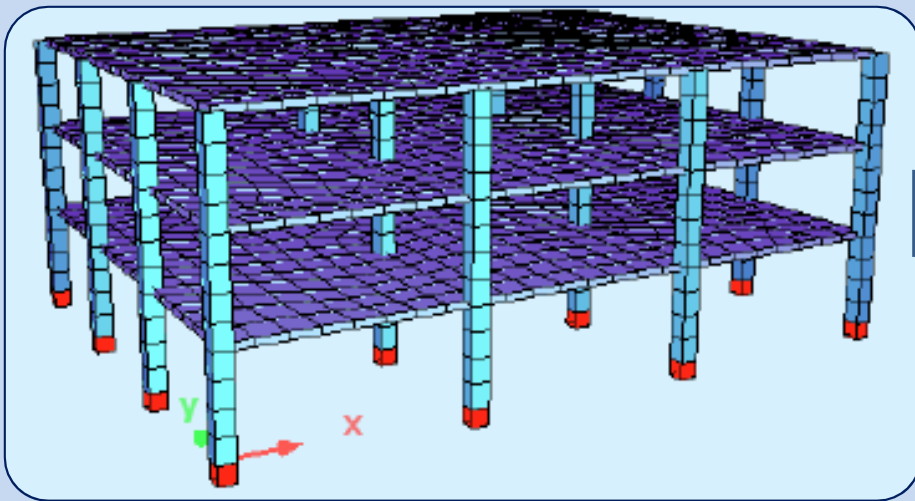
- Alternativno, sudjelujuća širina trake može se odrediti prema dijagramu (prema Stafford Smith i Coull):
- Vidljivo je da širina trake (a time i krutost grede okvira) najviše ovisi o dimenziji stupa i razmaku stupova u smjeru pomaka
- Drugi parametar utjecaja je odnos raspona stupova u oba smjera (b/a); kada on prelazi 1,5 tada utjecaj dimenzije stupa više nije značajan



- Modeli okvira za sustave ravnih ploča bez greda:

3D model

Ekvivalentni ravninski model



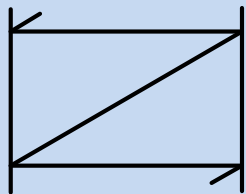
Tipovi spregova i njihovo ponašanje

Tipovi spregova

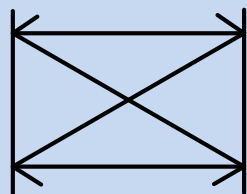
- Spregovi zatvaraju unutarnji prostor ili vanjske otvore na zgradi pa ih treba smjestiti i koncipirati kako bi što manje smetali traženom rasporedu zgrade
- Suradnja arhitekta i inženjera – kod visokih zgrada položaj spregova ne bi trebao biti primarno definiran arhitektonskim ciljevima nego strukturalnom učinkovitošću zgrade

Centrični spregovi - najučinkovitiji tipovi spregova

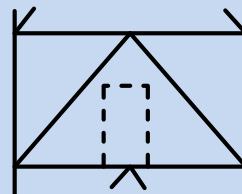
- Tvore pravilnu trokutnu vertikalnu rešetku:



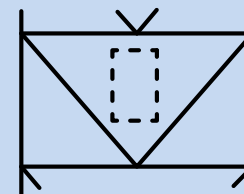
Jednostruka
dijagonala



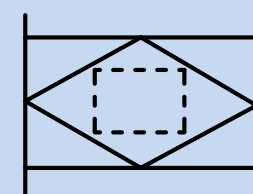
Dvostruka
dijagonala



K-dijagonala



K-dijagonala



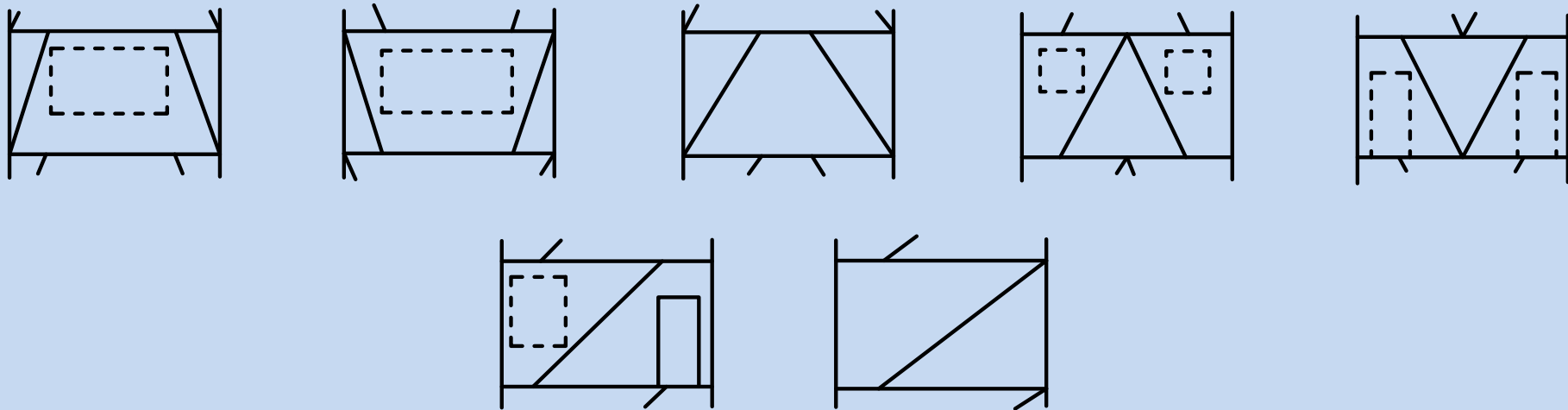
Dvostruka
K-dijagonala

- U rešetki od ovakvih spregova javljaju se samo uzdužne sile uslijed horizontalnog opterećenja

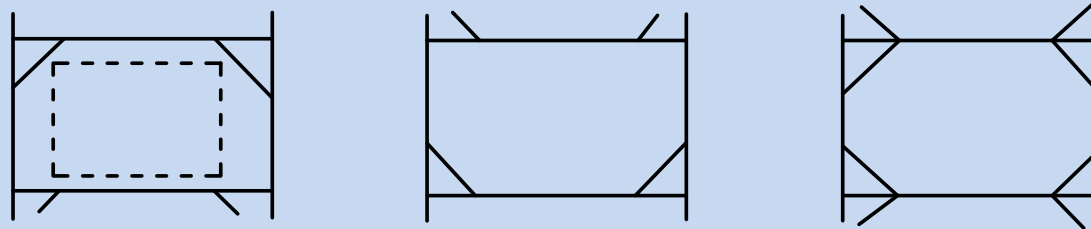
Tipovi spregova

Ekscentrični spregovi - manje učinkoviti tipovi spregova

- Ovakav oblik spregova uzrokuje savijanje u nosaču:

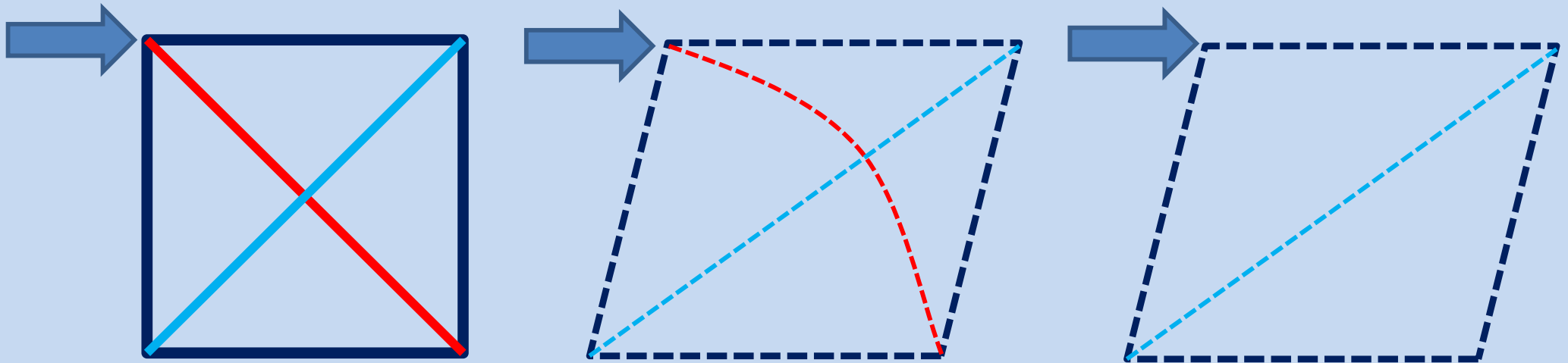


- Ovakav oblik spregova uzrokuje savijanje i u nosaču i u stupu:



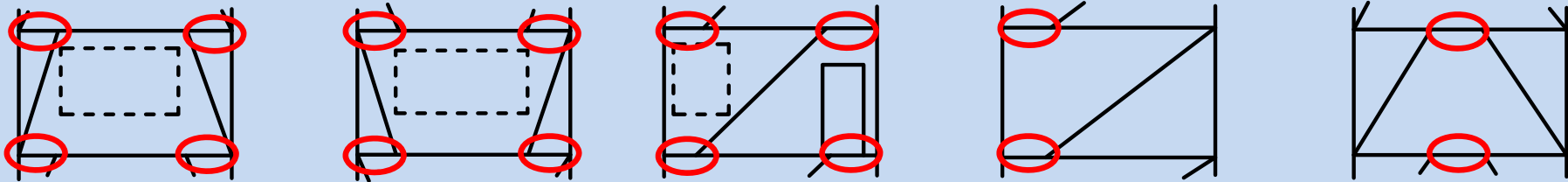
Ponašanje elemenata spregova

- Zbog promjenjivog predznaka horizontalnog opterećenja elementi spregova mogu imati i tlačne i vlačne sile
- Dimenzioniranje na tlak je obično mjerodavno kod definiranja izmjera spregova
- Zbog toga su K spregovi povoljniji od ostalih jer imaju kraće štapove (manja duljina izvijanja kod tlačnog djelovanja)
- Dvostruki spregovi se često dimenzioniraju samo na vlačna djelovanja jer se tlačna dijagonala izuzima iz proračuna zbog izvijanja – dvostruki spregovi se u proračunu pretvaraju u jednostruke



Ponašanje elemenata spregova

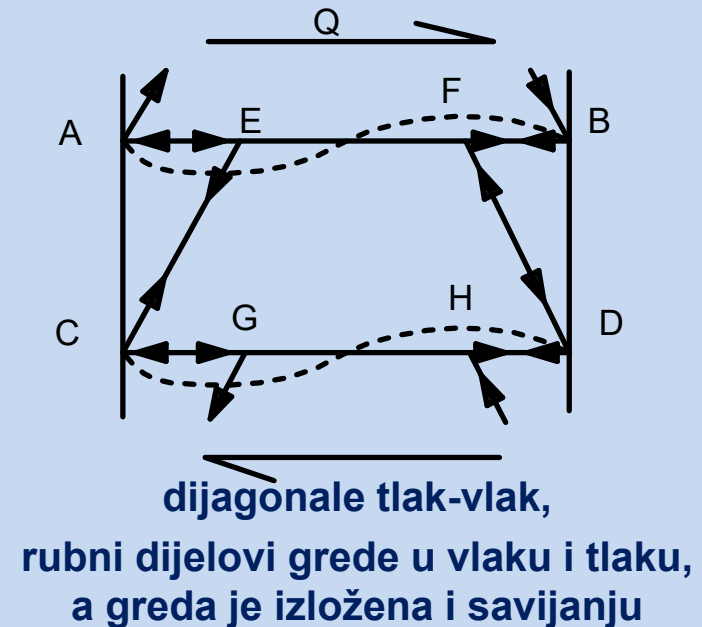
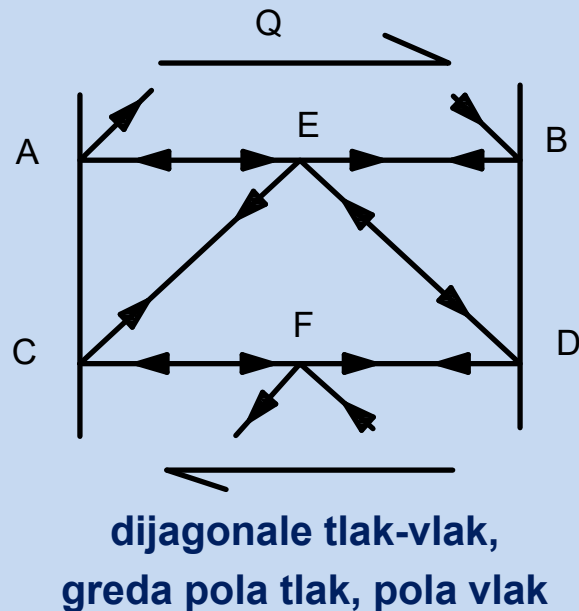
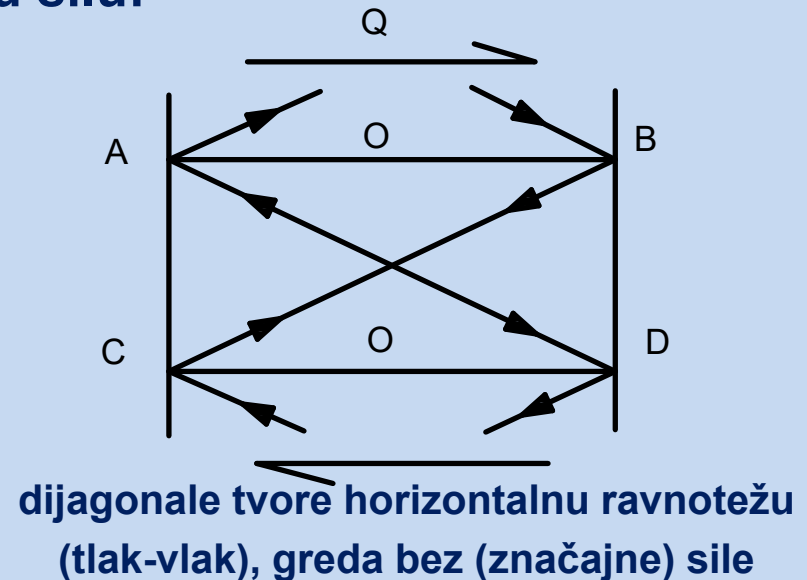
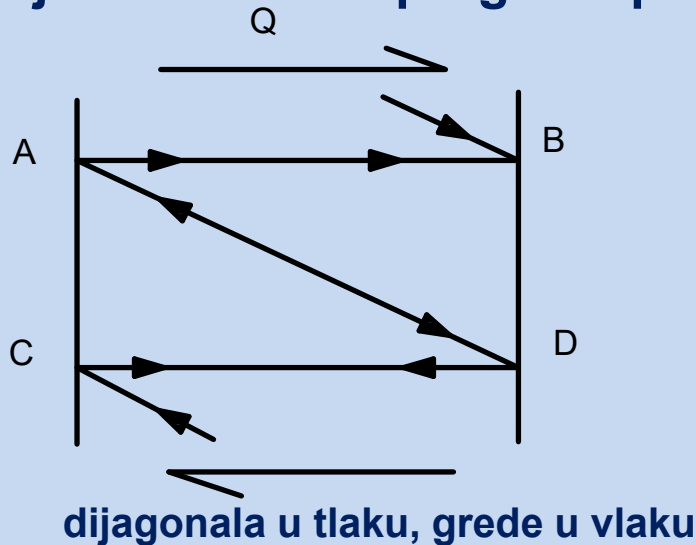
- Dijelovi ekscentričnih spregova mogu služiti i kao duktilni elementi za povećanje potresne otpornosti čeličnih zgrada
- Zaokruženi elementi djeluju kao posmično vrlo deformabilni dijelovi vertikalne rešetke koji određuju duktilno ponašanje građevine:



- Ovakvi spregovi kombiniraju veliku elastičnu krutost za normalna djelovanja i veliki kapacitet disipacije energije preko plastične posmične deformacije za potresna djelovanja

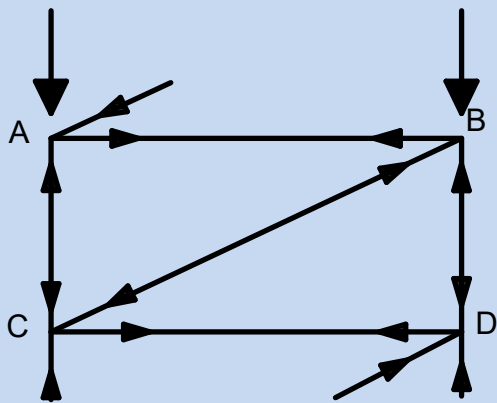
Ponašanje elemenata spregova

➤ Ponašanje elemenata sprega na posmičnu silu:

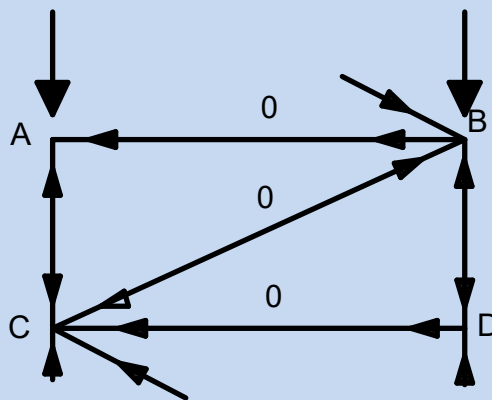
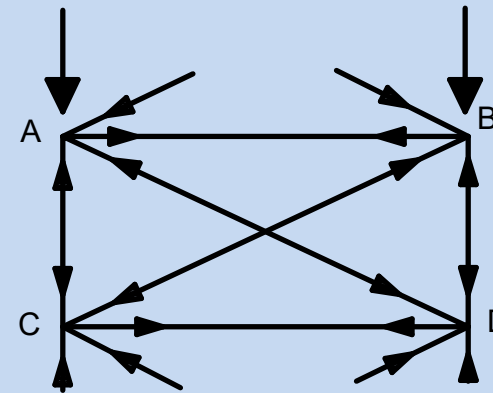


Ponašanje elemenata spregova

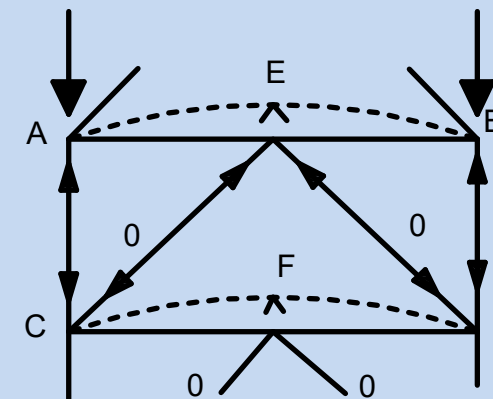
- Ponašanje elemenata sprega uslijed vertikalnog opterećenja stupova – moguće je da ove sile budu veće i od onih izazvanih horizontalnim djelovanjem!



