

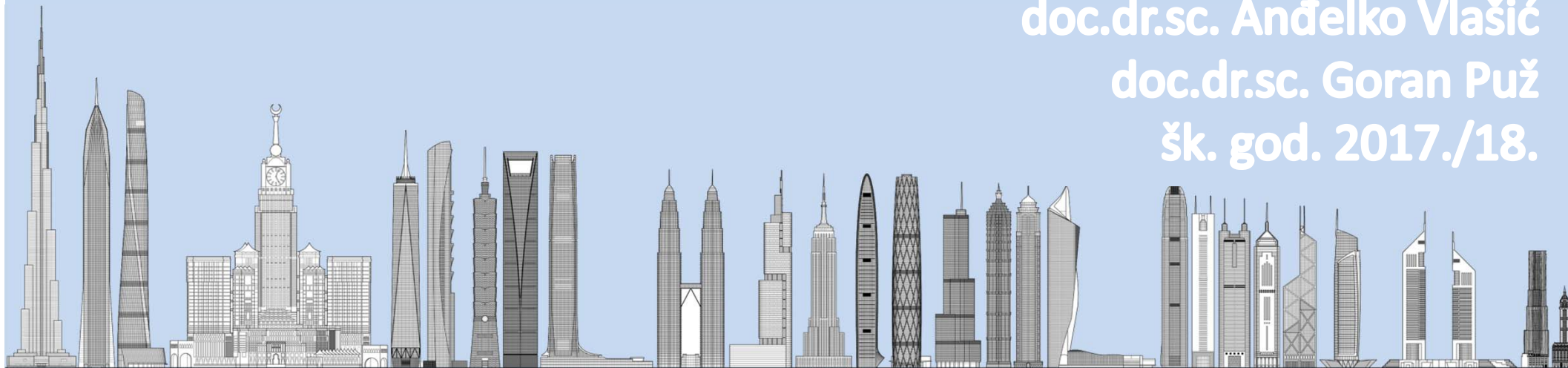
Građevinski Fakultet
Sveučilište u Zagrebu

VISOKE GRAĐEVINE

8. Predavanje

Posmični zidovi

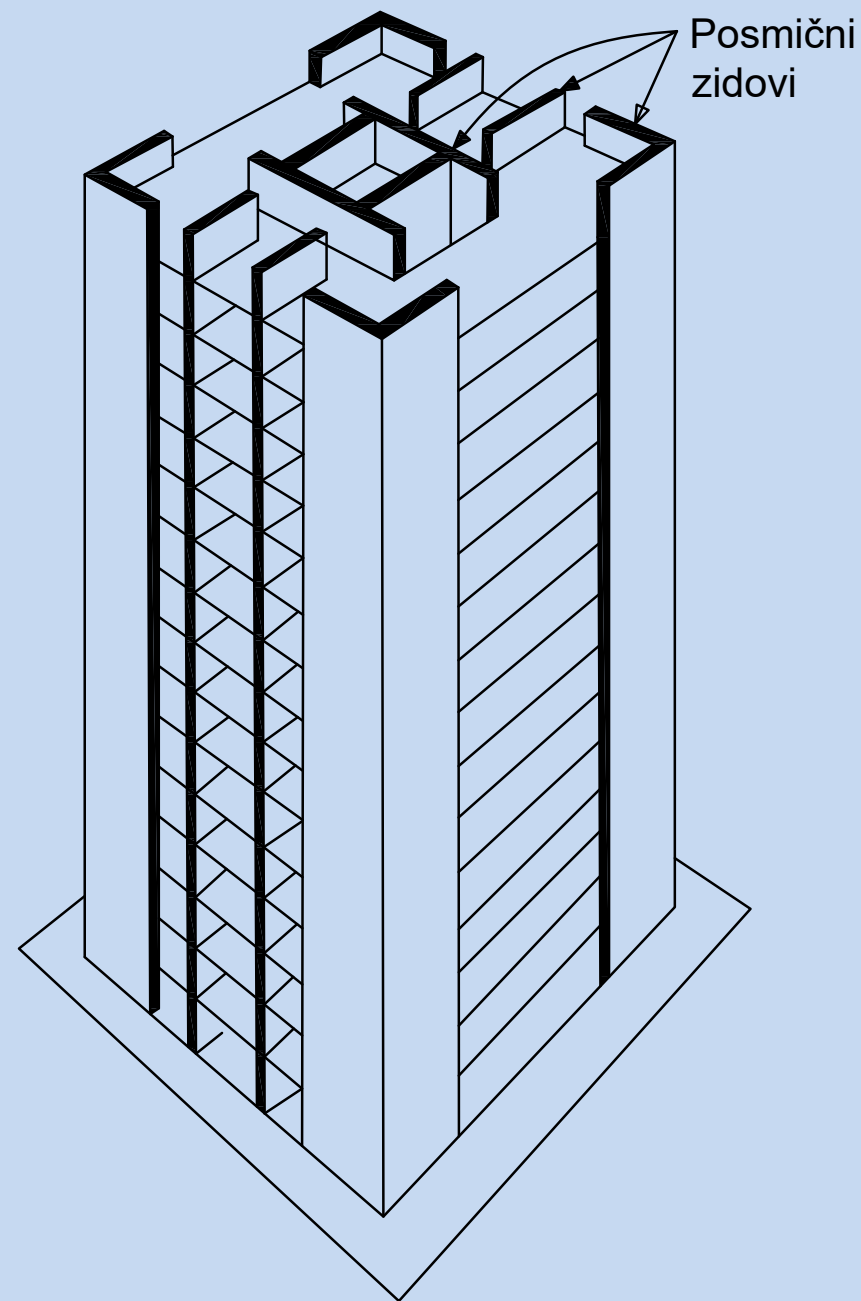
doc.dr.sc. Anđelko Vlašić
doc.dr.sc. Goran Puž
šk. god. 2017./18.



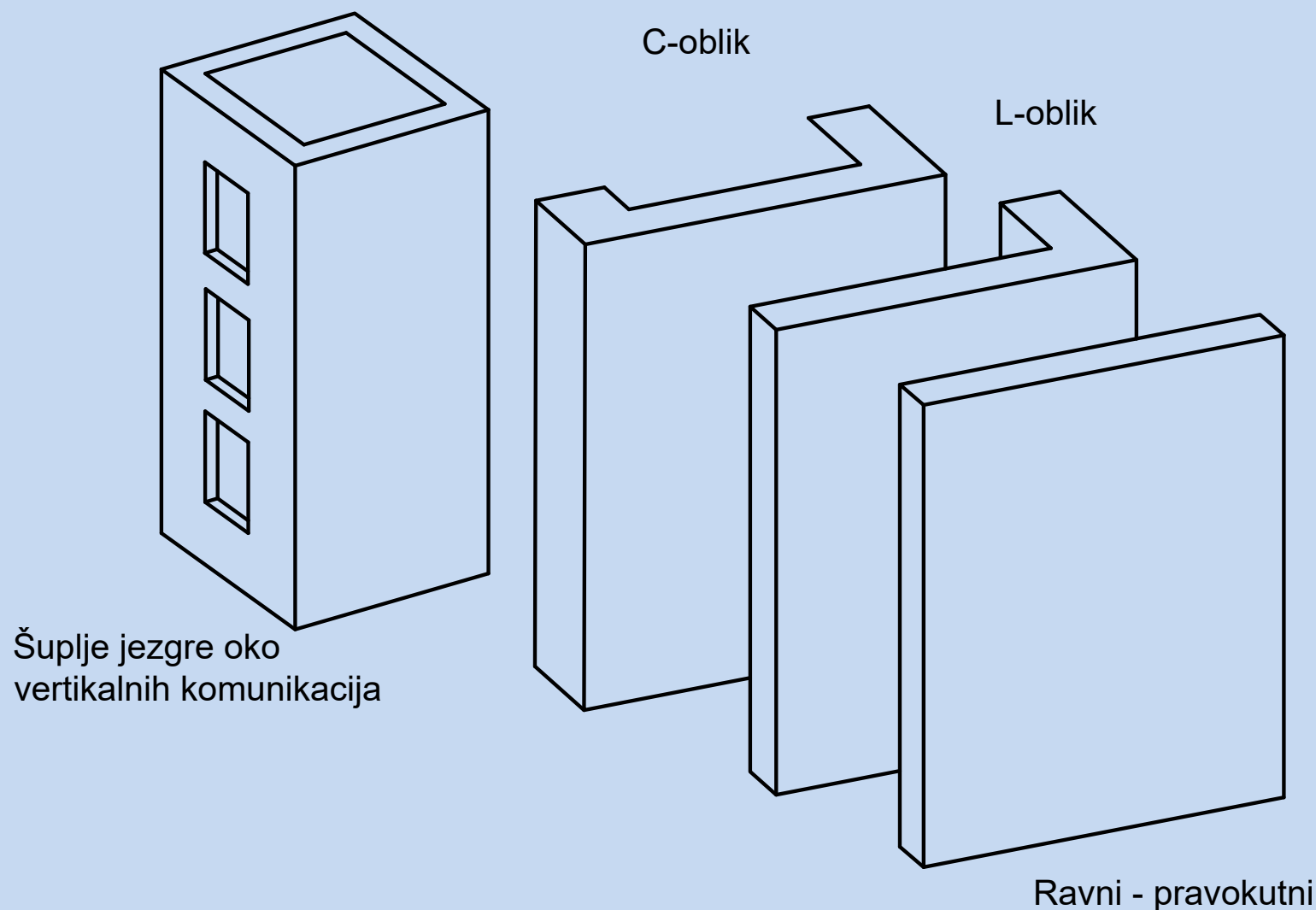
1. Općenito
2. Ponašanje konstrukcije od posmičnih zidova
3. Metode proračuna proporcionalnih sustava
4. Metode proračuna neproporcionalnih sustava
5. Povezani posmični zidovi
6. Metode proračuna povezanih zidova
7. Primjeri izvedenih visokih građevina sa posmičnim zidovima
8. Primjeri izvedenih visokih građevina sa povezanim posmičnim zidovima

Općenito

- Otpor horizontalnom opterećenju pružaju posmični zidovi
- Zidovi mogu biti dio:
 - komunikacijske vertikalne zgrade – jezgre – gdje se postavljaju liftovi, stubišta, instalacije, servisni putovi...
 - pregrada između različitih dijelova zgrade, ako je ovakvu podjelu moguće voditi po čitavoj visini zgrade
- Najučinkovitiji položaj je po obodu zgrade, što je obično u koliziji sa željama arhitekata.

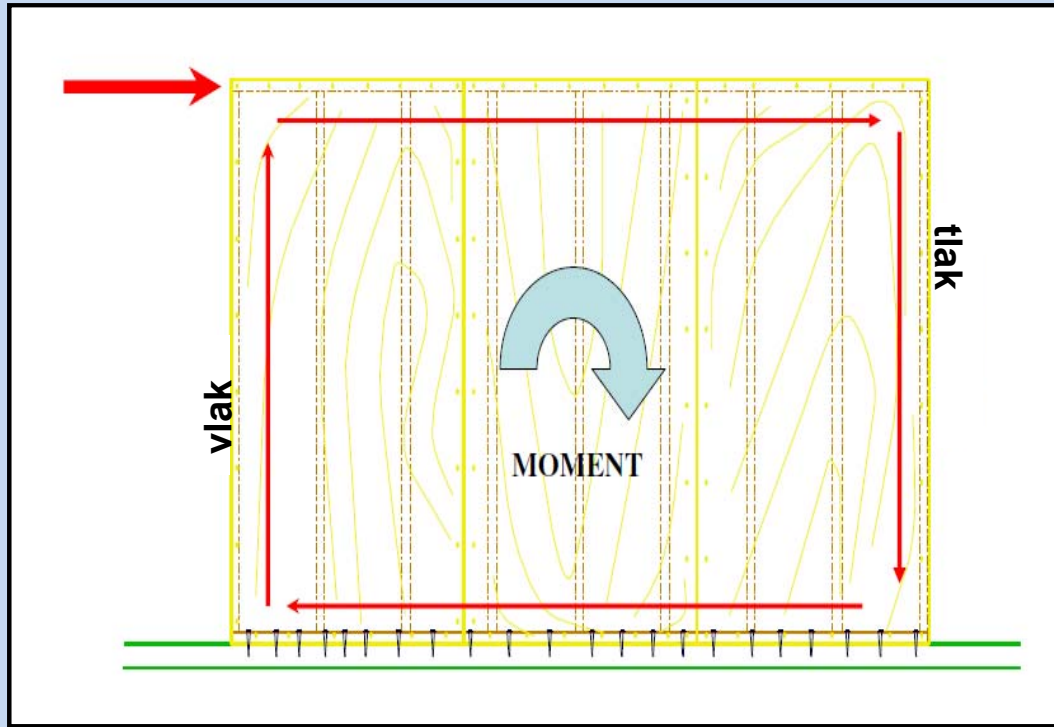


- Zidovi mogu biti pojedinačni ili ravninski, L-oblika, T-oblika i U-oblika, uključujući i sve moguće kombinacije ovih oblika.

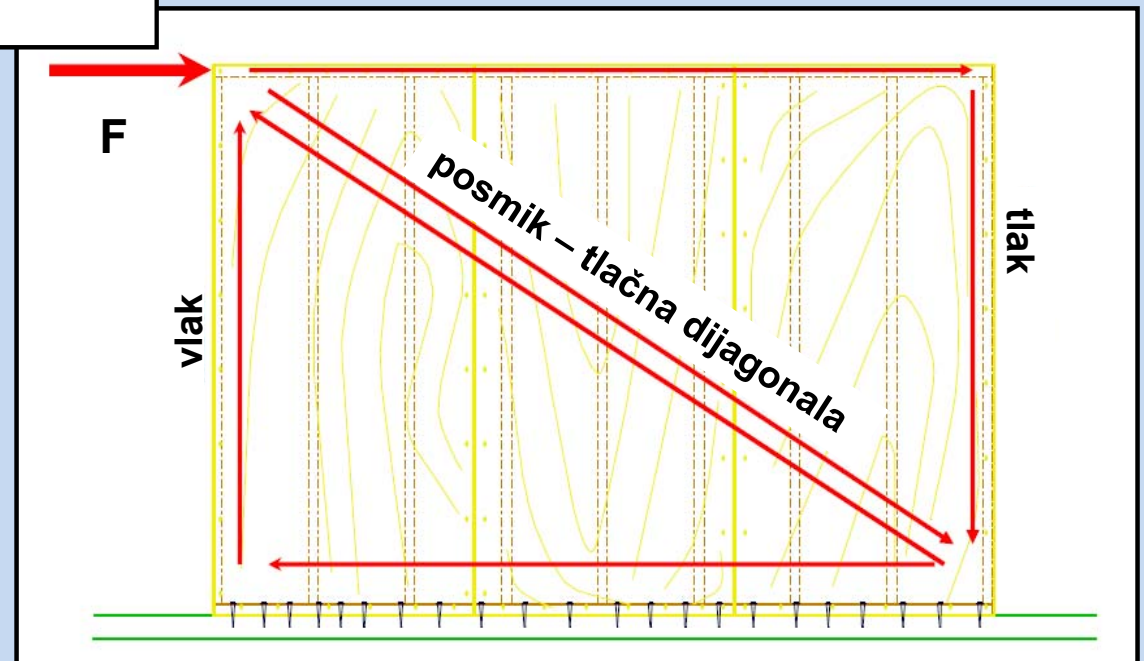


- Posmični zidovi imaju veliku krutost unutar svoje ravnine
- Pogodni za visine zgrada do 40 katova, za veće visine potrebno ih je kombinirati sa drugim sustavima
- Povoljan položaj zidova u tlocrtu je onaj gdje vertikalno opterećenje od vlastite težine poništava vlak koji se javlja od horizontalnog opterećenja
- Zidovi su kontinuirani od vrha zgrade do temelja, na koje su kruto vezani.
- Proračunavaju se kao uspravne konzole.
- **Dominantni oblik deformacije – savojni oblik!**

Ponašanje konstrukcije od posmičnih zidova

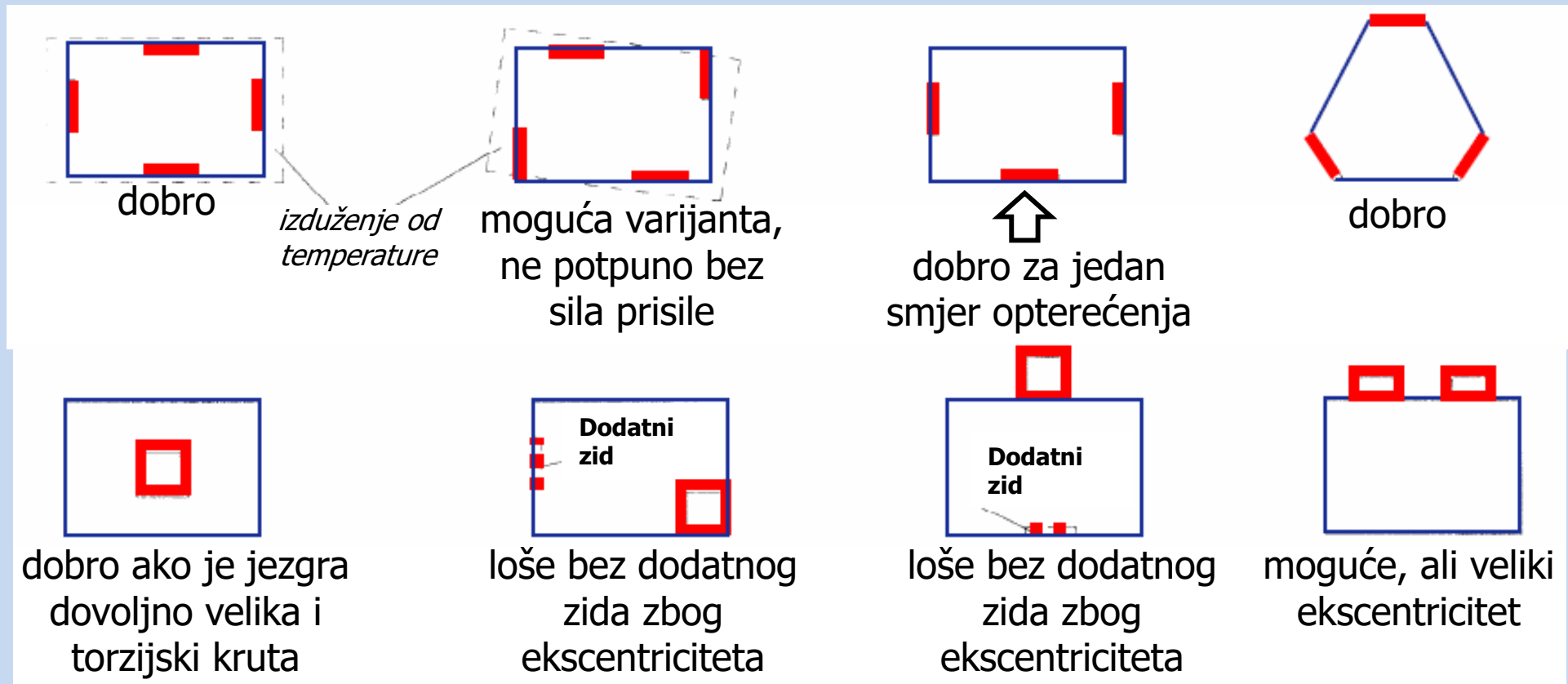


Za prikazano opterećenje u sredini zida javlja se tlačna dijagonala, na lijevom rubu vlak, a na desnom tlak.

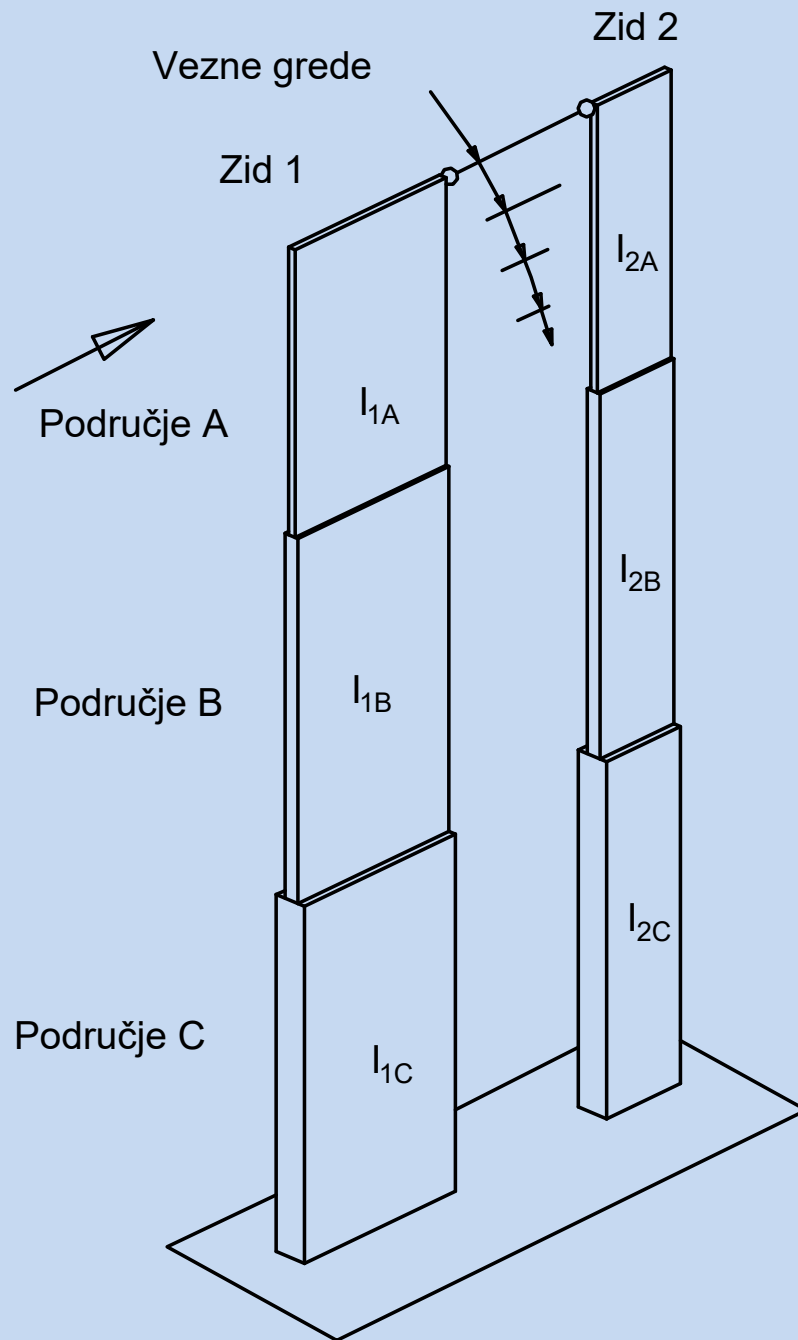


Tlocrtni raspored

- težište i centar posmika u tlocrtu moraju biti što bliži jedan drugom, da ne nastane veliki torzijski moment uslijed horizontalnih opterećenja



- Pretpostavljamo da stropovi imaju zanemarivu otpornost na savijanje, tako da mogu samo prenijeti horizontalne sile na zidove.
- Visoke zgrade sa zidovima sastoje se od skupa zidova različitih duljina i debljina.
- Povezivanje zidova zahtjeva pažljivo promišljanje, kako će se momenti i poprečne sile preraspodijeliti između zidova i povezanih nosača i stropnih ploča.
- U Americi se u *prvoj iteraciji* debljina zidova usvaja sa *2,5 cm za visinu svakog kata*. To znači da se inicijalna debljina zida za 40-katnu zgradu uzima 100 cm. U sljedećim proračunskim koracima ta debljina će se smanjiti oko 2 cm po katu za više razine.
- Zidovi se mogu projektirati kao:
 - *proporcionalni*
 - *neproporcionalni*

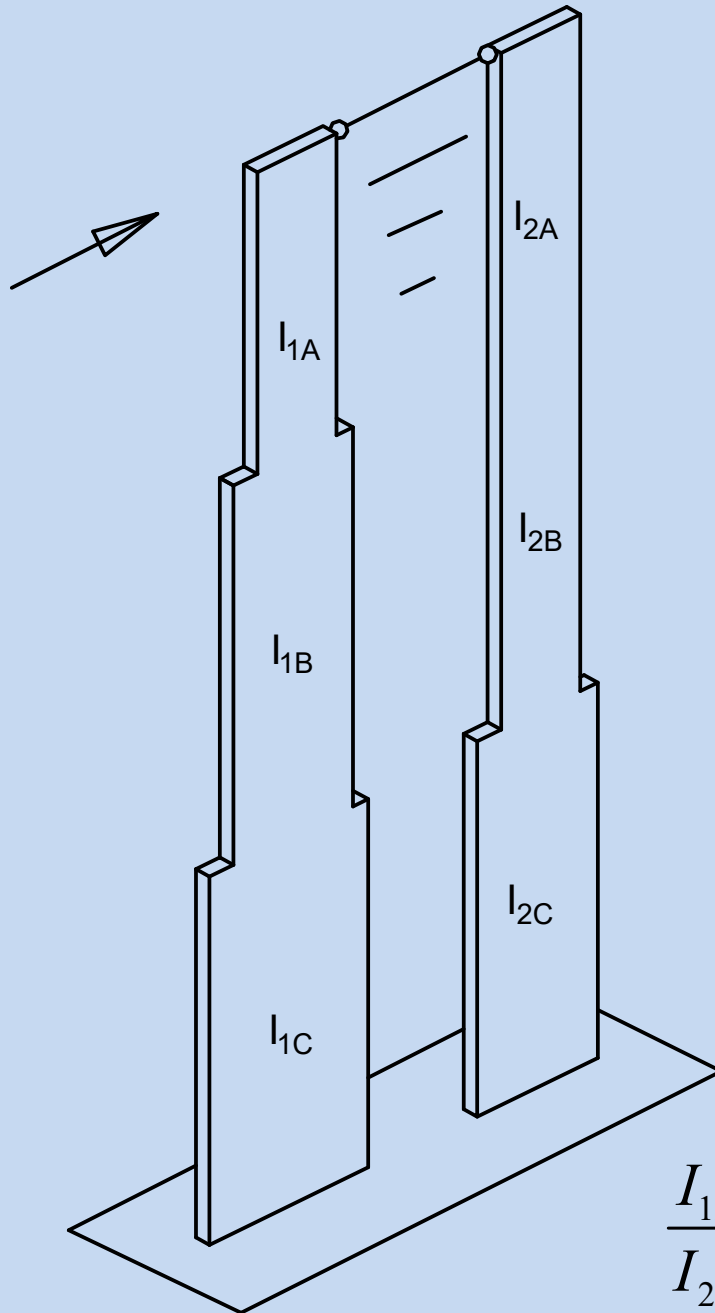


Kod *proporcionalnih* zidnih sustava odnosi fleksijskih krutosti su nepromjenjivi po cijeloj visini.

Kod takvih zidova nema preraspodjele posmika i momenata na razinama promjene krutosti zidova.

Ovaj sustav je statički određen i napadni momenti i poprečne sile raspodjeljuju se na pojedine zidove u odnosu njihove fleksijske krutosti.

$$\frac{I_{1A}}{I_{2A}} = \frac{I_{1B}}{I_{2B}} = \frac{I_{1C}}{I_{2C}}$$



Kod *neproporcionalnih* zidnih sustava odnosi fleksijskih krutosti nisu nepromjenjivi po cijeloj visini.

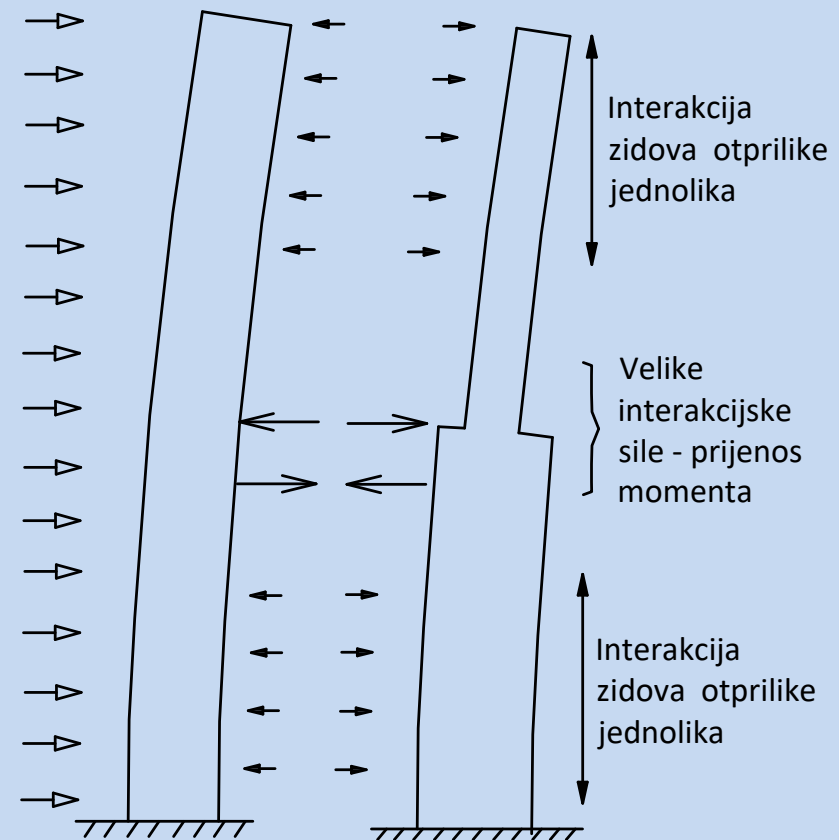
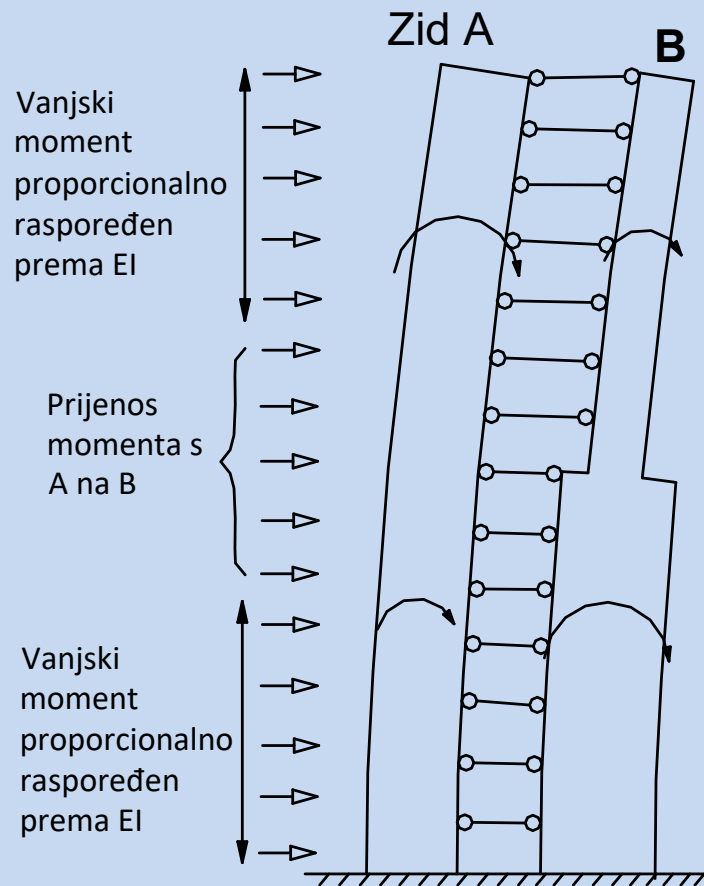
Na katovima gdje se krutosti mijenjaju dolazi do preraspodjele posmika i momenata u zidovima.

