



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
GRAĐEVINSKI FAKULTET

ZAVOD ZA KONSTRUKCIJE

MOSTOVI II

Mostovi s punostijenim čeličnim nosačima

doc.dr.sc. Anđelko Vlašić

1. OPĆENITO
 - 1.1 Definicije
 - 1.2 Povijest
 - 1.3 Statički sustavi i konstrukcijsko oblikovanje
2. USKOPOJASNI NOSAČI
3. ŠIROKOPOJASNI NOSAČI
4. TIPOVI POPREČNIH PRESJEKA
 - 4.1 Otvoreni presjeci
 - 4.2 Zatvoreni presjeci
5. ROŠTILJNO DJELOVANJE
6. PRORAČUN I DIMENZIONIRANJE
 - 6.1 Granična stanja
 - 6.2 Stabilnost

OPĆENITO





- Punostijeni čelični nosač – pojasevi nosača su posmično povezani hrptom od punog lima

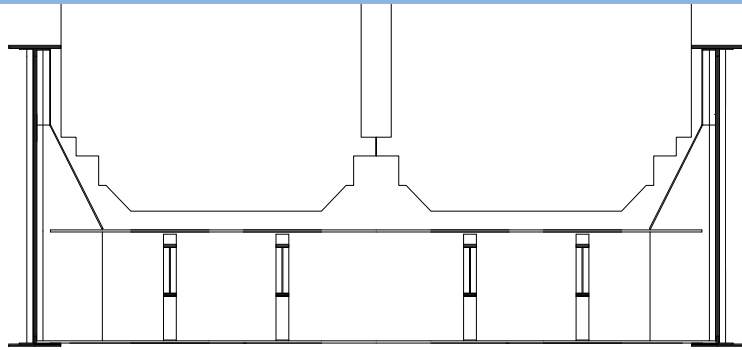


- Punostijeni čelični nosač – pojasevi nosača su posmično povezani hrptom od punog lima



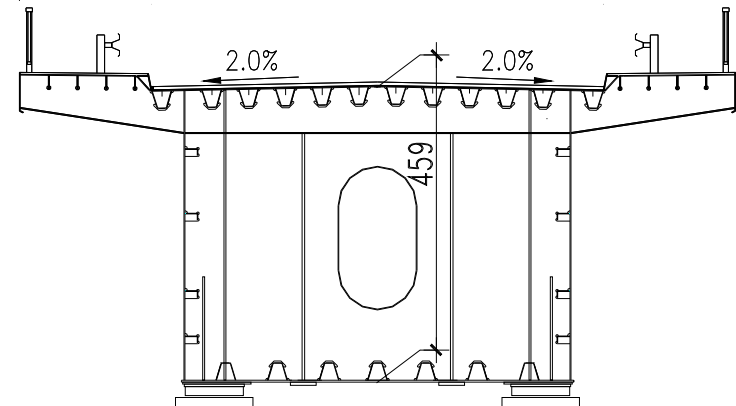
➤ Opća podjela:

USKOPOJASNI



- normalni naponi jednako raspoređeni u pojasu
- posmična deformacija pojasa mala
- tlačni pojasevi imaju osiguranu stabilnost (klasa 3)

ŠIROKOPOJASNI

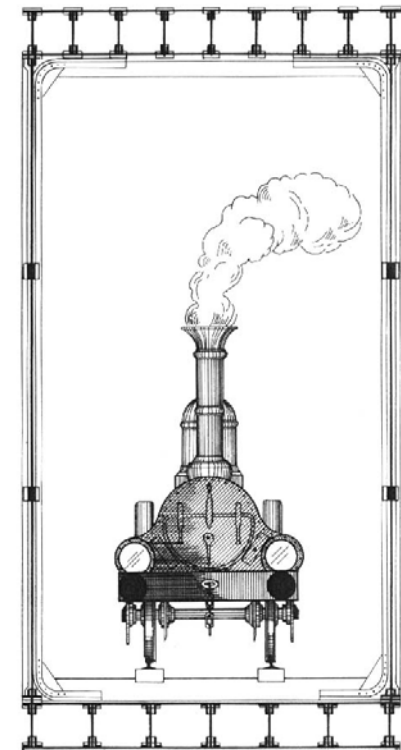


- savijani presjeci u deformiranom stanju više nisu ravni i naprezanja nisu jednolika u čitavom pojasu
- uvodi se pojam sudjelujuće širine