Dijagonale u tlaku, grede u vlaku zbog skraćanja stupa od uzdužne sile



Dijagonale i grede bez značajne sile



Dijagonale i grede bez značajne sile jer savojna krutost grede nije dovoljno velika da spriječi pomak dijagonale - VRLO POVOLJAN OBLIK!

Ponašanje čitave rešetke sprega

- Vertikalna rešetka sprega ponaša se kao vertikalna konzola:

Stupovi

- elementi pojasa vertikalne rešetke
- prenose moment savijanja
- javljaju se aksijalne tlačne i vlačne sile

Dijagonale

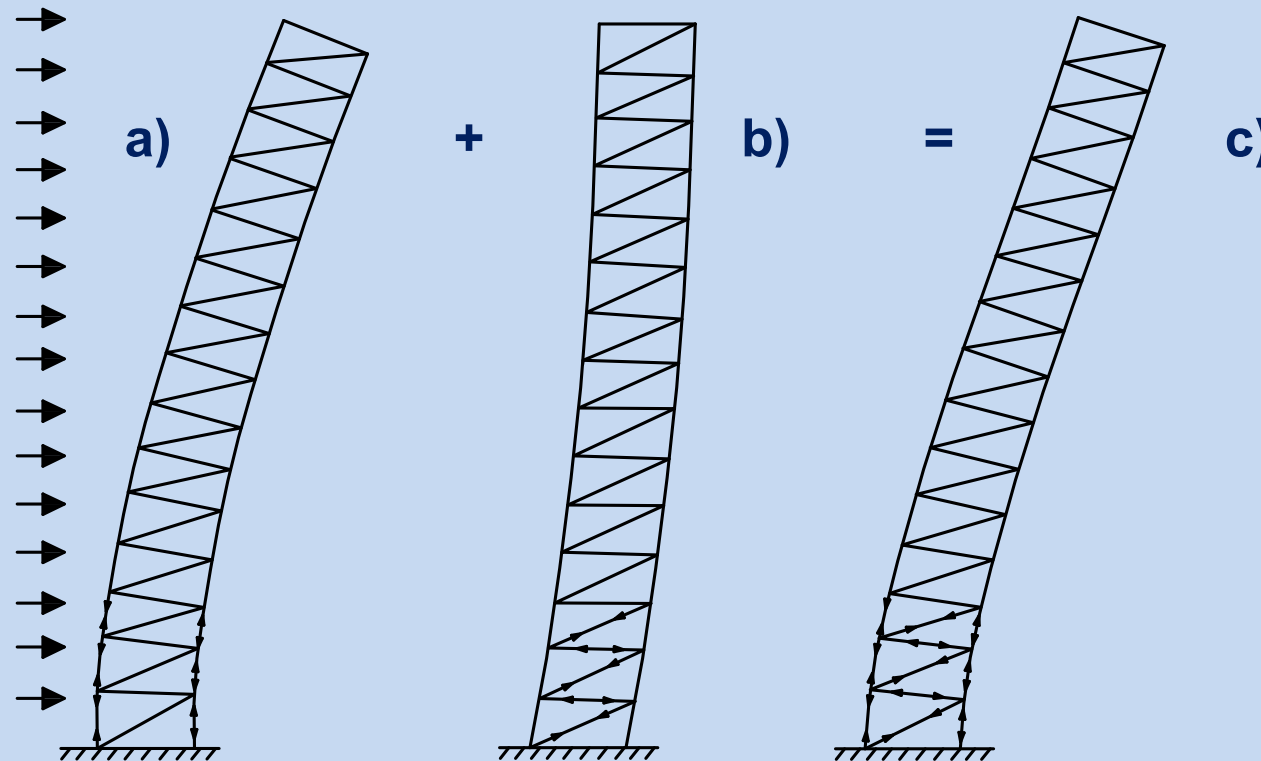
- elementi hrpta vertikalne rešetke
- prenose posmik
- javljaju se aksijalne tlačne i vlačne sile

Grede

- elementi hrpta vertikalne rešetke
- prenose posmik
- javljaju se aksijalne vlačne i tlačne sile, ali i momenti savijanja u ekscentričnim spregovima

Ponašanje čitave rešetke sprega

- Konačni deformirani oblik rešetke (c) je kombinacija savojnog i posmičnog oblika:
- a) savojni oblik deformacije je posljedica deformacije pojasa rešetke (aksijalna deformacija stupova)
 - b) posmični oblik je posljedica deformacije elemenata hrptova (aksijalna deformacija dijagonala i greda, ponekad i savojna deformacija greda kod ekscentričnih spregova)

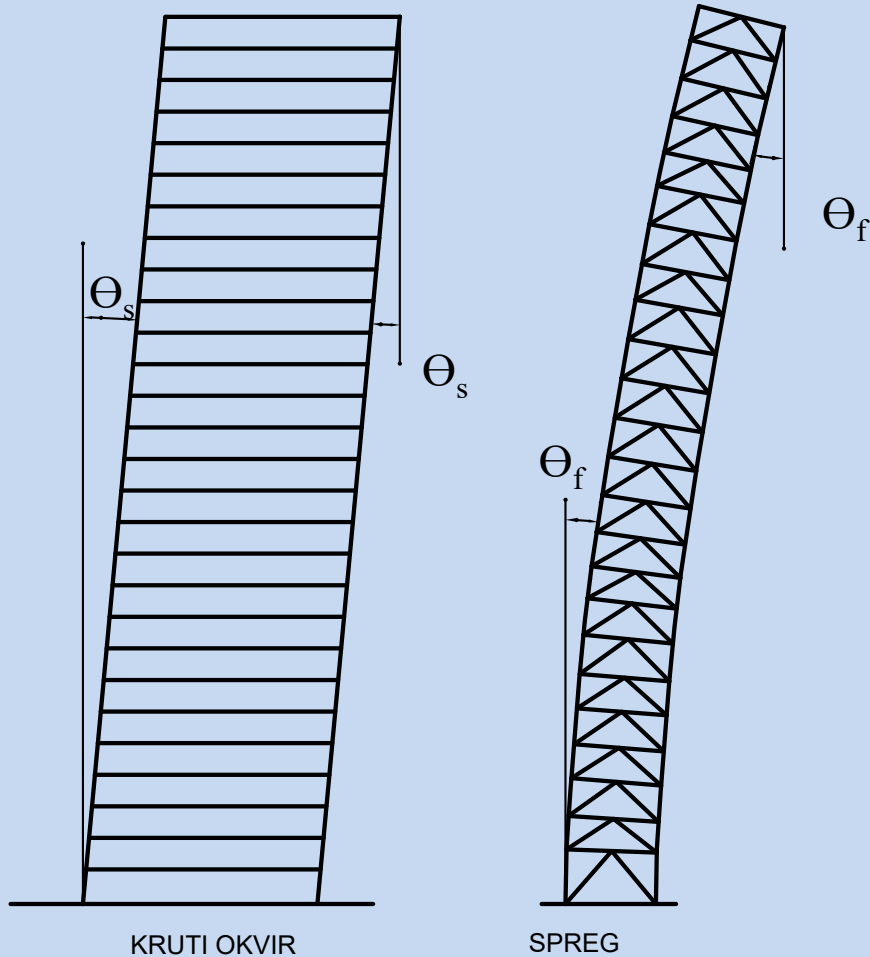


Prevladavajući utjecaj pojedinih od ovih deformacijskih oblika ovisi o vrsti sprega, teži se tome da prevladava savojni oblik (slično posmičnom zidu)!

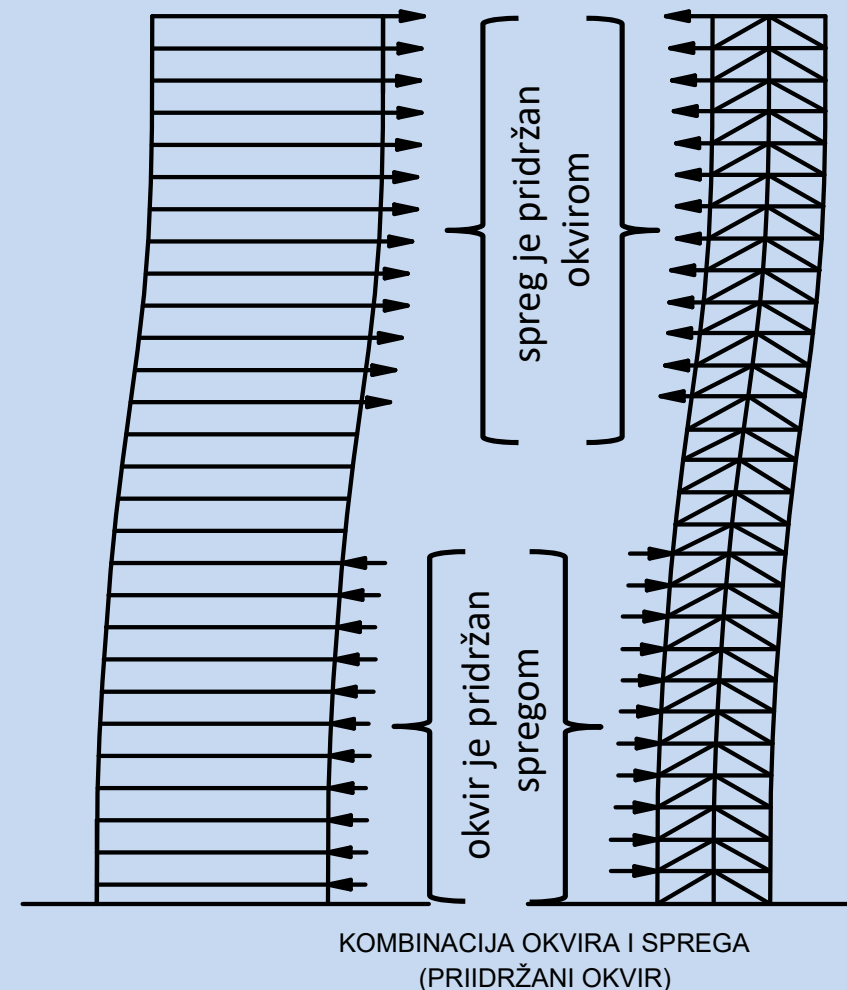
Ponašanje pridrzanog okvira

- Kako bi se smanjili horizontalni pomaci okvirne konstrukcije, ona se ukrućuje spregovima
- Postavljaju se tamo gdje se ne zahtijeva prolaz ljudi (oko i pored dizala, oko vertikalnih otvora i stubišta) jer zatvaraju prostor

ZASEBNI DEFORMACIJSKI OBLICI POJEDINIH SUSTAVA



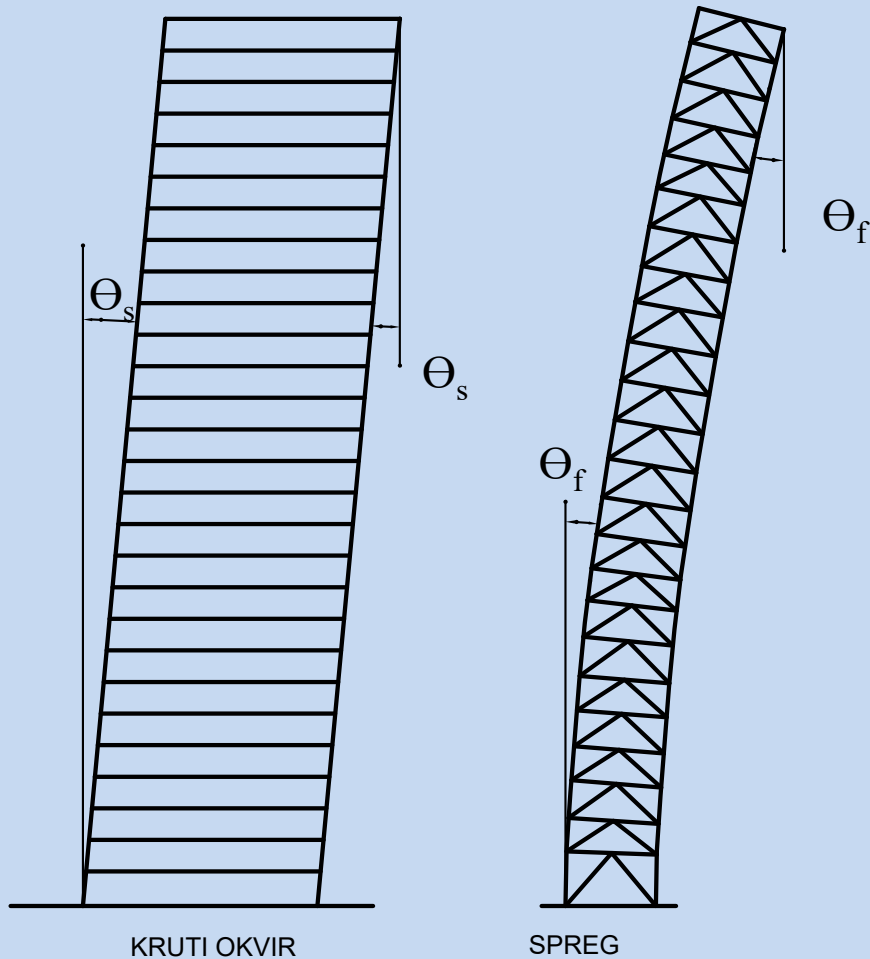
KOMPATIBILNI ZAJEDNIČKI DEFORMACIJSKI OBLIK



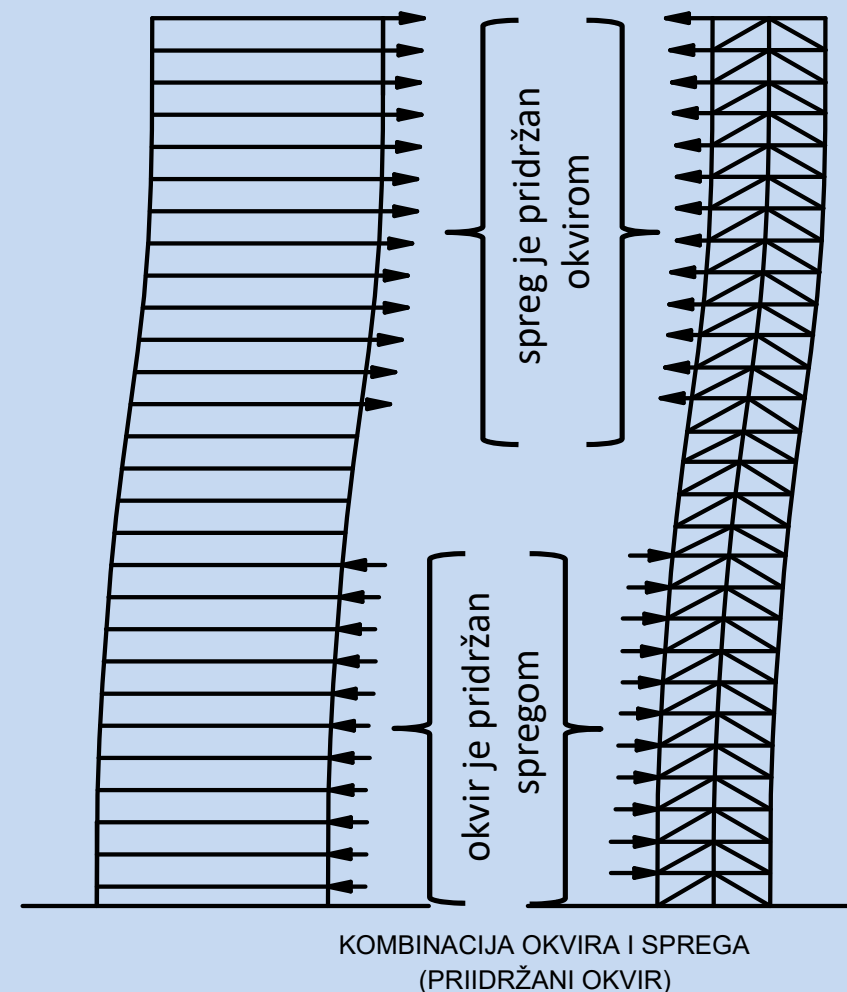
Ponašanje pridrzanog okvira

- Pridržani okvir pri dnu preuzima deformirani oblik od vertikalne rešetke (savojni oblik deformacije), a pri vrhu deformirani oblik krutog okvira (posmični oblik deformacije)
- Konačan deformirani oblik za horizontalna opterećenja je kombinacija najpovoljnijih oblika iz pojedinačnih slučajeva – spreg pridržava okvir pri dnu, a okvir pridržava spreg na vrhu