Ovaj je sustav statički neodređen i ručni proračun je vrlo složen. Stoga se proračun provodi ili metodom konačnih elemenata (FEM) ili zamjenskim okvirnim proračunom.

$$\frac{I_{1A}}{I_{2A}} \neq \frac{I_{1B}}{I_{2B}} \neq \frac{I_{1C}}{I_{2C}}$$

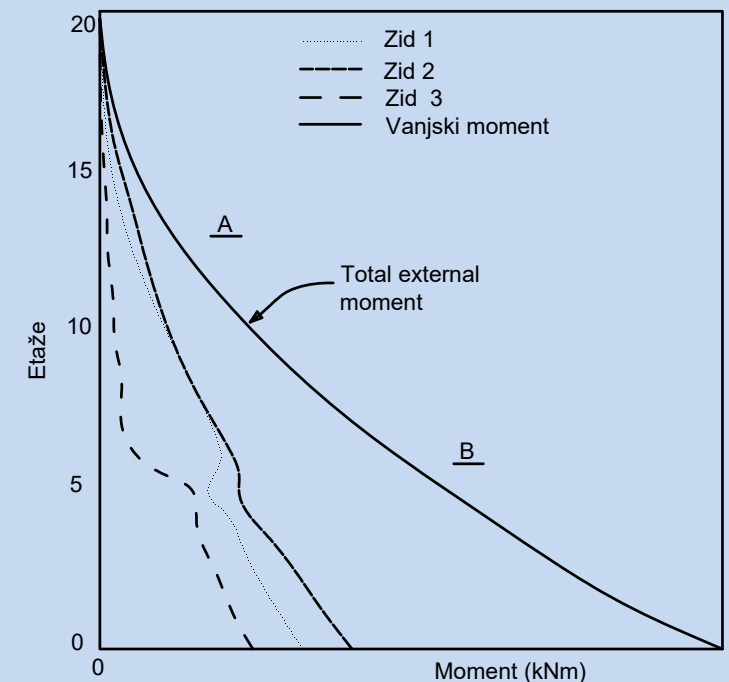
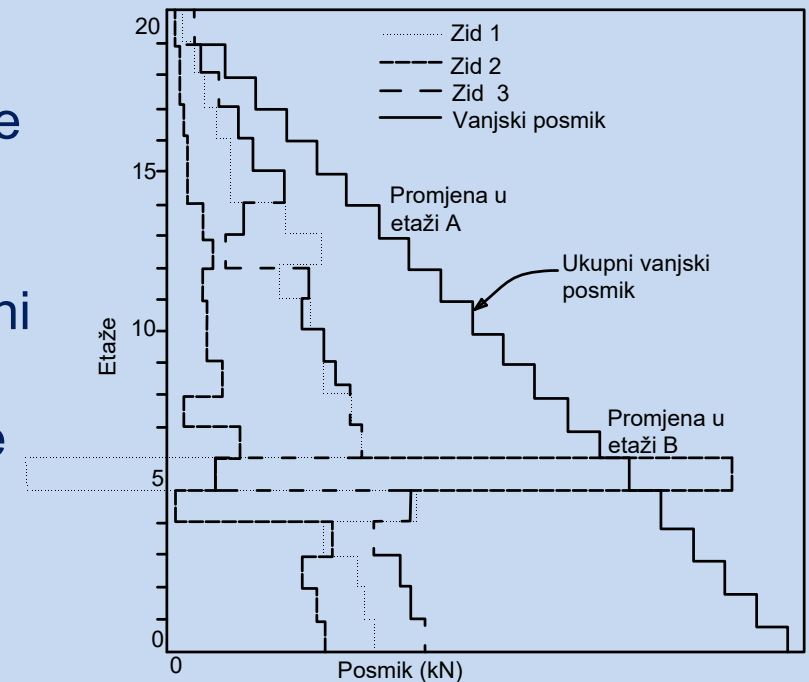
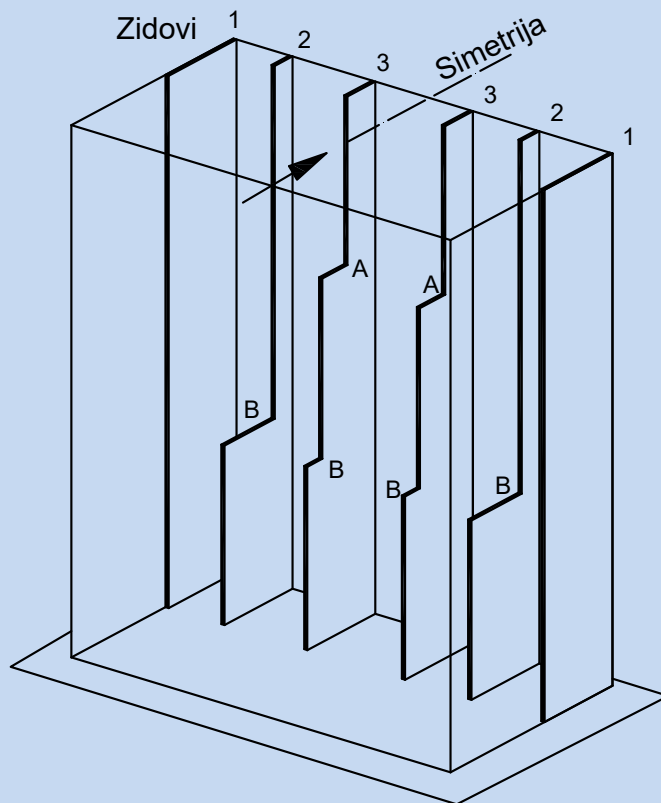
Posmični zidovi | Ponašanje konstrukcije posmičnih zidova

- Kod simetrične neproporcionalne zgrade veze između zidova A i B prisiljavaju ih na jednaku liniju deformacije za horizontalna djelovanja.
- Na kritičnim razinama napadni moment se raspodjeljuje na oba zida u odnosu njihovih fleksijskih krutosti (kao kod proporcionalne zgrade).
- Prijenos sila između zidova realizira se horizontalnim silama u veznim elementima. Stoga dolazi do preraspodjele momenata od para horizontalnih sila i obrnutih sila u vezama na sljedećim razinama u okolini kritične razine.



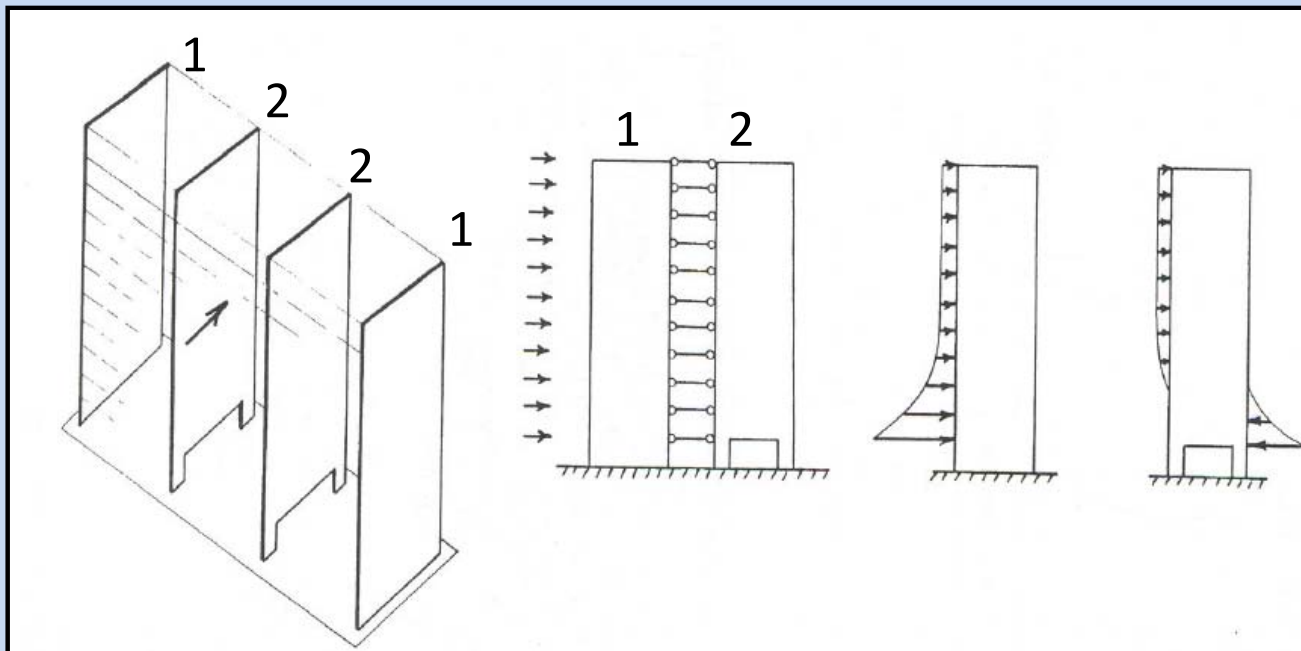
Posmični zidovi | Ponašanje konstrukcije posmičnih zidova

- Promjene u posmiku mogu biti vrlo velike, tako da su poprečne sile i obratne poprečne sile često veće od ukupne napadne poprečne sile za to opterećenje.
- Ti ozbiljni lokalni utjecaji na zidove na kritičnoj razini smanjuju se unutar dva kata i približavaju nuli.
- Promjene u dijagramu momenata su mnogo manje nego one u dijagramu posmika.



Diskontinuitet na podnožju konstrukcije

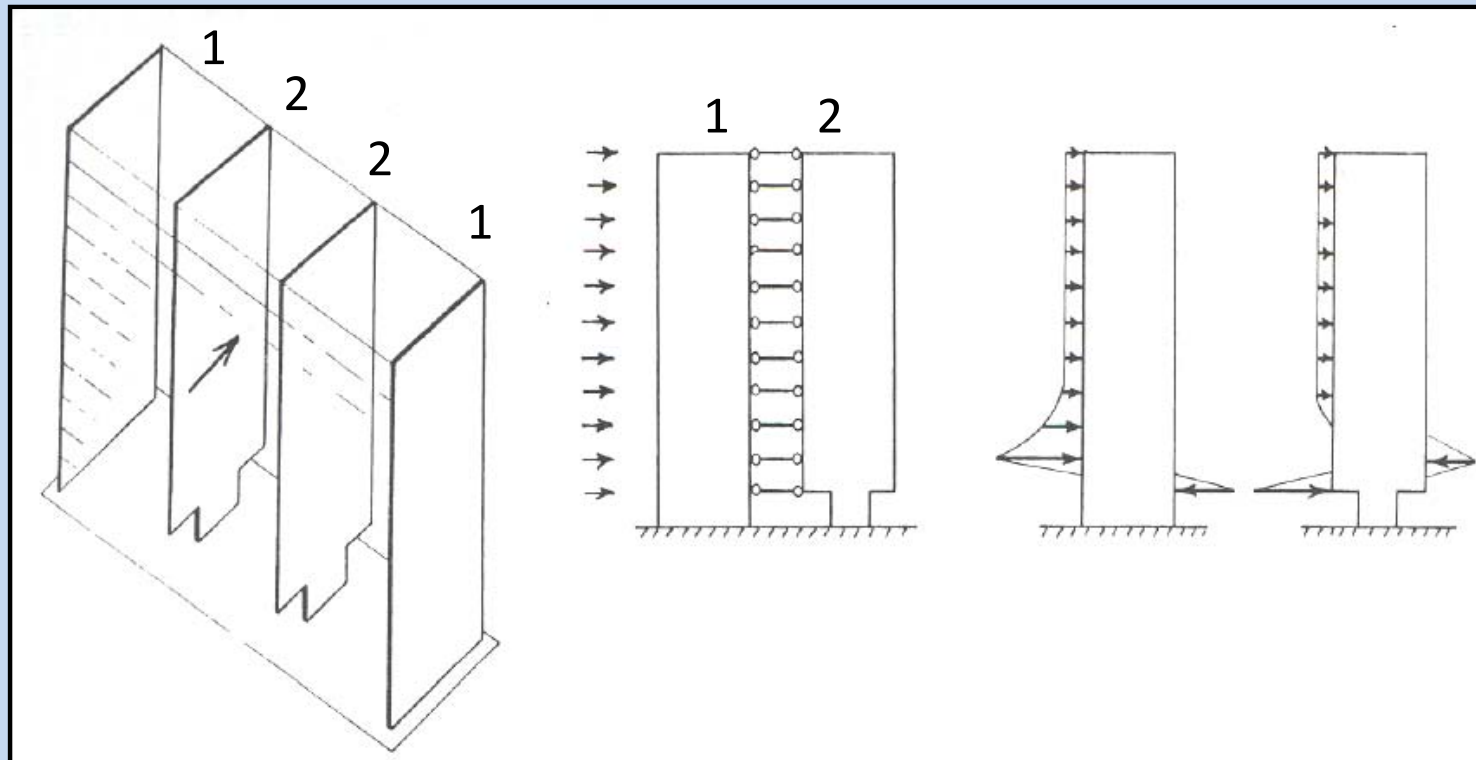
- U hotelima i zgradama za stanovanje u prizemlju su uobičajeni veliki lobiji i konferencijske sale.
- Stoga se neki zidovi u prizemlju prekidaju.
- Zamjenski ekvivalentni ravninski model pola konstrukcije ima samo dva zida, zid #1 puni vanjski zid i zid #2 djelomično prekinuti unutrašnji zid.
- Za horizontalne akcije fleksibilnost stupova zida #2 čini zgradu bočno manje krutom u tom dijelu. Posljedica je velika preraspodjela posmičnih sila od zida #2 na zid #1 i nešto manja preraspodjela momenata savijanja.



Od dva unutrašnja zida preostala su samo dva rubna stupa. Raspored vanjskog opterećenja na ravnine zidova vidljiv je na dvije zadnje desne slike. Posmik koji slijedi iz ove raspodjele je vrlo velik u donjoj razini zidova, i suprotnog predznaka za dva zida.

Diskontinuitet na podnožju konstrukcije

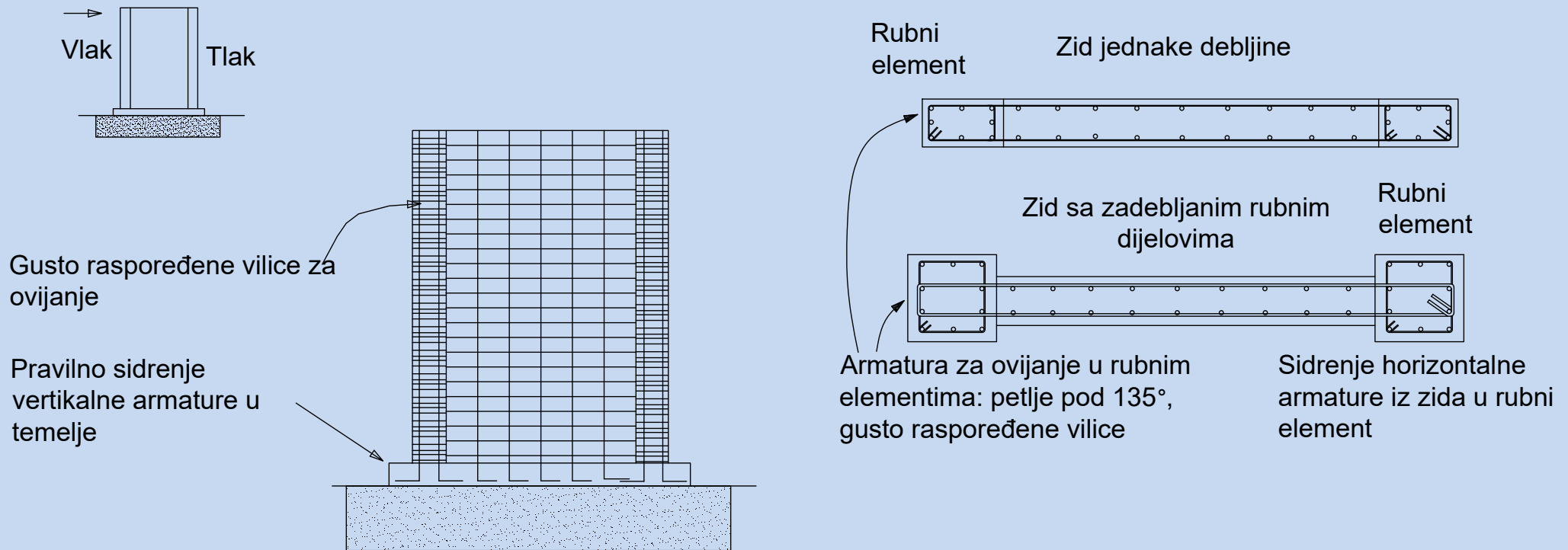
- Još složenija situacija je kada su unutarnji zidovi reducirani prema van.
- Tu zbog još više smanjene krutosti unutrašnjih zidova (dva rubna zida su puno kruća od kratkog središnjeg zida) dolazi do velike preraspodjele momenata savijanja sa unutrašnjeg zida #2 na vanjski zid #1 u presjeku iznad prizemlja i velikih posmičnih sila u oba smjera.
- Uslijed smanjenih unutrašnjih zidova #2 posmične sile u vanjskim zidovima #1 mogu se povećati dva ili više puta.



Raspodjela vanjskog opterećenja na ravnine zidova

- **Ukrutni sustav posmičnih zidova naročito je učinkovit u preuzimanju potresnih djelovanja pa se zato neizostavno koristi u seizmički aktivnim područjima**
- **Posmični zidovi otporni na potres moraju se posebno proračunati i armirati (u EN 1998 postoje pravila za zidove)**
- **Zahtjevi na duktilnost zida kod potresnog djelovanja – realiziraju se:**
 - **geometrijskim odnosima,**
 - **količinom i položajem armature**
 - **vezama zida i grede i vezama zida sa ostatkom građevine i temeljem**

➤ Armiranje zidova za povećanje duktilnosti (DCM, EN 1998-1):

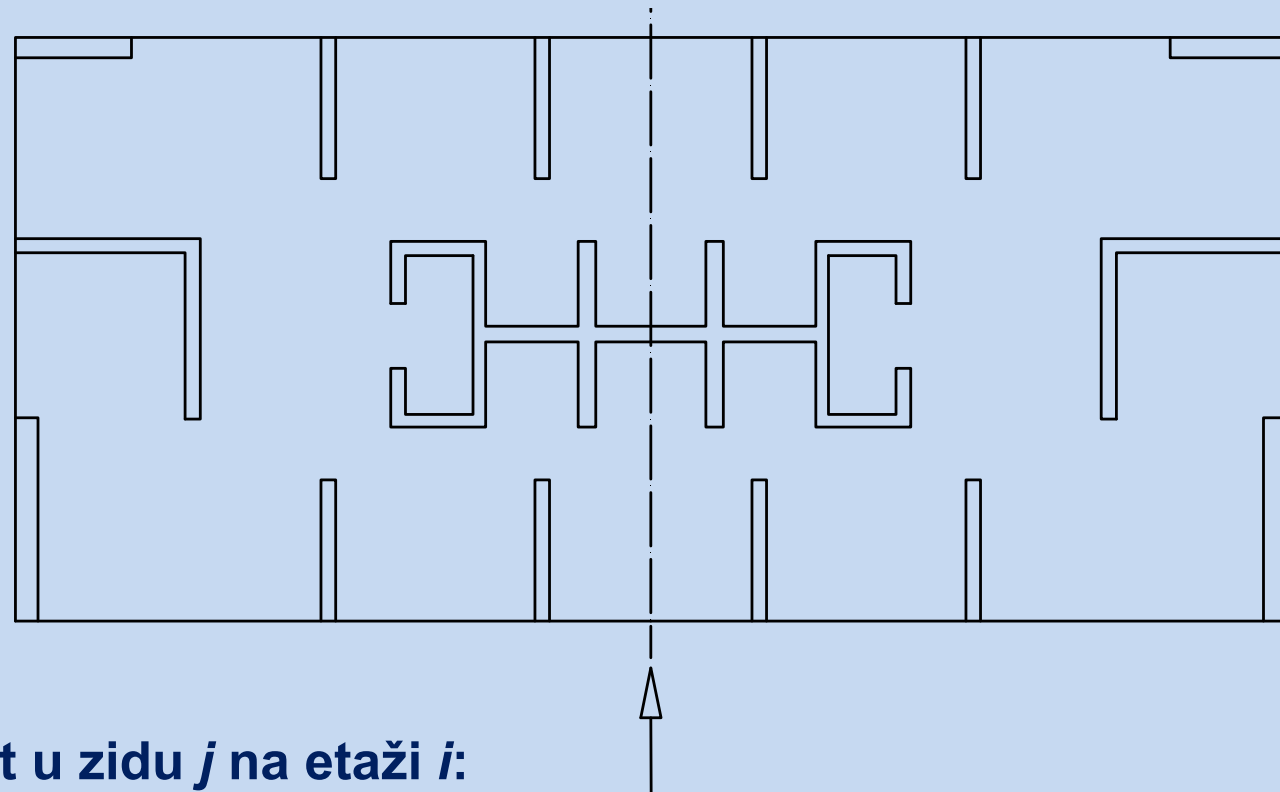


- Armatura se postavlja u horizontalnom i vertikalnom smjeru, na obje strane zida
- Horizontalna armatura se mora dobro usidriti na krajevima zida
- Na rubovima zida gdje su najveća vlačna i tlačna naprezanja postavlja se dodatna vertikalna armatura ali i vilice za ovijanje
- Ako je potrebno, ovi rubni dijelovi zida mogu se izvesti povećanih dimenzija kako bi se povećala količina ugrađene armature i duktilnost zida

Metode proračuna proporcionalnih sustava

Proporcionalni konstrukcijski sustavi bez torzije

- Konstrukcija koja je simetrična u odnosu na os u kojoj djeluje opterećenje neće se rotirati oko vertikalne osi
- Nema redistribucije posmika i momenata na etažama

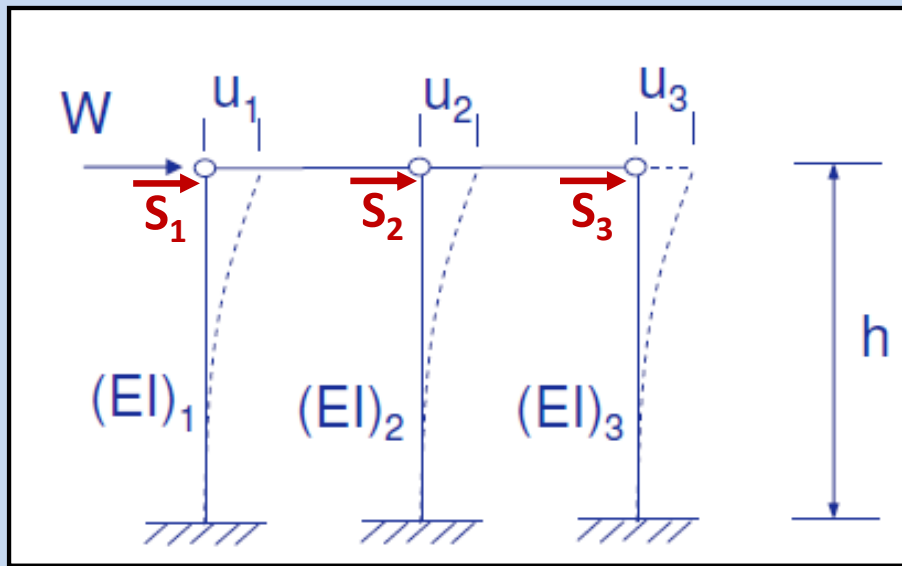


- posmik i moment u zidu j na etaži i :

$$Q_{ji} = Q_i \frac{(EI)_{ji}}{\sum (EI)_i}; \quad M_{ji} = M_i \frac{(EI)_{ji}}{\sum (EI)_i}$$

Proporcionalni konstrukcijski sustavi bez torzije

Raspodjela sila od translacije



$$u_1 = \frac{S_1 \cdot h^3}{3 \cdot (EI)_1}$$

$$u_2 = \frac{S_2 \cdot h^3}{3 \cdot (EI)_2}$$

$$u_3 = \frac{S_3 \cdot h^3}{3 \cdot (EI)_3}$$

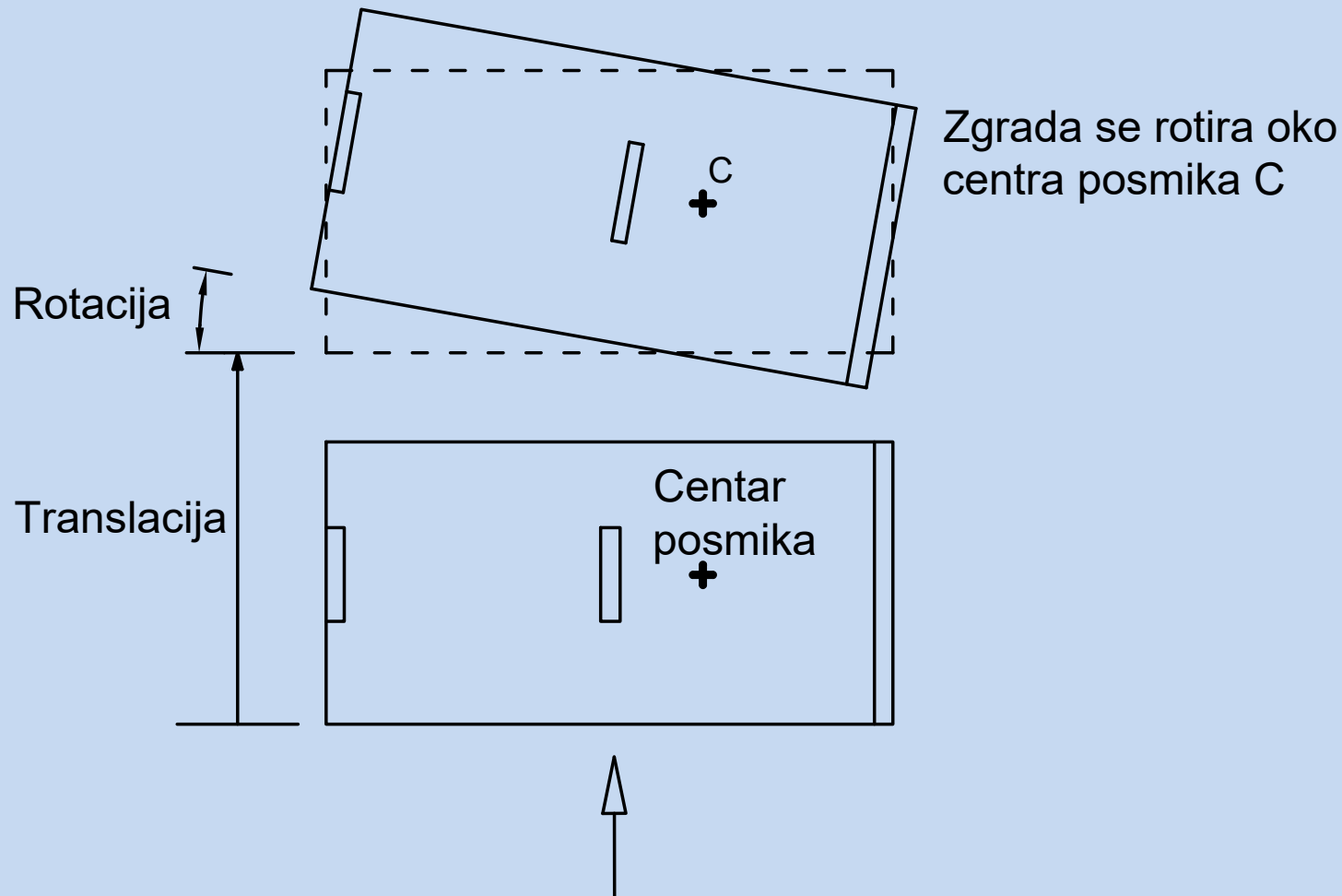
ravnoteža: $W = \sum S_i$ $S_i = \frac{3 \cdot u_i \cdot (EI)_i}{h^3}$

kompatibilnost pomaka na vrhu: $u = u_1 = u_2 = u_3$

$$S_i = W \frac{(EI)_i}{\sum (EI)}$$

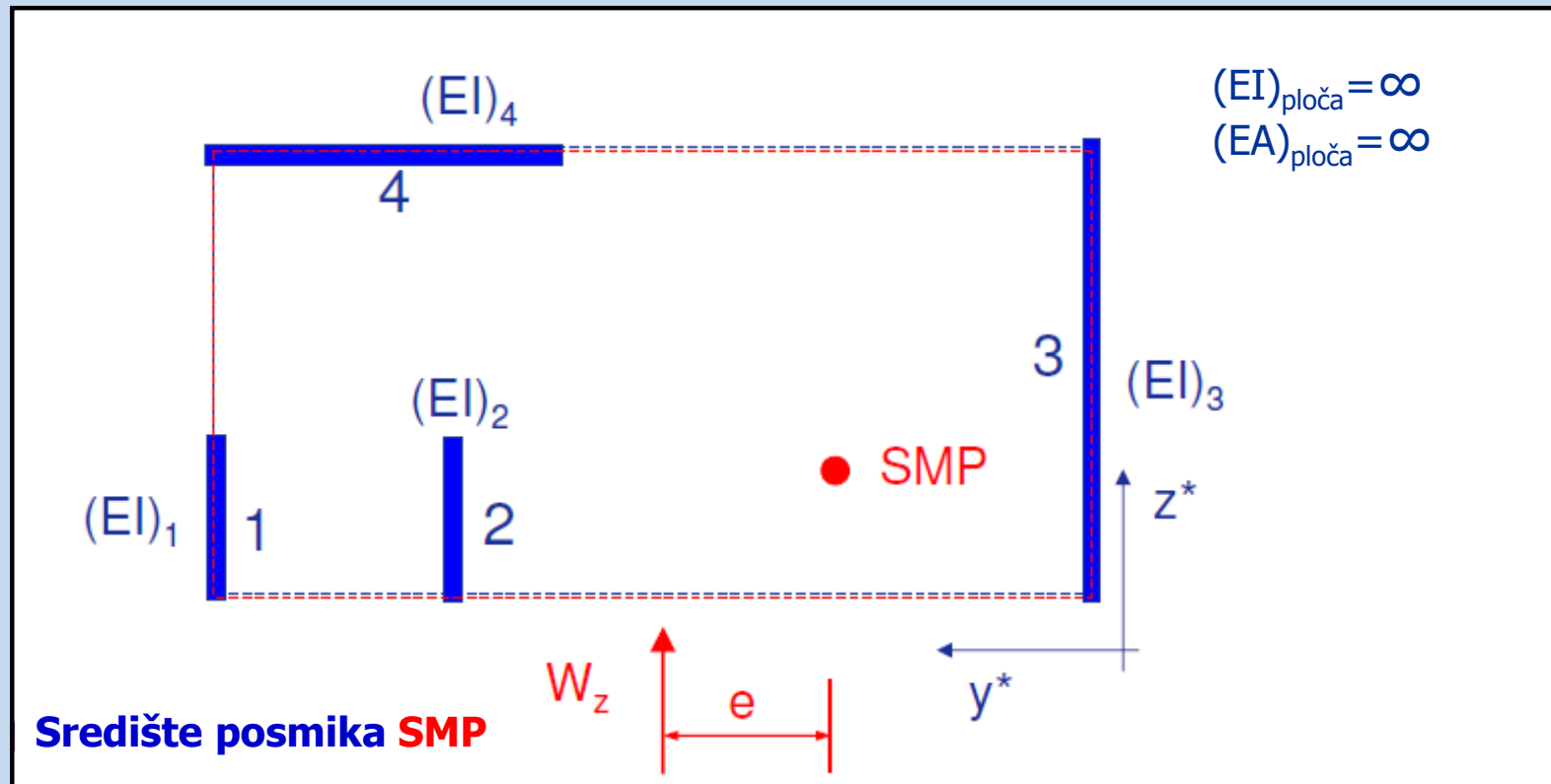
Proporcionalni konstrukcijski sustavi sa torzijom

- Zgrada se uz translaciju i rotira (uvija) oko centra posmika
- Središte torzije kod proporcionalne konstrukcije koincidira s središtem posmika zgrade