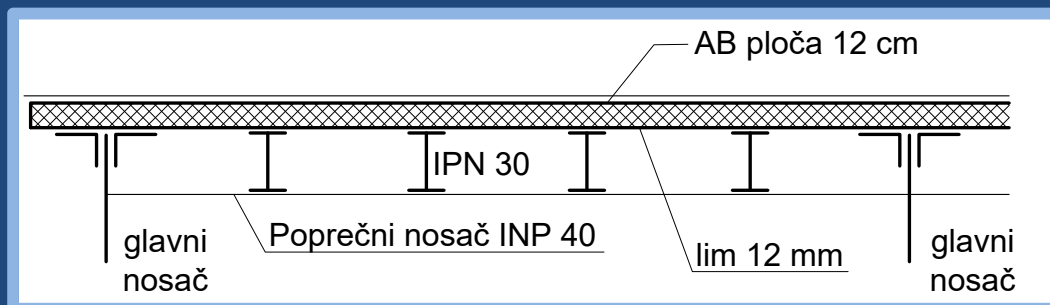
- početno su primarno rađeni za željezničke prijelaze – već sredinom 19. st.
- prvi takav most sagradio je 1847 James Millholland za Baltimore and Ohio Railroad



- Most Britannia, Wales, R. Stephenson, 1850, greda – punostijeni sandučasti nosač raspona 140 m, gradivo kovano željezo



- gredni most Deutzer Brücke preko Rajne kod Kölna, 1948, rasponi 132+184,5+120,7 m