ZASEBNI DEFORMACIJSKI OBLICI POJEDINIH SUSTAVA



KOMPATIBILNI ZAJEDNIČKI DEFORMACIJSKI OBLIK

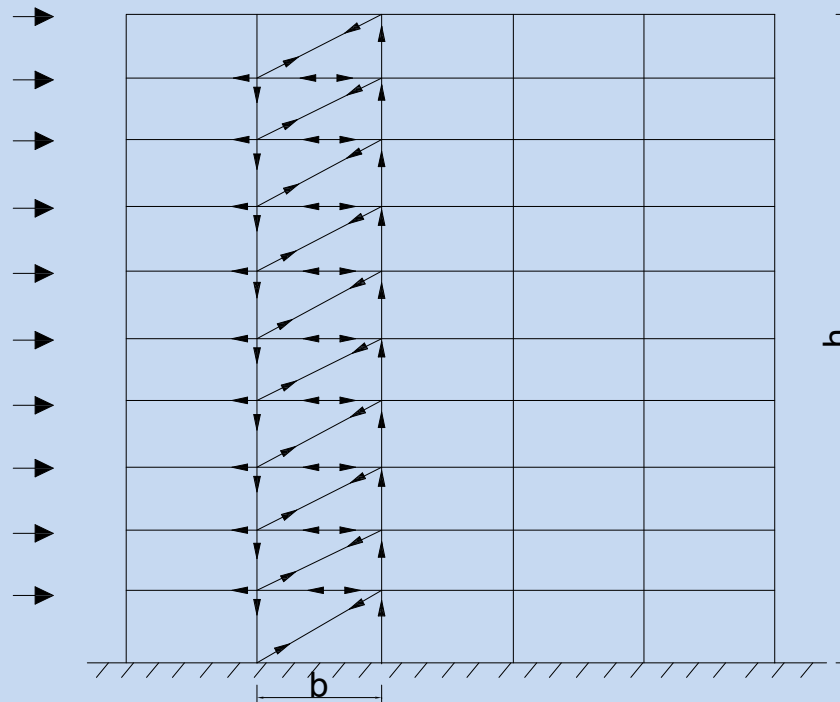


Ponašanje pridrzanog okvira

- Okvirna konstrukcija se može na nekoliko načina ukrutiti sa spregovima

Spreg se nalazi u istom stupcu okvira

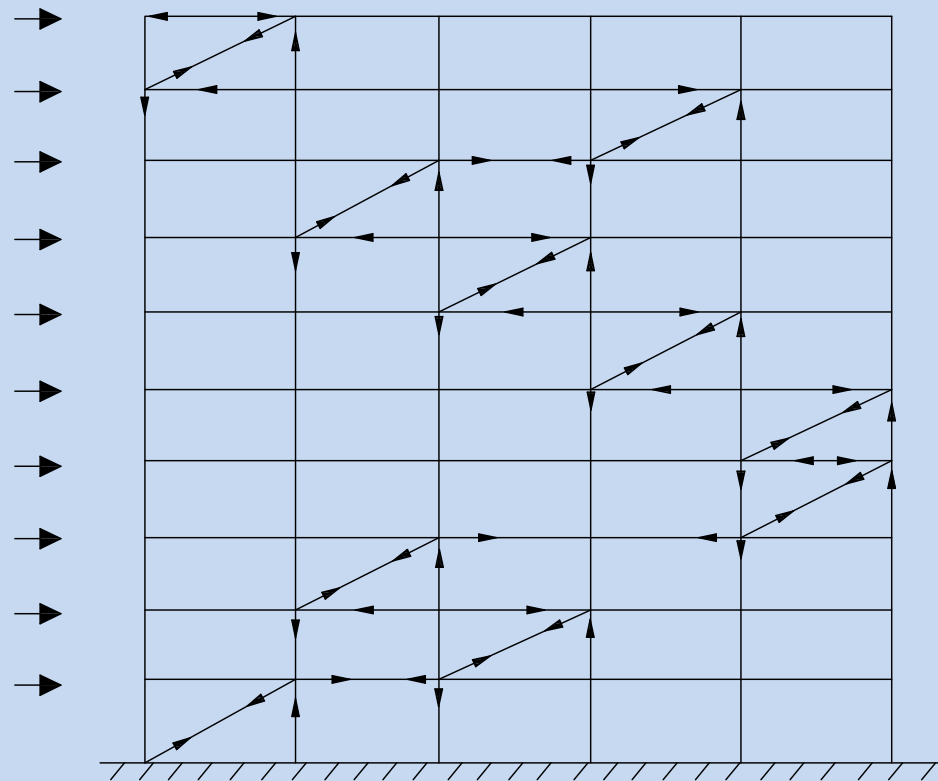
- najveća vlačna sila se nalazi u donjem stupu sprega
- kod vrlo visokih spregova (vitka rešetka) može se dogoditi da ova vlačna sila bude veća od ukupne tlačne sile od stalne težine građevine – tada se javlja odizanje koje treba preuzeti vlačnim temeljom
- općenito se ovaj problem javlja kod odnosa visine i širine sprega $h / b > 10$
- zato je širina polja u kojima se nalaze spregovi vrlo važan parametar pridrzanog okvira



Ponašanje pridržanog okvira

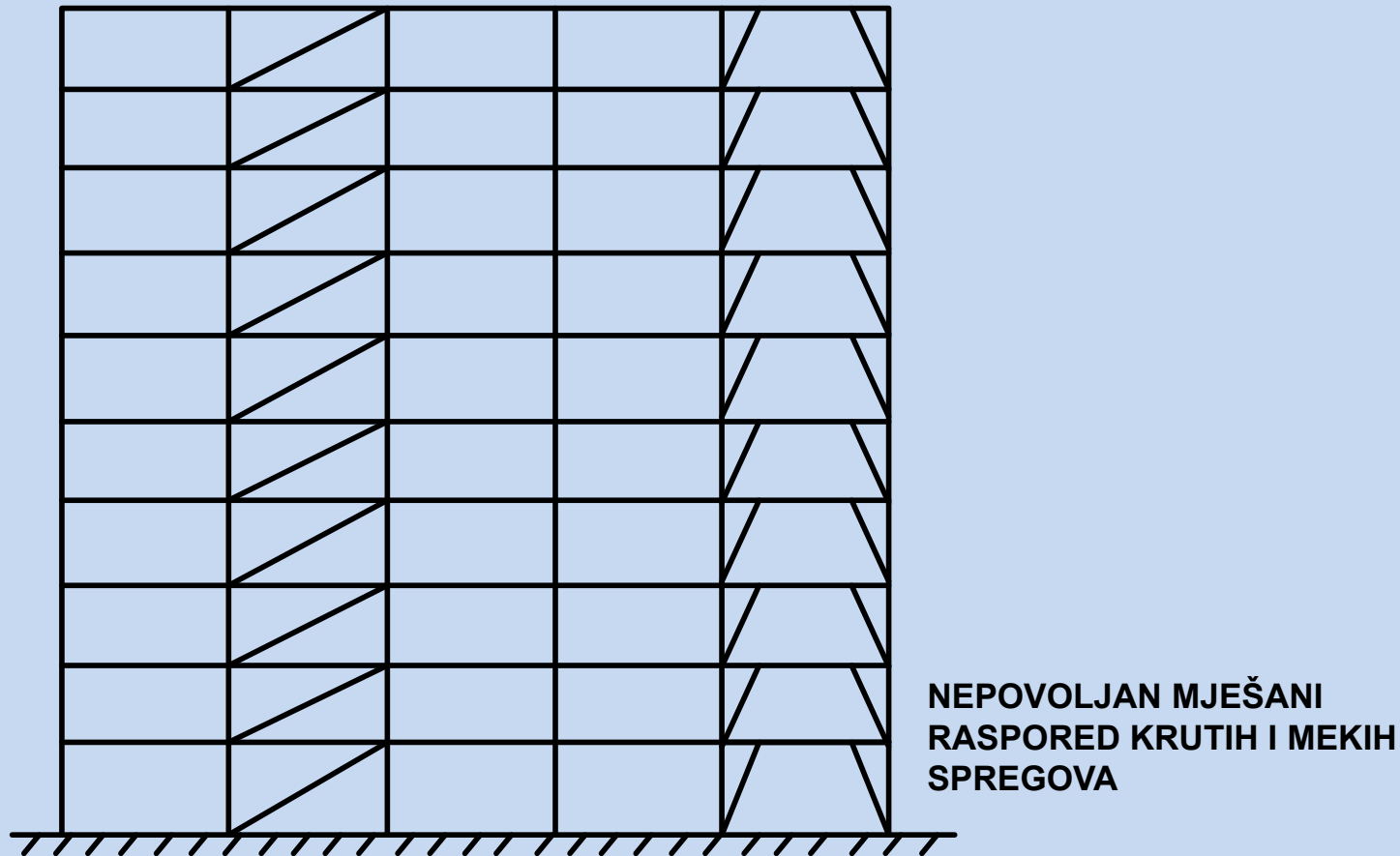
Spreg u različitim poljima okvira

- moguće je ukrutiti različita polja okvira
- aksijalne sile u stupovima će u ovom rasporedu biti znatno manje
- potrebno je osigurati prijenos posmika iz jednog ukrućenog polja u drugo na katu ispod
- ovaj prijenos posmika ostvaruje se horizontalno krutim međukatnim konstrukcijama (pločama) ili sa dodatnim horizontalnim spregovima u ravnini greda



Ponašanje pridrzanog okvira

- Moguća je i kombinacija različitih vrsta spregova ukoliko nam u određenim područjima zgrade nisu izvedivi izabrani oblici
- Nije dobro kombinirati izrazito krute spregove (centrični) i znatno manje krute spregove (ekscentrični) jer će onaj krući uvijek preuzeti glavninu djelovanja



Metode proračuna

➤ Općeniti postupak proračuna podrazumijeva:

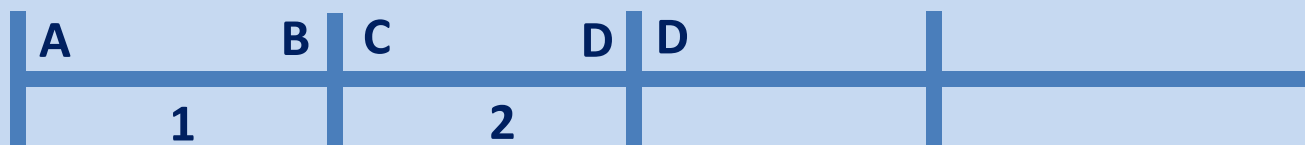
1. **Analiza vertikalnih opterećenja**
2. **Preliminarno određivanje dimenzija elemenata na osnovu vertikalnih opterećenja uz dodatno pretpostavljeno povećanje za horizontalna djelovanja**
3. **Preliminarna analiza reznih sila u elementima za horizontalno djelovanje**
4. **Provjera pomaka**
5. **Povećanje dimenzija prema koracima 3. i 4. ukoliko je potrebno**
6. **Provjera elemenata za najgoru kombinaciju vertikalnih i horizontalnih djelovanja, povećanje dimenzija prema potrebi**
7. **Kompjuterska analiza čitave strukture prema teoriji 2. reda za detaljnu kontrolu otpornosti elemenata i pomaka, povećanje dimenzija prema potrebi.**
8. **Detaljno dimenzioniranje elemenata i spojeva.**

Približno određivanje reznih sila u krutim okvirima za vertikalna djelovanja

GREDE

- Ako je veličina raspona približno jednaka (unutar 20% razlike) i ako je veličina stalne težine barem trećina veličine uporabnog opterećenja mogu se koristiti vrijednosti za momenat savijanja u gredi iz tablice (*w*-opterećenje, *L*-raspon)

Veličina	Položaj u gredi	Iznos
Pozitvni moment savijanja	1	$w \cdot L^2 / 14$
	2	$w \cdot L^2 / 16$
Negativni moment savijanja	A	$w \cdot L^2 / 16$
	B	$w \cdot L^2 / 10$
	C	$w \cdot L^2 / 11$
	D	$w \cdot L^2 / 11$
Posmik	A	$1,15 \cdot w \cdot L / 2$
	B, C, D	$w \cdot L / 2$



Približno određivanje reznih sila u krutim okvirima za vertikalna djelovanja

STUPOVI

- **Aksijalna (tlačna) sila u stupovima računa se prema doprinosu stalne težine i uporabnog opterećenja svakog kata**
- **Moment savijanja svakog stupa uzima se kao razlika momenta grede lijevo i desno od stupa, jednako podijeljena na stup ispod i iznad grede**
- **U slučaju ekscentričnog spoja grede i stupa u stupu se uzima u obzir i moment uslijed ekscentriciteta, jednako podijeljen na stup ispod i iznad grede**

Približno određivanje reznih sila u krutim okvirima za horizontalna djelovanja

DISTRIBUCIJA HORIZONTALNIH DJELOVANJA NA RAVNINE OKVIRA

- Kod simetrične dispozicije udio djelovanja P na pojedine okvire ($j=1-6$) može se odrediti proporcionalno njihovim posmičnim krutostima (GA) na razini svake etaže i

$$Q_{ji} = \frac{Q_i (GA)_{ji}}{\sum (GA)_i}$$

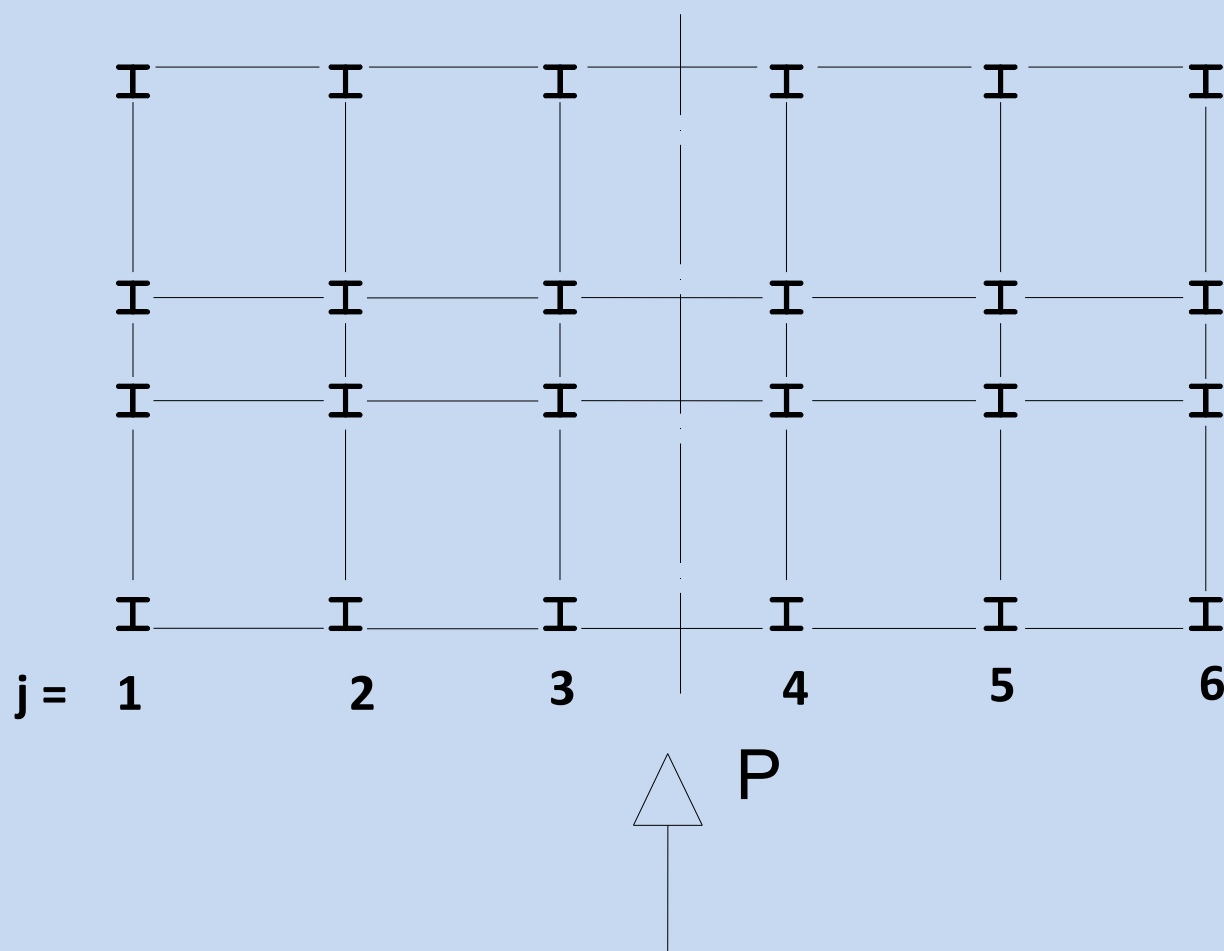
$$GA_j = \frac{12E}{h_i \left(\frac{1}{G_j} + \frac{1}{C_j} \right)}$$

$$G_j = \sum (I_g / L)_j$$

$$C_j = \sum (I_c / L)_j$$

h_i visina promatranog kata

I_g, I_c momenti tromosti grede i stupa



Približno određivanje reznih sila u krutim okvirima za horizontalna djelovanja

DISTRIBUCIJA HORIZONTALNIH DJELOVANJA NA RAVNINE OKVIRA

- Kod nesimetrične dispozicije horizontalno opterećenje uzrokuje osim poprečnog posmika i torziju koja onda unosi dodatan posmik u ravninu svakog okvira