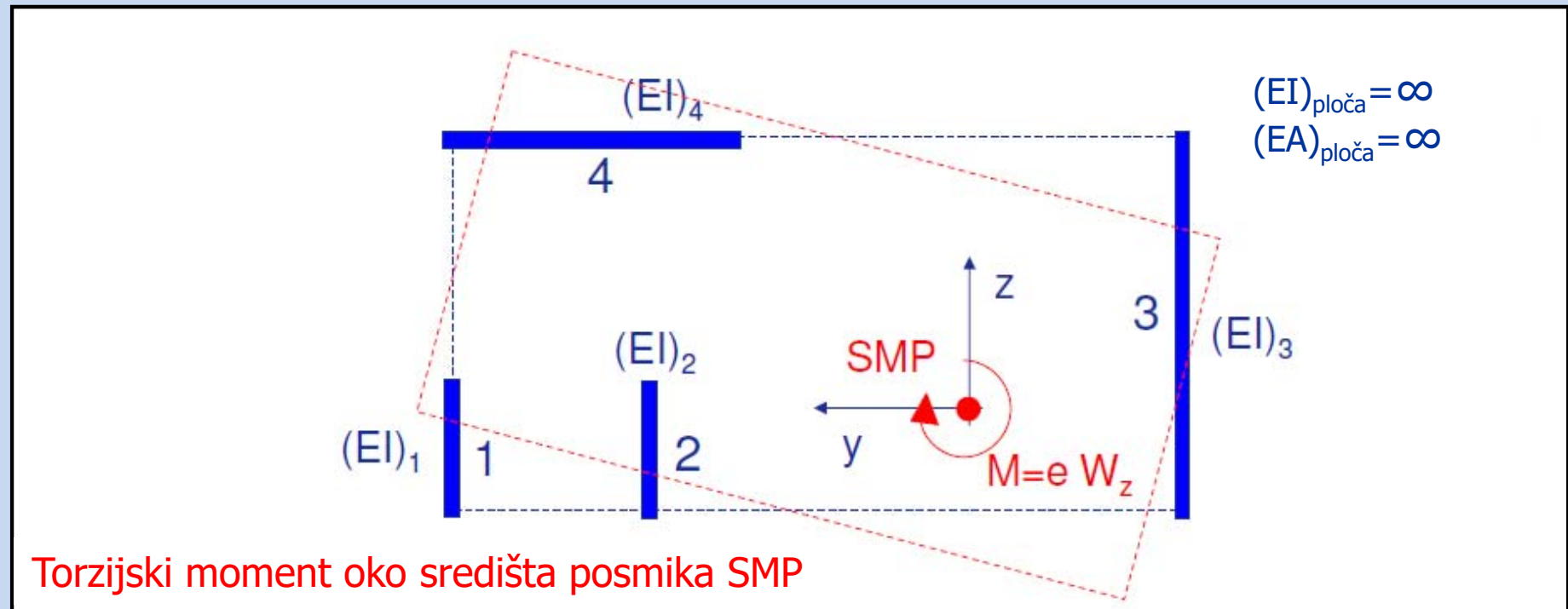
Proporcionalni konstrukcijski sustavi sa torzijom

Raspodjela sila od translacije i rotacije:



Proporcionalni konstrukcijski sustavi sa torzijom

Raspodjela sila od rotacije:



Izračun središta posmika

Sila u zidu u z-smjeru:

$$S_i = W_z \frac{(EI)_i}{\sum (EI)}$$

Ravnoteža momenata kada sila djeluje u centru posmika:

$$W_z \cdot y_0^* = \sum S_{z,i} \cdot y_i^*$$

$$W_z \cdot y_0^* = \sum \left[W_z \frac{(EI)_{y,i} \cdot y_i^*}{\sum (EI)_{y,i}} \right]$$

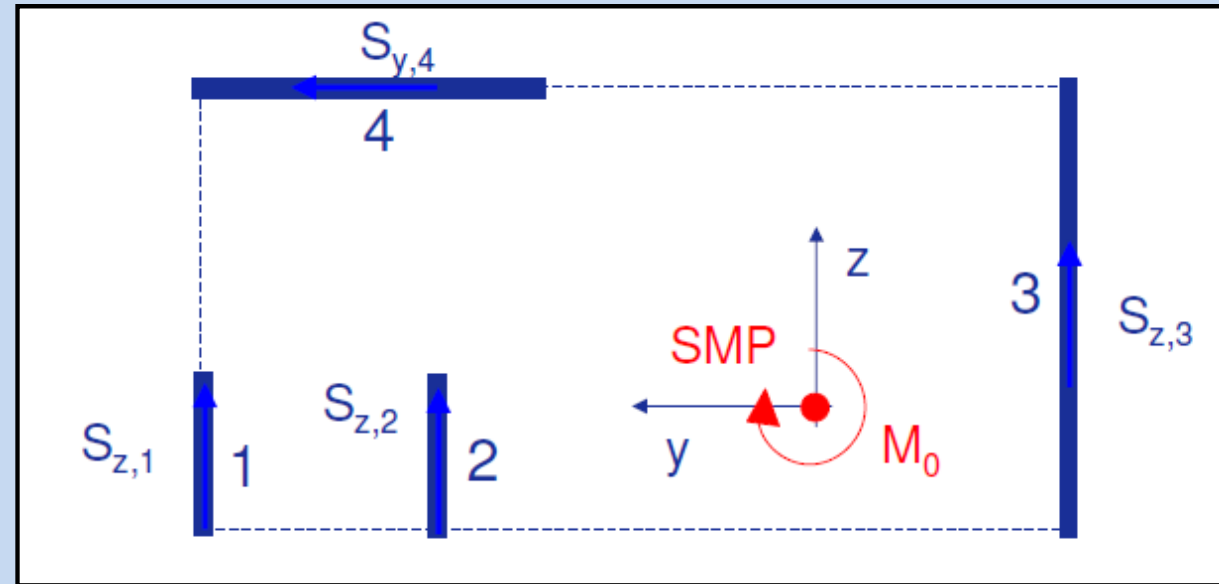
$$z_0^* = \frac{\sum [(EI)_{z,i} \cdot z_i^*]}{\sum (EI)_{z,i}}$$

$$y_0^* = \frac{\sum [(EI)_{y,i} \cdot y_i^*]}{\sum (EI)_{y,i}}$$

Proporcionalni konstrukcijski sustavi sa torzijom

Raspodjela sila od rotacije:

Sile uslijed rotacije



Ravnoteža:
$$M_0 = \sum (S_{z,i} \cdot y_i - S_{y,i} \cdot z_i)$$

Pomaci vrha u z-smjeru uslijed sile $S_{z,i}$:
$$u_i = \frac{S_{z,i} \cdot h^3}{3 \cdot E \cdot I_{y,i}}$$

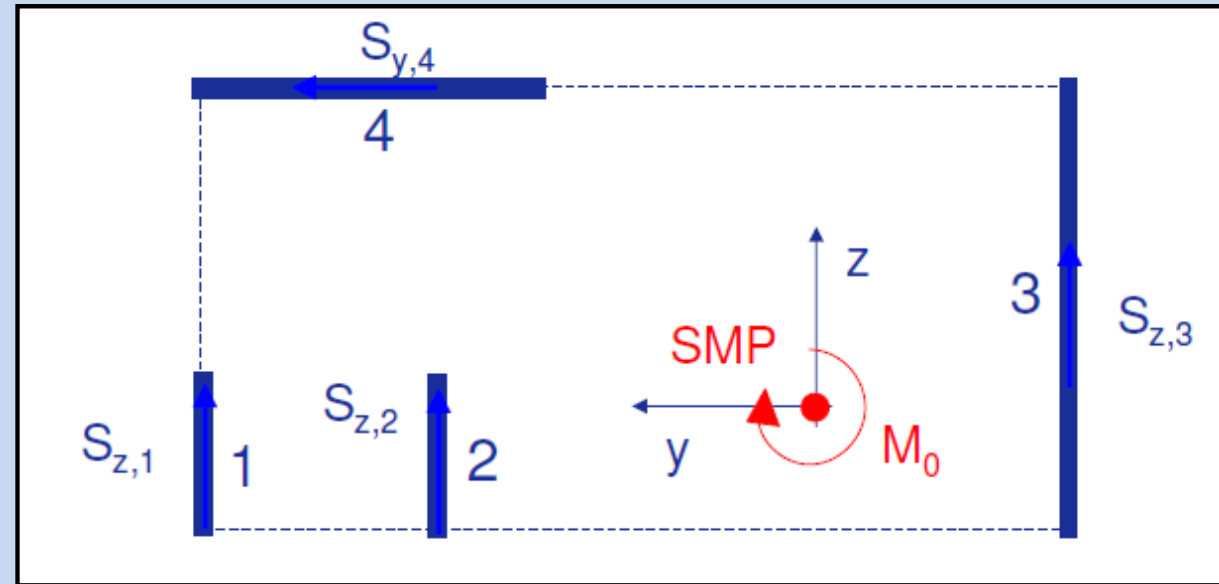
Pomaci vrha u y-smjeru uslijed sile $S_{y,i}$:
$$v_i = \frac{S_{y,i} \cdot h^3}{3 \cdot E \cdot I_{z,i}}$$

Odnos između pomaka i momenta iz jednadžbe ravnoteže:
$$M_0 = \sum \left(\frac{3 \cdot u_i \cdot E \cdot I_{y,i}}{h^3} \cdot y_i - \frac{3 \cdot v_i \cdot E \cdot I_{z,i}}{h^3} \cdot z_i \right)$$

Proporcionalni konstrukcijski sustavi sa torzijom

Raspodjela sila od rotacije:

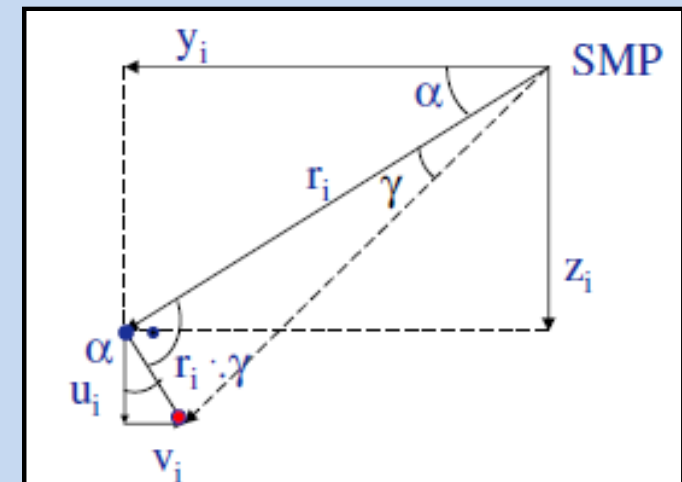
Sile uslijed rotacije



Pomak proizvoljne točke od rotacije:

$$u_i = r_i \cdot \gamma \cdot \cos \alpha = \gamma \cdot y_i$$

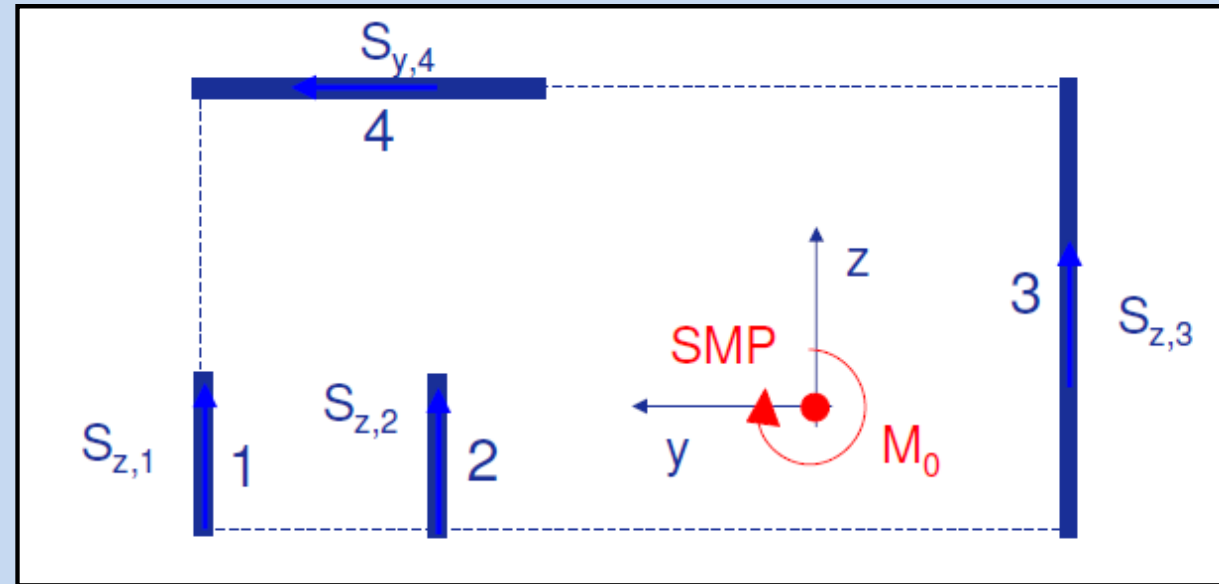
$$v_i = -r_i \cdot \gamma \cdot \sin \alpha = -\gamma \cdot z_i$$



Proporcionalni konstrukcijski sustavi sa torzijom

Raspodjela sila od rotacije:

Sile uslijed rotacije



Umetanje izraza za pomake u momentnu jednadžbu:

$$M_0 = \frac{3}{h^3} \cdot \gamma \cdot \sum (E \cdot I_{y,i} \cdot y_i^2 + E \cdot I_{z,i} \cdot z_i^2)$$

Krutost torzije krivljenja: $E \cdot I_\omega = \sum (E \cdot I_{y,i} \cdot y_i^2 + E \cdot I_{z,i} \cdot z_i^2) \equiv C_M$

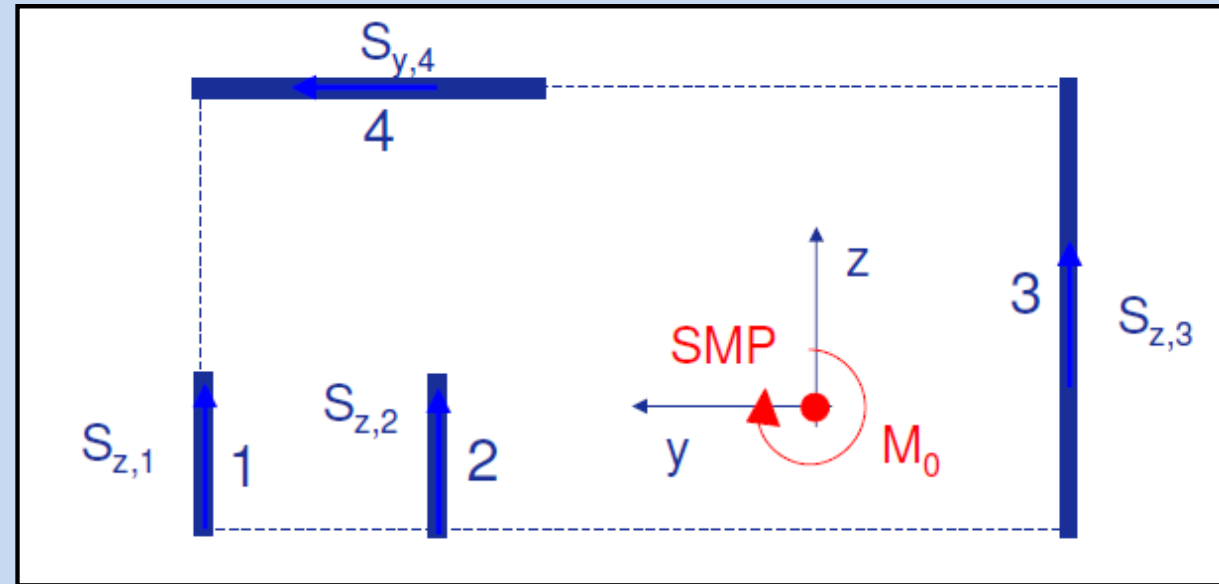
Zakretanje kao funkcija krutosti torzije krivljenja i torzijskog momenta:

$$\gamma = \frac{M_0 \cdot h^3}{3} \cdot \frac{1}{\sum (E \cdot I_{y,i} \cdot y_i^2 + E \cdot I_{z,i} \cdot z_i^2)} = \frac{M_0 \cdot h^3}{3 \cdot E \cdot I_\omega}$$

Proporcionalni konstrukcijski sustavi sa torzijom

Raspodjela sila od rotacije:

Sile uslijed rotacije



Pomak vrha od sile odnosno zakretanja:

$$u_i = \gamma \cdot y_i = \frac{S_{z,i} \cdot h^3}{3 \cdot E \cdot I_{y,i}}$$

$$\longrightarrow S_{z,i} = \frac{3}{h^3} \cdot \gamma \cdot y_i \cdot E \cdot I_{y,i} \longrightarrow S_{z,i} = \frac{3}{h^3} \cdot \frac{M_0 \cdot h^3}{3 \cdot E \cdot I_{\omega}} \cdot y_i \cdot E \cdot I_{y,i}$$

Opća jednadžba za izračun
sila od torzije:

$$S_{z,i} = M_0 \cdot \frac{E \cdot I_{y,i} \cdot y_i}{E \cdot I_{\omega}}$$

$$S_{y,i} = -M_0 \cdot \frac{E \cdot I_{z,i} \cdot z_i}{E \cdot I_{\omega}}$$

Proporcionalni konstrukcijski sustavi sa torzijom

Superpozicija sila od translacije i rotacije:

Kod statički neodređenih ukrutnih sustava sile od pomaka (translacije) i od zakretanja (rotacije) nastaju uslijed:

- nesimetričnog rasporeda
- djelovanja sila vjetrova ekscentrično obzirom na središte posmika

Te sile se moraju superponirati:

-u y-smjeru:
$$S_{y,i} = S_{y,i}^{\text{trans}} + S_{y,i}^{\text{rot}} = W_{y,i} \frac{(EI_z)_i}{\sum(EI_z)} - W_{y,i} \cdot e_z \cdot \frac{E \cdot I_{z,i} \cdot z_i}{\sum(EI_\omega)}$$

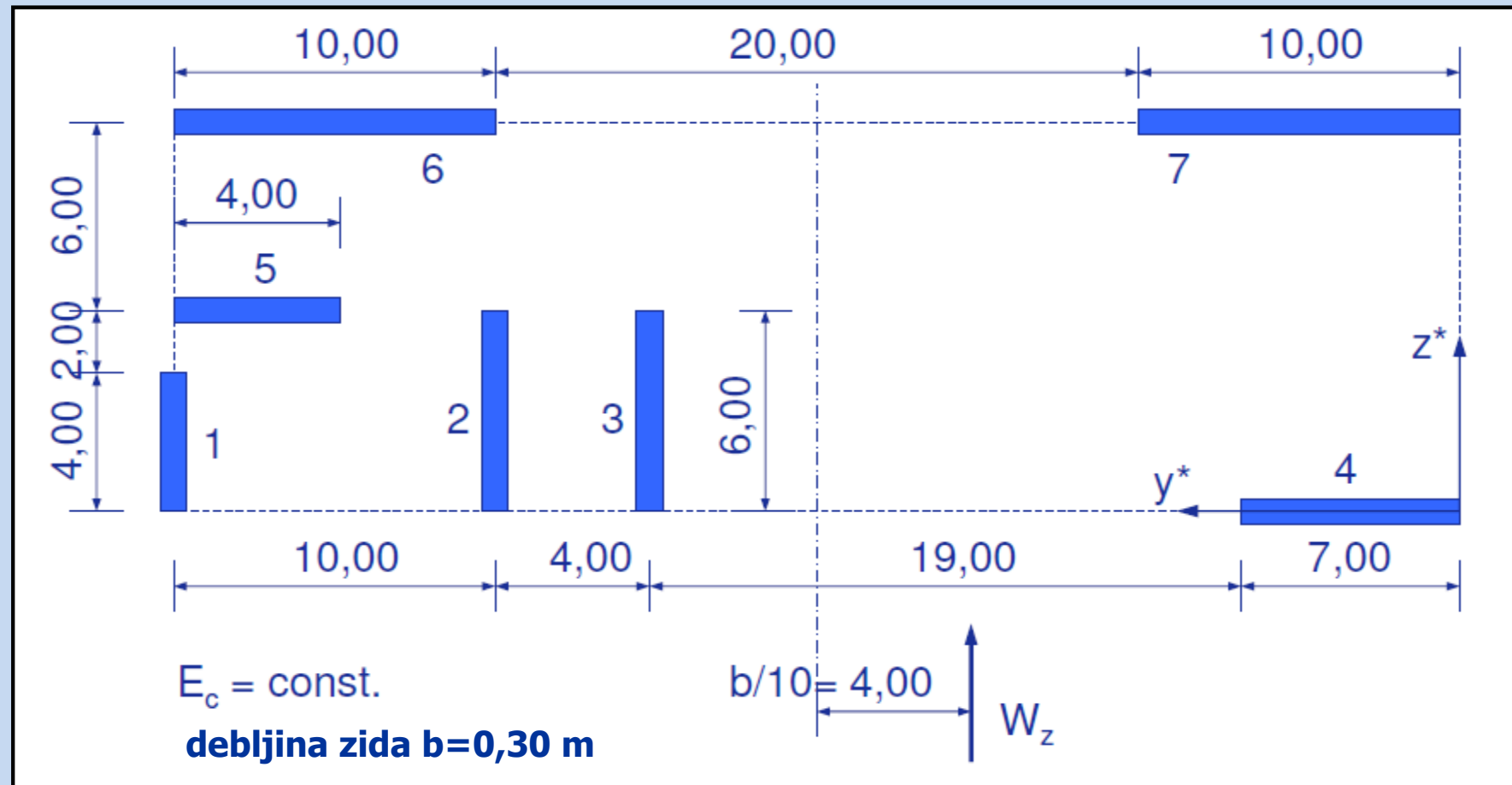
-u z-smjeru:
$$S_{z,i} = S_{z,i}^{\text{trans}} + S_{z,i}^{\text{rot}} = W_{z,i} \frac{(EI_y)_i}{\sum(EI_y)} + W_{z,i} \cdot e_y \cdot \frac{E \cdot I_{y,i} \cdot y_i}{\sum(EI_\omega)}$$

z_i, y_i – udaljenosti elementa od centra posmika

e_z, e_y – udaljenost vanjske sile i centra posmika

Proporcionalni konstrukcijski sustavi sa torzijom

PRIMJER



Proporcionalni konstrukcijski sustavi sa torzijom

PRIMJER

Momenti tromosti:

Zid i	$I_{y,i} [m^4]$	$I_{z,i} [m^4]$	$y_i^* [m]$	$z_i^* [m]$
1	$4,0^3 \cdot 0,3 / 12 = 1,6$	0	40,00	2,00
2	$6,0^3 \cdot 0,3 / 12 = 5,4$	0	30,00	3,00
3	$6,0^3 \cdot 0,3 / 12 = 5,4$	0	26,00	3,00
4	0	$7,0^3 \cdot 0,3 / 12 = 8,58$	3,50	0,00
5	0	$4,0^3 \cdot 0,3 / 12 = 1,6$	38,00	6,00
6	0	$10,0^3 \cdot 0,3 / 12 = 25,0$	35,00	12,00
7	0	$10,0^3 \cdot 0,3 / 12 = 25,0$	5,00	12,00
Zbroj	12,4	60,18		

Proporcionalni konstrukcijski sustavi sa torzijom

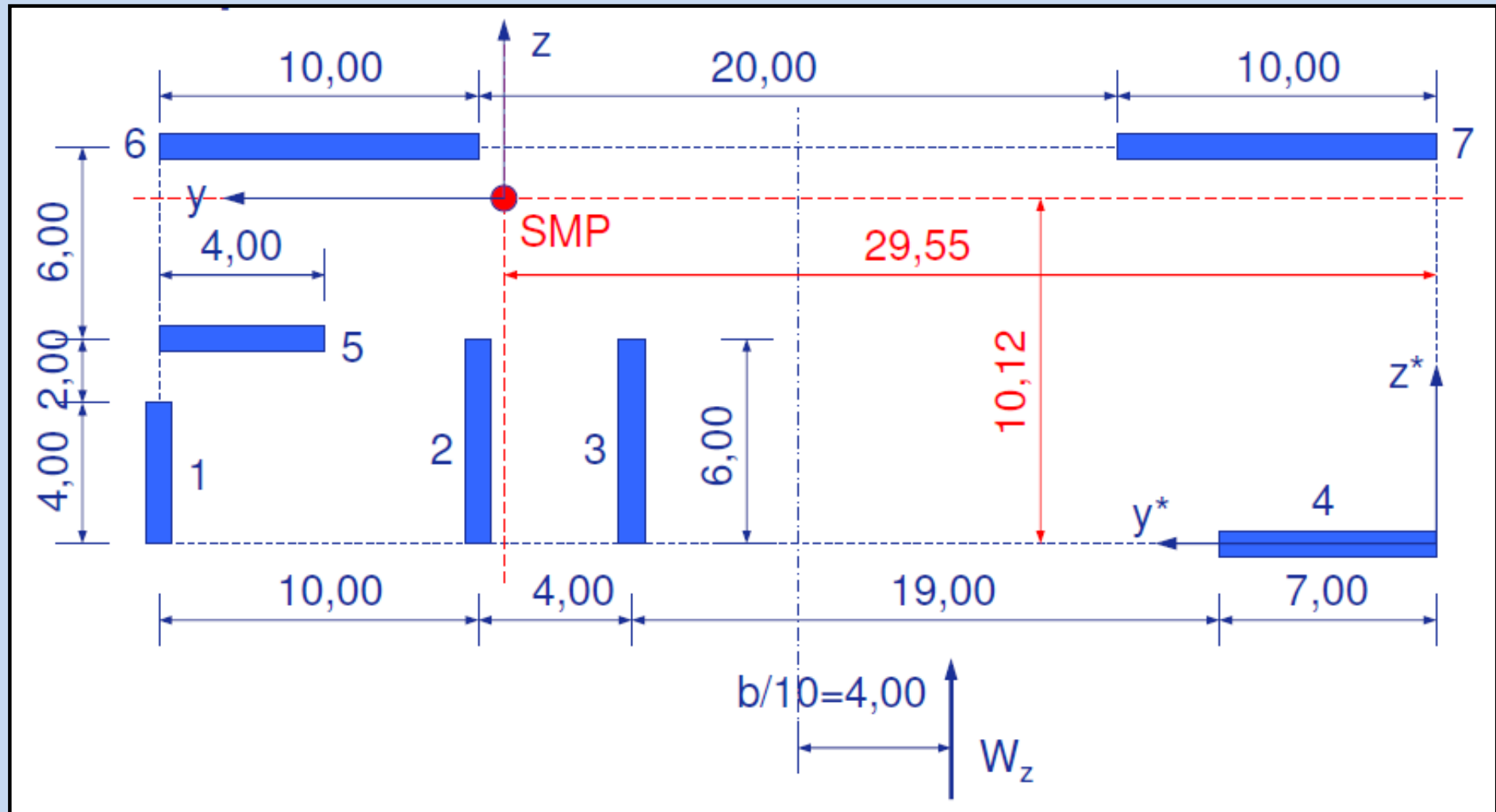
PRIMJER

Zid i	$I_{y,i} \text{ [m}^4\text{]}$	$I_{z,i} \text{ [m}^4\text{]}$	$y_i^* \text{ [m]}$	$z_i^* \text{ [m]}$	$I_{y,i} \cdot y_i^* \text{ [m}^5\text{]}$	$I_{z,i} \cdot z_i^* \text{ [m}^5\text{]}$
1	1,6	0	40,00	2,00	64,00	0
2	5,4	0	30,00	3,00	162,00	0
3	5,4	0	26,00	3,00	140,40	0
4	0	8,58	3,50	0,00	0	0
5	0	1,6	38,00	6,00	0	9,60
6	0	25,0	35,00	12,00	0	300,00
7	0	25,0	5,00	12,00	0	300,00
Zbroj	12,4	60,18			366,40	609,00

$$z_0^* = \frac{\sum (I_{z,i} \cdot z_i^*)}{\sum I_{z,i}} \quad y_0^* = \frac{\sum (I_{y,i} \cdot y_i^*)}{\sum I_{y,i}} \quad \begin{aligned} y_0^* &= 366,40 / 12,4 = 29,55 \text{ m} \\ z_0^* &= 609,00 / 60,18 = 10,12 \text{ m} \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{Koordinate središta} \\ \text{posmika} \end{array}$$

Proporcionalni konstrukcijski sustavi sa torzijom

PRIMJER



Proporcionalni konstrukcijski sustavi sa torzijom

PRIMJER

Zid i	$I_{y,i}$ [m ⁴]	$I_{z,i}$ [m ⁴]	y_i [m]	z_i [m]	$I_{y,i} \cdot y_i$ [m]	$I_{z,i} \cdot z_i$ [m ⁵]	$I_{y,i} \cdot y_i^2$ [m ⁶]	$I_{z,i} \cdot z_i^2$ [m ⁶]
1	1,6	0	10,45	-8,12	16,72	0	174,72	0
2	5,4	0	0,45	-7,12	2,43	0	1,09	0
3	5,4	0	-3,55	-7,12	-19,17	0	68,05	0
4	0	8,58	-26,05	-10,12	0	-86,83	0	878,72
5	0	1,6	8,45	-4,12	0	-6,59	0	27,16
6	0	25,0	5,45	1,88	0	47,00	0	88,36
7	0	25,0	-24,55	1,88	0	47,00	0	88,36
Zbroj					≈ 0	≈ 0	243,86	1082,60

$$I_{\omega} = \sum (I_{z,i} \cdot z_i^2 + I_{y,i} \cdot y_i^2 + I_{\omega,i})$$

$$I_{\omega} = 243,86 + 1082,60 = 1326,46 \text{ m}^6$$

Proporcionalni konstrukcijski sustavi sa torzijom

PRIMJER

Sile uslijed zakretanja:

Torzijski moment od sile vjetra W_z : $M_0 = (29,55-20,00+4,00) \cdot W_z = 13,55 \cdot W_z$

$I_{\omega} = 1326,46 \text{ m}^6$				
Zid i	$I_{y,i} \cdot y_i$ [m ⁵]	$I_{z,i} \cdot z_i$ [m ⁵]	$S_{z,i}$ [kN]	$S_{y,i}$ [kN]
1	16,72	0	0,171 W_z	0
2	2,43	0	0,025 W_z	0
3	-19,17	0	-0,196 W_z	0
4	0	-86,83	0	0,887 W_z
5	0	-6,59	0	0,067 W_z
6	0	47,00	0	-0,480 W_z
7	0	47,00	0	-0,480 W_z
Zbroj			= 0	= 0

Proporcionalni konstrukcijski sustavi sa torzijom

PRIMJER

Sile uslijed zakretanja:

Torzijski moment od sile vjetra W_z : $M_0 = (29,55 - 20,00 + 4,00) \cdot W_z = 13,55 \cdot W_z$

Provjera			
Zid i	$S_{z,i} \cdot y_i$ [kNm]	$S_{y,i} \cdot z_i$ [kNm]	
1	1,787 W_z	0	
2	0,011 W_z	0	
3	0,696 W_z	0	
4	0	8,976 W_z	
5	0	0,276 W_z	
6	0	0,902 W_z	
7	0	0,90,2 W_z	
Zbroj	2,494 W_z	11,056 W_z	= 13,55 W_z = M_0

Proporcionalni konstrukcijski sustavi sa torzijom

PRIMJER

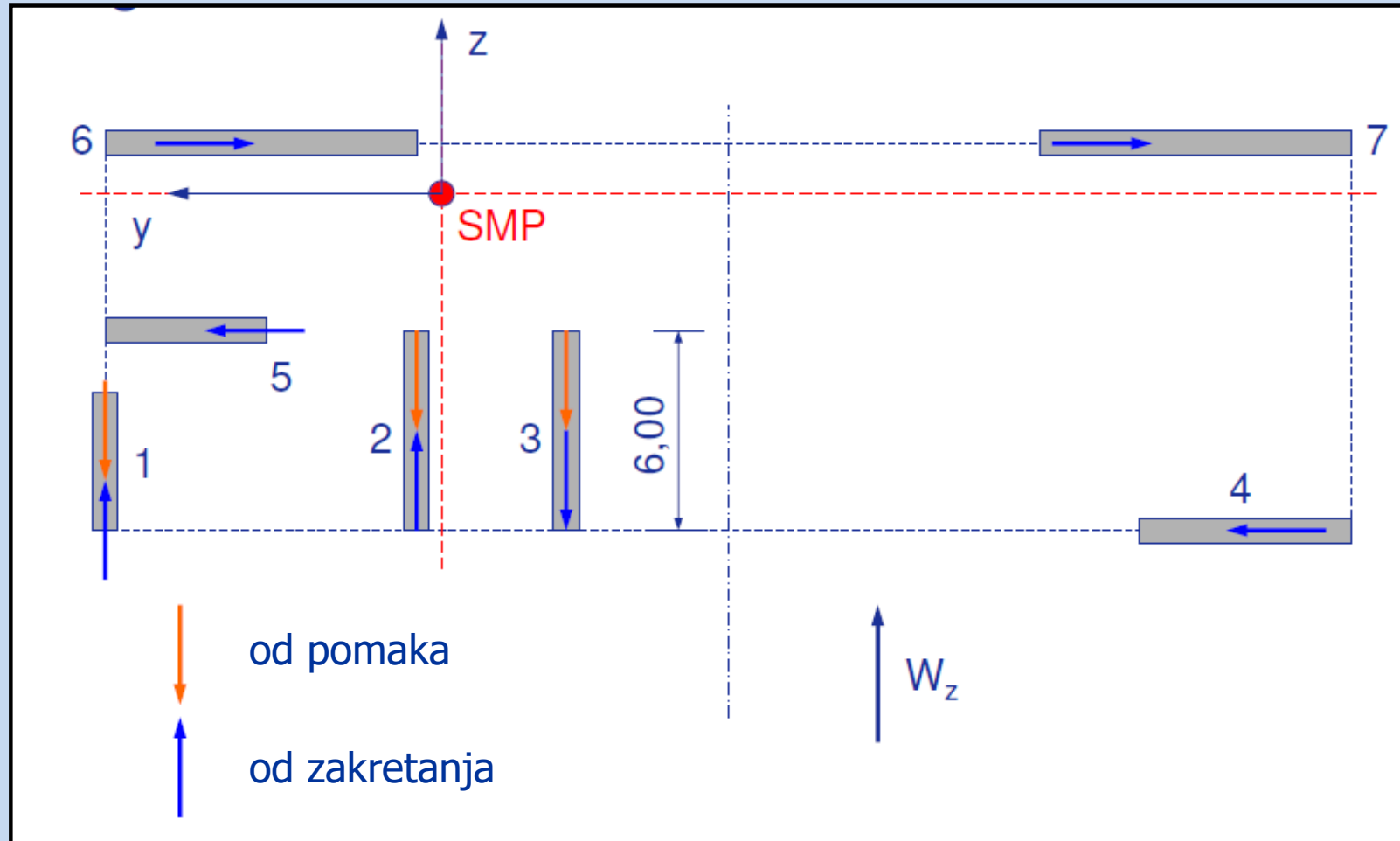
Raspodjela sila od pomaka i superpozicija sa silama od zakretanja