Centar posmika
u svakoj etaži i : $\bar{x}_i = \left[\frac{\sum (GA)_j x_j}{\sum (GA)} \right]_i$

Posmik u okviru j na etaži i :

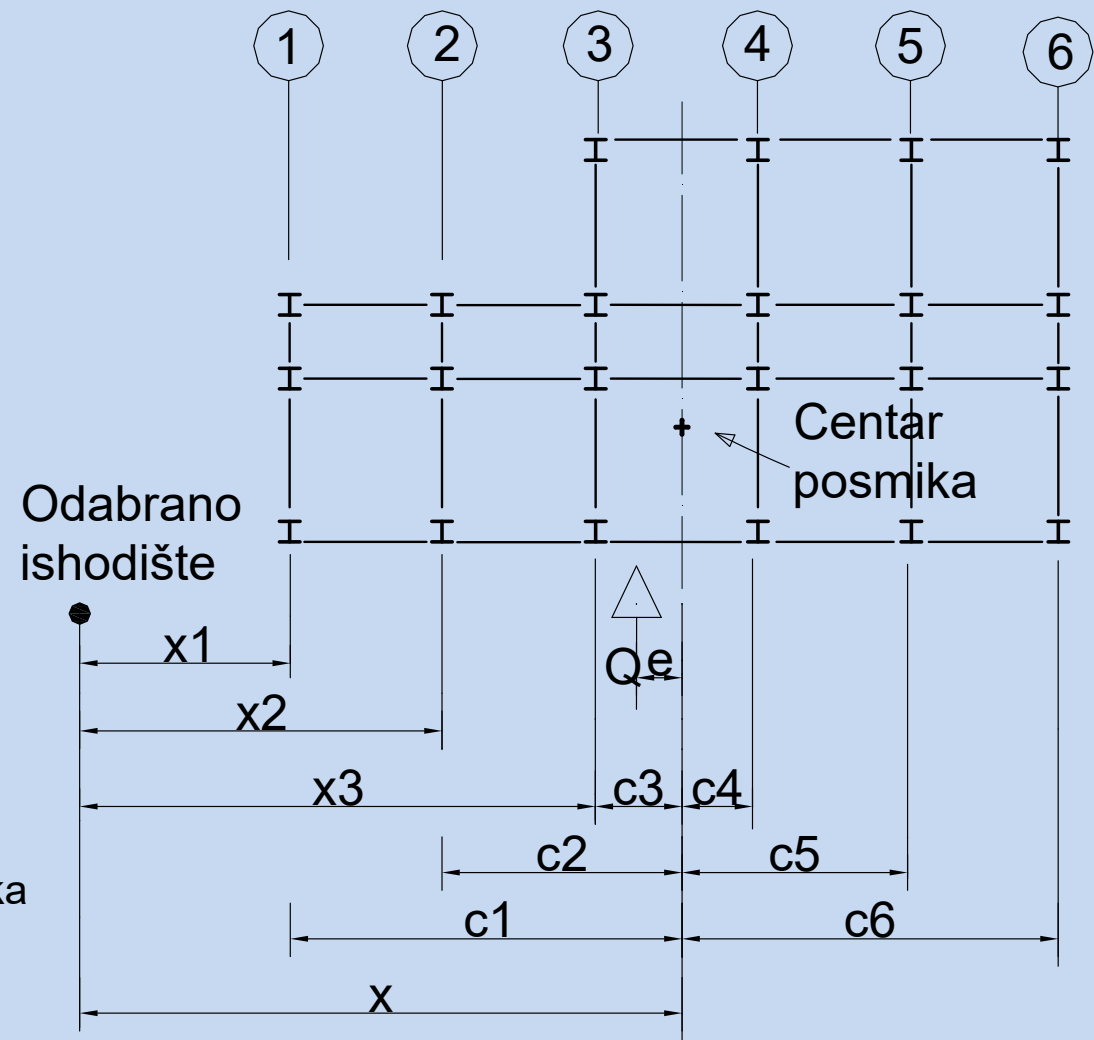
$$Q_{ji} = \frac{Q_i (GA)_{ji}}{\sum (GA)_i} + \frac{Q_i e_i [(GA)c]_{ji}}{\sum [(GA)c^2]_i}$$

Q_i ukupni posmik u etaži i

$(GA)_{ji}$ posmična krutost okvira j u etaži i

e_i ekscentricitet posmika Q_i od centra posmika u etaži i

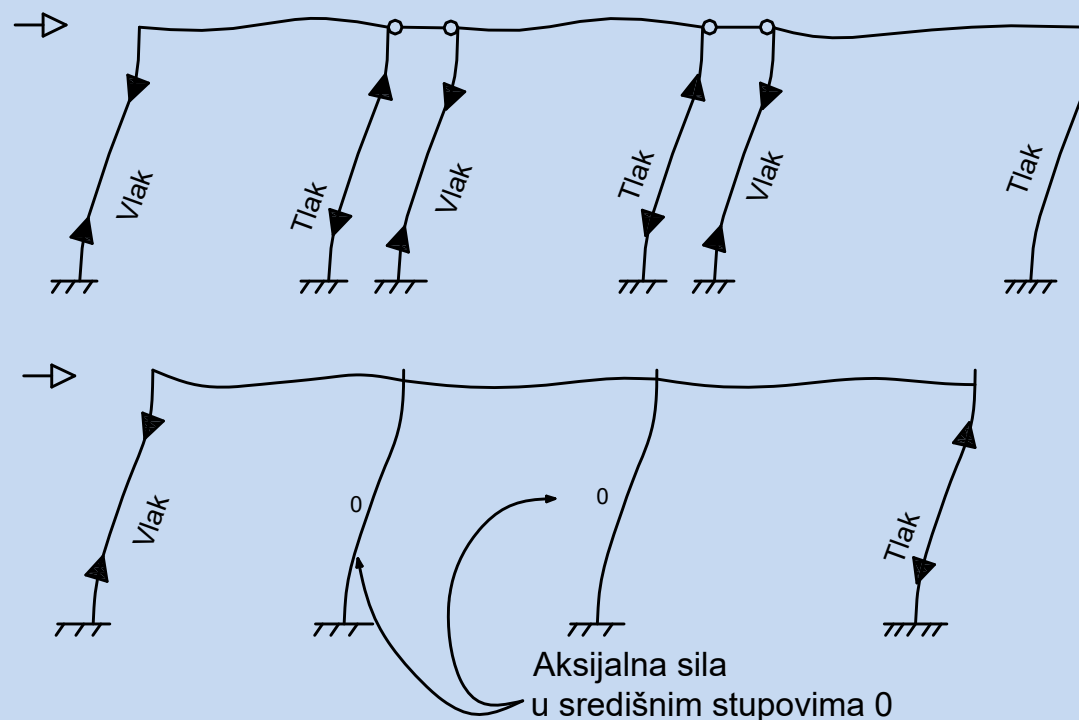
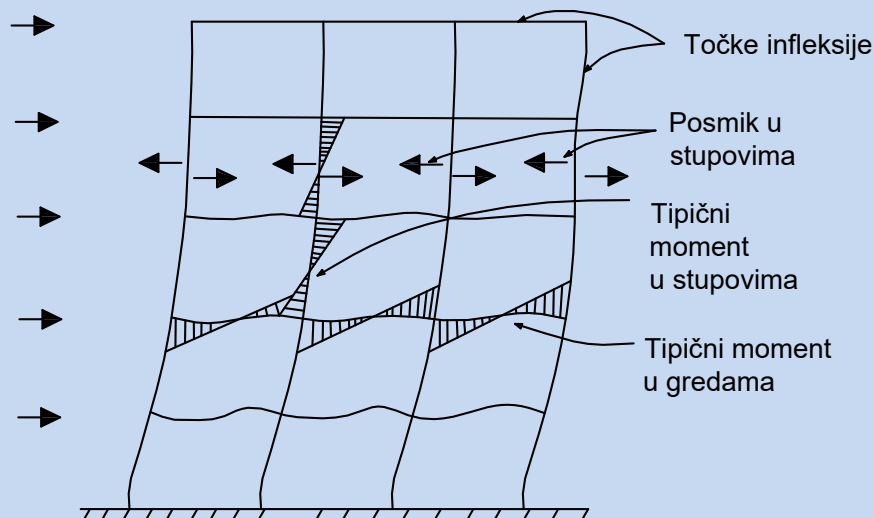
c_j udaljenost okvira j od centra posmika



Približno određivanje reznih sila u krutim okvirima za horizontalna djelovanja

IZRAČUN REZNIH SILA METODOM PORTALA

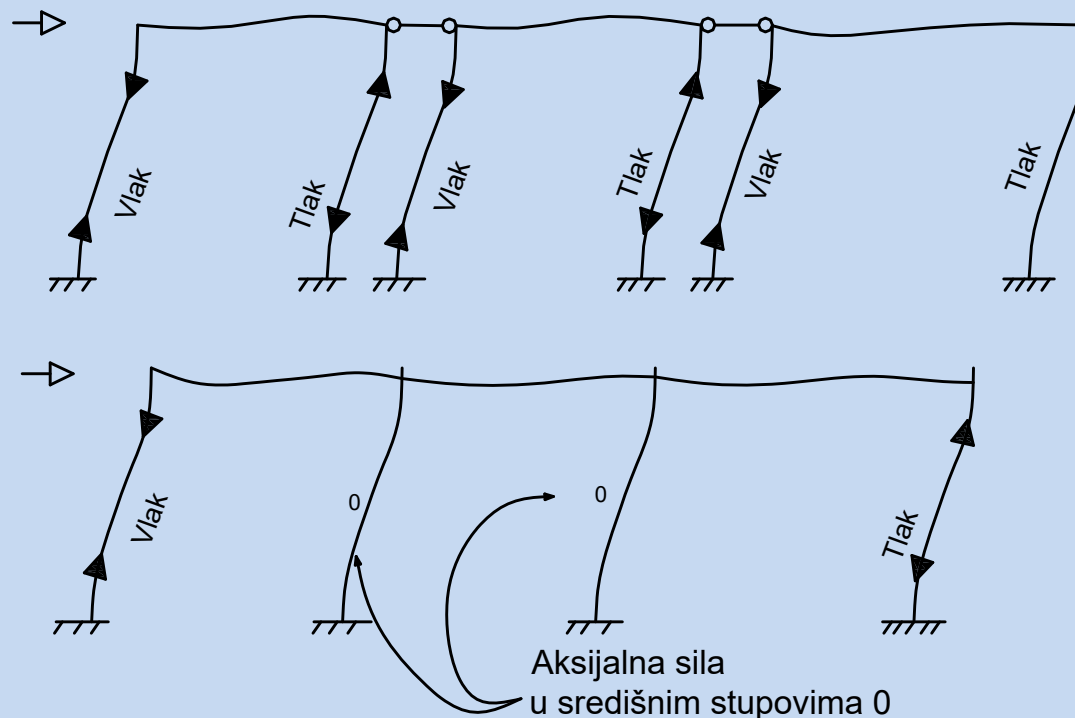
- Omogućuje približan proračun bez poznavanja dimenzija elemenata
- Primjenjiva na krute okvire sa dominantnim posmičnim deformiranjem – zgrade do 25 katova sa odnosom visine i širine: $h/b \leq 4$
- Metoda radi superpoziciju stanja više okvira sa jednim otvorom kako bi se simulirao okvirni sustav sa više raspona
- Superpozicijom se aksijalne sile u unutarnjim stupovima poništavaju, ostavljajući samo aksijalne sile u rubnim stupovima



Približno određivanje reznih sila u krutim okvirima za horizontalna djelovanja

IZRAČUN REZNIH SILA METODOM PORTALA

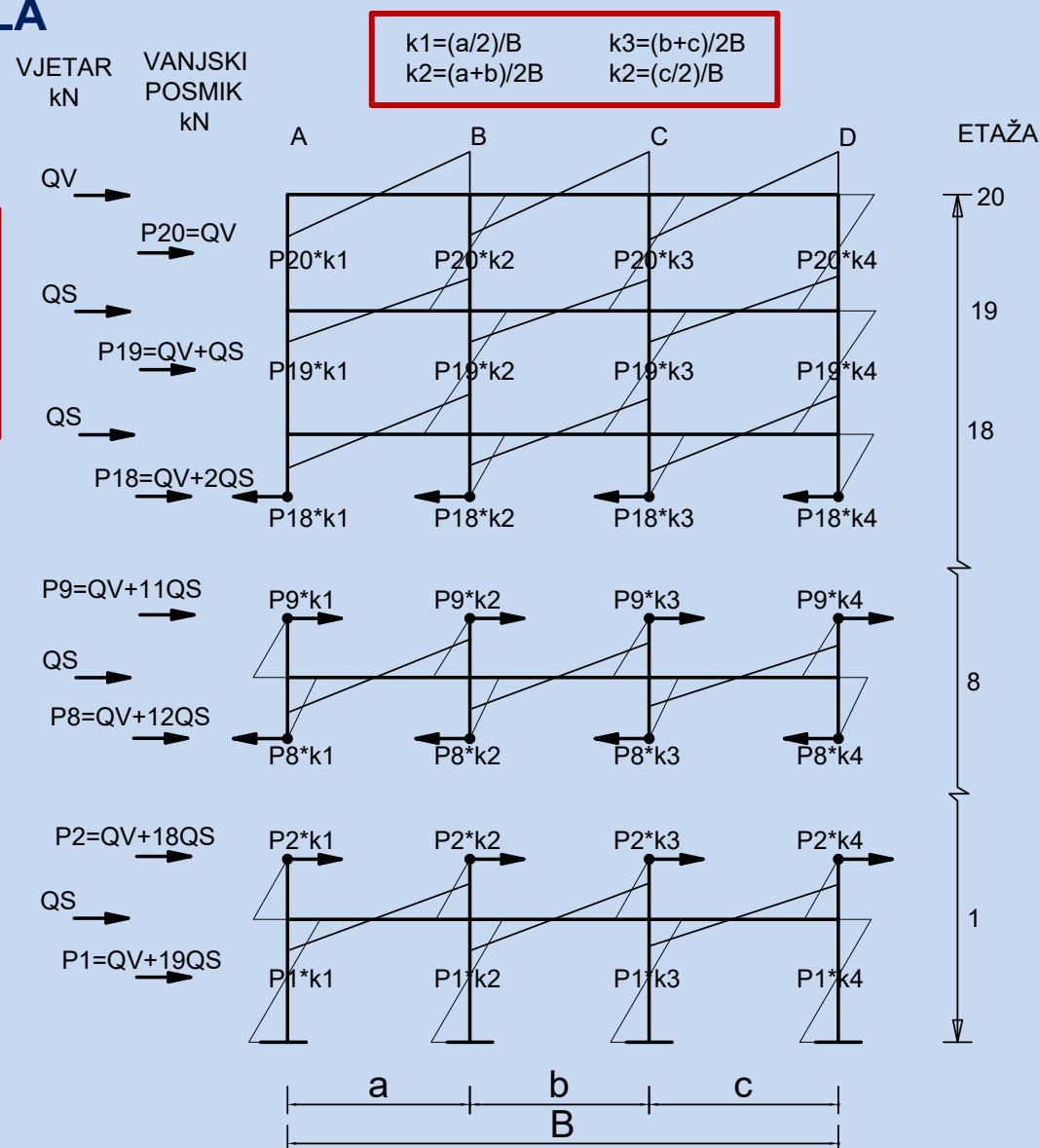
- Metodom se može proračunati cijeli okvir ili samo dio okvira na izabranoj etaži
- Analiza čitavog okvira podrazumijeva odvojenu analizu pojedinih njegovih dijelova, gdje svaki dio uključuje gredu u određenoj etaži i dio stupa iznad i ispod grede sve do točke infleksije
- Proračun se provodi s lijeva na desno, odozgo prema dolje



Približno određivanje reznih sila u krutim okvirima za horizontalna djelovanja

IZRAČUN REZNIH SILA METODOM PORTALA

1. Za proračunski okvir definira se posmična sila na polovici visine svake etaže
2. Za svaki kat se raspodijeli ukupni posmik na stupove prema području koje oni pokrivaju (polovica raspona lijevo i desno od stupa)

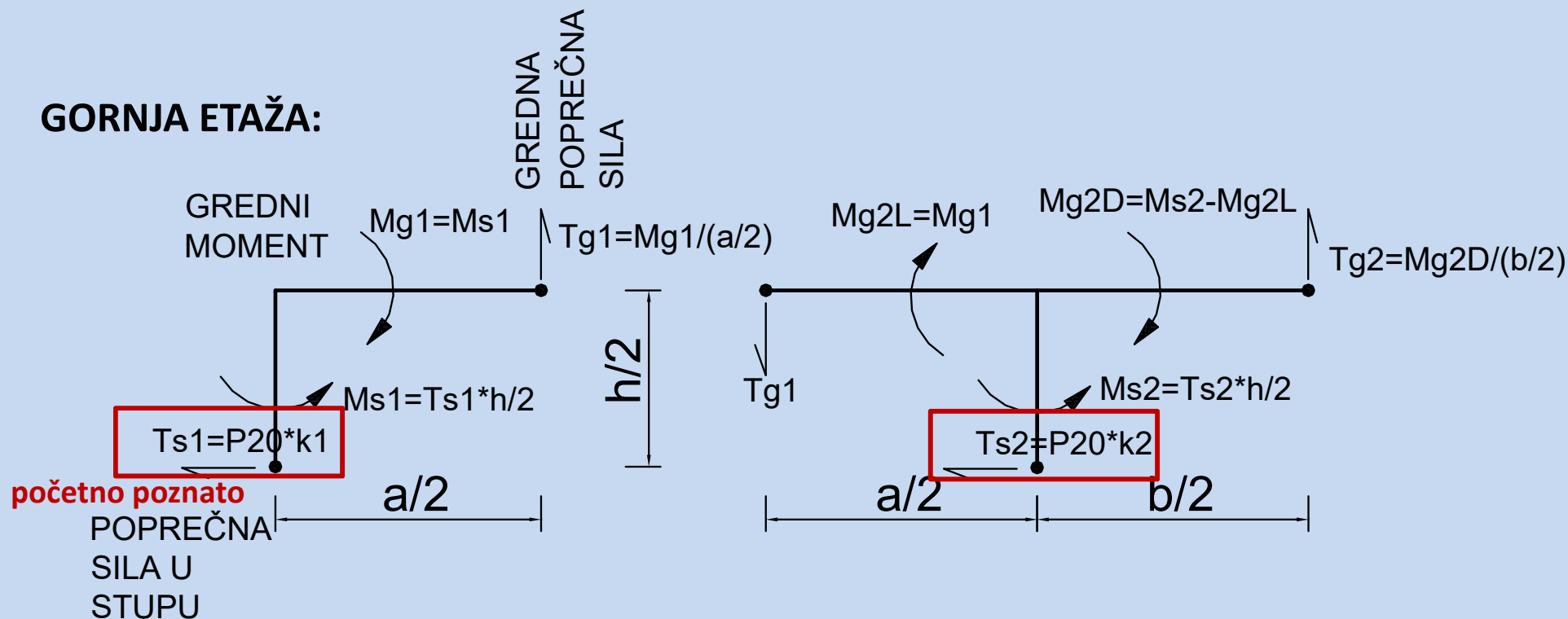


Približno određivanje reznih sila u krutim okvirima za horizontalna djelovanja

IZRAČUN REZNIH SILA METODOM PORTALA

3. Počevši od gornjeg lijevog čvora izračunava se najveći moment savijanja u stupu ispod čvora koji slijedi iz posmične sile iz točke 2.
4. U gredi mora djelovati suprotan moment kako bi se ostvarila ravnoteža čvora

GORNJA ETAŽA:

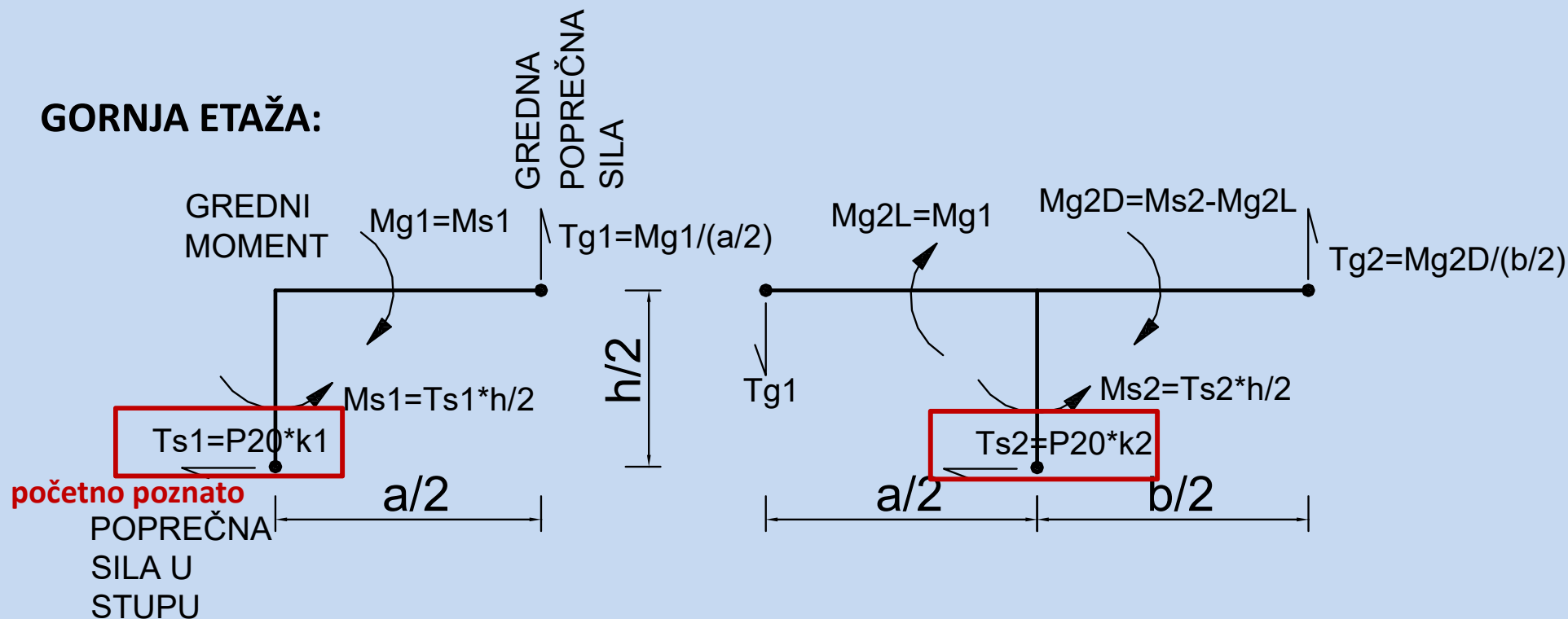


Približno određivanje reznih sila u krutim okvirima za horizontalna djelovanja

IZRAČUN REZNIH SILA METODOM PORTALA

- Na suprotnom kraju iste grede djeluje moment jednakog iznosa ali suprotnog predznaka
- Posmik u gredi na sredini dobije se dijeljenjem momenta sa polovicom raspona

GORNJA ETAŽA:

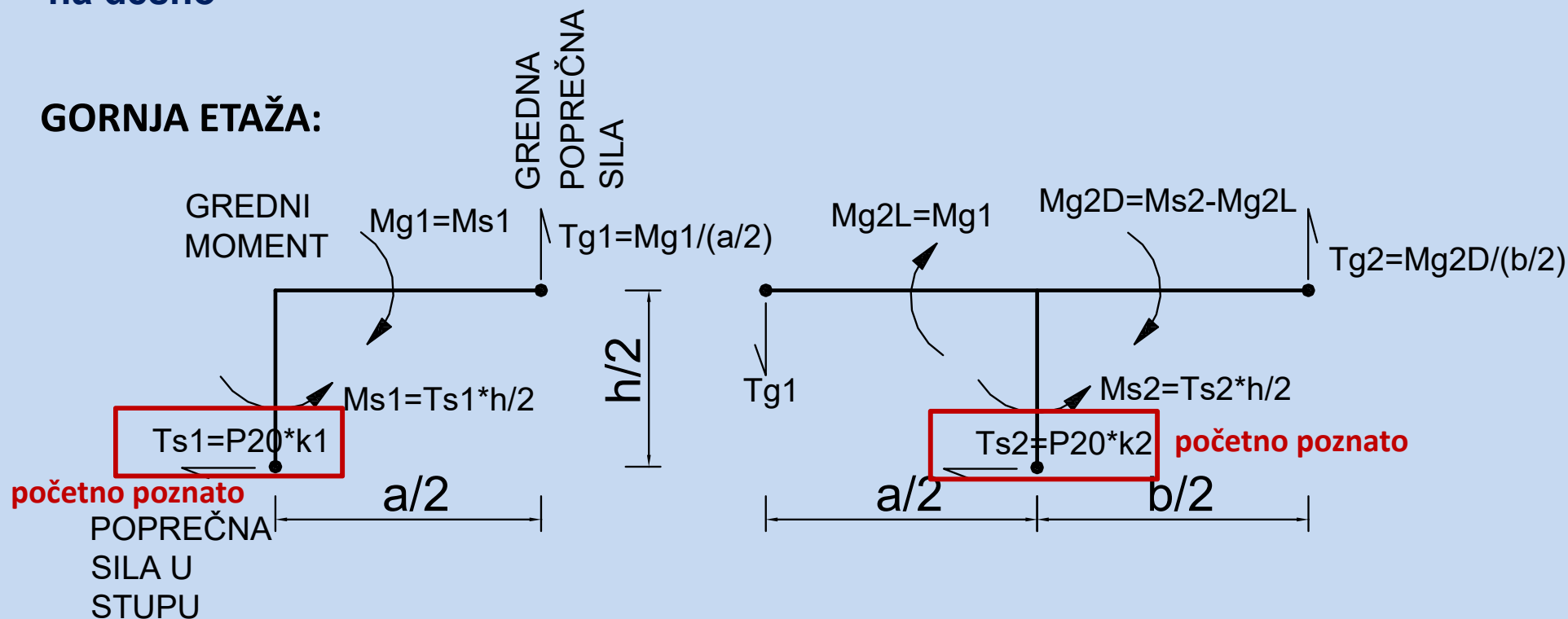


Približno određivanje reznih sila u krutim okvirima za horizontalna djelovanja

IZRAČUN REZNIH SILA METODOM PORTALA

7. Sada se mogu proračunati momenti i posmik za drugi čvor desno iz ravnoteže tog čvora – ponavljanje točaka od 3.-6.
8. Na ovaj način izračunaju se rezne sile u svakom čvoru na istoj razini krećući se s lijeva na desno

GORNJA ETAŽA:



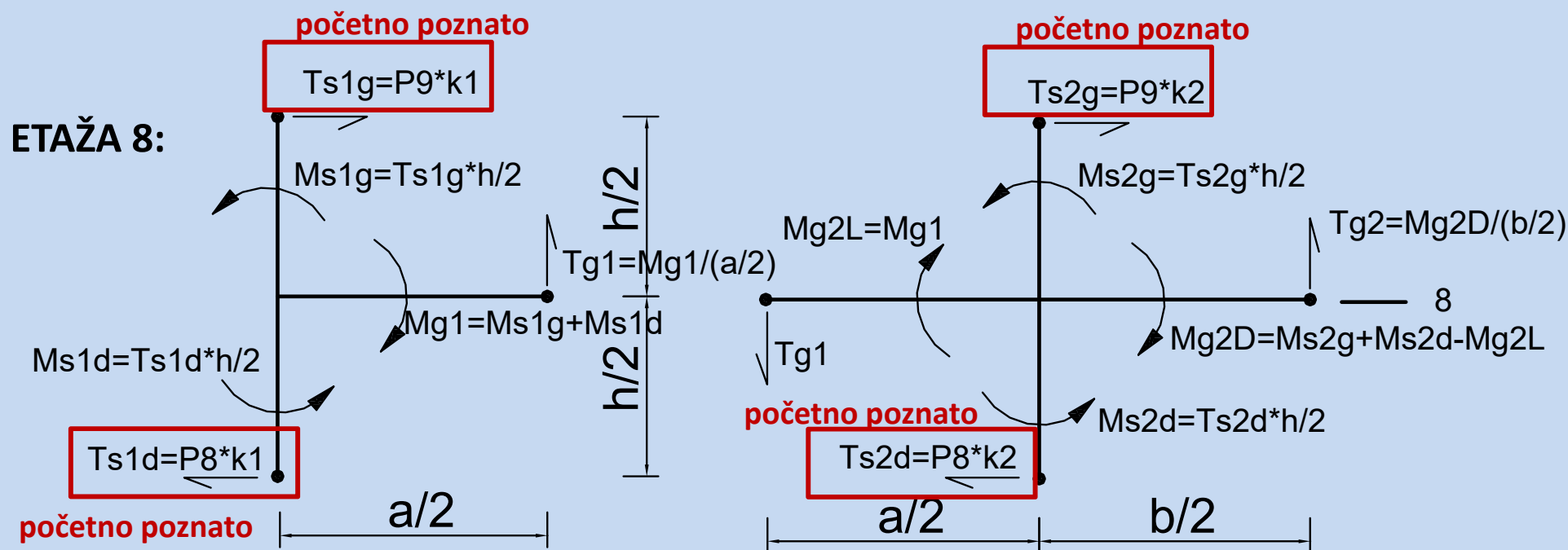
Približno određivanje reznih sila u krutim okvirima za horizontalna djelovanja

IZRAČUN REZNIH SILA METODOM PORTALA

9. Nakon rješavanja jedne razine spuštamo se na razinu ispod i na isti način je rješavamo

10. U konačnici imamo potpuni momentni dijagram i dijagram posmika za čitav okvir

Moguće je analizirati samo jednu razinu, bez da se prethodno proračunavaju sve razine iznad!



Približno određivanje reznih sila u krutim okvirima za horizontalna djelovanja

IZRAČUN REZNIH SILA METODOM PORTALA

- Prema ovoj metodi proračuna, uzdužna sila od horizontalnog opterećenja u svim stupovima osim vanjskim biti će nula jer se poprečne sile iz greda na unutarnjim čvorovima poništavaju
- Samo kod vanjskih stupova postoji uzdužna sila koja je u svakoj etaži jednaka poprečnoj sili u gredi kod vanjskih čvorova
- U stvarnosti ukupni moment od vanjskog opterećenja se raspodjeljuje na sve stupove a ne samo na vanjske pa će ova metoda dati prevelike uzdužne sile u vanjskim stupovima, a zanemariti će uzdužne sile u unutarnjim stupovima
- No, kada se ovako izračunatim uzdužnim silama pribroje one od stalnog opterećenja, greška nije velika

Približno određivanje reznih sila u krutim okvirima za horizontalna djelovanja

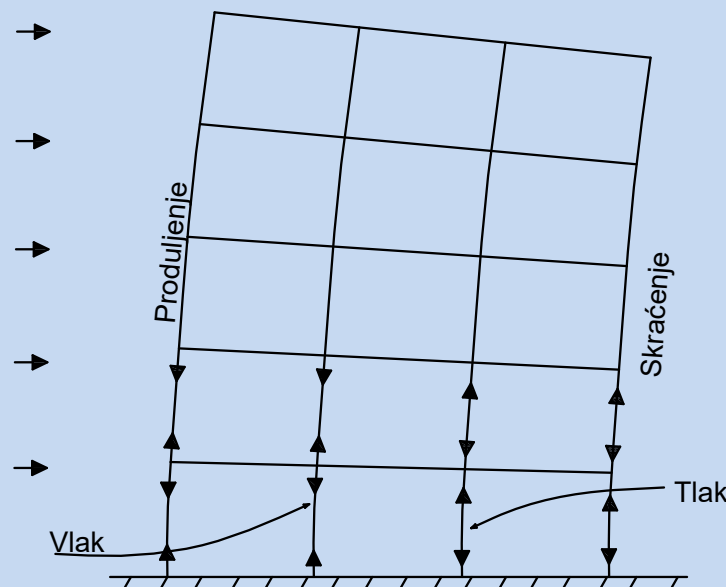
IZRAČUN REZNIH SILA METODOM PORTALA

- Jednostavnost ove metode i mogućnost izračuna svakog kata zasebno čini je najkorisnijom približnom metodom za proračun krutih okvira
- Međutim, ako je okvir viši (više od 25 etaža) i vitkiji ($h/b > 4$) tada metoda više nije dovoljno točna jer aksijalna deformacija stupova daje nezanemariv udio u ukupnom pomaku zgrade (posmična deformacija više nije izrazito dominantna)
- Tada će biti prikladnija proračunska metoda konzole

Približno određivanje reznih sila u krutim okvirima za horizontalna djelovanja

IZRAČUN REZNIH SILA METODOM KONZOLE

- Koristi se kada se visoki i vitki okvir savija prema konzolnom obliku
- Također je primjenjiva i kada su grede u okviru kruće
- Primjenjivost na zgrade sa 25-35 etaža i odnosima h/b do 5
- Metoda je slična kao i metoda portala, međutim, umjesto početnog pretpostavljanja vrijednosti poprečnih sila, ovdje se pretpostavljaju uzdužne sile u stupovima
- Nedostatak ove metode je što ne dopušta odvojenu analizu svakog kata (kao u slučaju metode portala)
- Pretpostavka ove metode je da je sila u stupu proporcionalna njegovoj udaljenosti od središta zgrade