Zid i	$I_{y,i}$ [m ⁴]	$I_{z,i}$ [m ⁴]	Pomak		Pomak+zakretanje	
			$S_{z,i}$ [kN]	$S_{y,i}$ [kN]	$S_{z,i}$ [kN]	$S_{y,i}$ [kN]
1	1,6	0	$-0,129 W_z$	0	$0,042 W_z$	0
2	5,4	0	$-0,435 W_z$	0	$-0,410 W_z$	0
3	5,4	0	$-0,435 W_z$	0	$-0,631 W_z$	0
4	0	8,58	0	0	0	$0,887 W_z$
5	0	1,6	0	0	0	$0,067 W_z$
6	0	25,0	0	0	0	$-0,480 W_z$
7	0	25,0	0	0	0	$-0,480 W_z$
Zbroj	12,4	60,18	$\approx -W_z$		$\approx -W_z$	≈ 0

Proporcionalni konstrukcijski sustavi sa torzijom

PRIMJER

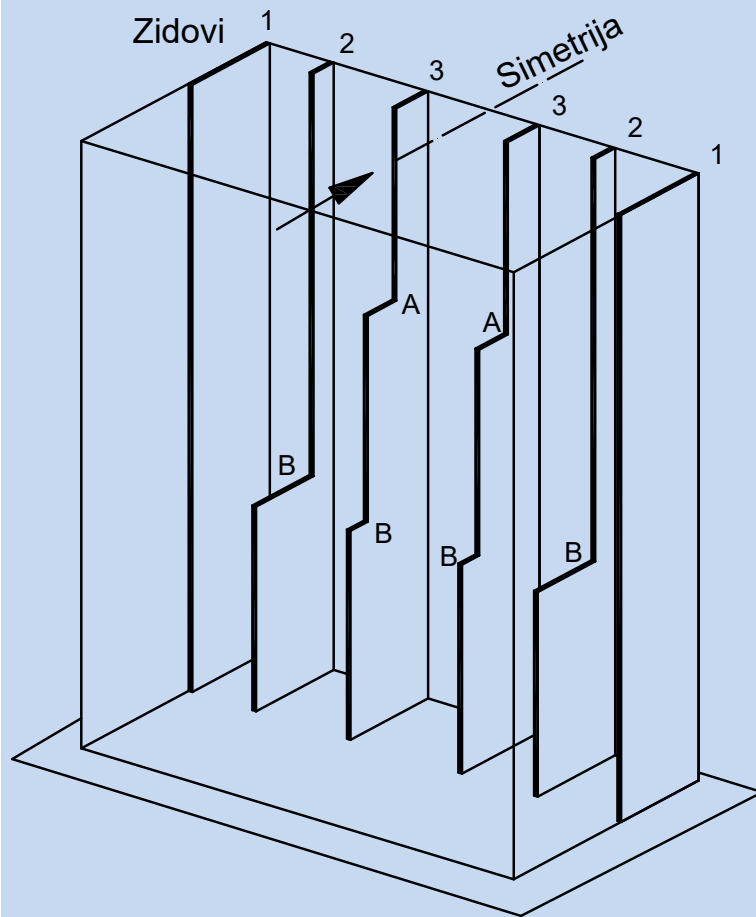
Rezultat:



Metode proračuna neproporcionalnih sustava

Neproporcionalni konstrukcijski sustavi bez torzije (simetrični)

- Fleksijska krutost zidova nije nepromjenjiva uzduž visine pa se za bočna djelovanja konstrukcija pomiče i uvija, a krutost stropnih ploča prisiljava različite zidove na afine pomake i tako unosi interaktivne horizontalne sile između njih.

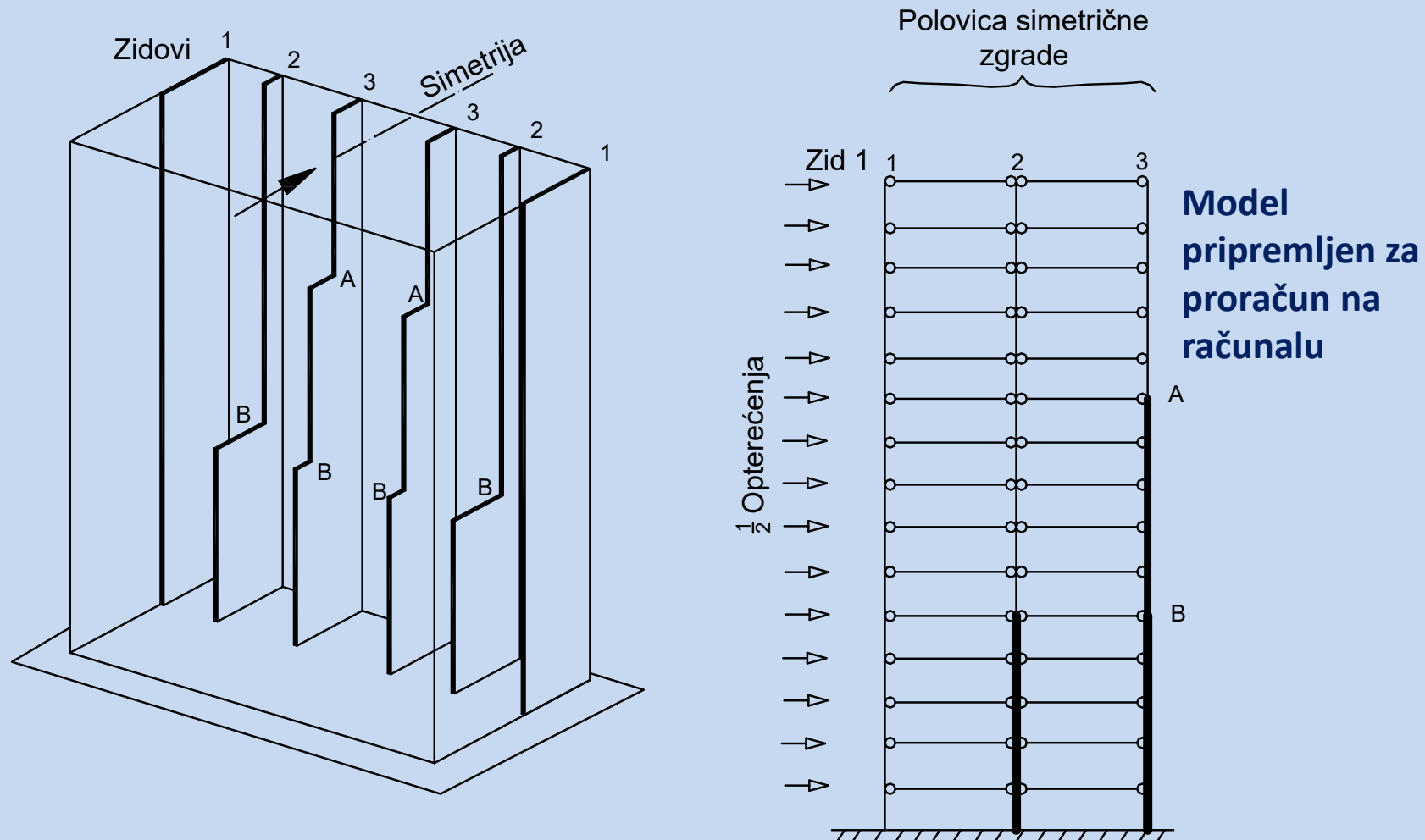


„Ručni” proračunski postupak može se provesti iterativno:

1. Vanjski (napadni) moment se prvo raspoređuje između zidova 1-3 prema njihovim krutostima.
2. Zbog promjene krutosti na etažama A i B ovako raspodijeljeni momenti neće biti u ravnoteži.
3. U etažama A i B se tada uvode ravnotežni momenti koji se dijele iznad i ispod čvora prema omjeru krutosti zidova iznad i ispod čvora
4. Sada više ne postoji ravnoteža sa vanjskim momentom u čvorovima ispod i iznad A i B pa se dodaje novi moment za ravnotežu koji se onda raspodjeljuje među svim zidovima u omjerima njihove krutosti
5. Ponavljaju se koraci 2.-4. sve dok momenti iznad i ispod čvorova A i B nisu u ravnoteži i dok zbroj momenata svih zidova unutar jedne etaže nije jednak napadnom vanjskom momentu.

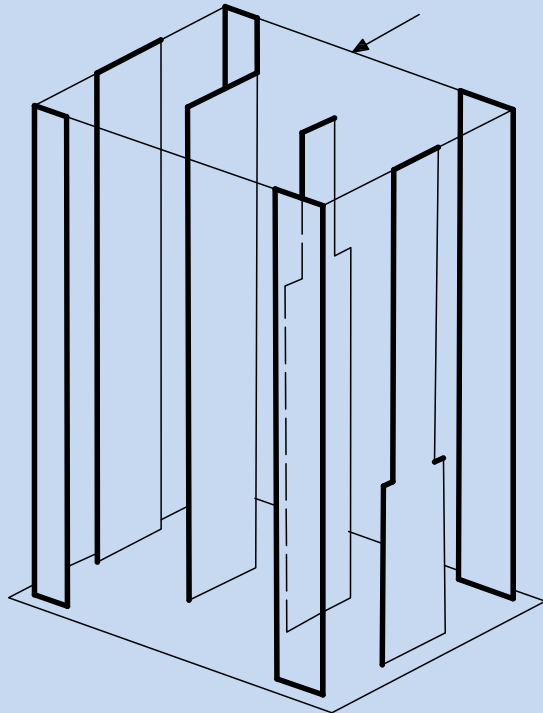
Neproporcionalni konstrukcijski sustavi bez torzije (simetrični)

- Zbog složenosti ručnog proračuna danas se gotovo isključivo koriste računalne metode proračuna gdje se mogu koristiti modeli kao na slici:

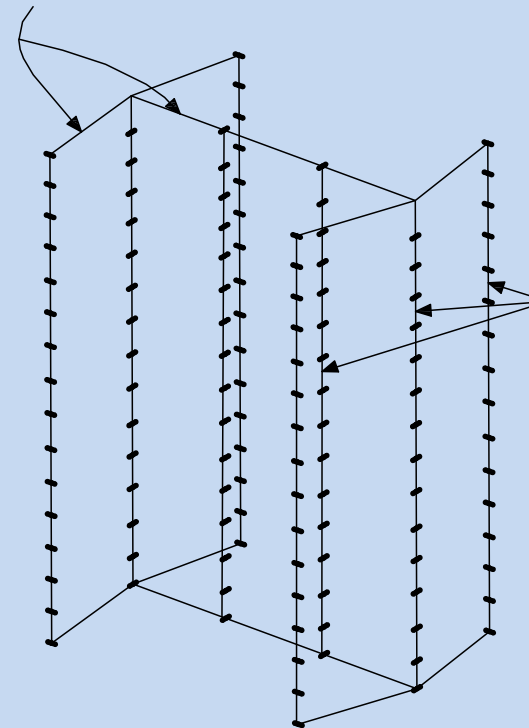


Neproporcionalni konstrukcijski sustavi s torzijom

- Zbog složenosti problema čak i ako se koristi računalni proračun, mogu biti potrebna pojednostavnjenja.
- Moguće pojednostavnjenje na slici desno je diskretiziranje zidova štapnim elementima, smještenim u težištu zida.
- Stropovi se mogu diskretizirati ili kao ravninski krute ploče ili s pendl štapovima krutim u horizontalnoj ravnini koje simuliraju krutost stropa u ravnini.



Okvir od horizontalnih krutih greda koje povezuju stupove na svakom katu



Nizovi stupnih elemenata, katne visine, koji predstavljaju zidove.

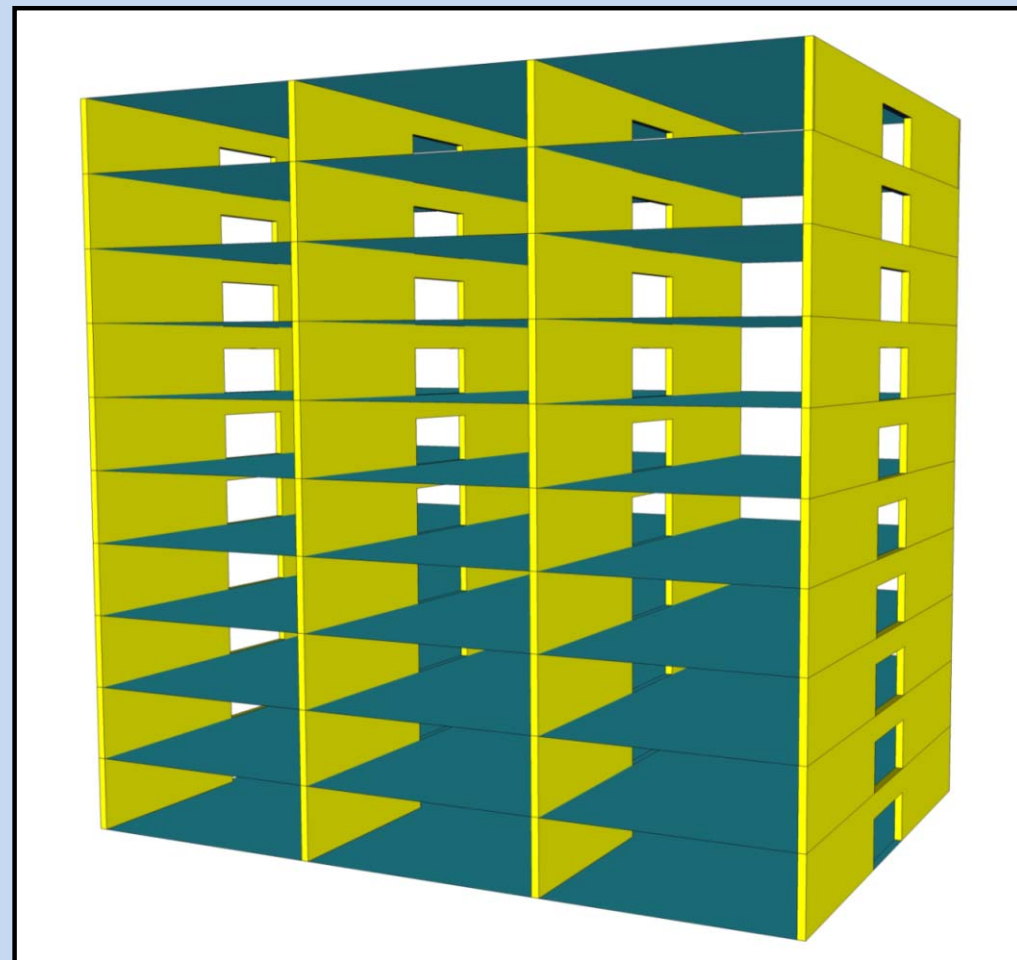
Naponska analiza zidova (FEM, zamjenski okvirni proračun)

Nekoliko napomena u svezi proračuna zidova računalnim programima

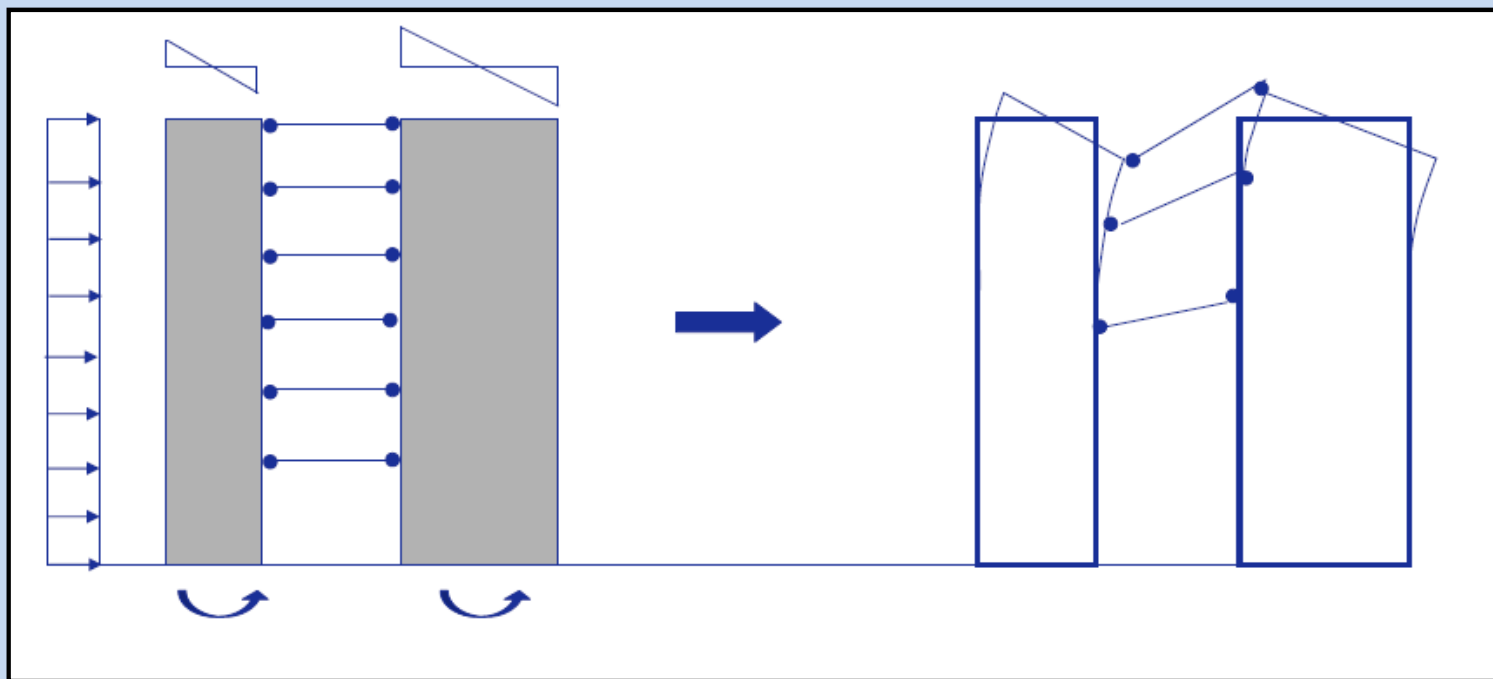
- Dosada smo govorili o osnovnim postupcima za izračun opterećenja, posmičnih sila i momenata savijanja u zidovima visoke zgrade.
- U sljedećem koraku treba odrediti raspodjelu naprezanja unutar zida za određivanje optimalnog razreda čvrstoće betona.
- Jednostavni pravokutni zidovi sa odnosom visina/širina > 5 mogu se proračunati klasičnom teorijom savijanja. Složeniji zidovi zahtijevaju proračun konačnim elementima (FEM).
- Idealni konačni element za zid je membranski element, pravokutni ili četverokutni ravninski element (*plane stress element*).
- Za područja koncentracije naprezanja po potrebi treba progustiti mrežu elemenata, što ponekad može izazvati numeričke probleme, divergenciju zbog koje model zakazuje.
- Alternativno se umjesto FEM proračuna može rabiti zamjenski analogni okvirni proračun, koji opet može biti nešto složeniji od većine ručnih proračunskih postupaka.

Povezani posmični zidovi

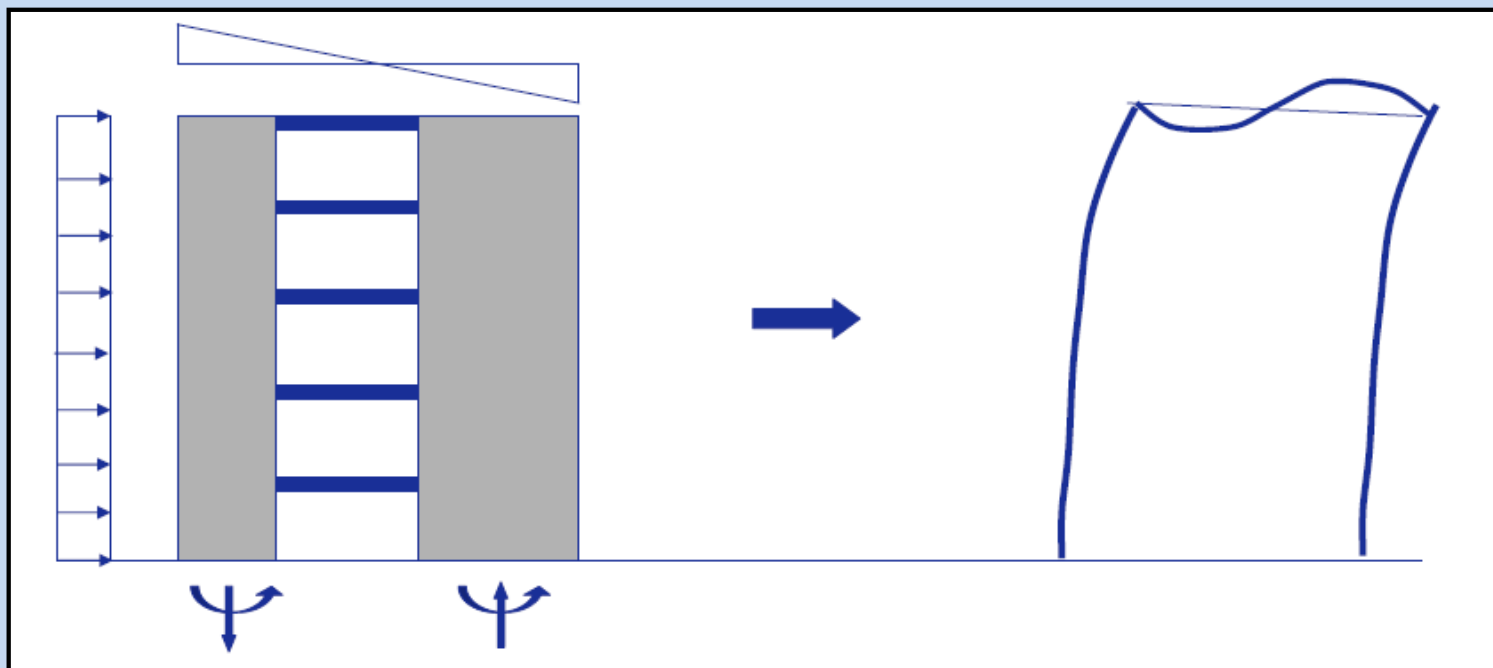
- **Konstruktivski sustav povezanih posmičnih zidova (Coupled Shear Wall Structures) je uobičajen konstruktivski sustav visokih zgrada.**
- **Sastoji se od dva ili više zidova u istoj ravnini (ili skoro u istoj ravnini), koji su na razinama katova povezani gredama ili krutim stropnim pločama**
- **Posmično kruti spojni elementi (Shear-resisting members) uzrokuju da se zidovi u istoj ravnini donekle ponašaju kao „spregnuta“ konzola, savijajući se oko zajedničke težišne osi tih zidova.**



- Kod klasičnog konstrukcijskog sustava (nepovezanih) posmičnih zidova, konstrukcija se bočnim opterećenjima odupire nezavisnim djelovanjem pojedinačnih zidova.
- Međutim, u mnogim praktičnim situacijama, zidovi su povezani fleksijski krutim elementima (moment-resisting members).
- Ako su stropne ploče kruto povezane sa zidovima, one se ponašaju i kao spojne grede, čime se postiže dodatna posmična interakcija (međudjelovanje) između zidova van ravnine.
- Takve konstrukcije sastoje se od posmičnih zidova povezanih fleksijski krutim elementima, čime se postiže veća bočna krutost i djelotvornost sustava zidova i nazivaju se „povezani zidovi“.

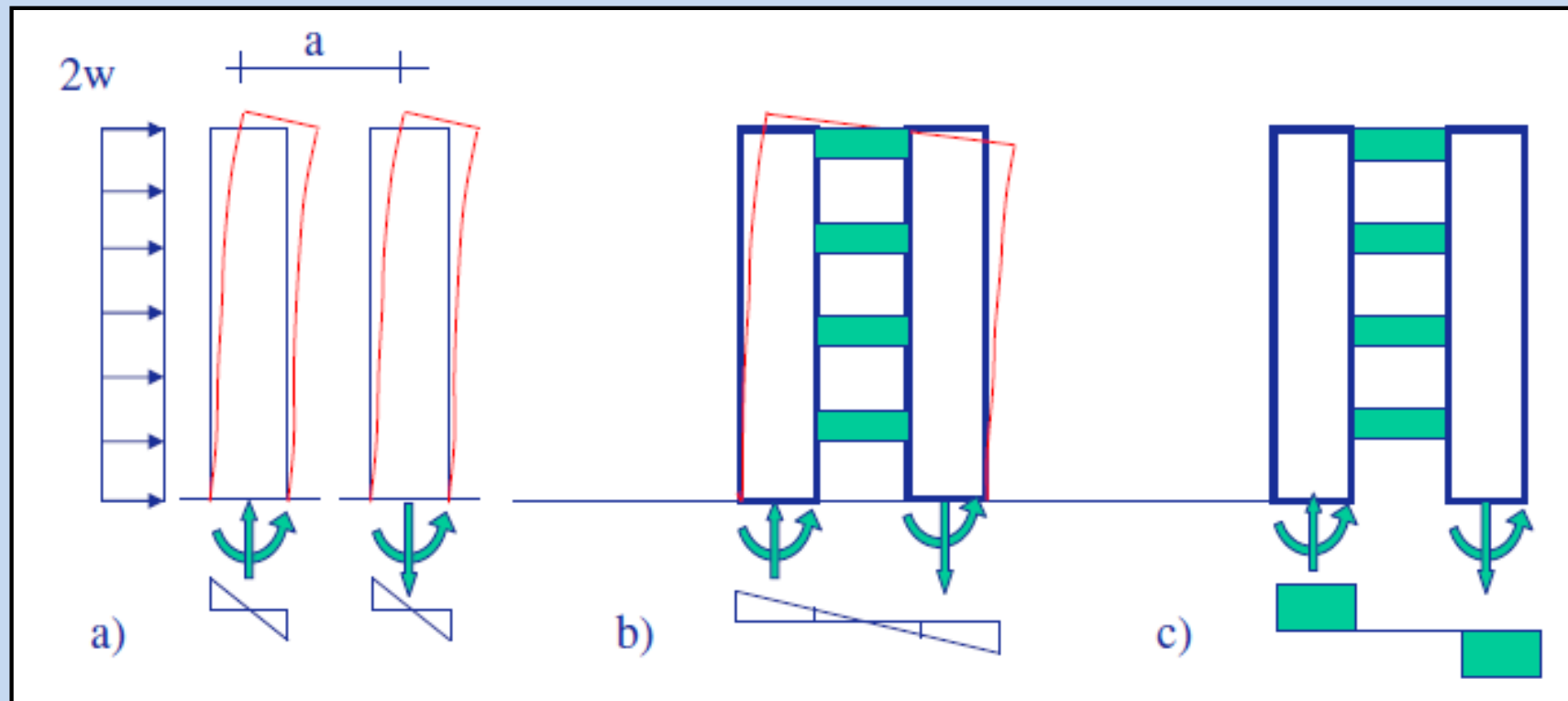


Vezni štapovi preuzimaju samo normalne sile



Vezni štapovi mogu prenijeti i normalne i poprečne sile

Posmični zidovi | Povezani posmični zidovi



a) nepovezani

$$M = \frac{w \cdot l^2}{2}$$

b) kruta veza, meki vertikalni diskovi

$$\frac{w \cdot l^2}{2} = M_{disk} + N \cdot a$$

c) kruta veza kruti vertikalni diskovi

$$\frac{w \cdot l^2}{2} = N \cdot a$$

Pitanje:

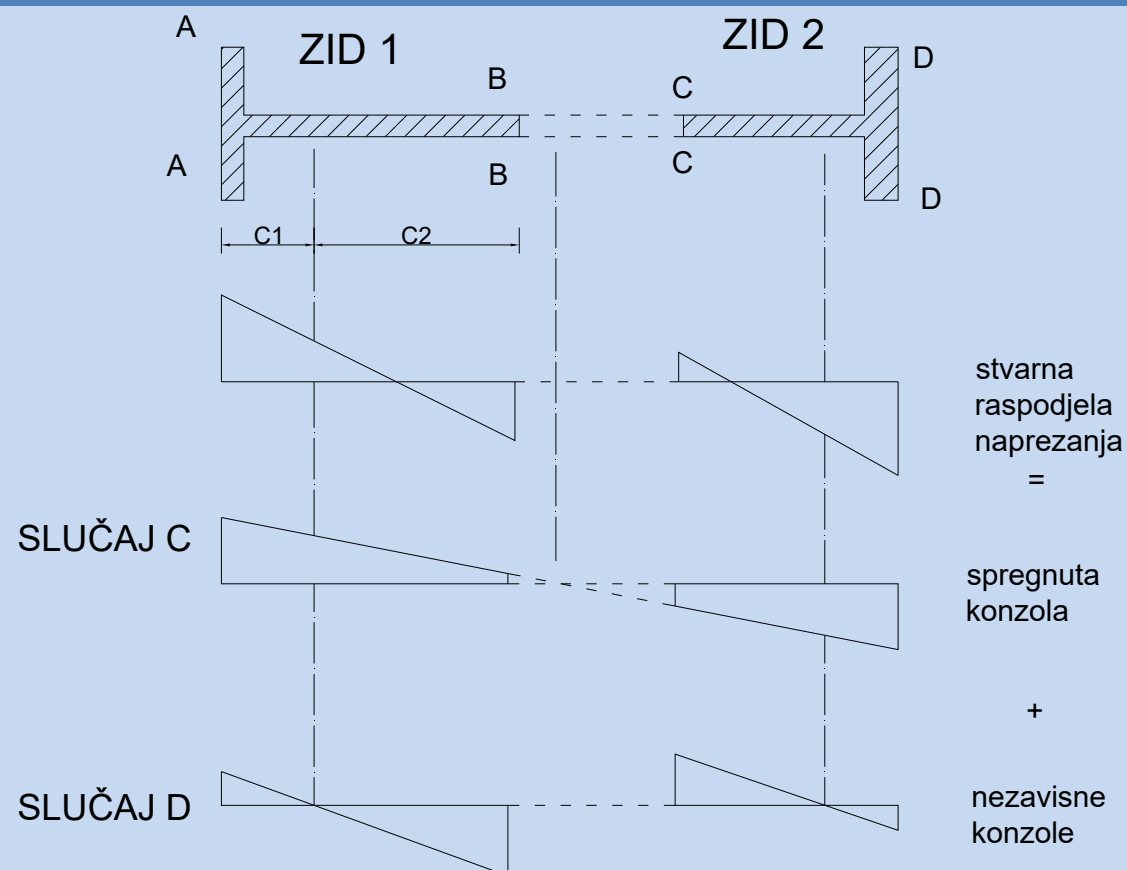
Gdje se između rješenja a) i c) nalazi realni ukrutni sustav?