Približno određivanje reznih sila u krutim okvirima za horizontalna djelovanja

IZRAČUN REZNIH SILA METODOM KONZOLE

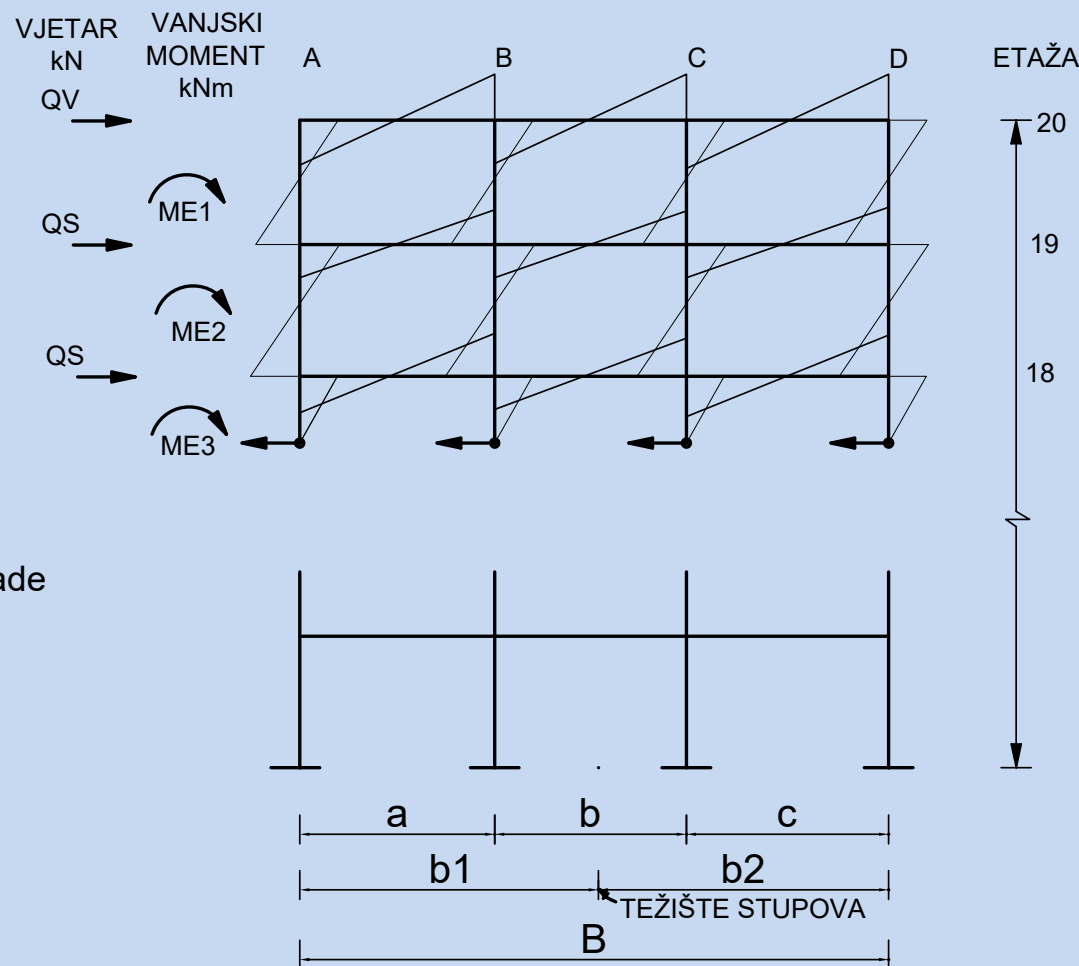
1. Za proračunski okvir definira se moment savijanja na polovici svake etaže (vanjsko opterećenje × krak na kojem djeluje)
2. Izračunava se težište zgrade uzimajući u obzir položaje stupova u okviru
3. Izračunava se moment tromosti svih stupova oko težišta zgrade:

$$I = \sum A_j b_j^2$$

A_j – površina stupa j
 b_j – udaljenost stupa j od težišta zgrade

4. Izračuna se sila u stupovima na svakoj etaži:

$$F_{i,j} = \frac{ME_i}{I} \cdot b_j A_j$$



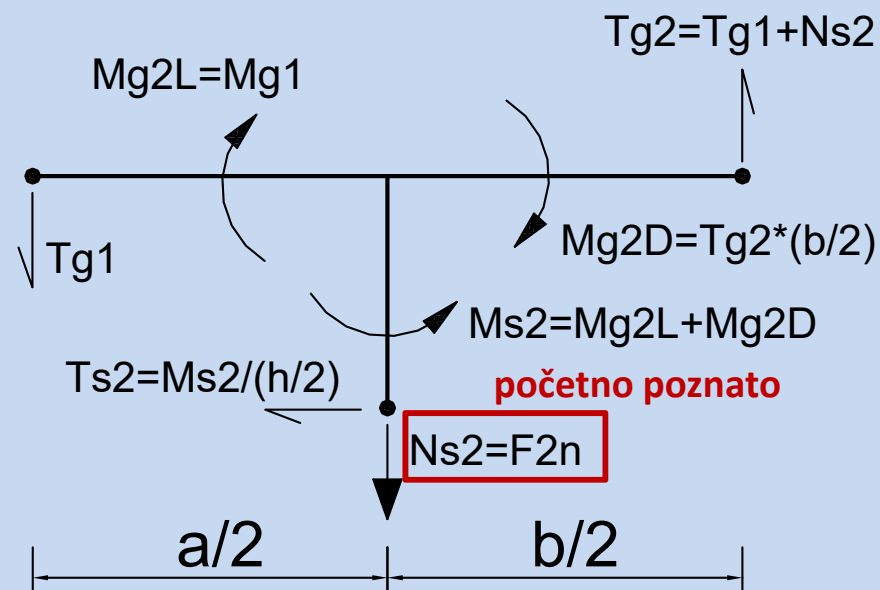
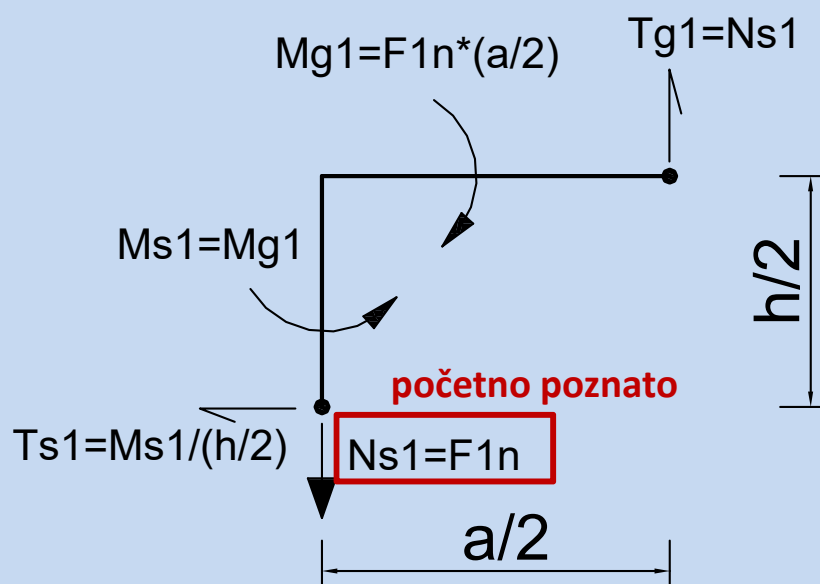
$$ME_i = \sum Q_i \cdot k_i$$

Q_i – vanjska sila (QV, QS)
 k_i – krak na kojem vanjska sila djeluje u odnosu na promatranu sredinu etaže

Približno određivanje reznih sila u krutim okvirima za horizontalna djelovanja

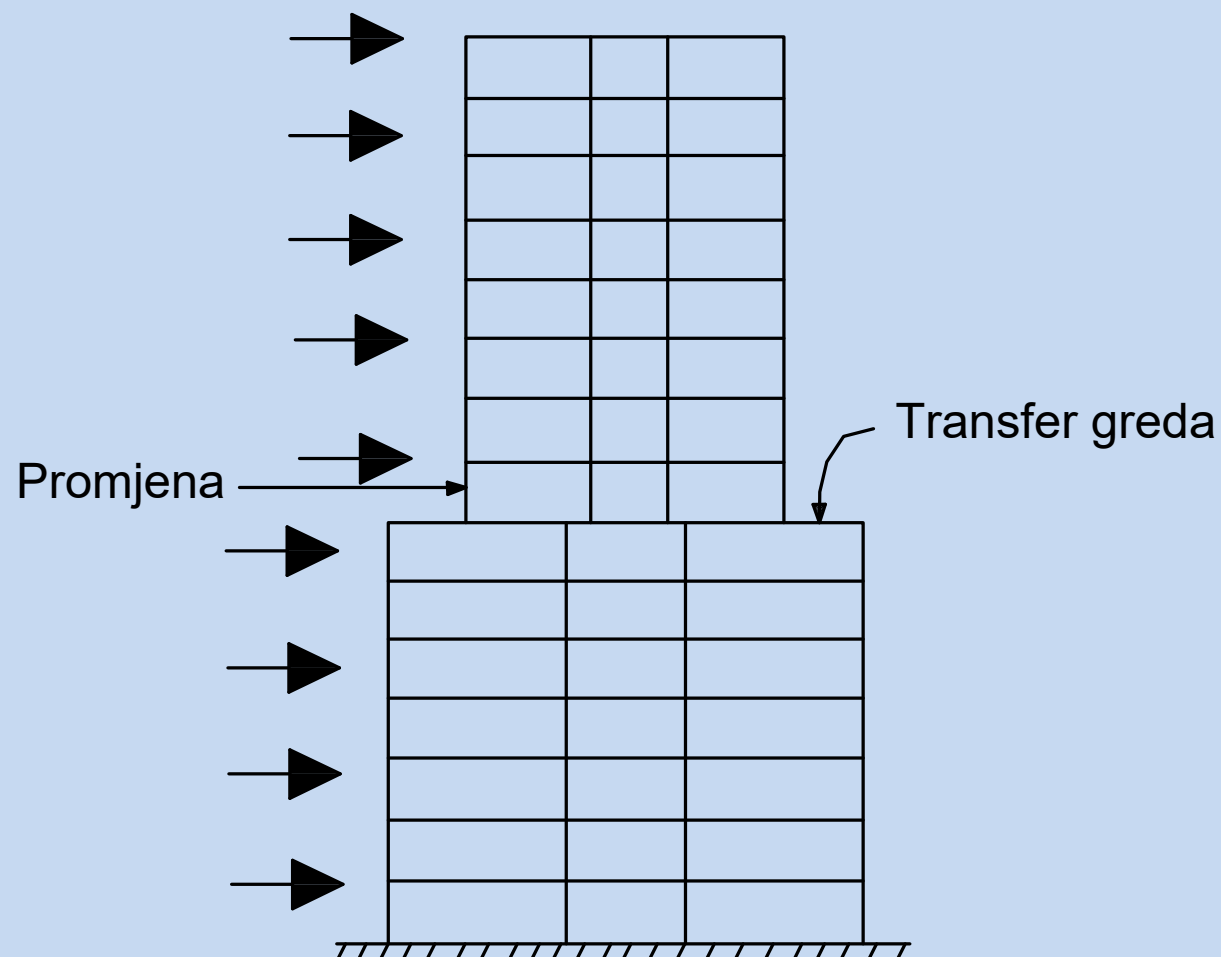
IZRAČUN REZNIH SILA METODOM KONZOLE

5. Počevši od gornjeg lijevog čvora rješava se njegova ravnoteža
 - posmik u gredi slijedi iz sile u stupu
 - moment u gredi = posmik u gredi x $L/2$
 - moment u stupu = moment u gredi
 - posmik u stupu = moment u stupu x $h_{\text{etaže}}/2$
6. Pomičući se lijevo rješavamo ravnotežu idućeg čvora i tako dolazimo do reznih sila
7. Nakon riješene jedne etaže, spuštamo se etažu niže i ponavljamo postupak iz točaka 5.-6.



Kruti okviri sa promjenama u tlocrtu

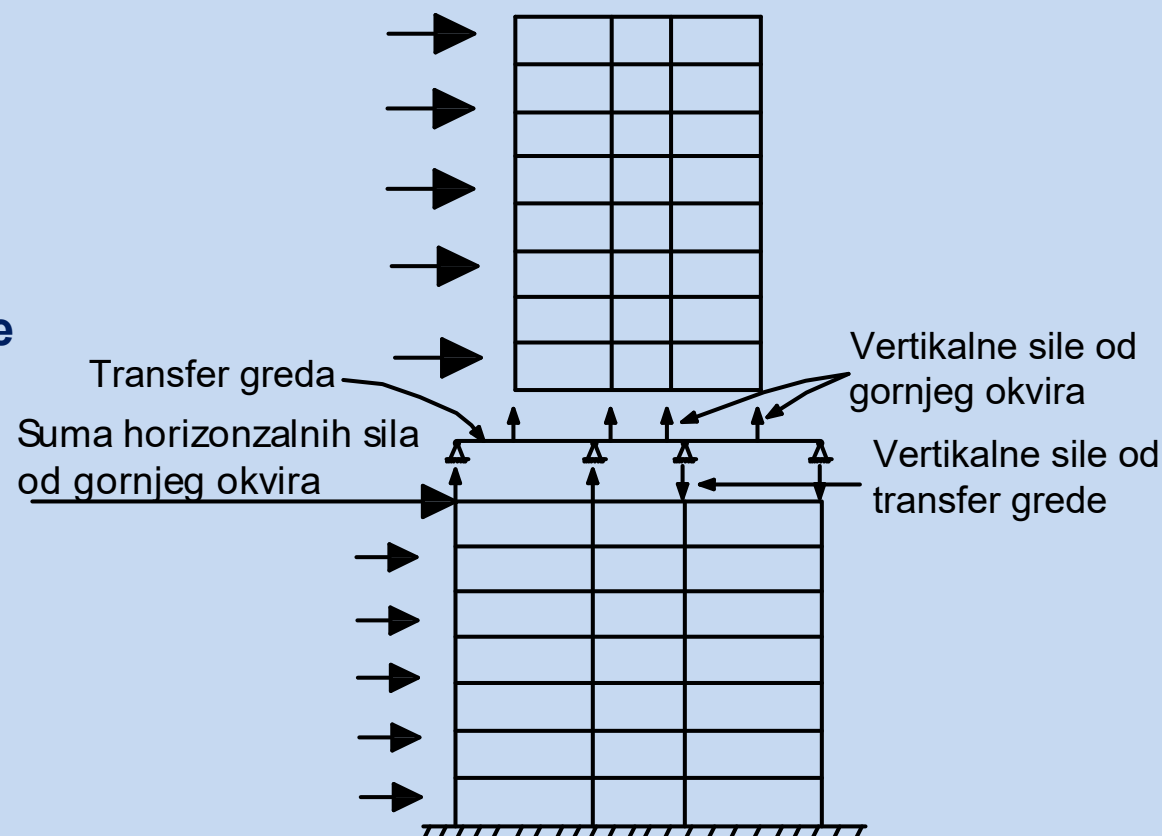
- U slučaju da okvir po visini ima promjenu u tlocrtu može se koristiti metoda konzole tako da se gornji i donji okvir analiziraju odvojeno kao zasebne konstrukcije



POSTUPAK:

Kruti okviri sa promjenama u tlocrtu

1. Proračun gornjeg okvira prema ranije opisanom postupku metode konzole
2. Kako je transfer greda obično mnogo kruća od stupova koji se na nju spajaju, moguće ju je pretpostaviti kao slobodno oslonjenu gredu
3. Prema proračunu iz točke 1. dobiju se opterećenja na transfer gredu.
4. Iz statičkog sustava transfer grede prema točki 2. dobiju se reakcije koje kao vertikalne sile djeluju na stupove donjeg okvira
5. Osim ovih reakcija na donji okvir djeluje i horizontalna sila u razini transfer grede koja je jednaka sumi posmika u donjim stupovima gornjeg okvira



- Rezne sile u transfer gredi slijede iz superpozicije tri sustava – gornji okvir, donji okvir i sustav same transfer grede kao slobodno oslonjene grede
- u slučaju da zgrada ima mali odnos h/b bolje je primijeniti metodu portala umjesto metode konzole za proračun gornjeg i donjeg okvira

Približni proračun pomaka krutog okvira

- Proračun pomaka može se provesti tek kad su definirane dimenzije elemenata okvira
- Udio pomaka od posmične deformacije iznosi više od 90% za krute okvire sa odnosom h/b do 4
- za veće odnose h/b potrebno je uzeti u obzir doprinos skraćanja stupova (savijanje okvira) u ukupni pomak ($\delta_{i,f}$ iz donjeg izraza)

Pomak kata se, dakle, kod krutih okvira općenito sastoji od tri komponente:

$$\delta_i = \delta_{i,g} + \delta_{i,c} + \delta_{i,f}$$

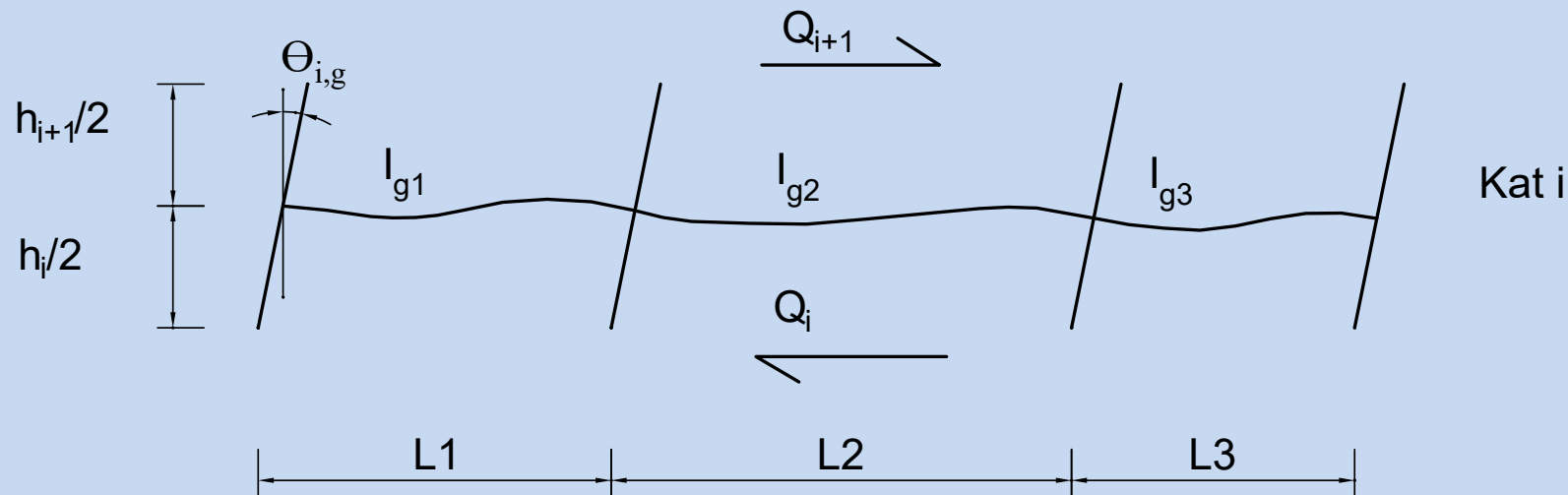
1. Pomak od rotacije čvorova uslijed savijanja grede ($\delta_{i,g}$)
2. Pomak od savijanja stupova ($\delta_{i,c}$)
3. Pomak od savijanja cijelog okvira kao konzole (aksijalna deformacija stupova) ($\delta_{i,f}$)

Približni proračun pomaka krutog okvira

POMAK OD SAVIJANJA GREDE

- deformacija od savijanja grede se računa tako da se stupovi uzmu kruti na savijanje
- kut zaokreta čvorova može se tada definirati:

$$\theta_{i,g} = \frac{\text{ukupni moment u čvorovima}}{\text{ukupna rotacijska krutost čvorova}} = \frac{\frac{Q_i h_i}{2} + Q_{i+1} \frac{h_{i+1}}{2}}{6E \left[\frac{I_{g1}}{L_1} + \left(\frac{I_{g1}}{L_1} + \frac{I_{g2}}{L_2} \right) + \left(\frac{I_{g2}}{L_2} + \frac{I_{g3}}{L_3} \right) + \frac{I_{g3}}{L_3} \right]_i} = \frac{Q_i h_i + Q_{i+1} h_{i+1}}{24E \sum \left(\frac{I_g}{L} \right)_i}$$

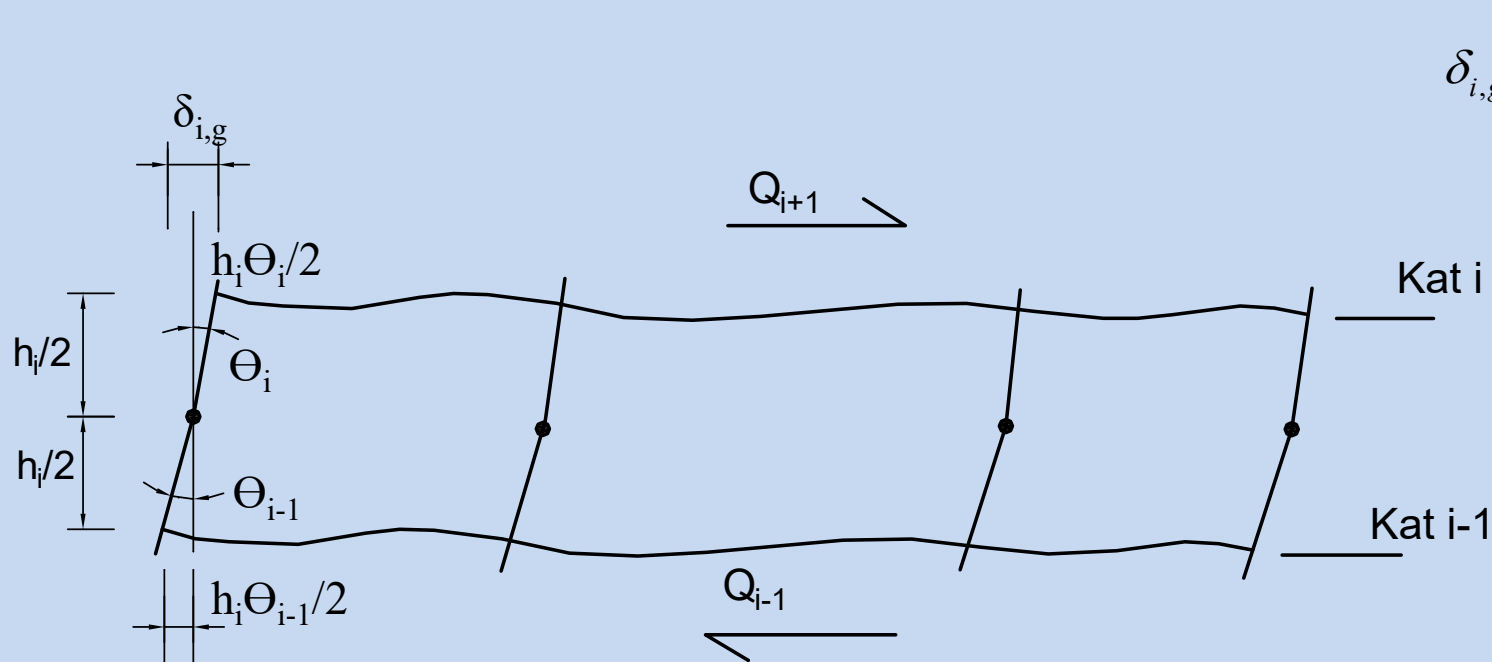


Približni proračun pomaka krutog okvira

POMAK OD SAVIJANJA GREDE

- iz ovog kuta zaokreta i isto tako izračunatog kuta zaokreta sa kata ispod, slijedi pomak kata:

$$\delta_{i,g} = \frac{h_i}{2} (\theta_{i-1} + \theta_i)$$
- ako su sve grede na katu jednake, ako su katovi iste visine i ako je jednolika raspodjela poprečnih sila po visini (prosjeak Q_{i+1} i Q_{i-1} je uvijek jednak Q_i) pomak kata iznosi:

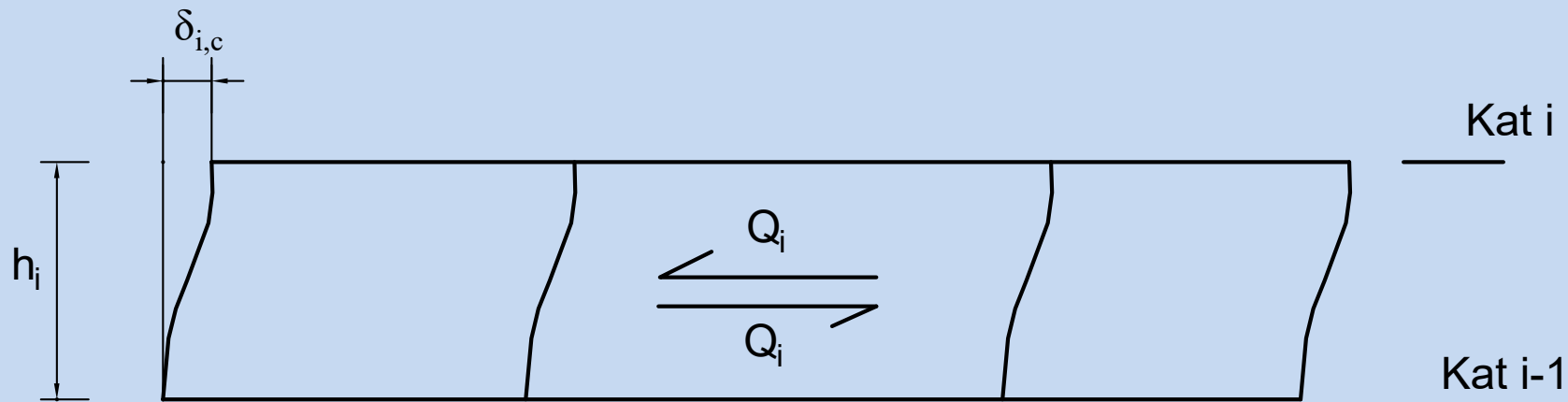


$$\delta_{i,g} = \frac{Q_i h_i^2}{12E \sum \left(\frac{I_g}{L} \right)_i}$$

Približni proračun pomaka krutog okvira**POMAK OD SAVIJANJA STUPA**

- pomak kata uslijed savijanja stupova uzima se za slučaj da su grede krute na savijanje i slijedi iz analognog proračuna kao ranije za grede (raspon grede sada je zamijenjen sa visinom stupa):

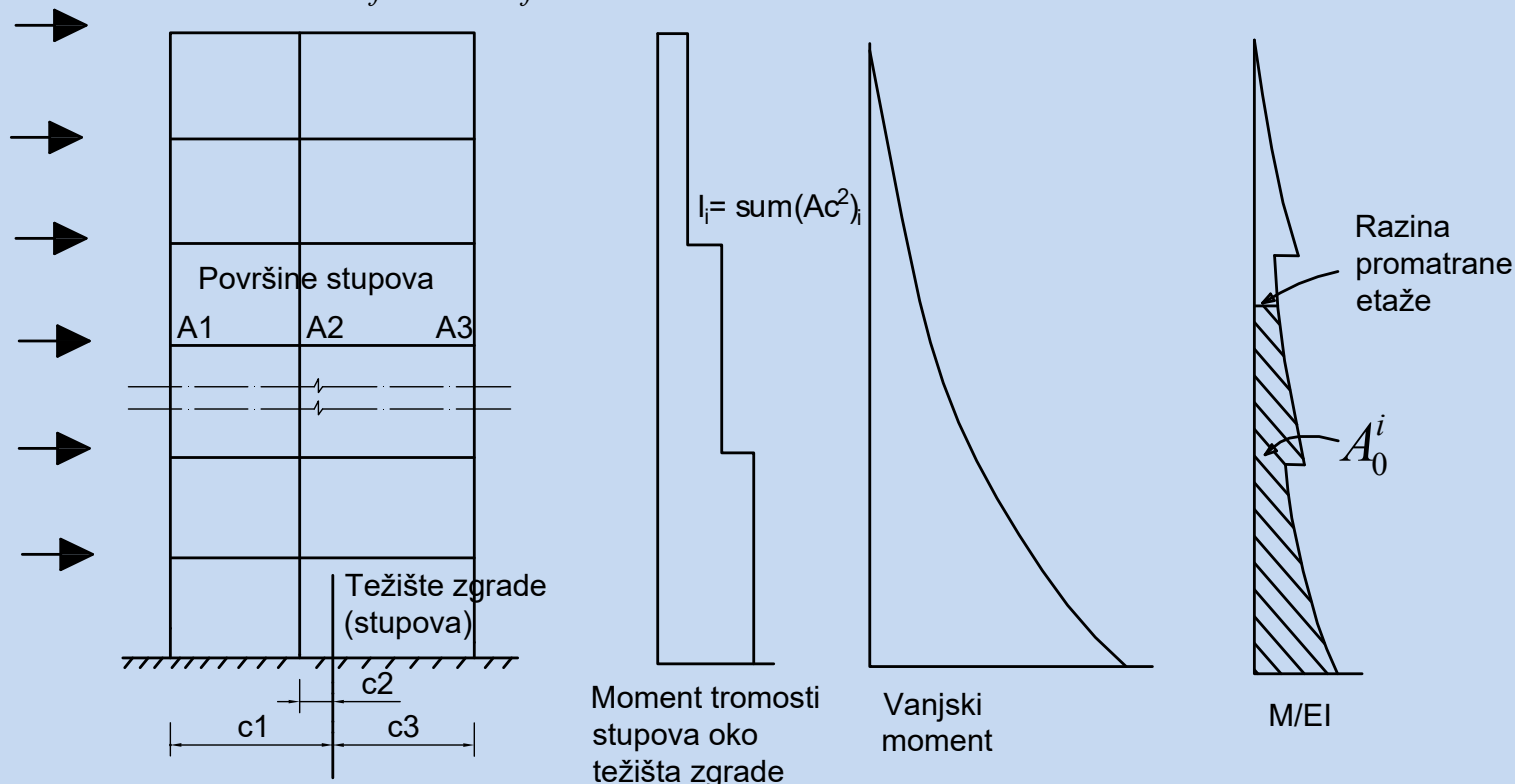
$$\delta_{ic} = \frac{Q_i h_i^2}{12E \sum \left(\frac{I_c}{h} \right)_i}$$



Približni proračun pomaka krutog okvira

POMAK OD SAVIJANJA CIJELOG OKVIRA

- pomak katova od savijanja je najveći na vrhu zgrade
- ovaj pomak može se procijeniti kada se zgrada pretpostavi kao konzola sa momentom tromosti koji odgovara momentima tromosti stupova oko težišta zgrade $I = \sum A_j c_j^2$
- ako je moment savijanja zgrade prema slici, kut zaokreta kata i može se definirati kao površina dijagrama M / EI : $\theta_{if} = A_0^i$
- pomak kata i je tada: $\delta_{if} = h_i \theta_{if} = h_i A_0^i$



Približni proračun pomaka krutog okvira**UKUPNI POMAK**

- **ukupni pomak je suma prethodno definirana tri pomaka:** $\delta_i = \delta_{i,g} + \delta_{i,c} + \delta_{i,f}$

$$\delta_i = \frac{Q_i h_i^2}{12E \sum \left(\frac{I_g}{L} \right)_i} + \frac{Q_i h_i^2}{12E \sum \left(\frac{I_c}{h} \right)_i} + h_i A_0^i$$

$$G_i = \sum (I_g / L); \quad C_i = \sum (I_c / h)$$

$$\delta_i = \frac{Q_i h_i^2}{12E} \left(\frac{1}{G} + \frac{1}{C} \right)_i + h_i A_0^i$$

- **prva etaža ima drugačiji izraz jer su donji stupovi upeti u temelj pa njihova točka infleksije u deformacijskoj liniji više nije na sredini:**

$$\delta_{1,g+c} = \frac{Q_1 h_1^2}{12E} \left(\frac{3}{2G_1} + \frac{4}{C_1} \right)$$

- **ukupni pomak (drift) vrha zgrade (n -ti kat) iznosi:** $\Delta_n = \sum_{i=1}^n \delta_i$

Kompjuterske analize

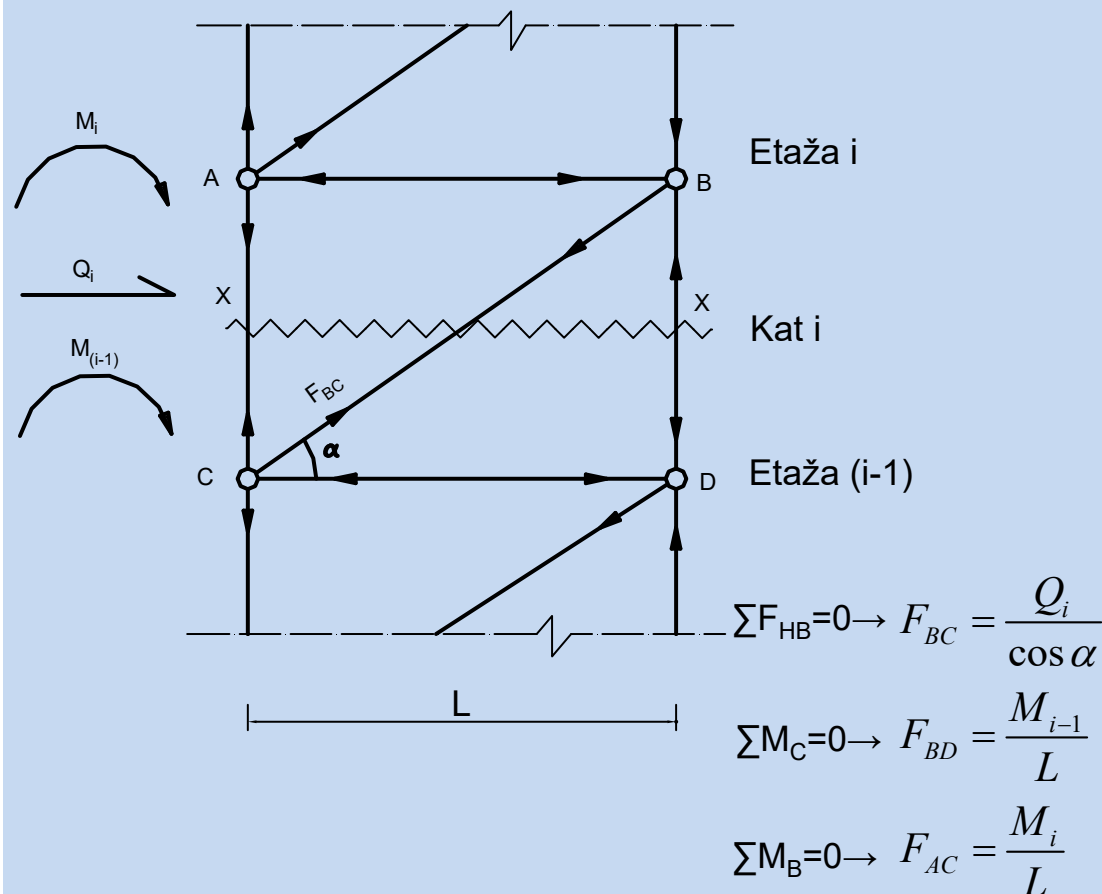
- Prikazane „ručne” metode proračuna su najkorisnije u preliminarnij fazi proračuna
- Danas su u praktičnoj primjeni detaljne analize zamijenjene sa mnogo točnijim metodama koje se oslanjaju na kompjutersku analizu
- Kompjuterske metode mogu proračunati i mnogo složenije sustave, koji kombiniraju elemente različitih dimenzija i rasporeda
- Okvirni sustav se kompjuterski modelira sa štapnim elementima greda i stupova
- Moguć je i unos željenih modificiranih vrijednosti momenata tromosti, torzijskih krutosti, površina za preuzimanje posmika...
- Kod armirano betonskih okvira moment tromosti se obično reducira na 50% za grede i na 80% za stupove, simulirajući na taj način raspucalost betona
- Ploče se obično uzimaju kao kruti diskovi u ravnini
- Moguće su (i potrebne) analize prema teoriji 2. reda