Odgovor:

Grede treba oblikovat tako, da se po mogućnosti što više približi rješenju b)

Posmični zidovi | Povezani posmični zidovi

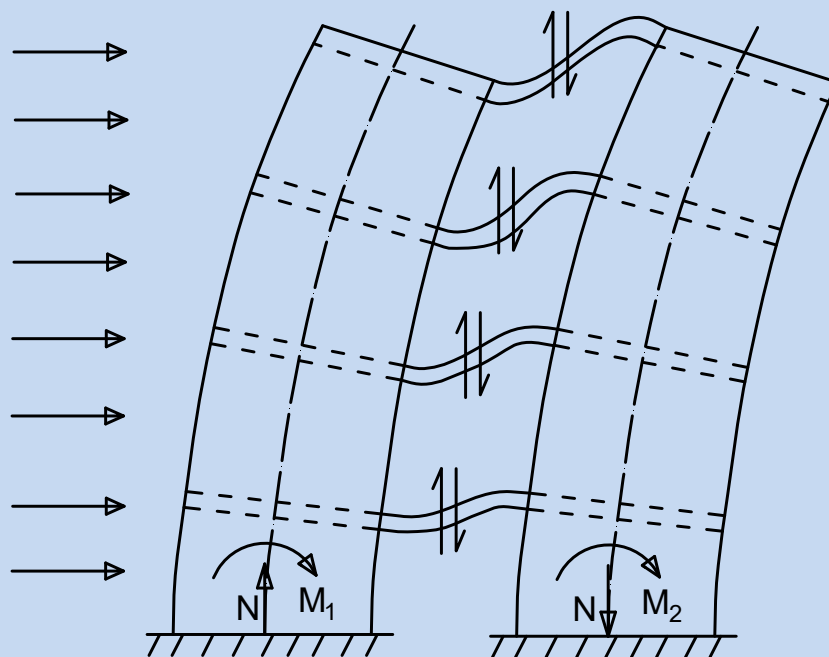
- Ako je par posmičnih zidova povezan zglobnim štapovima koji prenose samo uzdužne (aksijalne, normalne) sile, vanjski moment savijanja podijeliti će se pojedinačnim zidovima u omjerima njihovih savojnih krutosti. Naprezanja od savijanja su tada linearno raspoređena uzduž svakog zida, sa maksimalnom tlačnom i vlačnom vrijednosti na suprotnim rubovima zida (slučaj D)
- Ako su zidovi povezani krutim (upetim) gredama koje prenose i uzdužne i poprečne sile, nanesen moment savijanja će se preuzeti zajedničkim djelovanjem zidova, tj. savijanjem oko zajedničke težišne osi tih zidova. Naprezanja od savijanja su linearno raspoređena uzduž „spregnute“ cjeline, sa maksimalnom vlačnom vrijednošću na vjetrovnoj strani i maksimalnom tlačnom vrijednošću u privjetrini (slučaj C)



- Stvarno ponašanje para povezanih zidova nalazi se između ova dva ekstremna slučaja, koji se mogu smatrati granicama konstrukcijskog ponašanja sustava povezanih zidova.
- Što su grede kruće, konstrukcija se približava ponašanju sustava kod kojeg zidovi čine jedinstvenu konzolu (nema otvora u zidovima).
- Djelotvornost sustava se utvrđuje stupnjem kojim se približava optimalnom ponašanju „spregnute“ konzole.

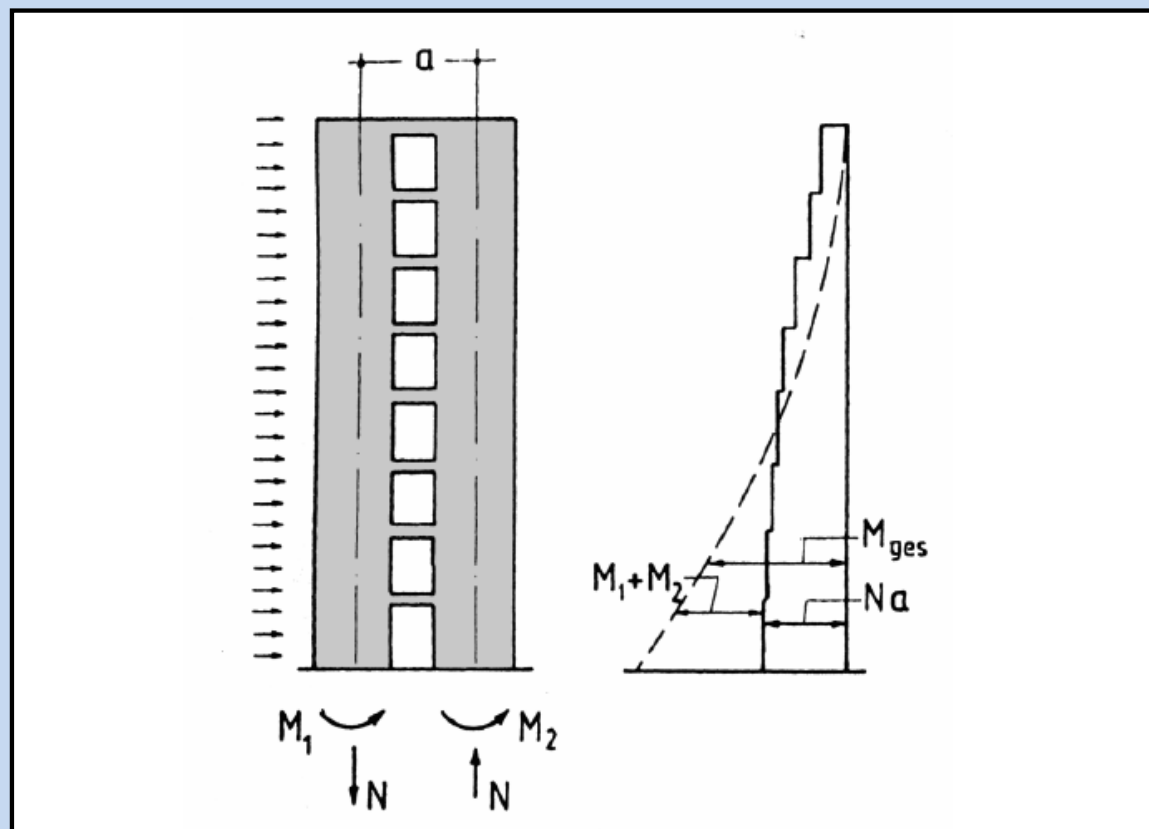
Posmični zidovi | Povezani posmični zidovi

- Kod savijanja zidova uslijed djelovanja bočnih opterećenja, krajevi spojnih greda su prisiljeni na vertikalni pomak i rotaciju
- Greda se savija u dvostrukoj zakrivljenosti, sprječavajući slobodno savijanje zidova
- Savijanje grede uzrokuje **posmične sile na krajevima grede**, koje pak uzrokuju **uzdužne sile u zidovima** – vlačnu na vjetrovnoj strani, i tlačnu u privjetrini
- Iz ovog sprega sila nastaje dodatni moment savijanja koji se odupire vanjskom momentu savijanja.
- Vanjski moment savijanja od vjetra je na kraju preuzet sumom momenata savijanja M_1 i M_2 u dva zida, i spregom uzdužnih sila, gdje je krak sila (udaljenost od težišnih osi pojedinih zidova):
$$M = M_1 + M_2 + N \cdot l$$



Posmični zidovi | Povezani posmični zidovi

- Posljednji član $N \cdot l$ predstavlja suprotni moment savijanja uzrokovan savijanjem spojnih greda koje sprečavaju čisto savijanje zidova.
- On ima vrijednost 0 u slučaju da su zidovi povezani zglobnim štapovima i maksimalnu vrijednost ako su spojne grede beskonačno krute (upete).
- Svrha spojnih greda je smanjenje vrijednosti momenata savijanja u zidovima, tako da se dio nanesenog momenta preuzme uzdužnim silama u zidovima.
- Zbog relativno velikog kraka sila, relativno mala aksijalna naprezanja mogu uvelike doprinijeti većem momentu otpora.
- Maksimalno vlačno naprezanje od opterećenja vjetrom se može znatno smanjiti, uz pripomoć djelovanja tlačnog gravitacijskog opterećenja od vlastite težine zidova.

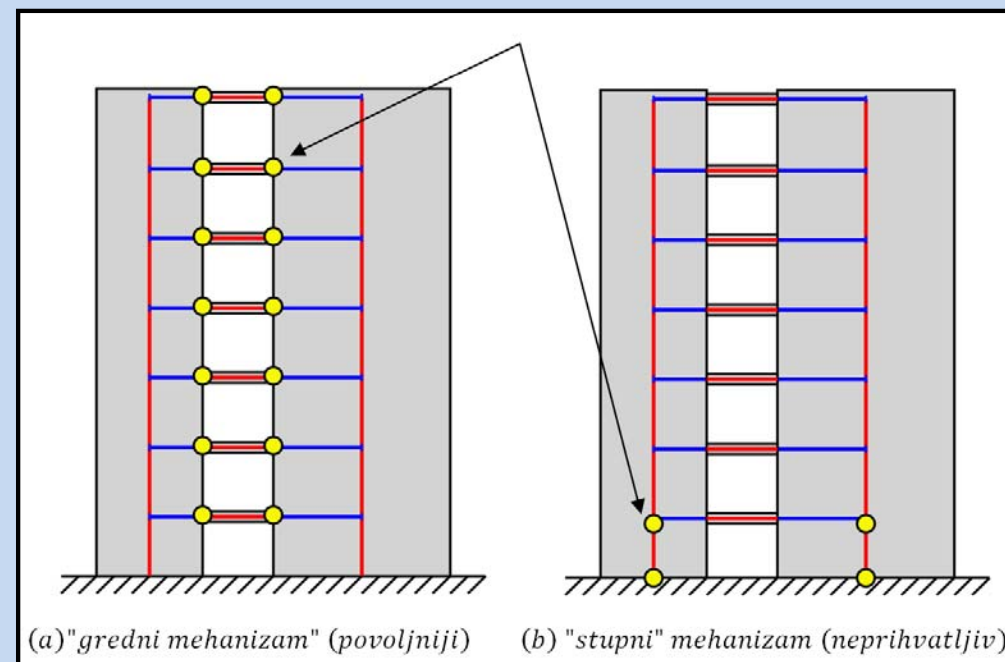


Spojne grede

- Spojne grede definiraju se kao horizontalne veze između dva ili više vertikalnih posmičnih zidova, razdvojenih sa pravilnim rasporedom otvora po visini, koji su predviđeni za prozore, vrata ili hodnike.
- Mogu biti visoke i niske. Najčešće se koriste visoke grede.
- ASCI propisi definiraju visoku gredu sa odnosom **svijetlog raspona / visine** manjim ili jednakim **1,25 za prostu gredu** (jedan red otvora) ili **2,5 za kontinuiranu gredu** (više redova otvora).
- CIRIA propisi pak propisuju da taj odnos mora iznositi **2,0 za jedan red otvora ili 2,5 za više redova otvora**.
- Prilikom seizmičkog djelovanja grede moraju pokazati dobra duktilna svojstva (sposobnost nelinearnog odgovora konstrukcije), kako bi popustile prije zidova, što je vrlo bitno jer veći dio seizmičke energije disipira plastičnim deformiranjem konstrukcije.
- Uslijed seizmičkog djelovanja dolazi do istodobnog stvaranja plastičnih zglobova na krajevima horizontalnih elemenata (greda) po cijeloj visini zgrade, tj. dolazi do pojave „grednog“ mehanizma (slabe grede-jaki stupovi).
- Takav način otkazivanja je mnogo „pogodniji“ u odnosu na „stupni“ mehanizam, gdje se plastični zglobovi prvo formiraju u vertikalnim elementima (zidovi) jedne etaže („meka“ etaža), uglavnom u podnožju zgrade.

Spojne grede

- Kod prvog mehanizma unesena seizmička energija jednoliko je raspoređena po visini zgrade, za razliku od drugog slučaja gdje se energija koncentrira u podnožju zgrade, uzrokujući tako kolaps konstrukcije.
- Iz ovog možemo zaključiti da se vertikalni zidovi konstrukcijskog sustava povezanih zidova moraju dimenzionirati kao kruti elementi, dok se horizontalne spojne grede dimenzioniraju kao duktilni elementi.
- Prilikom sprežanja zidova treba imati na umu da se kapacitet duktilnosti povećava sa povećanjem stupnja sprežanja.
- Stupanj sprežanja je funkcija relativne krutosti i čvrstoće zidova i greda. Definira se kao odnos momenta prevrtanja preuzet djelovanjem sprežanja (tj. uzdužnim silama u zidovima) naspram ukupnog momenta prevrtanja.



Spojne grede

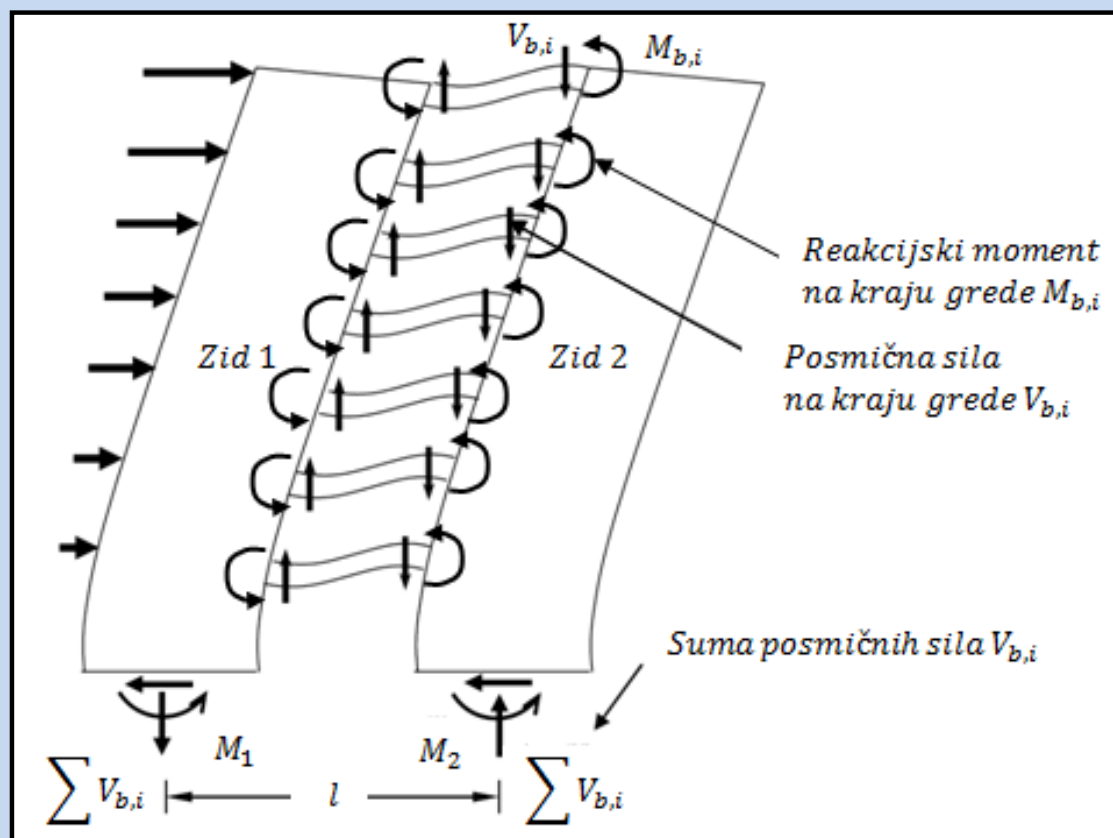
- **Spojne grede se trebaju projektirati tako da se izbjegne prejako sprezanje zidova, koje uzrokuje da se sustav ponaša kao jedinstvena konzola, sa jako malim okvirnim ponašanjem.**
- **Također treba se izbjeći preslabo sprezanje zidova, jer ono uzrokuje da se zidovi ponašaju kao zasebne cjeline.**

Koeficijent „sprezanja“ CR

Istraživanja u posljednjih pola stoljeća pokazala su da ponašanje konstrukcijskog sustava povezanih zidova bitno ovisi o koeficijentu sprezanja.

Slika prikazuje konstrukcijski sustav povezanih zidova, koji je deformiran pod utjecajem bočnog opterećenja, uzrokovanog vanjskim momentom prevrtanja OTM (OverTurning Moment).

Kao rezultat toga na krajevima greda pojavljuju se momenti savijanja $M_{b,i}$ i posmične sile $V_{b,i}$



Konstrukcijski sustav povezanih zidova odupire se momentu prevrtanja OTM -u spregom uzdužnih sila N u posmičnim zidovima na kraku l , nastalih kao sume posmičnih sila u gredama $V_{b,i}$, te kroz reakcijske momente savijanja u pojedinim zidovima M_1 i M_2 .

Stoga može definirati **koeficijent „sprezanja“ CR (Coupling Ratio)**, koji predstavlja omjer momenta prevrtanja preuzetog uzdužnim silama u zidovima $N \cdot l$ i ukupnog momenta preokretanja OTM

Koeficijent „sprezanja“ CR

➤ Za konstrukcijski sustav sa dva povezana zida, izraz za CR glasi:

$$CR = \frac{N \cdot l}{OTM} = \frac{N \cdot l}{N \cdot l + \sum_j M_j} = \frac{l \cdot \sum_i V_{b,i}}{l \cdot \sum_i V_{b,i} + \sum_j M_j}$$

N – uzdužna sila u posmičnim zidovima

l – krak uzdužnih sila u posmičnim zidovima
(razmak težišta osi zidova)

OTM – ukupni moment prevrtanja (vanjski moment)

$V_{b,i}$ – posmična sila na kraju grede i

M_j – reakcijski moment u zidu j

1) $CR = 0 \%$

Kod ovog slučaja zidovi nisu povezani gredama, ili su povezani zglobnim štapovima koji ne uzrokuju momente savijanja, odnosno posmične sile na krajevima greda sila.

2) $CR = 50 \%$

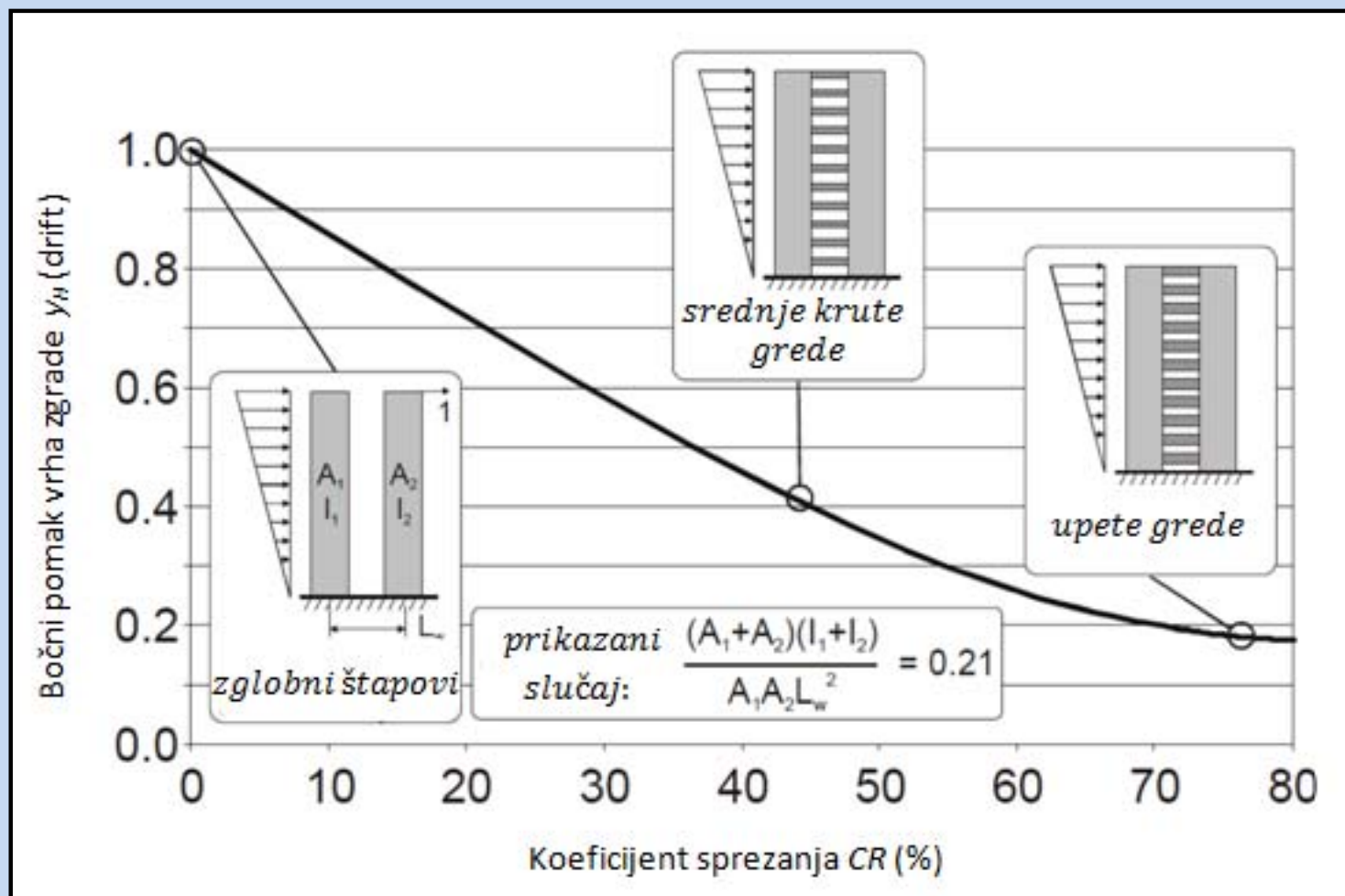
Ova vrijednost koeficijenta sprezanja implicira da je polovica momenta preokretanja preuzeta uzdužnim silama u posmičnim zidovima, dok je preostala polovica preuzeta reakcijskim momentima savijanja u pojedinim zidovima.

3) $CR = 100 \%$

Ovo je teoretski slučaj, gdje su zidovi spregnuti kao jedinstvena konzola, što si možemo predočiti tako da duljina spojnih gredi teži 0.

Koeficijent „sprezanja“ CR

- Slika ilustrira povoljan utjecaj povezivanja dvaju zidova opterećenih trokutasto raspodijeljenim opterećenjem. Može se vidjeti kako utjecaj sprezanja utječe na bočni pomak vrha zgrade.



Utjecaj sprezanja
na bočni pomak
vrha zida (drift)

Koeficijent „sprezanja“ CR

Koeficijent CR tradicionalno se definira za podnožje zgrade (kritično područje).

No vrijednost tog koeficijenta mijenja se uslijed promjene bočnog opterećenja, najviše zbog neelastičnog ponašanja konstrukcijskog sustava (spojnih greda).

Slika prikazuje nam kako se koeficijent CR (definiran za podnožje zgrade) mijenja ovisno o bočnom opterećenju.

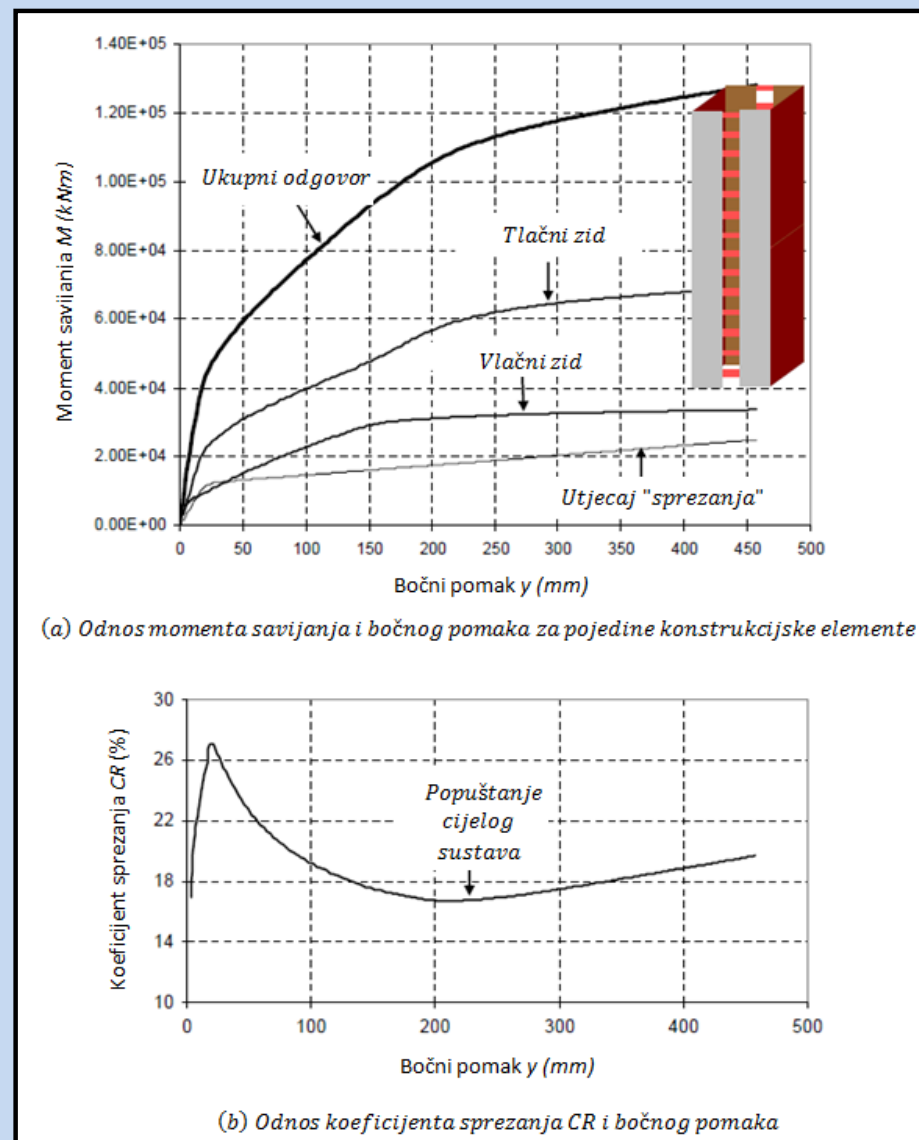
Uslijed slabog bočnog opterećenja, sustav se ponaša elastično.

No kako se opterećenje povećava, raste i vrijednost koeficijenta CR , i on doseže svoju maksimalnu vrijednosti od 27%.

Ova točka predstavlja točku popuštanja greda, te sada zidovi počinju zasebno sudjelovati u preuzimanju bočnih opterećenja.

Vrijednost koeficijenta sprezanja doseže minimalnu vrijednost kada zidovi popuste u podnožju zgrade (točka popuštanja cijelog konstrukcijskog sustava).

Nakon toga, vrijednost koeficijenta CR opet lagano raste zato jer su grede prije očvrsnule od zidova.



Utjecaj „sprezanja“ na bočni pomak vrha zida (drift)

Izbor koeficijenta „sprezanja“ CR

- Izbor prikladnog koeficijenta sprezanja CR uvelike ovisi o procjeni i iskustvu inženjera.

Male su konstrukcijske koristi od korištenja malog koeficijenta CR , jer će se momenti savijanja i bočni pomaci zidova jako razlikovati u odnosu na bolje povezane zidove:

- Primjer za to su stropne ploče koje ne sudjeluju u preuzimanju bočnih djelovanja, premda se moraju projektirati s dovoljnom duktilnošću kako bi se zadovoljili uvjeti kompatibilnosti sa zidovima.

S druge strane, visoka vrijednost CR -a rezultira neizmjereno visokim zahtjevima vezanim uz duktilnost spojne grede:

- Njime se smanjuju momenti savijanja u posmičnim zidovima, tako da se mogu koristiti manji poprečni presjeci zidova.
- Visoki CR rezultira većim uzdužnim silama u zidovima.
- Tako visoka vrijednost tlačne sile smanjuje duktilnost zidova.
- Ovi utjecaji iniciraju da visoka vrijednost CR -a može dovesti do za praksu neprimjerene konstrukcije (nedovoljno duktilna).

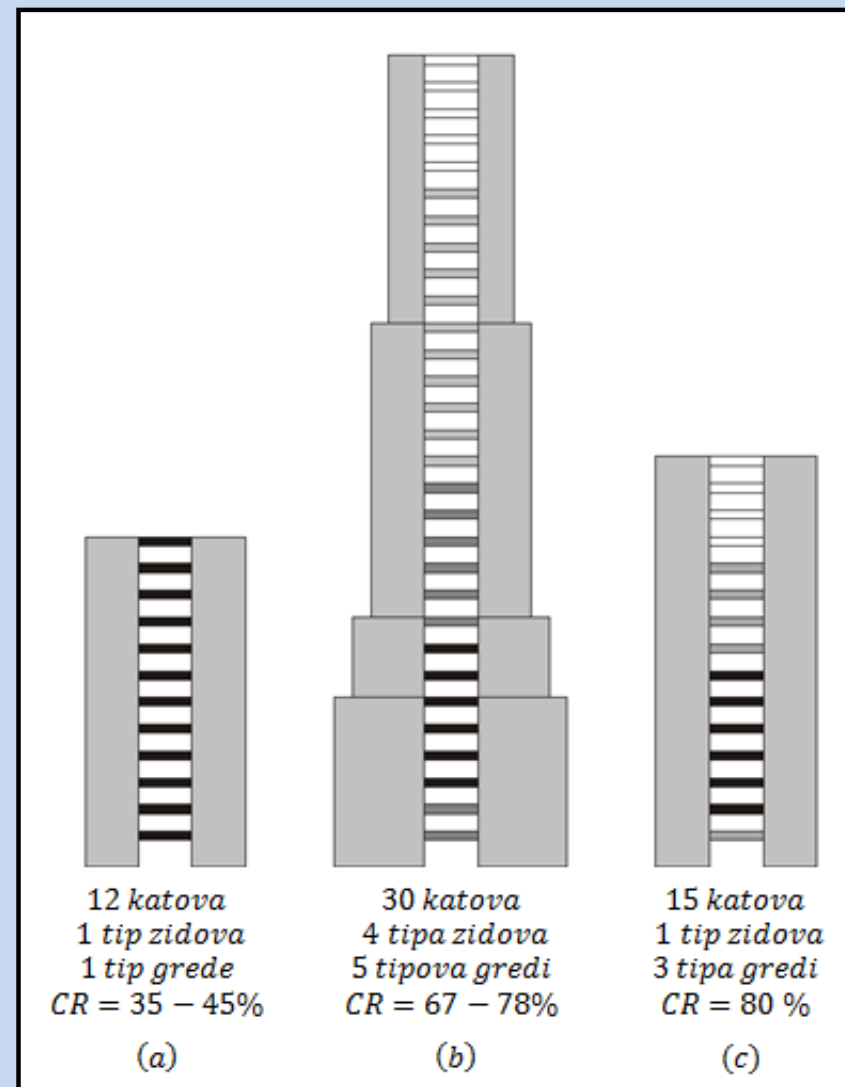
Izbor koeficijenta „sprezanja“ CR

PRIMJERI:

- a) 12-katna zgrada sa jednakim gredama, jednoliko raspoređenim preko ukupne visine zgrade. Preporuka za ovu zgradu je da se vrijednost CR -a kreće od 35-45%.
- b) Ako se radi o nešto višoj zgradi onda se preporuča korištenje više različitih tipova spojnih greda. Za 30-katnu zgradu, upotrijebljeno je pet različitih grupa greda (s različitim stupnjem sprezanja). Ovom kombinacijom, postiže se ukupni koeficijent sprezanja CR koji se kreće u granicama od 67-78%.
- c) Za 15 katnu zgradu, korišteno je tri grupe greda. One u podnožju zgrada imale su najveći CR , dok one pri vrhu najmanji CR . To je rezultiralo ukupnim koeficijentom sprezanja koji iznosi 80%.

Na kraju se može zaključiti da su male konstrukcijske koristi od uporabe CR -a manje od 30%.

Također gornja granica ne bi smjela prelaziti vrijednost od 60-80%, ovisno o broju katova.