Približni proračun sila u elementima spregova

- U statički određenim spregovima moguće je odrediti sile prema jednostavnim jednadžbama ravnoteže čvorova

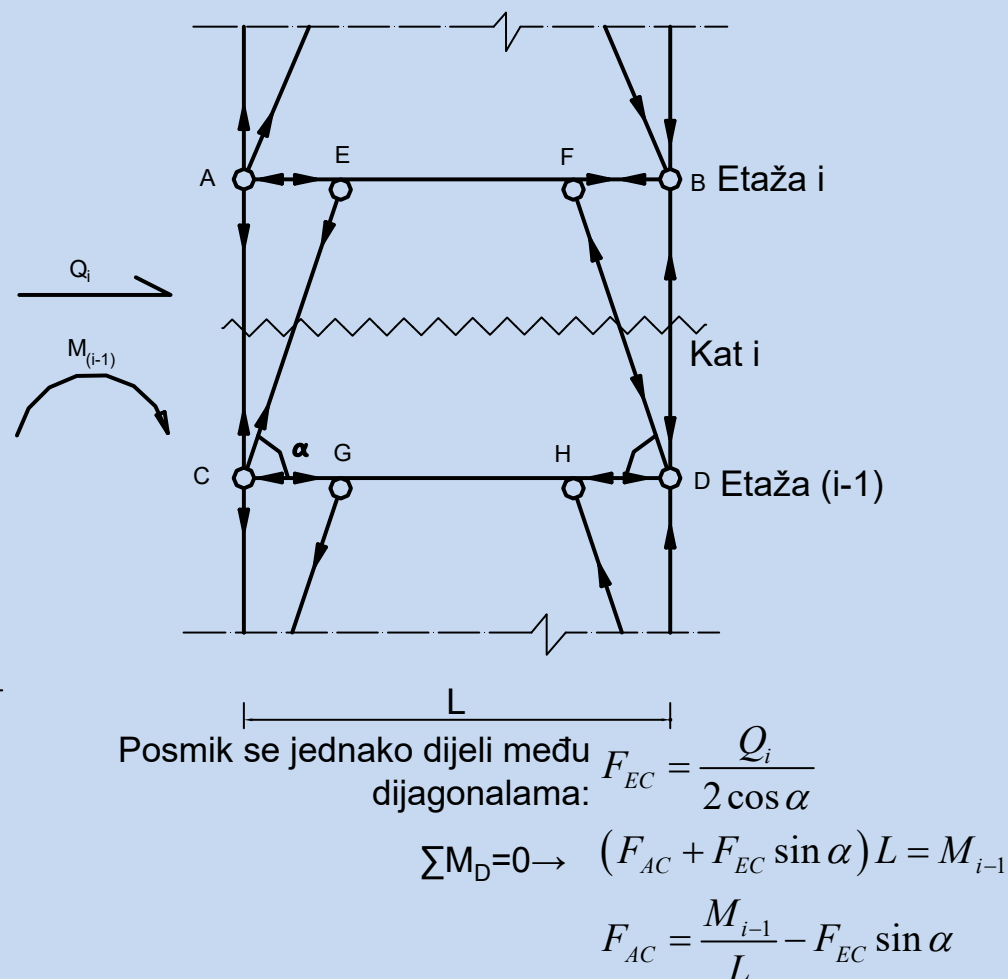
PRIMJER – spreg sa jednostrukom dijagonalom

(vanjsko djelovanje:
poprečna sila i moment)



PRIMJER – ekscentrični spreg

(vanjsko djelovanje:
poprečna sila i moment)



Približni proračun pomaka spregova

- **Fleksijski doprinos ukupnom pomaku dolazi od aksijalne deformacije stupa, a posmični doprinos dolazi od deformacija dijagonala i greda**
- **U nižim poduprtim okvirima je posmični doprinos veći, a u višim fleksijski**
- **Kod jednostrukog sprega sa odnosom visine i širine sprega $h/b=8$, 60-70% ukupnog pomaka dolazi od fleksijske deformacije, a ostatak od posmične**
- **Međukatni pomak (inter-story drift) raste prema vrhu građevine (jer se rotacija od fleksijske deformacije povećava prema vrhu) i pod većim je utjecajem fleksijskog dijela deformacije**
- **Za gore spomenutu građevinu će čak 95% vrijednosti međukatnog pomaka na vrhu dolaziti od fleksijske deformacije**

Približni proračun pomaka spregova

PRORAČUN

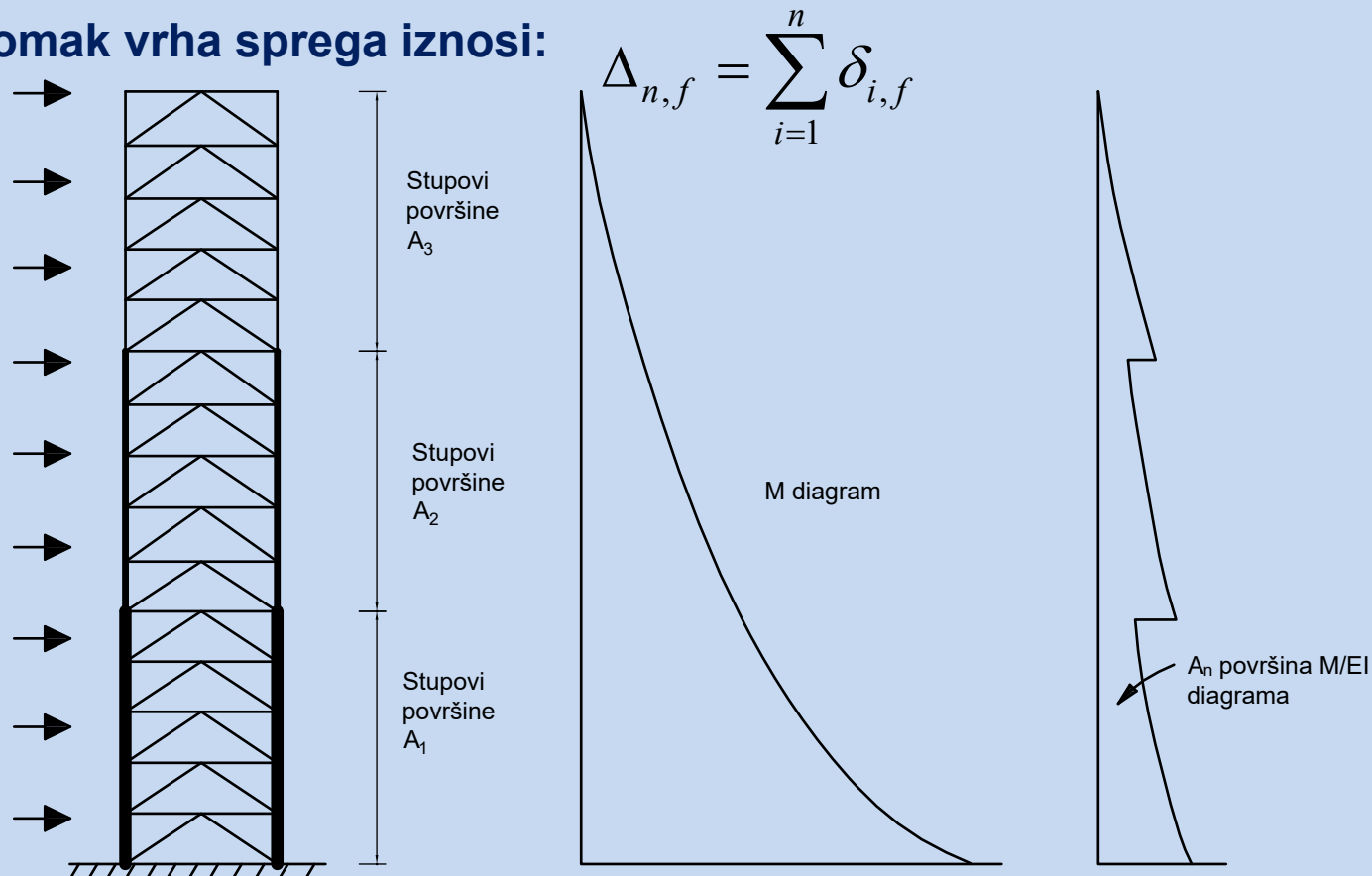
- Fleksijska komponenta pomaka dobije se iz površine momentnog dijagrama, a posmična komponenta iz izvedenih izraza prema vrstama rešetki
- Ukupan pomak sprega zbroj je pomaka od fleksijskog i posmičnog utjecaja:

$$\Delta_n = \Delta_{n,f} + \Delta_{n,s}$$

Približni proračun pomaka spregova

FLEKSIJSKA KOMPONENTA POMAKA SPREGA

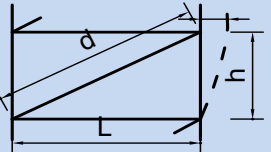
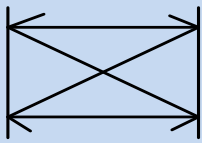
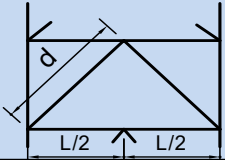
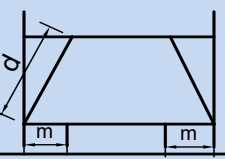
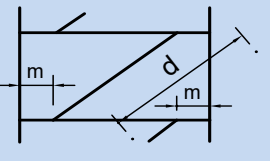
- Izračuna se vanjski momentni dijagram za čitav spreg
- Ovaj dijagram se podijeli sa EI , gdje je I moment tromosti vertikalna sprega (stupova) u odnosu na njihovo zajedničko težište
- Međukatni pomak svakog polja sprega dobije se onda iz izraza: $\delta_{i,f} = h_i \theta_i$
- θ_i je kut zaokreta kata, i jednak je površini dijagrama M/EI ispod razine promatranog kata
- Ukupan pomak vrha sprega iznosi:



Približni proračun pomaka spregova

POSMIČNA KOMPONENTA POMAKA SPREGA

- Ona je funkcija vanjskog posmika i karakteristika dijagonala i greda određenog polja
- Izrazi za izračun posmične komponente pomaka ($\delta_{i,s}$) prikazani su tablično za različite vrste rešetki

TIP SPREGA	OZNAKE	POSMIČNI MEĐUKATNI POMAK
JEDNOSTRUKA DIJAGONALA		$\delta^s = \frac{Q}{E} \left(\frac{d^i}{L^2 A_d} + \frac{L}{A_g} \right)$
DVOSTRUKA DIJAGONALA		$\delta^s = \frac{Q}{2E} \left(\frac{d^3}{L^2 \cdot A_d} \right)$
K-ISPUNA		$\delta^s = \frac{Q}{E} \left(\frac{2d^3}{L^2 \cdot A_d} + \frac{L}{4 \cdot A_g} \right)$
EKSCENTRIČNI SPOJ DVOSTRUKE		$\delta^s = \frac{Q}{E} \left(\frac{d^3}{2m^2 \cdot A_d} + \frac{m}{2A_g} + \frac{h^2 \cdot (L-m)^2}{12 \cdot I_g \cdot L} \right)$
EKSCENTRIČNI SPOJ JEDNOSTRUKI		$\delta^s = \frac{Q}{E} \left(\frac{d^3}{(L-2m)^2 \cdot A_d} + \frac{(L-2m)}{A_g} + \frac{h^2 \cdot m^2}{3 \cdot I_g \cdot L} \right)$

Ukupan pomak vrha sprega od posmika iznosi:

$$\Delta_{n,s} = \sum_{i=1}^n \delta_{i,s}$$

Q posmik u katu

A_d površina dijagonale

A_g i I_g su površina i moment tromosti grede

Približni proračun pomaka spregova

PRORAČUN METODOM VIRTUALNOG RADA

- Prvenstveno je potrebno odrediti stvarne sile u elementima (uzdužne sile i momente savijanja ukoliko postoje u gredama sprega) pri stvarnom opterećenju

STVARNE SILE:

P_j (j -element sprega),

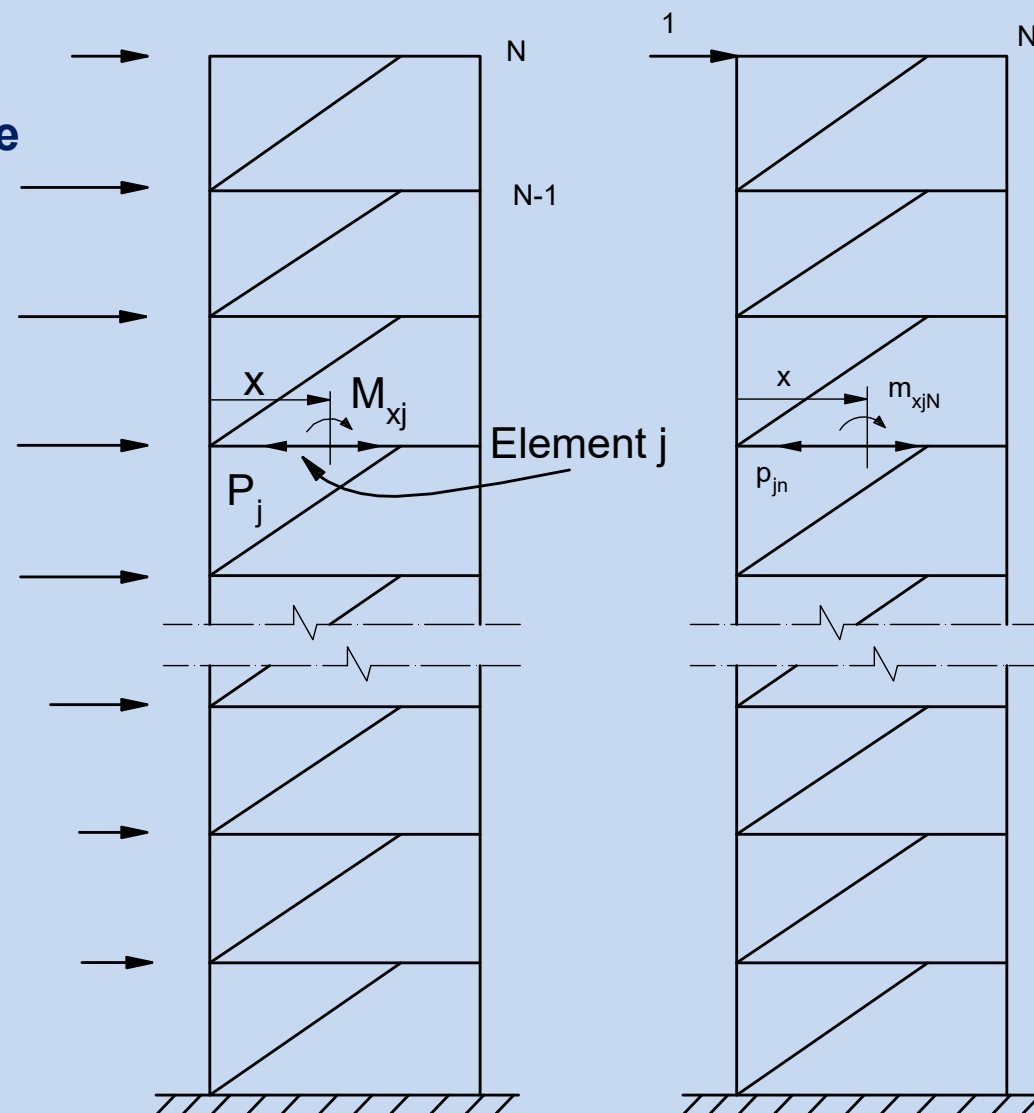
M_{xj} (moment u presjeku x elementa j)

- Zatim se definiraju sile u tim istim elementima za opterećenje jediničnom silom u razini N u kojoj tražimo stvarni pomak

SILE OD JEDINIČNOG OPTEREĆENJA:

p_{jN} (j -element sprega),

m_{xjN} (moment u presjeku x elementa j)



Približni proračun pomaka spregova

PRORAČUN METODOM VIRTUALNOG RADA

➤ pomak u razini N tada iznosi: $\Delta_N = \sum P \left(\frac{p_{jN} L}{EA} \right)_j + \sum \int_0^L M_x \left(\frac{m_{xjN}}{EI} \right)_j dx$

doprinos od elemenata sa
uzdužnom silom

doprinos od elemenata sa
momentima savijanja

- ova metoda je vrlo korisna za dobivanje ukupne progibne linije čitave zgrade
- sa svega nekoliko jediničnih opterećenja se mogu dobiti progibi u karakterističnim točkama po visini i iscrtati progibna linija