Prikaz različitih tipova konstrukcijskog sustava povezanih zidova te rezultirajućeg koeficijenta sprezanja CR -a

Projektiranje spojnih greda – ARMIRANOBETONSKE GREDE

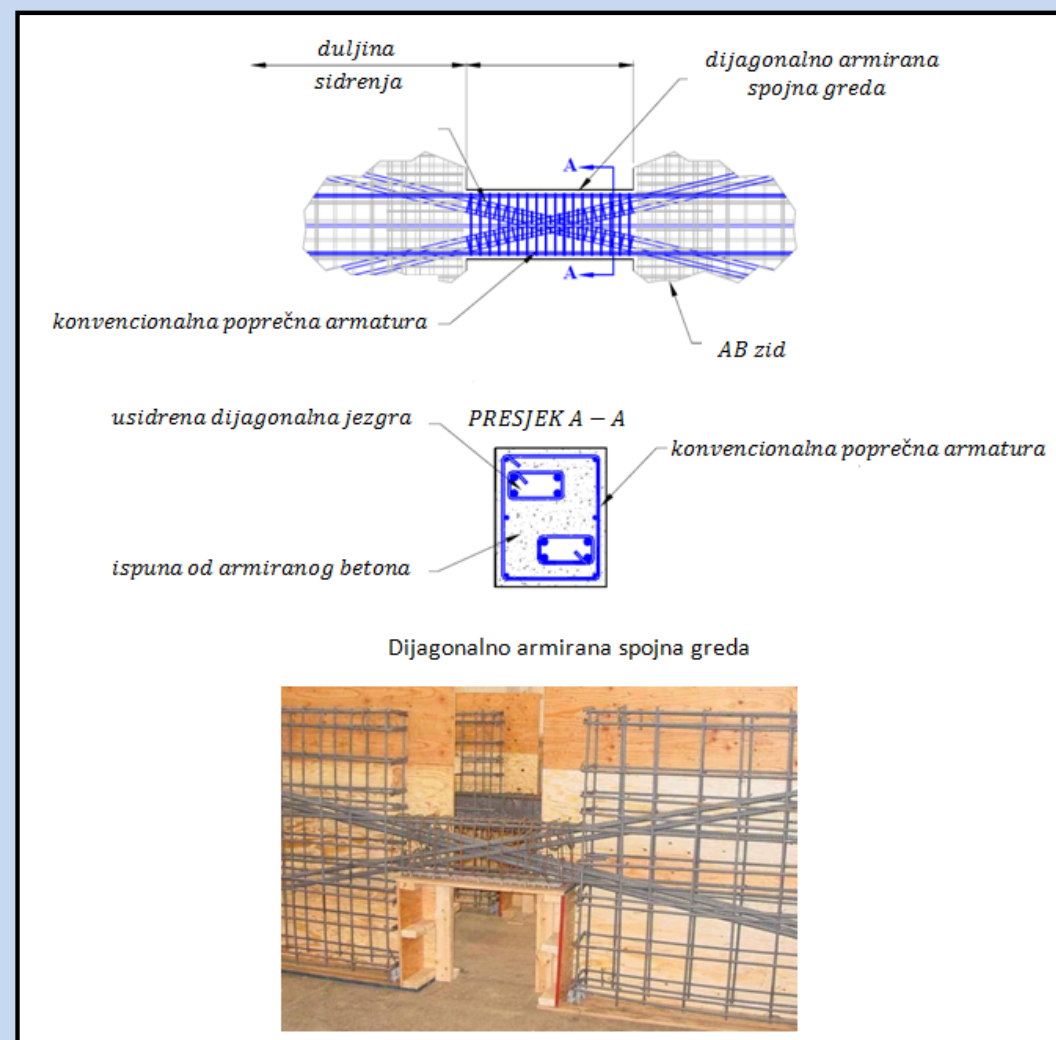
- AB spojne grede mogu se projektirati tako da imaju konvencionalnu uzdužnu armaturu, ili noviju, dijagonalnu armaturu.
- Za odnos raspona i visine grede (l/h) manji od 2,0, grede izvedene sa dijagonalnom armaturom pokazuju bolja duktilna svojstva i disipaciju seizmičke energije u odnosu na konvencionalne grede s uzdužnom armaturom.
- Ali za veći odnos l/h , od 2,0 do 5,0, dijagonalna armatura nije toliko efikasna zbog nižeg kuta šipki armature (teže ponašanju kao sustav s uzdužnom armaturom).
- Efikasna spojna greda uglavnom ima odnos *kraka sila u zidovima* / visine grede manji od 3,0.
- Što je odnos (l/h) manji, djelovanje sidrenja grede značajno će doprinijeti posmičnoj čvrstoći u odnosu na fleksijsku čvrstoću.
- Kod konvencionalnih greda s uzdužnom armaturom, armatura u gornjoj i donjoj zoni je pod istodobnim djelovanjem vlačne sile, kao rezultat dijagonalnog pucanja.

Projektiranje spojnih greda – ARMIRANOBETONSKE GREDE

- Spojne grede za koje vrijedi $\nu > 0,5 \cdot \sqrt{f_{ck}}$ zahtijevaju projektiranje na posmičnu silu.
(ν – nominalno posmično naprezanje, f_{ck} – karakteristična čvrstoća betona)
- Bolja posmična veza može se ostvariti tako da se krajevi šipki armature saviju kako bi se ostvarila bolja interakcija između zida i grede.
- Na taj način područje plastifikacije se proširuje i na okolni zid, po unutrašnjoj strani zida.
- Međutim ovakav detalj prouzrokuje poteškoće pri izvedbi i dodatne troškove.

Projektiranje spojnih greda – ARMIRANOBETONSKE GREDE

- Druga alternativa je dijagonalno armirana greda.
- Ovako postavljena armatura, je možda i jedino pravo rješenje za preuzimanje potencijalnog uzdužnog posmika. Također pokazuje i dobre histerezne karakteristike za odnos (l/h) manji od 3,0.
- Prilikom jakog seizmičkog djelovanja, odgovor spojnih greda je veći u odnosu na zidove. One prelaze u neelastično područje ponašanja, te dolazi do velikih rotacija krajeva grede.
- Stoga je neophodno osigurati adekvatno sidrenje kako bi se izbjegle te velike rotacije krajeva grede. Što je duljina sidrenja veća, to je mogućnost izvijanja tlačnih šipki na granici zida i grede (gdje su najveće pukotine) manja.
- No dijagonalna armatura je veoma teška za izvedbu zbog gustog rasporeda armature u sredini raspona grede i na spoju sa zidovima.



Detalj armiranja dijagonalnom armaturom

Projektiranje spojnih greda – ARMIRANOBETONSKE GREDE

- Elastična analiza dostatna je za utvrđivanje približne raspodjele unutarnjih sila u zidovima i gredama i time teoretskog stupnja sprezanja konstrukcijskog sustava povezanih zidova.
- No zbog stvarne raspodjele sila koja varira u vlačnom i tlačnom zidu, i time u spojnim gredama, te neelastičnog ponašanje na spoju grede i zida, dolazi do smanjenja tog teoretskog koeficijenta sprezanja.
- Taj utjecaj se može uzeti u obzir smanjenjem karakteristika poprečnog presjeka, uzimajući tako u obzir pukotine i gubitak krutosti uslijed cikličkog opterećenja.

Fleksijski način sloma

Spojne grede sa horizontalnom armaturom, standardno se projektiraju i dimenzioniraju kao i klasične grede kada vrijedi:

$$V_{Ed} \leq 0,33 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot b_w \cdot d; \quad L/h \geq 4,0$$

V_{Ed} – projektirana vrijednost poprečne sile, b_w – širina grede, d – statička visina grede, L – svijetli raspon grede

Posmični način sloma

Spojne grede sa dijagonalnom armaturom, obavezno se primjenjuju ako vrijedi:

$$V_{Ed} > 0,33 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot b_w \cdot d; \quad L/h < 4,0$$

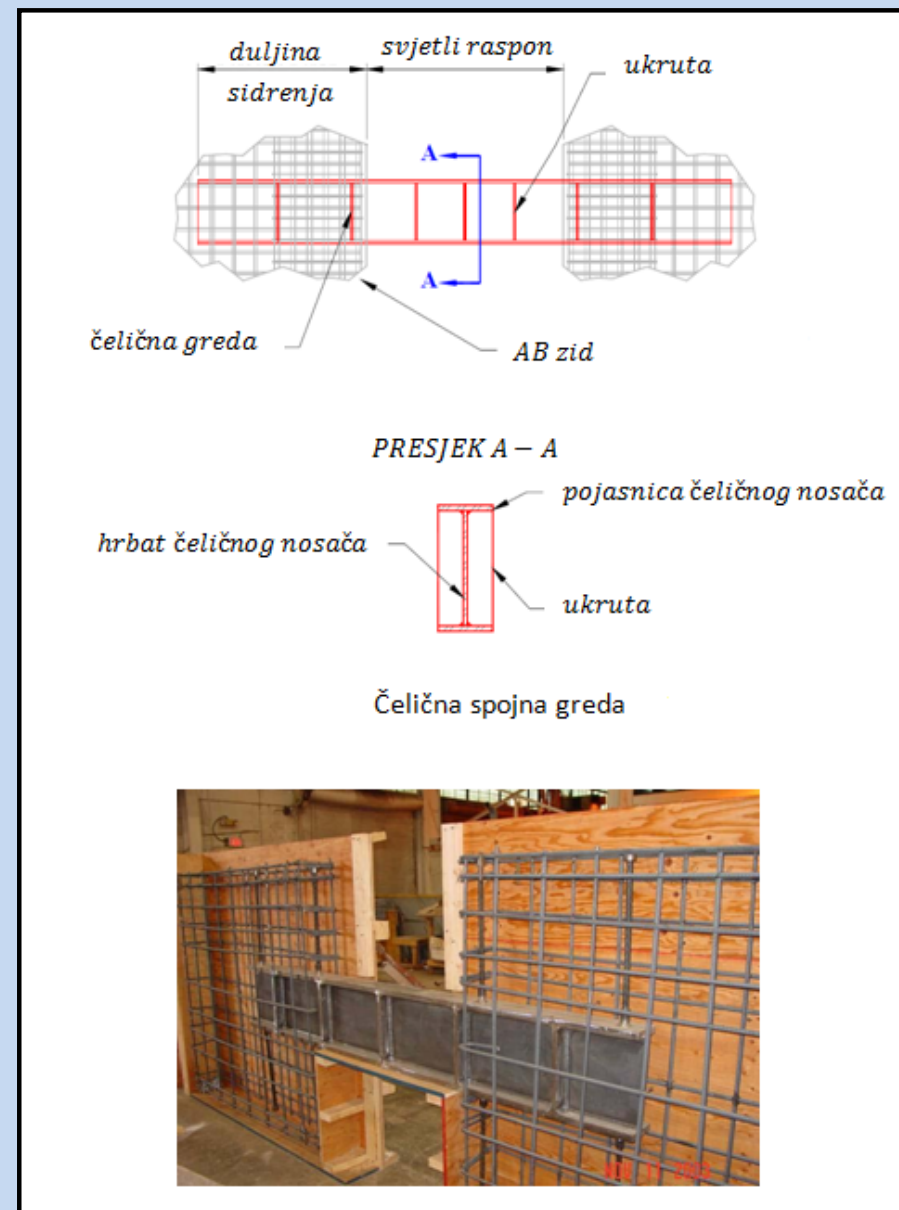
Iako je poželjno da svaka dijagonalna grupa ukrštenih armatura ima jednaku količinu i promjer šipki kao i nasuprotna dijagonalna grupa, to je uglavnom neizvedivo.

Projektiranje spojnih greda – ČELIČNE GREDE

- Prednosti čeličnih spojnih greda dolaze do izražaja u slučajevima kada je visina grede ograničena, ili gdje dovoljan kapacitet i krutost ne mogu biti ekonomski ostvareni AB gredom.
- Ovisno o duljini grede, čelične spojne grede mogu biti projektirane tako da unesenu seizmičku energiju disipiraju ili savijanjem, ili posmikom.
- Međutim za većinu spojnih greda, najpovoljnije je gredu projektirati kao „posmično kritičnu“ („*shear critical*“), jer takvi elementi imaju poželjniji oblik disipacije seizmičke energije. Takav izbor nije moguć kod AB elemenata.

Projektiranje spojnih greda – ČELIČNE GREDE

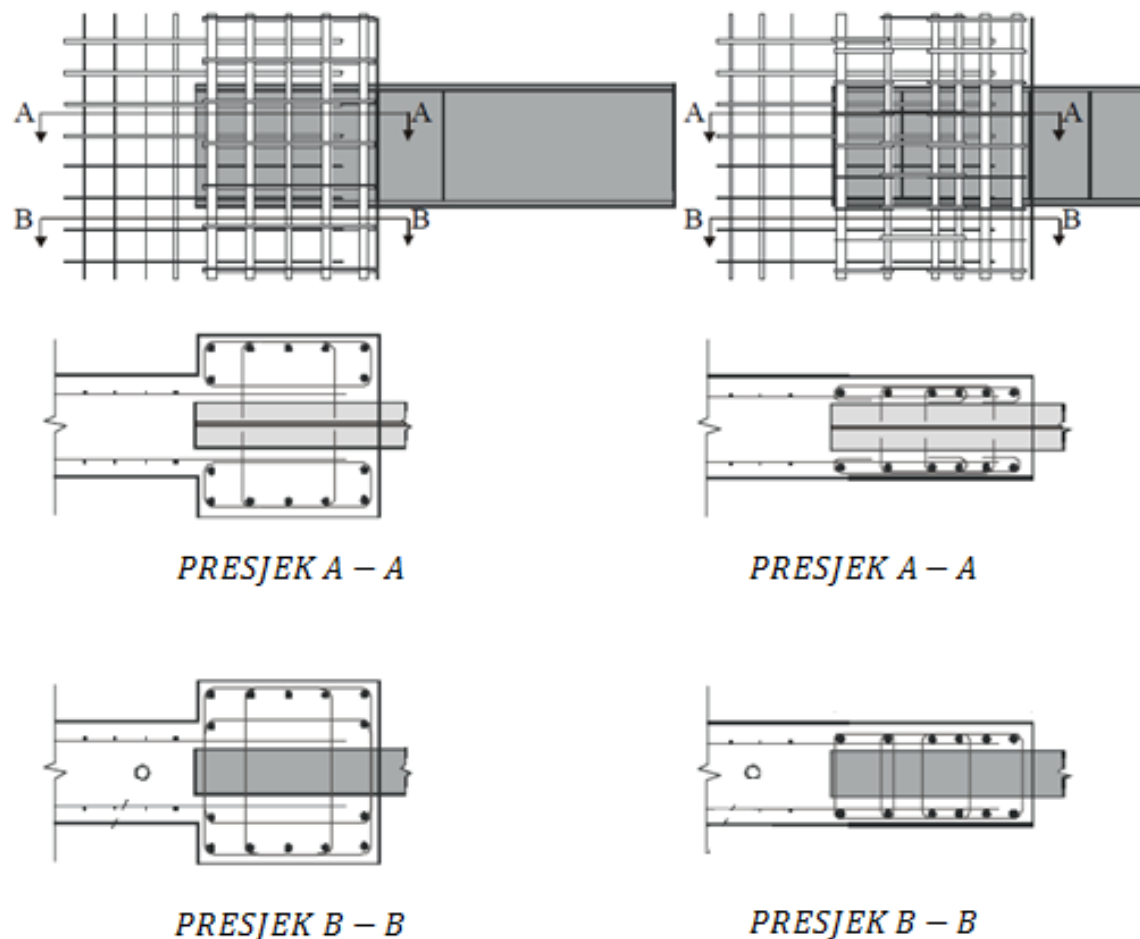
- Spoj između spojne grede i zida ovisi o tome da li je granično područje spoja klasično armirano ili sadrži ugrađene konstrukcijske čelične stupove.
- U drugom slučaju, veza je ostvarena direktnim spojem između čelične grede i stupa. Tada se može upotrijebiti standardni postupak projektiranja za čelične konstrukcije.
- Tako spregnuti konstrukcijski sustav neće zahtijevati korištenje veće količine armature u graničnom području spoja.
- Međutim, moraju se provesti odgovarajuće mjere kako bi se spriječila otkazivanja slična onima kao kod čeličnih okvira otpornih na savijanje (*steel moment resisting frames*) uslijed djelovanja potresa.



Detalj sidrenja čeličnog nosača spojne grede

Projektiranje spojnih greda – ČELIČNE GREDE

- Ako je pak granično područje spoja armirano uzdužnom i poprečnom armaturom, tada je gredu potrebno usidriti u zidove i povezati sa graničnim područjem, kako je prikazano na slici:



(a) fleksijski kritična čelična spojna greda

(b) posmično kritična čelična spojna greda

Detalji sidrenja čeličnih spojnih greda

- fleksijski kritična (*“flexural critical”*) spojna greda zahtijeva više armaturnog čelika u području spoja, jer je veći dio momenta prevrtanja preuzet djelovanjem zidova.

Projektiranje spojnih greda – ČELIČNE GREDE

- Za dodatno ojačanje spoja, ugrađeni čelični elementi mogu biti izvedeni sa vertikalnom armaturom zavarenom za pojasnice čeličnog nosača spojne grede, ili posmičnim moždanicima kako bi se postigla bolja otpornost na horizontalna djelovanja.
- Vertikalne šipke su sa pojasnicom povezane mehaničkim moždanicima koji su zavareni za pojasnice čeličnog nosača. Te šipke moraju biti dovoljno dugačke i dovoljnog promjera, kako bi se osigurala dovoljna krutost grede.
- Preporuča se korištenje 8 šipki promjera Ø25 kako bi se postigla željena interakcija između zida i grede.
- Također se preporuča da je dvije trećine te vertikalne armature jednoliko raspodijeljeno na udaljenosti od jedne polovice duljine sidrenja čeličnog nosača spojne grede do unutrašnje strane zida.
- Također ta armatura mora biti u području rubnog elementa, koji ne prelazi širinu od 2,5 širine pojasnice čeličnog nosača.
- Zadovoljenjem ovih uvjeta zadovoljiti će se i uvjeti vezani uz ograničenje širine pukotina

Projektiranje spojnih greda – ČELIČNE GREDE

Duljina sidrenja

- Za čelične spojne grede koriste se standardne metode za proračun krutosti.
- Pri projektiranju čeličnih spojnih greda treba pretpostaviti da grede nisu upete odmah u točki dodira vertikalom zida.
- Dodatnu fleksibilnost zbog odmaknute točke sidrenja (veća duljina grede) obavezno treba uzeti pri proračunu, kako bi se osiguralo da su sile u zidovima i bočni pomaci izračunate s dovoljnom točnošću.
- Može se uzeti da je „efektivna“ točka upetosti čelične ili spregnute čelično-betonske spojne grede smještena od unutrašnjeg lica zida na udaljenosti od jedne trećine usidrene duljine grede.
- Tako dobivamo izraz za efektivnu duljinu L_{eff} spojne grede koji glasi:

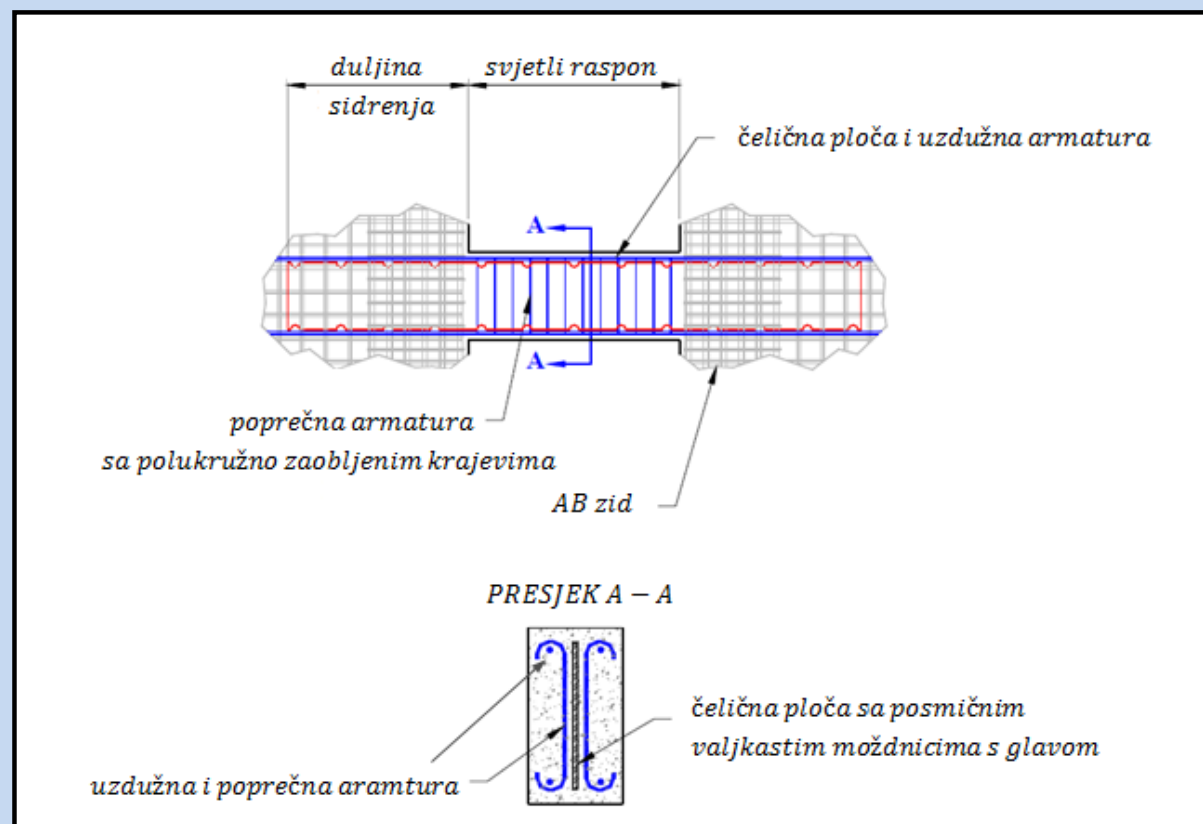
$$L_{eff} = L + 0,6L_e$$

L – svjetli raspon grede, L_e – duljina sidrenja jednog kraja grede (čeličnog nosača)

Gore spomenuti izraz se primjenjuje kod *metode zamjenskog okvira*.

Projektiranje spojnih greda – SPREGNUTE ČELIČNO-BETONSKE GREDE

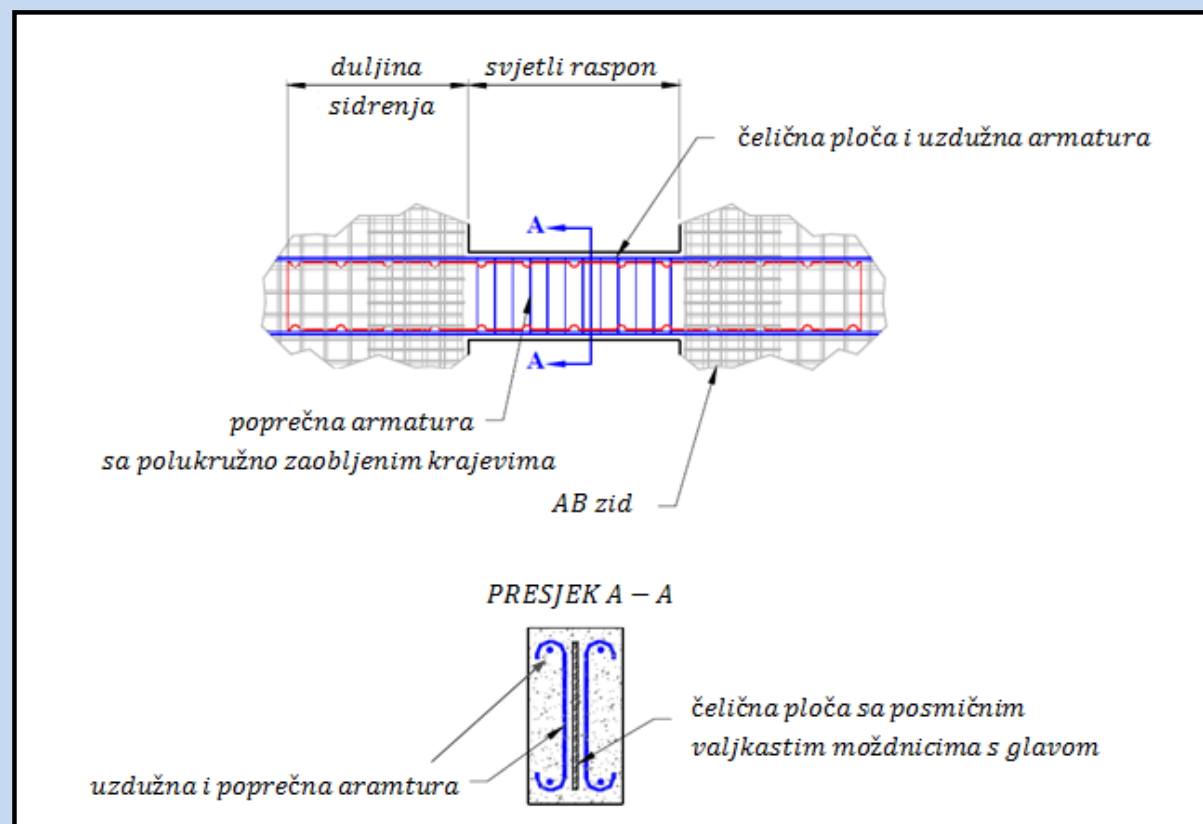
- Spregnute čelično-betonske spojne grede sastoje se od čelične grede koja je uobičajeno u potpunosti obložena betonom.
- Na taj se način iskorištavaju prednosti i betona koji preuzima tlačna naprezanja i čelika koji preuzima vlačna naprezanja.
- Obložni sloj betona se obavezno uzima u obzir pri proračunu krutosti i duljine sidrenja.



**Spojna greda sa
čeličnom pločom
u sredini**

Projektiranje spojnih greda – SPREGNUTE ČELIČNO-BETONSKE GREDE

- No najvažnija svrha obložnog betona jest da sprečava bočno torzijsko izvijanje čeličnog nosača.
- Nominalna debljina zaštitnog betona oko čeličnog nosača osigurava dovoljnu otpornost na izvijanje pojasnice i hrpta čeličnog nosača, i zbog toga se čelični nosači izvode bez ukruta.
- Također trebaju biti zadovoljeni uvjeti za minimalnu debljinu pojasnice i hrpta čeličnog nosača.



**Spojna greda sa
čeličnom pločom
u sredini**

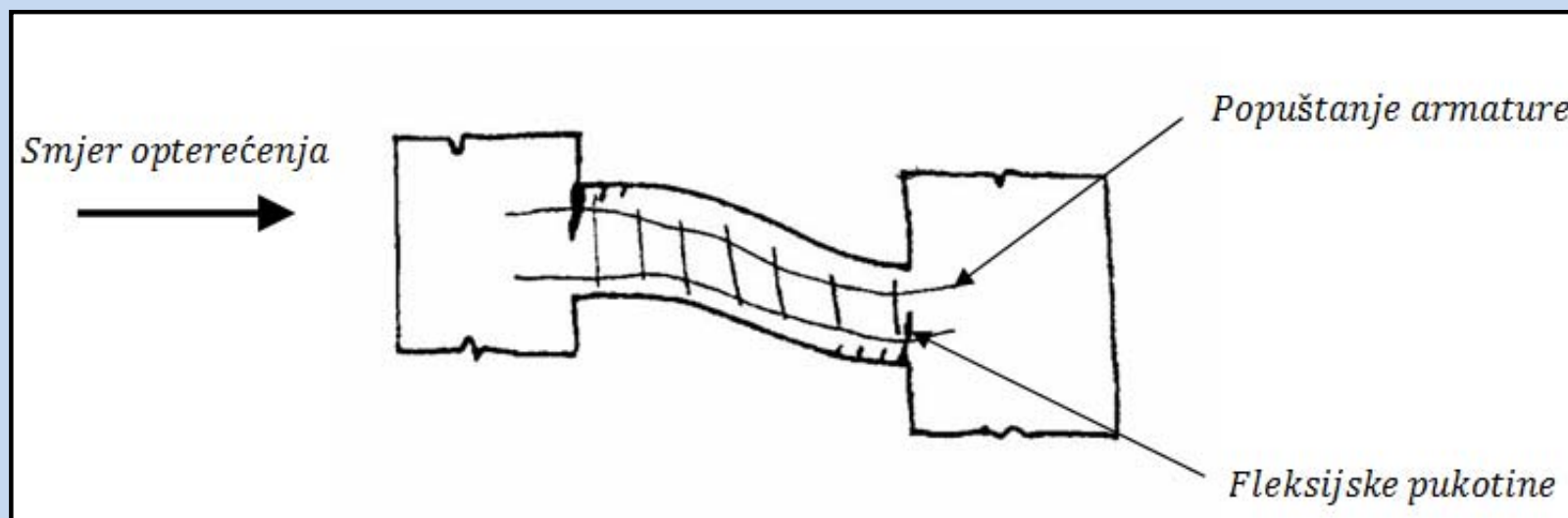
Načini otkazivanja spojnih greda

- spojne grede su izložene fleksijskim, posmičnim, i kombinaciji ove dvije vrste deformacije
- Moraju biti dovoljno krute, čvrste i duktilne kako bi se ostvarilo željeno ponašanje
- Lokalno otkazivanje greda može dovesti do mnogo ozbiljnijeg, globalnog otkazivanja konstrukcije
- Razlikujemo tri osnovna načina otkazivanja grede:
 - 1. Fleksijski (savijajući) način sloma**
 - 2. Posmični način sloma**
 - 3. Kombinirani fleksijsko-posmični način sloma**

Načini otkazivanja spojnih greda

1. Fleksijski (savijajući) način sloma

- Kod fleksijskog načina sloma grede se deformiraju po dvostrukoj zakrivljenosti savijanja.
- Do otkazivanja dolazi prilikom drobljenja betona u tlačnim područjima, i tečenja armaturnog čelika.
- Ovaj način sloma je karakterističan za niske grede sa malim fleksijskim kapacitetom.



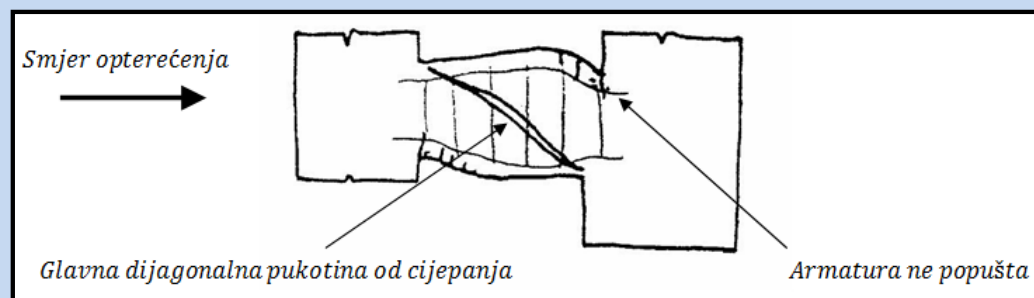
Fleksijski način sloma vitke spojne grede

Načini otkazivanja spojnih greda

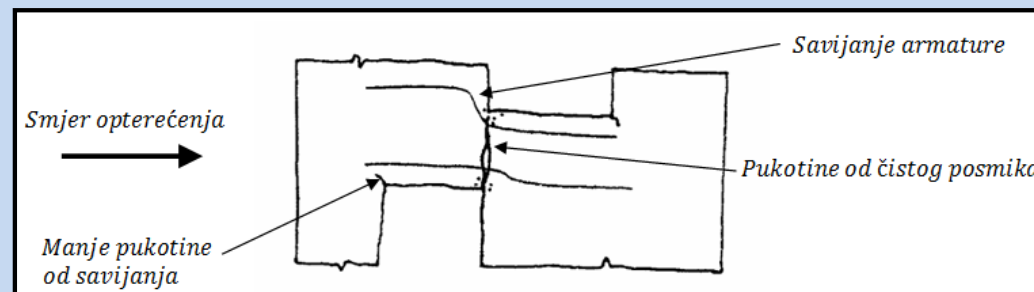
2. Posmični način sloma

- Čiste posmične deformacije će se pojaviti kada su donja i gornja zona uzdužne armature u vlaku.
- Karakteriziran je formiranjem dijagonalnih pukotina koja povezuje nasuprotne krajeve grede, ili čistim odrezom (posmikom).

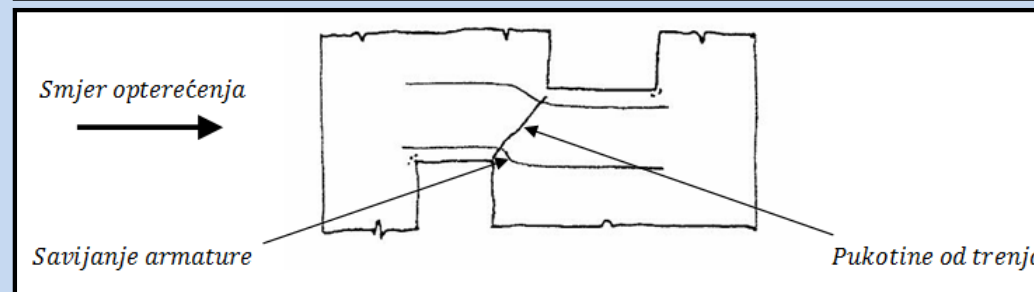
Posmično dijagonalno cijepanje spojne grede



Čisti posmik (odrez) spojne grede



Posmično-tlačni način sloma spojne grede

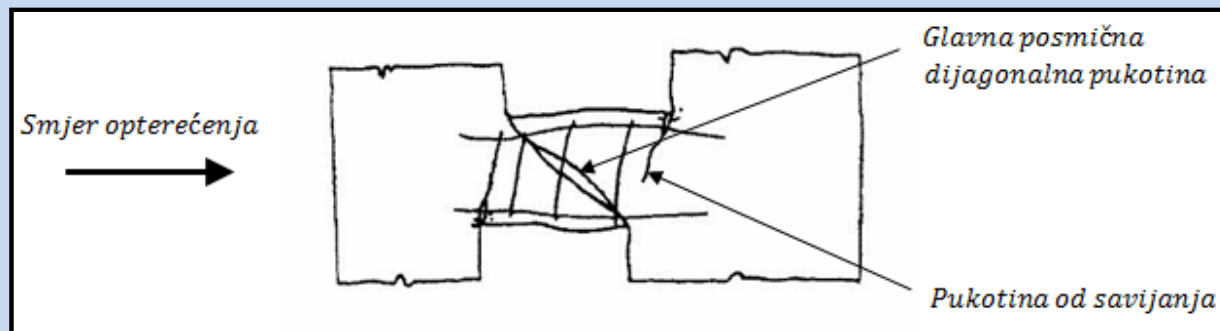


Načini otkazivanja spojnih greda

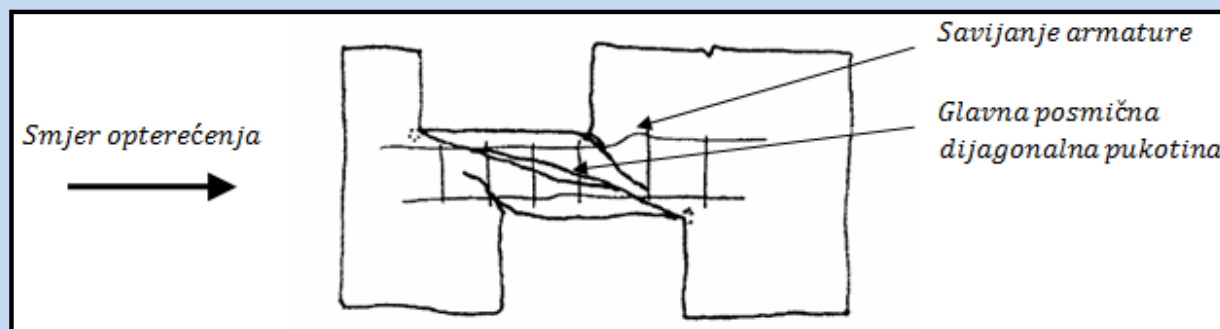
3. Kombinirani (fleksijsko-posmični) način sloma

- Karakteristika ovog načina sloma je formiranje pukotina od savijanja na upetim krajevima grede, i posmičnih dijagonalnih pukotina na predjelu hrpta grede.
- Na krajevima dijagonalnih pukotina dolazi do drobljenja betona, i ta mjesta predstavljaju mjesta stvaranja plastičnih zglobova.
- Na tim mjestima dolazi do velikih deformacija uslijed rotacije grede, što na kraju uzrokuje otkazivanje grede.

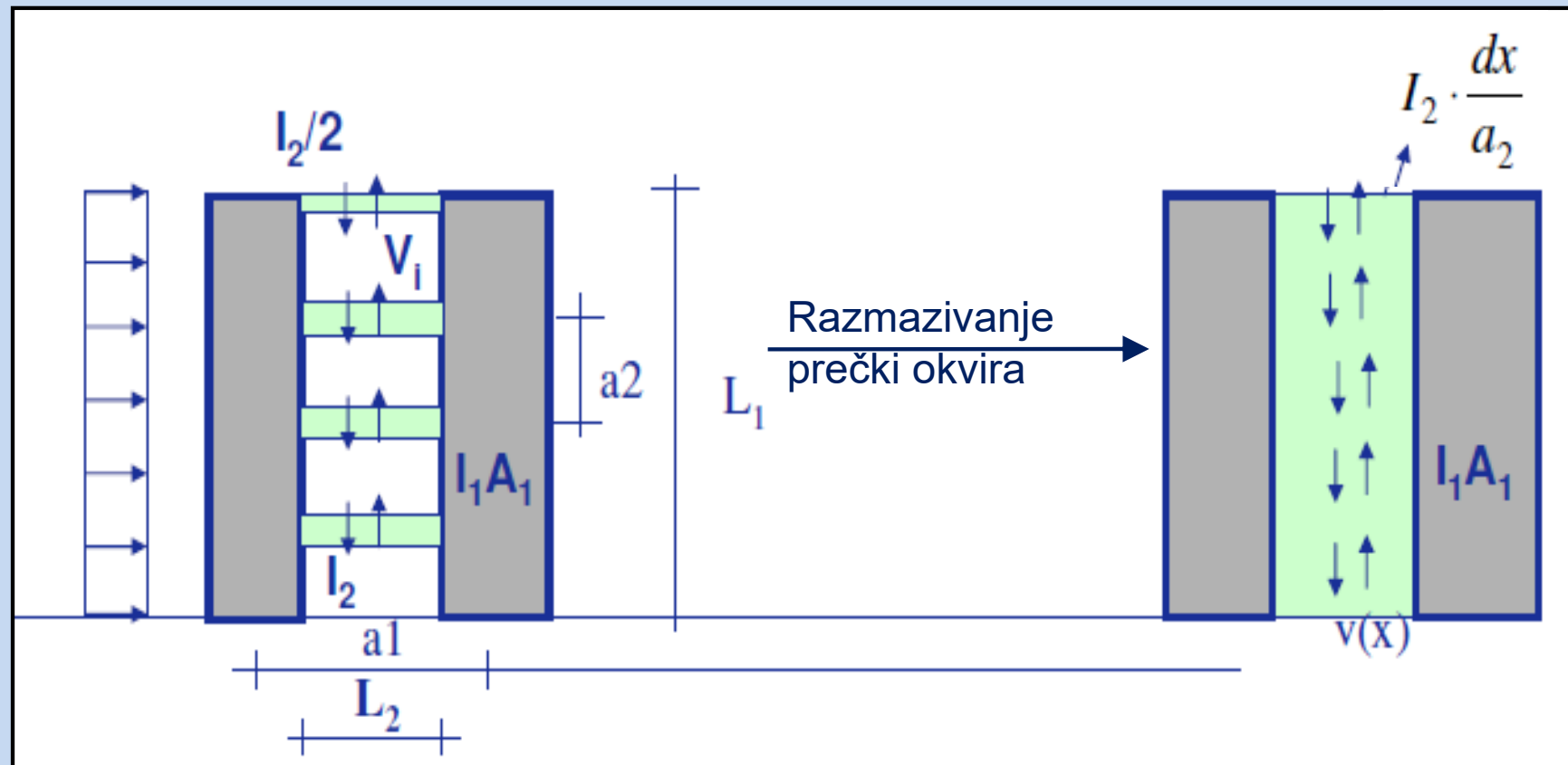
Posmično dijagonalno cijepanje i fleksijski način sloma spojne grede



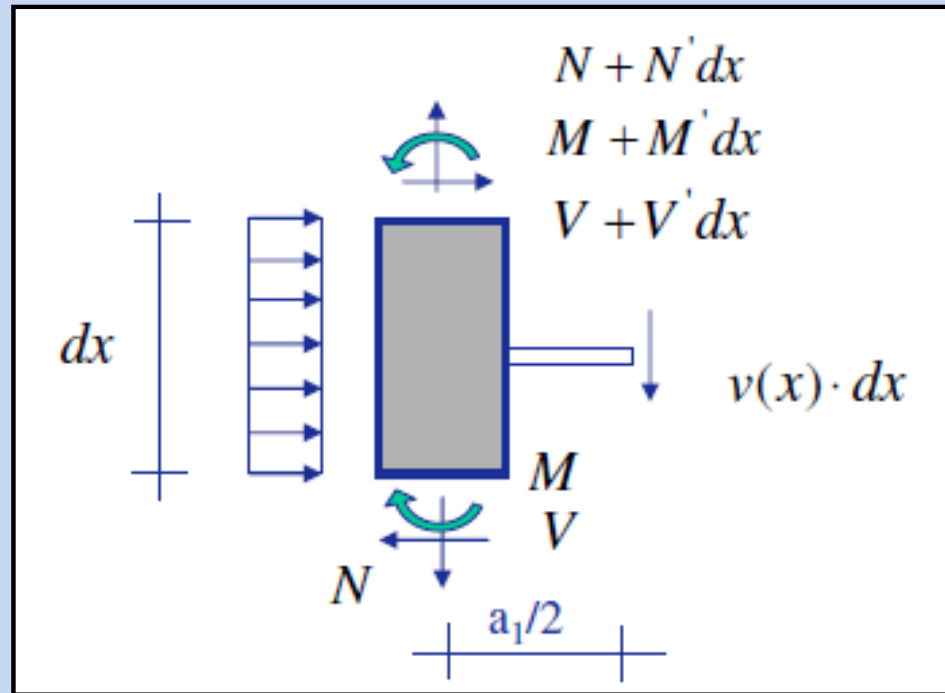
Produljeno posmično dijagonalno cijepanje i fleksijski način sloma spojne grede



Metode proračuna povezanih zidova



- opći konstrukcijski sustav je 3x statički neodređen
- cilj: pronaći i proračunati zamjenski sustav umjesto rješavanja linearnog sustava jednažbi
- kontinuirani zamjenski sustav
- zamjenski sustav se jednako deformira
- nepoznanica je posmični tok $v(x)$ u $0,5 L_2$



Jednadžbe ravnoteže na elementu:

$$V' dx = -w \cdot dx$$

$$\Rightarrow V' = -w$$

$$N' dx = v(x) \cdot dx$$

$$\Rightarrow N' = v(x)$$

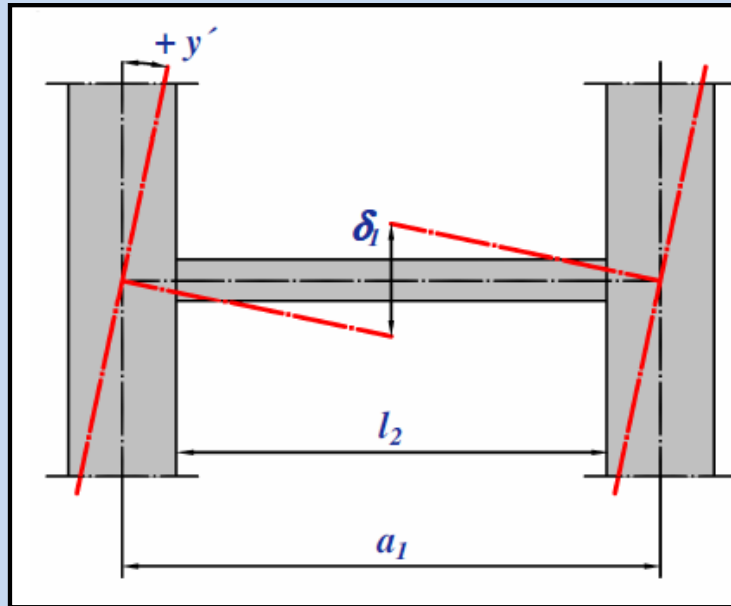
$$M' dx = V \cdot dx + v(x) \cdot dx \cdot \frac{a_1}{2} - w \cdot \frac{1}{2} \cdot (dx)^2 \quad /: dx \Rightarrow M' = V + v(x) \cdot \frac{a_1}{2} - w \cdot \frac{1}{2} dx \Rightarrow w \cdot \frac{1}{2} dx \approx 0, V_0 = \frac{dM_{x0}}{dx} = M'_0$$

$$M' = V + v(x) \cdot \frac{a_1}{2} = M'_0 + v(x) \cdot \frac{a_1}{2}$$

Posmični zidovi | Metode proračuna povezanih zidova

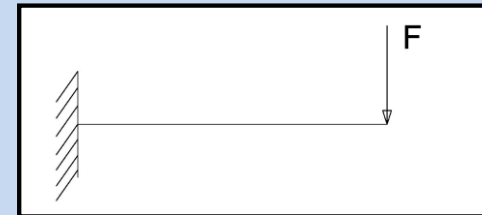
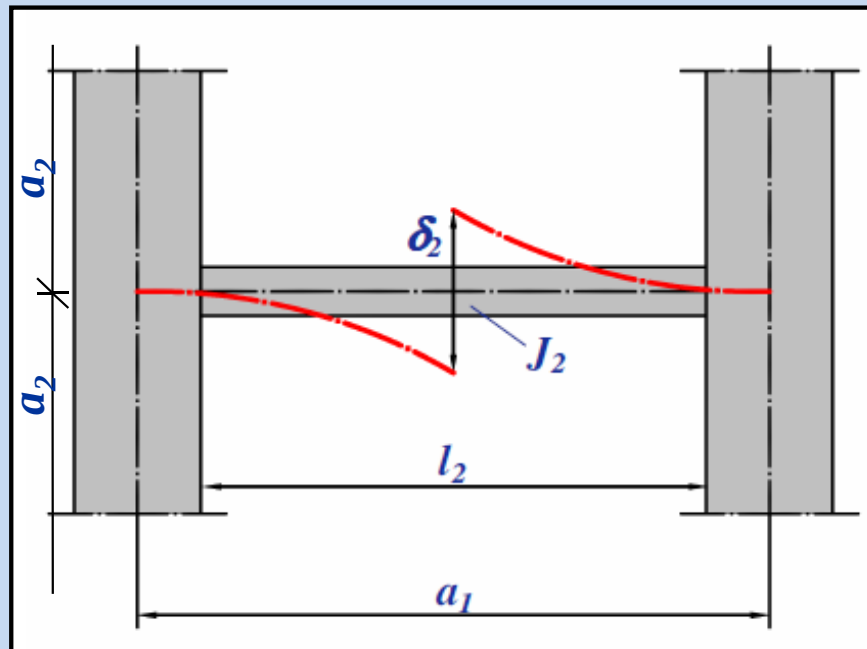
Pomak sredine spojne grede u vertikalnom smjeru sastoji se od slijedećih komponenti:

1. Zakretanje vertikalnih diskova uslijed savijanja:



$$\delta_1 = 2 \cdot y' \cdot \frac{a_1}{2} = a_1 \cdot y'$$

2. Deformacija prečki uslijed savijanja:



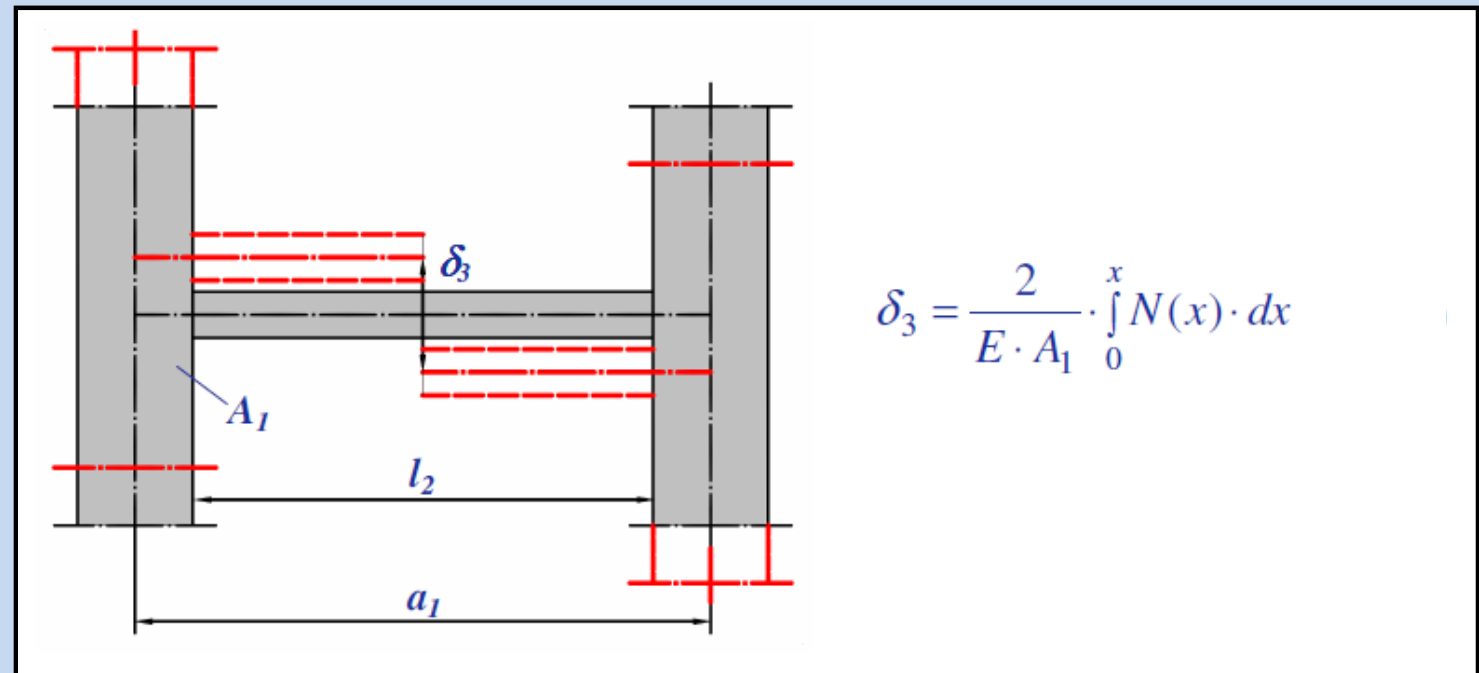
$$w = \frac{F \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I} = \frac{F \cdot (l_2 / 2)^3}{3 \cdot E \cdot I_2}, \Delta F = \Delta N \cdot a_2$$

$$\delta_2 = 2 \cdot v(x) \cdot dx \cdot \frac{(l_2 / 2)^3}{3} \cdot \frac{a_2}{E \cdot I_2 \cdot dx}$$

$$\delta_2 = v(x) \cdot \frac{a_2 \cdot l_2^3}{12 \cdot E \cdot I_2}$$

Pomak sredine spojne grede u vertikalnom smjeru sastoji se od sljedećih komponenti:

3. Vertikalni pomak diskova uslijed uzdužne sile u njima (poprečna sila u spojnoj gredi):



4. Rotacija ili pomak temelja – u slučaju krutog temelja i upetog zida iznosi 0

➤ **Jednadžba ravnoteže:** $\delta_1 + \delta_2 - \delta_3 = 0$

$$0 = a_1 \cdot y' + v(x) \cdot \frac{a_2 \cdot l_2^3}{12EI_2} - \frac{2}{EA_1} \cdot \int_0^x N(x) \cdot dx$$

$$y' = -v(x) \cdot \frac{l_2^3}{12EI_2} \frac{a_2}{a_1} + \frac{2}{EA_1 \cdot a_1} \cdot \int_0^x N(x) \cdot dx$$

$$y'' = -v'(x) \cdot \frac{l_2^3}{12EI_2} \frac{a_2}{a_1} + \frac{2 \cdot N(x)}{EA_1 \cdot a_1}$$

➤ **Umetanje izraza u diferencijalnu jednadžbu grede:**

$$M = -EI_1 \cdot y''$$

$$M' = -EI_1 \cdot y'''$$

$$M'_0 + v(x) \cdot \frac{a_1}{2} = EI_1 \cdot \left(v'' \cdot \frac{l_2^3}{12EI_2} \cdot \frac{a_2}{a_1} - \frac{2N'}{EA_1 \cdot a_1} \right) = v'' \cdot \frac{l_2^3}{12} \cdot \frac{a_2 \cdot I_1}{a_1 \cdot I_2} - 2v(x) \frac{I_1}{A_1 \cdot a_1}$$

$$M'_0 = v'' \cdot \frac{l_2^3}{12} \cdot \frac{a_2 \cdot I_1}{a_1 \cdot I_2} - v(x) \cdot \frac{a_1}{2} \cdot \left(1 + \frac{4 \cdot I_1}{A_1 \cdot a_1^2} \right)$$

➤ Uvođenje varijable ξ :

$$\xi = \frac{x}{l_1} \Rightarrow \frac{d\xi}{dx} = \frac{1}{l_1}$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{dv}{d\xi} \cdot \frac{d\xi}{dx} = v^* \cdot \frac{1}{l_1}, \quad v''(x) = \frac{dv'}{dx} = \frac{d\xi}{dx} \cdot \frac{dv'}{d\xi} = \frac{1}{l_1} \cdot \frac{1}{l_1} \cdot v^{**} = \frac{1}{l_1^2} \cdot v^{**}$$

$$\frac{M_0^*}{l_1} = v^{**} \cdot \frac{l_2^3}{12 \cdot l_1^2} \cdot \frac{a_2 \cdot I_1}{a_1 \cdot I_2} - v(x) \cdot \frac{a_1}{2} \cdot \left(1 + \frac{4 \cdot I_1}{A_1 \cdot a_1^2} \right)$$

$$v^{**} - \bar{\alpha}^2 \cdot v(x) = \frac{M_0^*}{l_1} \cdot \frac{2}{a_1} \cdot \frac{\bar{\alpha}^2}{\gamma^2}$$

$$\alpha^2 = \frac{6 \cdot l_1^2 \cdot a_1^2 \cdot I_2}{l_2^3 \cdot a_2 \cdot I_1}$$

$$\gamma^2 = \left(1 + \frac{4 \cdot I_1}{A_1 \cdot a_1^2} \right)$$

$$\bar{\alpha} = \alpha \cdot \gamma$$

- Za slučaj $w = \text{konst}$:

$$M_0 = -w \cdot \frac{(l_1 - x)^2}{2} = -w \cdot l_1^2 \cdot \frac{(1 - \xi)^2}{2}$$

$$M_0^* = w \cdot l_1^2 \cdot (1 - \xi)$$

- Sukladno ranijoj jednađbi: $v^{**} - \bar{\alpha}^2 \cdot v(x) = w \cdot l_1 \cdot \frac{2}{a_1} \cdot \frac{\bar{\alpha}^2}{\gamma^2} \cdot (1 - \xi)$

- Rješenje jednađbe: $v(\xi) = C_1 \cdot \cosh \bar{\alpha} \cdot \xi + C_2 \sinh \bar{\alpha} \cdot \xi - \frac{2}{a_1} \cdot w \cdot l_1 \cdot (1 - \xi) \cdot \frac{1}{\gamma^2}$

- Rubni uvjeti: $y'(x=0) = 0 \Rightarrow v(x=0) = 0$

$$M(x=l_1) = 0 \Rightarrow v'(x=l_1) = 0; \quad v^*(\xi=1) = 0$$

$$\Rightarrow C_1 \cdot 1 + C_2 \cdot 0 - \frac{2}{a_1} \cdot w \cdot l_1 \cdot \frac{1}{\gamma^2} = 0 \quad \Rightarrow C_1 = \frac{2}{a_1} \cdot w \cdot l_1 \cdot \frac{1}{\gamma^2}$$

$$\bar{\alpha} \cdot C_1 \cdot \sinh \bar{\alpha} + \bar{\alpha} \cdot C_2 \cdot \cosh \bar{\alpha} + \frac{2}{a_1} \cdot w \cdot l_1 \cdot \frac{1}{\gamma^2} = 0$$

$$C_2 = -C_1 \tanh \bar{\alpha} - \frac{2 \cdot w \cdot l_1}{a_1 \cdot \gamma^2} \cdot \frac{1}{\bar{\alpha} \cosh \bar{\alpha}}$$

$$C_2 = -C_1 \cdot \left(\tanh \bar{\alpha} + \frac{1}{\bar{\alpha} \cosh \bar{\alpha}} \right)$$

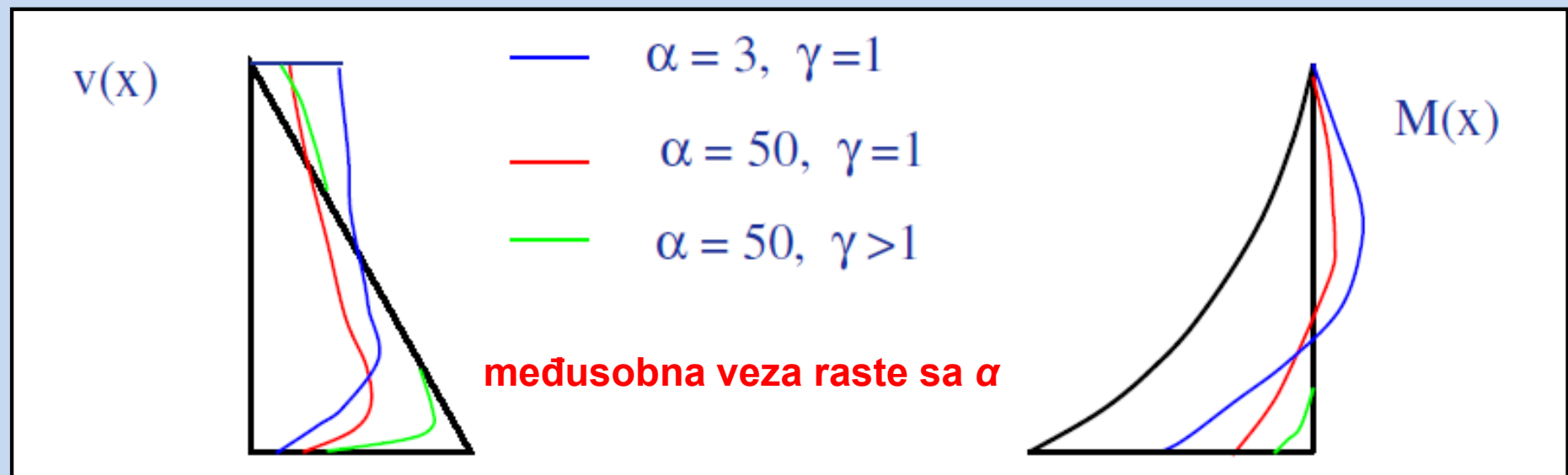
➤ **Rezne sile:**

$$V_k = \int_{x_k - \frac{a_2}{2}}^{x_k + \frac{a_2}{2}} v(x) dx \qquad V_k = l_1 \cdot \int_{\xi_k - \frac{a_2}{2l_1}}^{\xi_k + \frac{a_2}{2l_1}} v(\xi) d\xi$$

$$M = -EI \cdot y'' = EI_1 \cdot \left[-v' \cdot \frac{l_2^3}{12 \cdot EI_2} \cdot \frac{a_2}{a_1} - \frac{2 \cdot N(x)}{EA_1 \cdot a_1} \right] = \left[-v^* \cdot \frac{l_2^3 \cdot I_1}{12 \cdot l_1 \cdot I_2} \cdot \frac{a_2}{a_1} - \frac{2 \cdot N(\xi) \cdot I_1}{A_1 \cdot l_1 \cdot a_1} \right]$$

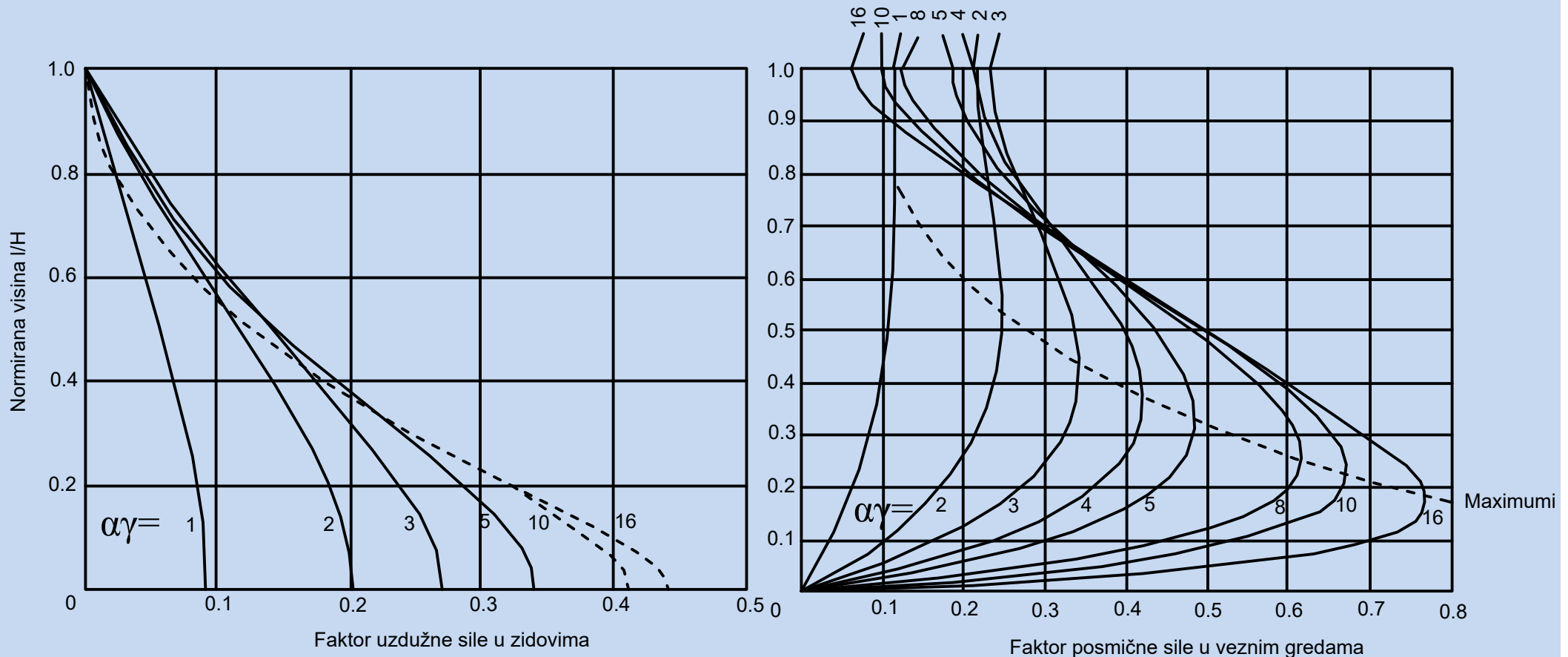
$$N(\xi) = \int_0^\xi v(\xi) d\xi = \left[\frac{C_1}{\bar{\alpha}} \sinh \bar{\alpha} \cdot \xi + \frac{C_2}{\bar{\alpha}} \cosh \bar{\alpha} \cdot \xi + \frac{1}{a_1} \cdot w \cdot l_1 \cdot (1 - \xi)^2 \cdot \frac{1}{\gamma^2} \right]_0^\xi$$

$$= \frac{C_1}{\bar{\alpha}} \sinh \bar{\alpha} \cdot \xi + \frac{C_2}{\bar{\alpha}} \cosh \bar{\alpha} \cdot \xi + \frac{1}{a_1} \cdot w \cdot l_1 \cdot (1 - \xi)^2 \cdot \frac{1}{\gamma^2} - \frac{C_2}{\bar{\alpha}} \cdot \frac{w \cdot l_1}{a_1} \cdot \frac{1}{\gamma^2}$$



Posmični zidovi | Metode proračuna povezanih zidova

- Na slici se vidi promjena uzdužnih sila u zidovima i posmične sile u veznim gredama za različite vrijednosti faktora $\alpha\gamma$
- Sprezanje između dvaju zidova je veće ako su spojne grede kruće (veći faktor $\alpha\gamma$) pa je zato vidljivo da sa porastom ovog faktora rastu uzdužne sile u zidovima i posmik u gredama (uzdužna sila u zidu je posljedica posmika u gredi)
- Najveći posmik u gredi se pomiče na donje grede sa povećanjem $\alpha\gamma$



Apsolutno krute spojne grede – prijelaz na spregnutu (smoždenu) konzolu:

$$v^{**} - \bar{\alpha}^2 \cdot v(\xi) = \frac{M_0^*}{l_1} \cdot \frac{2}{a_1} \cdot \frac{\bar{\alpha}^2}{\gamma^2}$$

Kada $l_2 \rightarrow \infty$ $\frac{1}{\bar{\alpha}^2} \approx 0$

$$\frac{v^{**}}{\bar{\alpha}^2} - v(\xi) \cdot \gamma^2 = -w \cdot l_1^2 \cdot (1 - \xi) \cdot \frac{2}{l_1 \cdot a_1}$$

$$v(\xi) = 2 \cdot w \cdot \frac{l_1}{a_1} \cdot (1 - \xi) \cdot \frac{1}{\gamma^2}$$

➤ **Izraz za smoždenje:** $v(\xi) = \frac{V(\xi) \cdot S}{I}$ S - statički moment
 I - moment tromosti

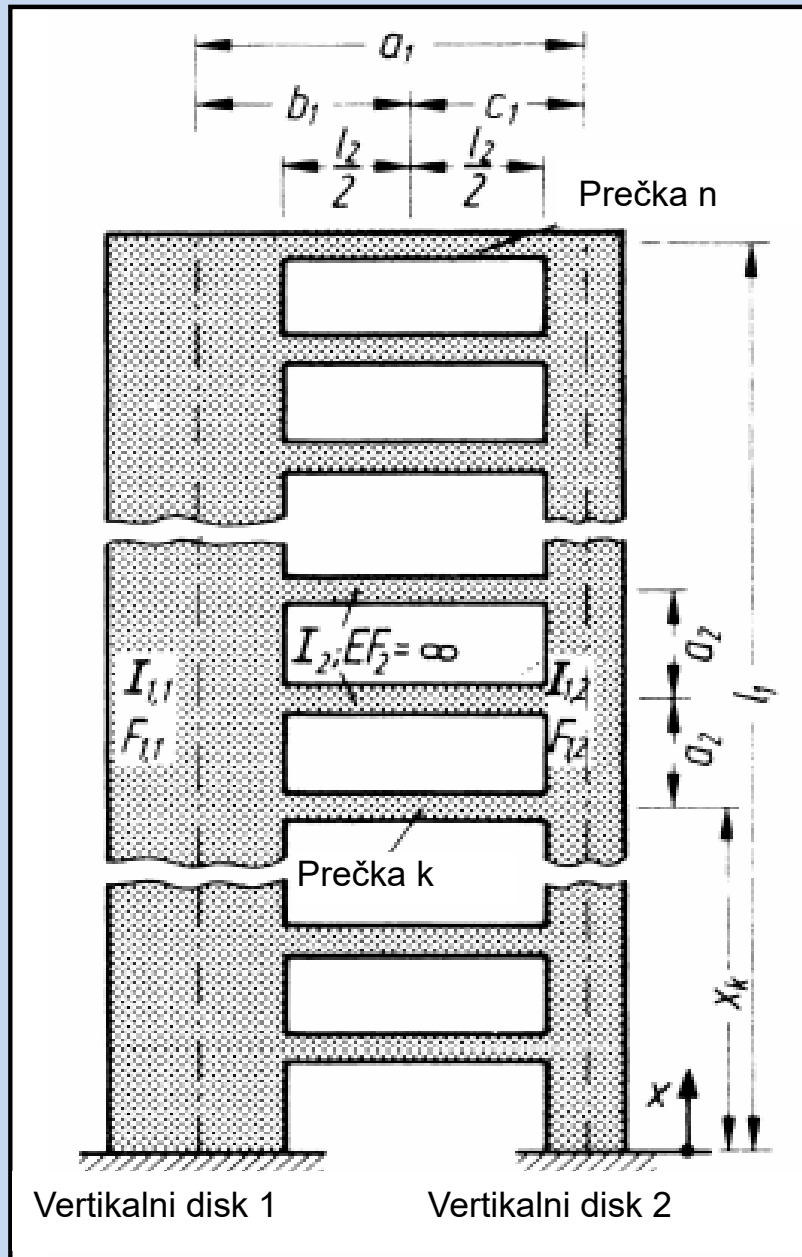
➤ **Poprečna sila:** $V(\xi) = 2 \cdot w \cdot l_1 \cdot (1 - \xi)$

➤ **Poprečni presjek:** $S = A_1 \frac{a_1}{2}$ $I = 2 \cdot \left(I_1 + A_1 \cdot \left(\frac{a_1}{2} \right)^2 \right)$

$$v(\xi) = 2 \cdot w \cdot l_1 \cdot (1 - \xi) \cdot \frac{1}{\frac{4 \cdot I_1}{a_1 \cdot A_1} + a_1}$$

$$v(\xi) = 2 \cdot w \cdot (1 - \xi) \cdot \frac{1}{\gamma^2}$$

Proračun sa zamjenskom krutosti:



$$\Delta = \frac{c_1 \cdot I_{1,1} - b_1 \cdot I_{1,2}}{I_{1,1} + I_{1,2} + 12 \cdot \frac{l_2}{a_2} \cdot \frac{I_{1,1} \cdot I_{1,2}}{I_2}}$$

$$\bar{b}_1 = b_1 + \Delta \quad \bar{c}_1 = c_1 - \Delta$$

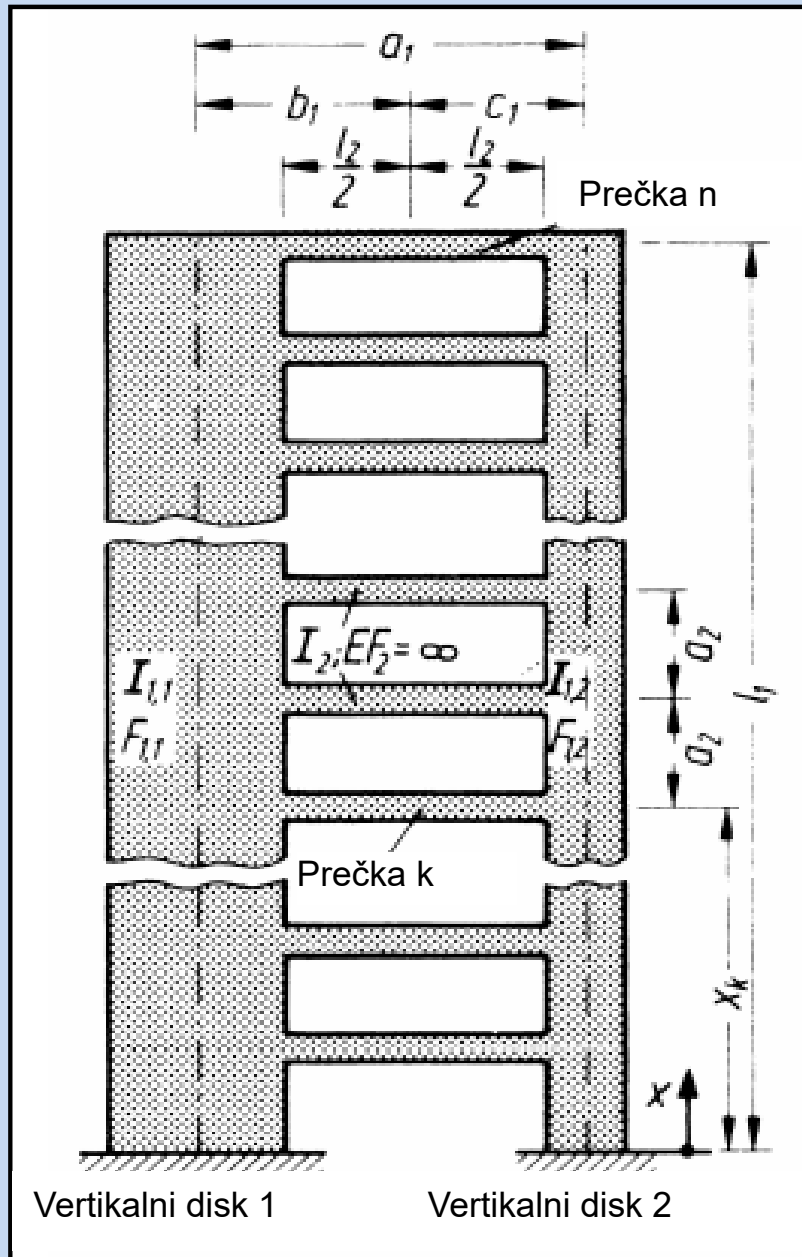
$$\eta = 12 \cdot \left(\frac{\Delta}{l_2} \right)^2 + \frac{a_2}{l_2^3} \cdot \left(\bar{b}_1^2 \cdot \frac{I_2}{I_{1,1}} + \bar{c}_1^2 \cdot \frac{I_2}{I_{1,2}} \right)$$

$$\bar{\alpha}^2 = \frac{12 \cdot a_1^2 \cdot l_1^2}{a_2 \cdot l_2^3 \cdot (1 + \eta)} \cdot \frac{I_2}{I_{1,1} + I_{1,2}}$$

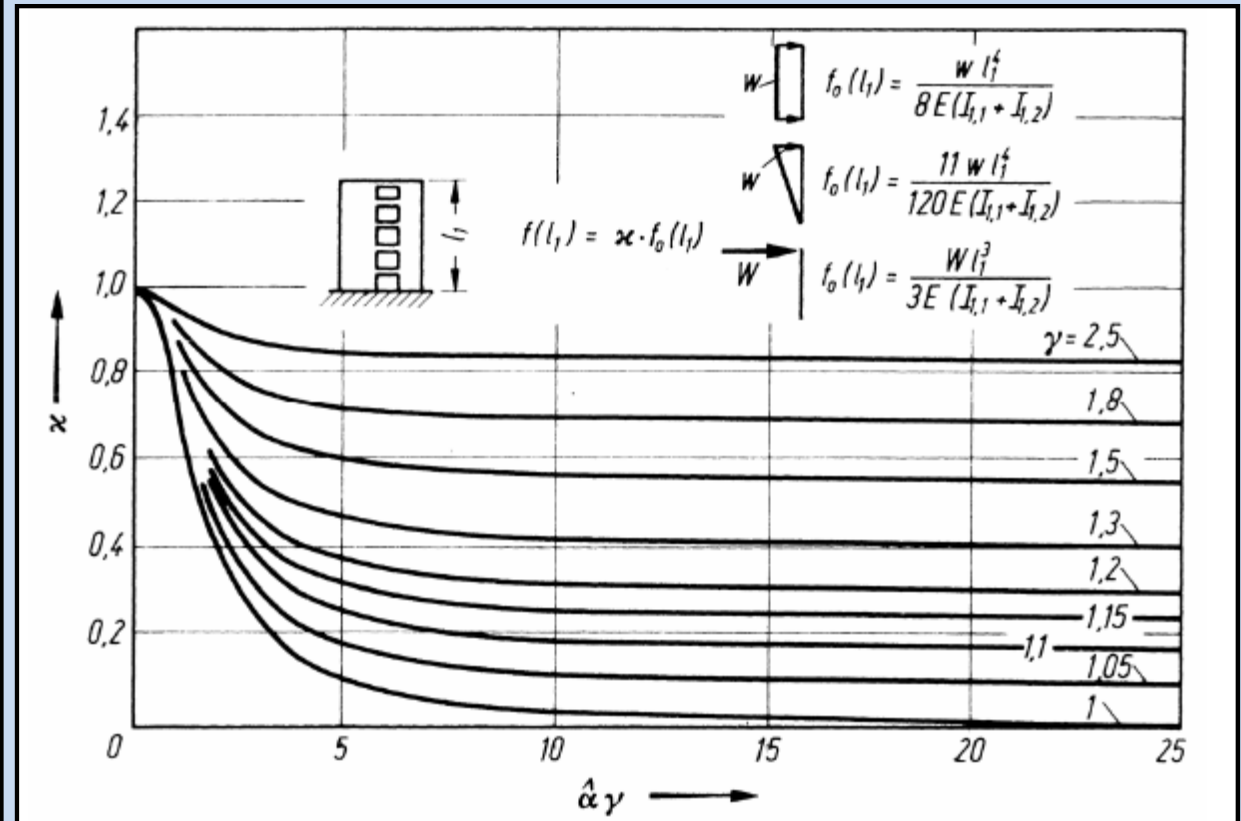
$$\gamma^2 = 1 + \frac{I_{1,1} + I_{1,2}}{a_1^2} \cdot \left(\frac{1}{F_{1,1}} + \frac{1}{F_{1,2}} \right)$$

$$I_{eff} = \frac{I_{1,1} + I_{1,2}}{K}$$

Proračun sa zamjenskom krutosti:



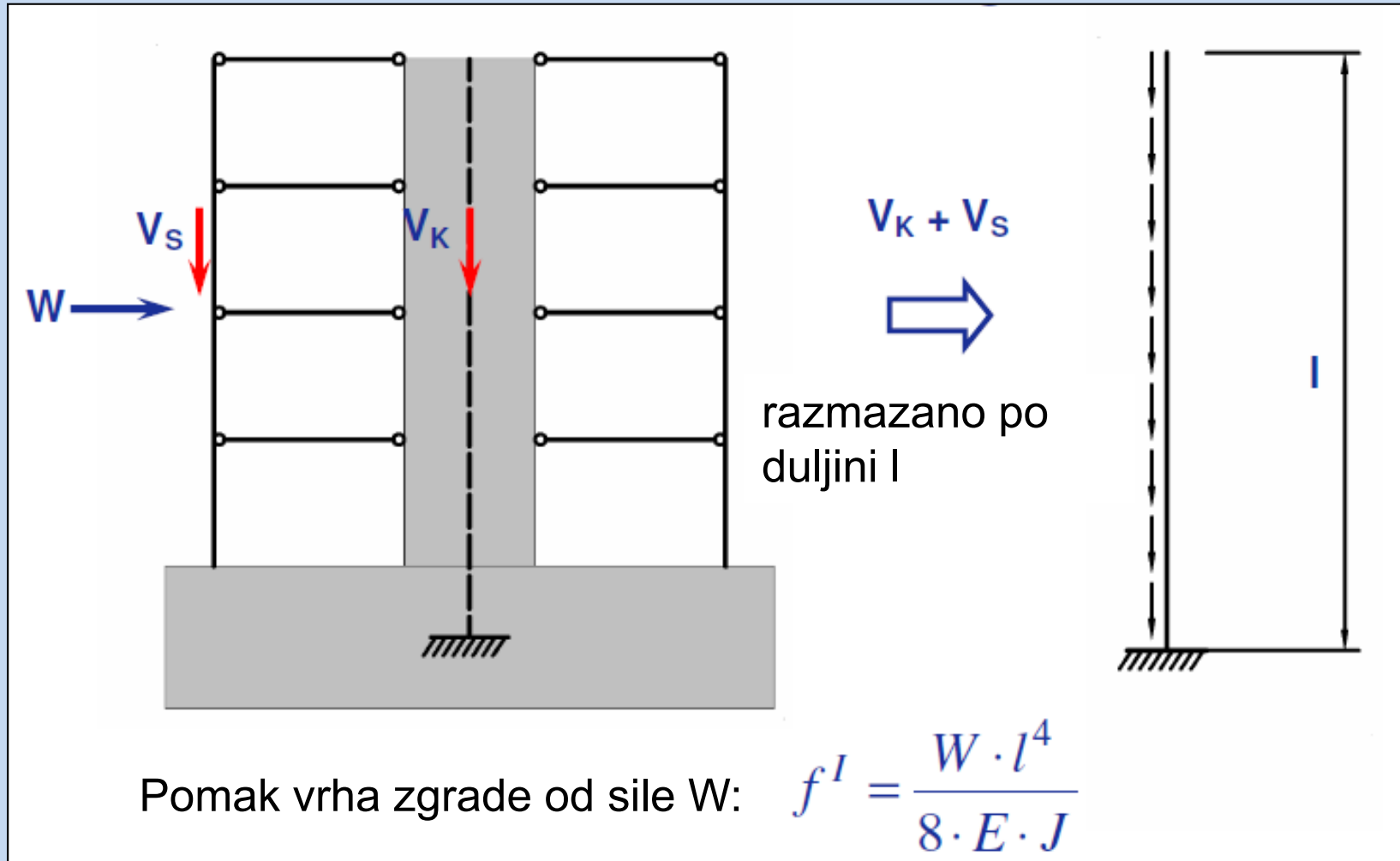
Pomoćne vrijednosti za izračun zamjenske krutosti i horizontalnog pomaka vrha zgrade:



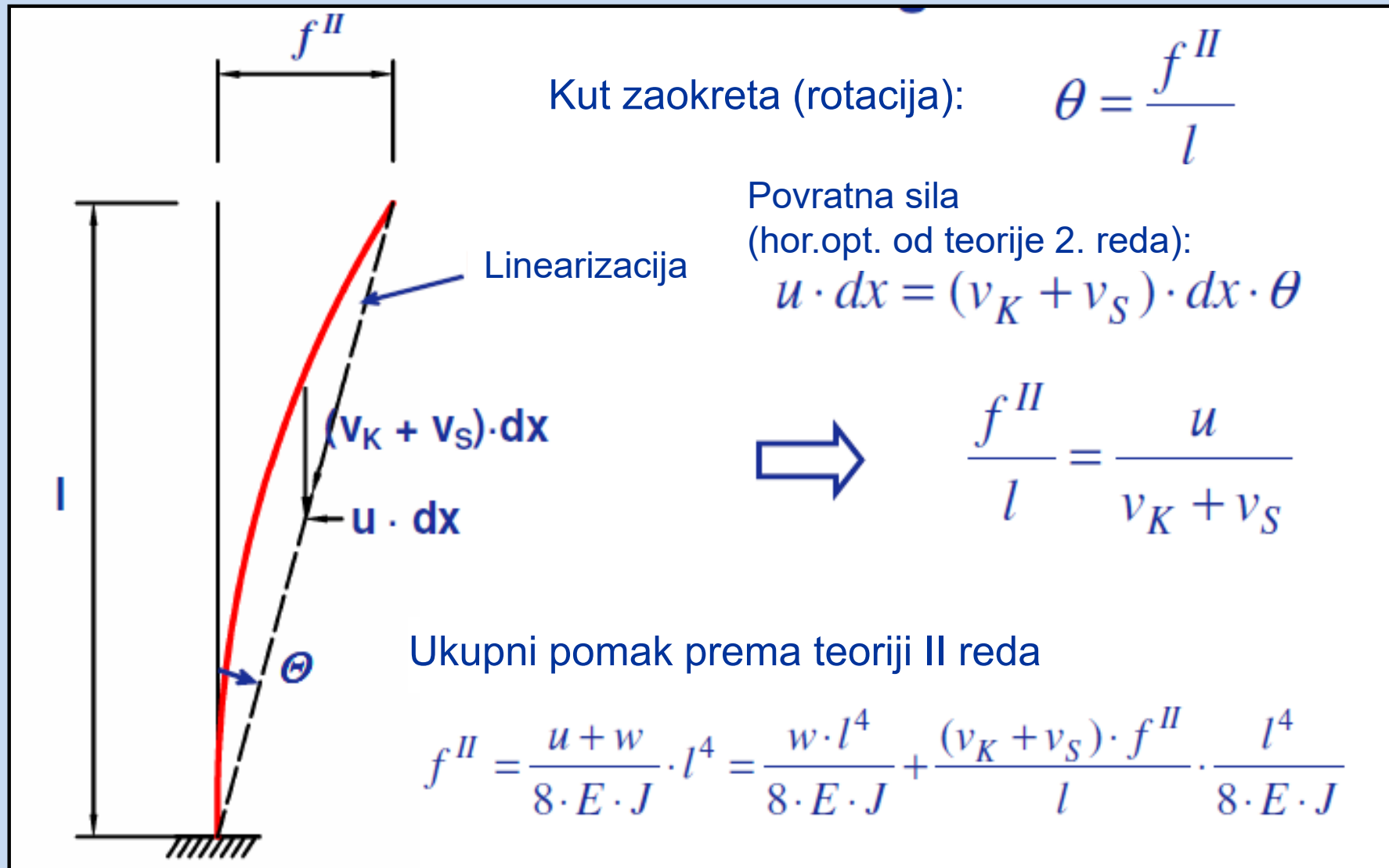
$$I_{eff} = \frac{I_{1,1} + I_{1,2}}{\kappa}$$

Faktor κ je odnos pomaka stvarnog zida sa otvorom i nespregnutog zida čija je krutost zbroj krutosti dvaju odvojenih zidova ($I_{1,1} + I_{1,2}$)

Teorija II reda



Teorija II reda



Teorija II reda

$$f^{II} = f^I \cdot \frac{1}{1 - \frac{(v_K + v_S) \cdot l^3}{8 \cdot E \cdot J}} = \frac{w \cdot l^4}{8 \cdot E \cdot J} \cdot \frac{1}{1 - \frac{(v_K + v_S) \cdot l^3}{8 \cdot E \cdot J}}$$

$$\Rightarrow M^{II} = (w + u) \cdot \frac{l^2}{2} = w \cdot \frac{l^2}{2} \cdot \left(1 + \frac{u}{w}\right) \quad (1)$$

$$\frac{u}{w} = \frac{(v_K + v_S)}{l} \cdot \frac{f^{II}}{w} = \frac{(v_K + v_S) \cdot l^3}{8 \cdot E \cdot J} \cdot \frac{1}{1 - \frac{(v_K + v_S) \cdot l^3}{8 \cdot E \cdot J}} \quad (2)$$

$\Rightarrow$ umetanjem jednadžbe (2) u jednadžbu (1) i rješavanjem za M^{II} dobijemo:

$$M^{II} = M^I \cdot \frac{1}{1 - \frac{(v_K + v_S) \cdot l^3}{8 \cdot E \cdot J}}$$

Teorija II reda

- Obzirom na nesigurnosti numeričkog modela slijedi da primjena teorije II reda nije potrebno ako vrijedi:

$$\frac{M^{II}}{M^I} \leq 1,1$$

- To znači da ako moment savijanja uslijed deformacije konstrukcije za stanje nosivosti raste za manje od 10% ne treba teorija II reda

$$M_u^I = 1,75 \cdot \frac{w \cdot l^2}{2} \Rightarrow M_u^{II} = 1,75 \cdot \frac{w \cdot l^2}{2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1,75 \cdot (v_K + v_S) \cdot l^3}{8EI}}$$

- Smanjenje krutosti uslijed raspucavanja:

$$\begin{aligned} (EI)^{II} &= 0,7 \cdot (EI)^I \\ \Rightarrow \frac{M_u^{II}}{M_u^I} &= \frac{1}{1 - \frac{1,75 \cdot (v_K + v_S) \cdot l^3}{8EI \cdot 0,7}} \leq 1,1 \\ &\Rightarrow \frac{1,1 \cdot 1,75 \cdot (v_K + v_S) \cdot l^3}{5,6 \cdot EI} \leq 0,1 \\ \alpha &= l \cdot \sqrt{\frac{(v_K + v_S) \cdot l}{EI}} \leq \sqrt{\frac{0,56}{1,1 \cdot 1,75}} = 0,54 \approx 0,6 \end{aligned}$$

Teorija II reda

Prema EN 1992-1-1 toč. 5.8.2 (6) utjecaj teorije II reda smije se zanemariti, ako iznosi manje od 10% odgovarajućeg utjecaja po teoriji I reda.

Pojednostavnjeni kriterij određen je izrazom:
$$F_{V,Ed} \leq k_1 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1,6} \cdot \frac{\sum E_{cd} I_c}{L^2}$$

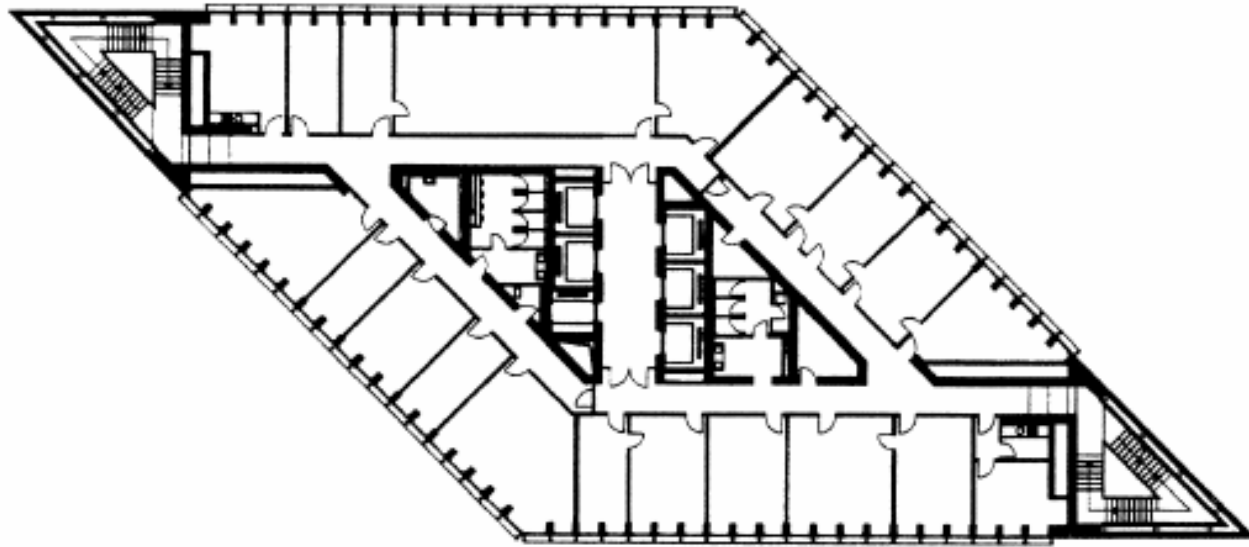
gdje je:

$F_{V,Ed}$	ukupno vertikalno opterećenje (na pridržane elemente i ukрутne elemente)
n_s	broj katova
L	ukupna visina zgrade iznad razine pridržanja momenta
E_{cd}	proračunska vrijednost modula elastičnosti betona
I_c	moment tromosti neraspucalog presjeka ukруtnog elementa (ukруtnih elemenata)
$k_1 = 0,31$	preporučena vrijednost koeficijenta

Gornji izraz vrijedi samo ako su ispunjeni sljedeći uvjeti:

- torzijska nestabilnost nije mjerodavna, to znači da je zgrada relativno simetrična
- globalne posmične deformacije su zanemarive
- ukруtni elementi su kruto upeti u temelje, to znači da je zakretanje zanemarivo
- krutost ukруtnih elemenata je relativno nepromjenjiva po visini
- ukupno vertikalno opterećenje raste otprilike jednako na svakom katu
- k_1 se može zamijeniti sa k_2 (preporučena vrijednost 0,62), ako se može dokazati da su ukруtni elementi neraspucali za granično stanje nosivosti

Primjeri izvedenih visokih građevina sa posmičnim zidovima



Zgrada Viktoria u Mannheimu



One Miami Building, Miami

Zgrada za stanovanje sa 43 kata.

Na slici se vidi zid L-oblika.

Jaka armatura u prizemlju, gotovo maksimalno dopuštena od 8% poprečnog presjeka zida, što nije lako ugraditi.





Monparnasse Tower, Paris

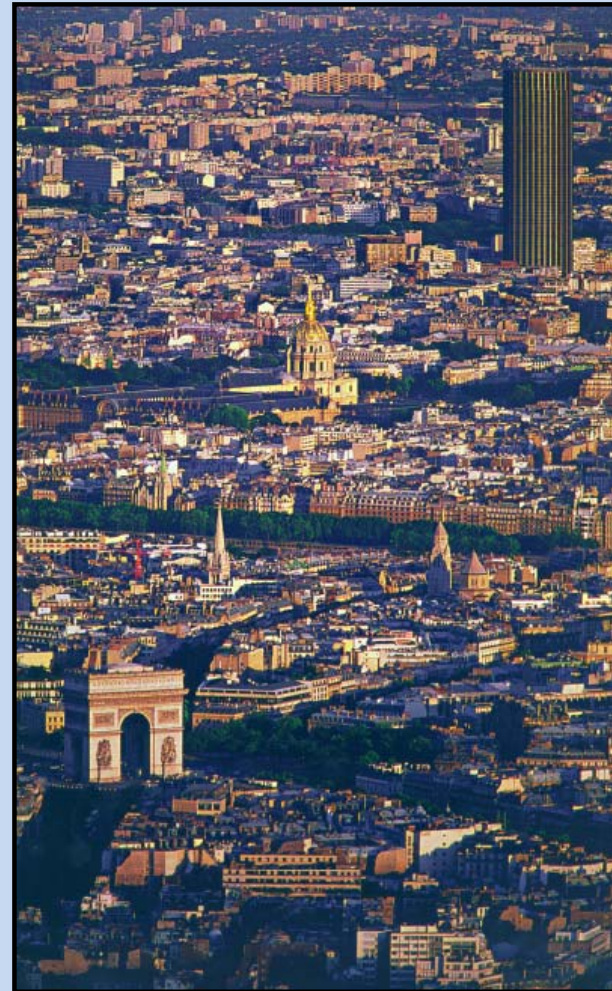
210 m visoki toranj izgrađen 1973, u povijesnom pariškom dijelu, potpuno odudara od povijesne jezgre.

Vanjski oblik naglašen je sa dva staklena zida zavjese, koji prekrivaju dva uzdužna zakrivljena zida, duljine po 60m.

Monparnasse Tower, Paris



Fotografija izvedbe pokazuje zidove koji oblikuju servisnu jezgru.



Na snimci iz zrakoplova vidi se usporedba tornja s Arc de la Triomphe i Dome de les Invalides.

Primjeri izvedenih visokih građevina
sa povezanim posmičnim zidovima

Espirito Santo Plaza, Miami, Florida, SAD, 2004.

Broj katova: 35

Ukupna visina: 168 m

Prednja fasada od stakla rezultat presjeka valjkaste plohe i nagnute ravnine.



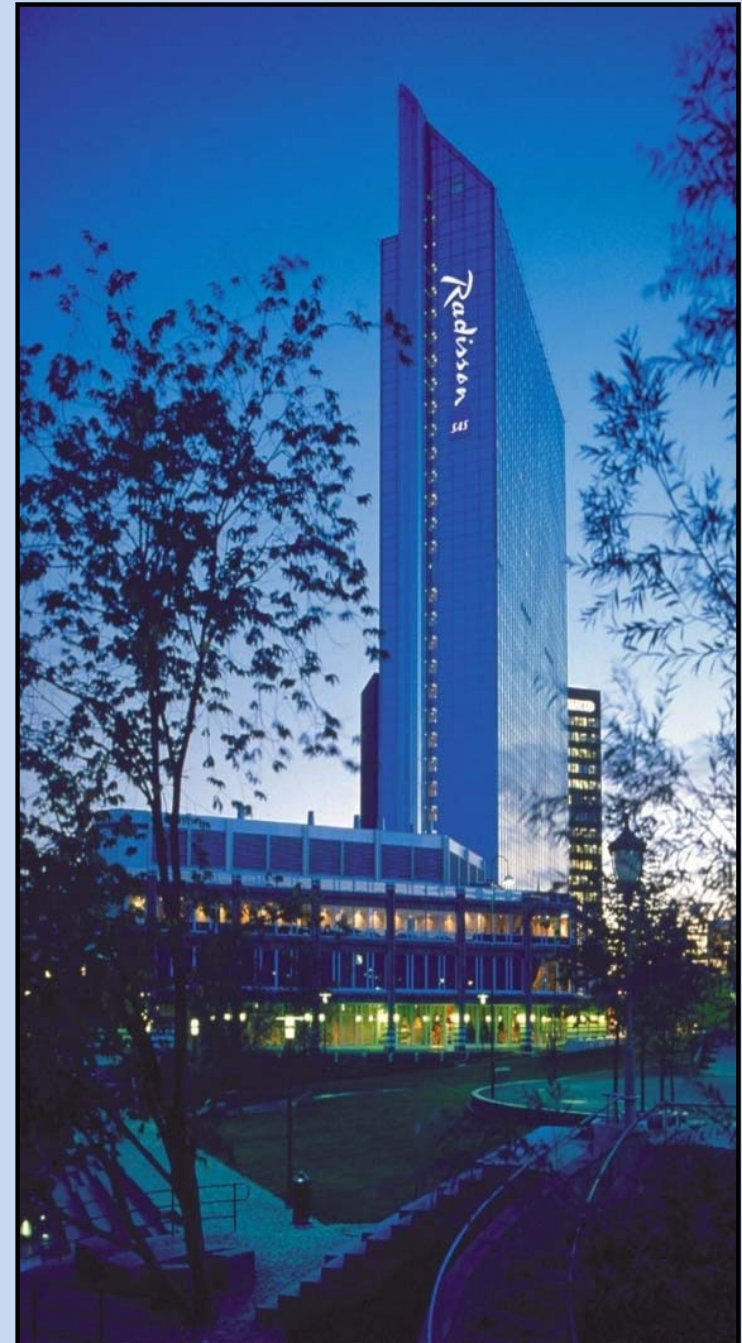
Posmični zidovi | Primjeri povezanih posmičnih zidova

Blu Plaza, Oslo, Norveška, 1989.

Broj katova: 37

Ukupna visina: 117 m

Hotel sa 673 soba, staklena fasada.



Ana Intercontinental hotel, Tokyo, Japan, 1986.

Broj katova: 37

Ukupna visina: 120 m

Moderan hotel sa 198 soba, sobama za sastanke, bazenom.