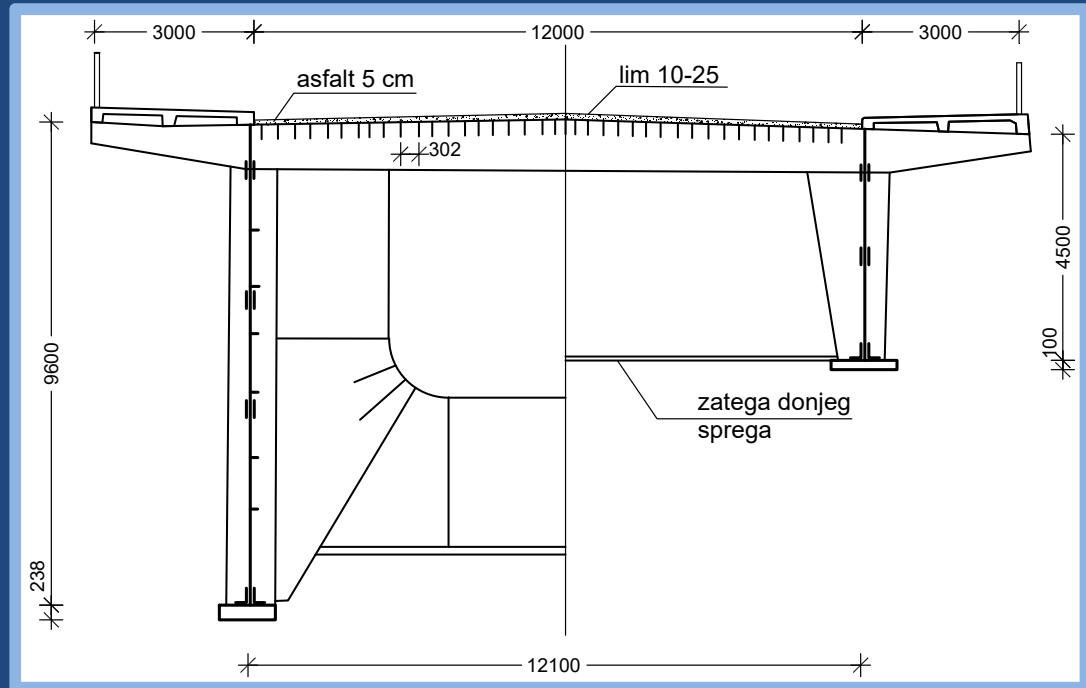


- Most Düsseldorf–Neuss preko Rajne, 1951 raspona 103–206–103m , kontinuirani sandučasti punostijeni nosač sa ortotropnom pločom



- postavio trend upotrebe ovakvih mostova za raspone 150 – 300 m

- Most preko Save u Beogradu, 1956, kontinuirani nosač raspona 75+261+75 m, u to vrijeme je bio najveći most sa punostijenim čeličnim nosačima i ortotropnom pločom na svijetu



➤ slijede izvedbe sličnih mostova:

Zoobrücke, 1966, Köln, raspon 259 m



Most Charlotte, 1966, Luksemburg, 234 m



Most San Mateo Hayward, 1967, San Francisco, 229 m



Most Gazela, 1970, Beograd, 250 m



➤ naši prvi mostovi sa punostijenim nosačima:

most Jankomir, 1958.



Zeleni most, 1939.



Most Slobode, 1959.



Savski kolni most, 1938.



➤ naši prvi mostovi sa punostijenim nosačima:

most Trogir-Čiovo, 1961.



most u Tisnom, 1965.



most Mičevac, 1968.



most Donji Miholjac, 1974.



➤ mostovi preko naših velikih rijeka na sjeveroistoku zemlje (Sava, Drava, Dunav):



most Ilok, 1974.



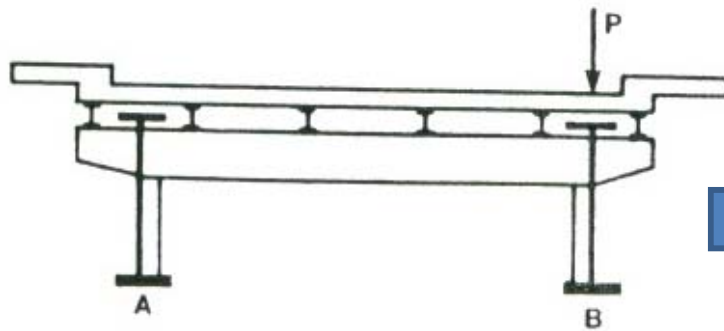
most Batina, 1974.



most Erdut-Bogojevo, 1984.

➤ Razvitak punostijernih čeličnih nosača u mostovima:

1930 - 1940

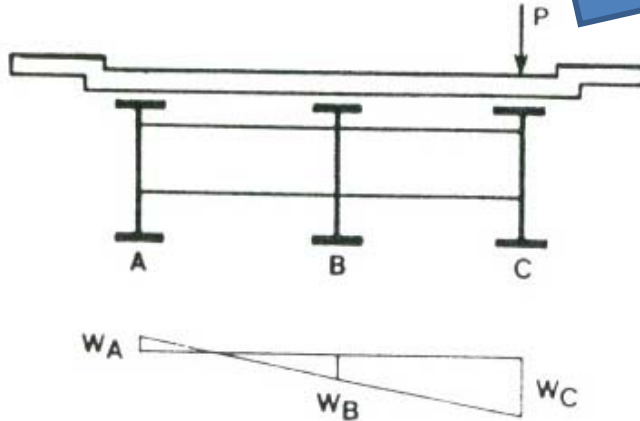


Statički čist sistem – nespregnut,
nepovoljna poprečna razdioba

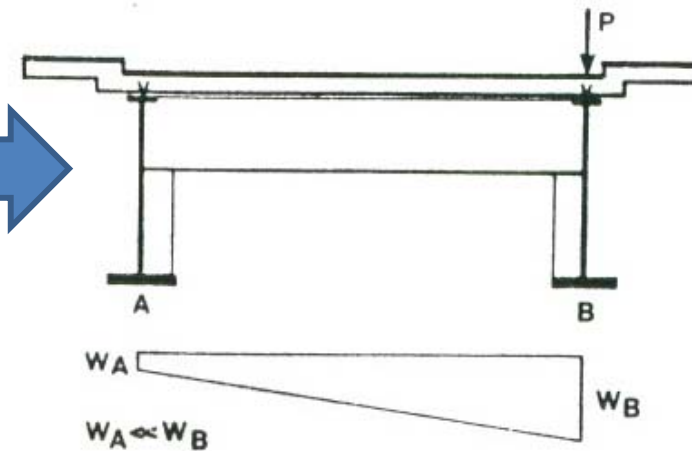


Torzijski krut nosač prenosi
dio opterećenja na drugi nosač

1940 - 1950



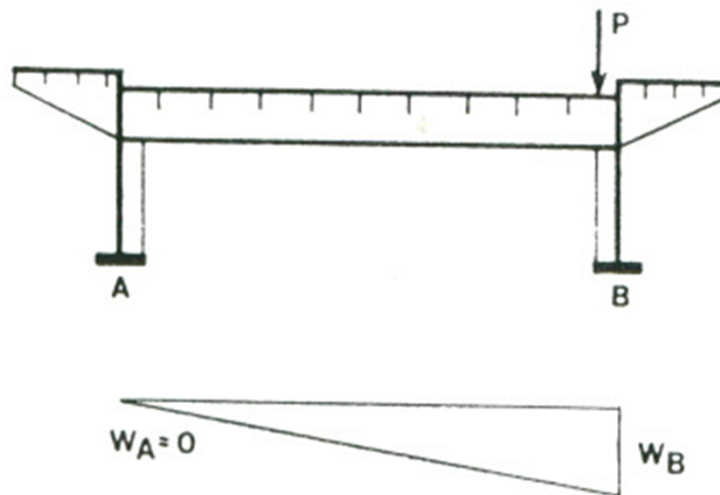
Roštiljna konstrukcija, poprečni nosači
kruti na savijanje raspodjeljuju opterećenje



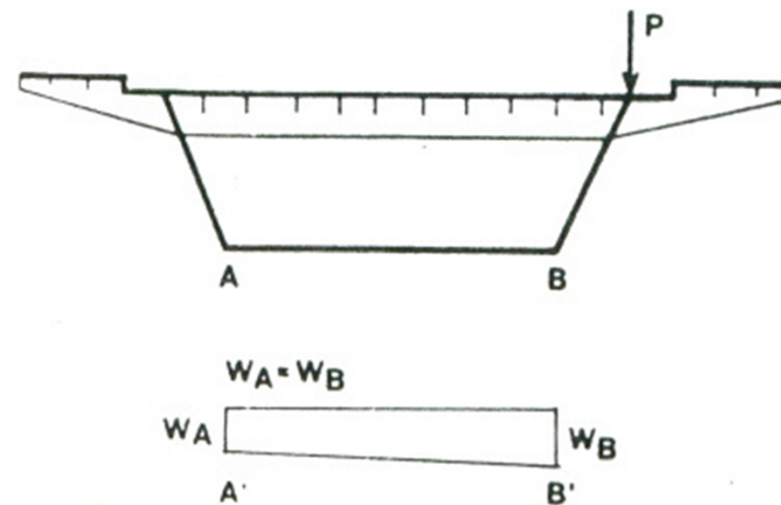
Spregnuti nosač, bolja iskorištenost
kolničke ploče, manji gornji pojas

➤ Razvitak punostijernih čeličnih nosača u mostovima:

1950 - nadalje



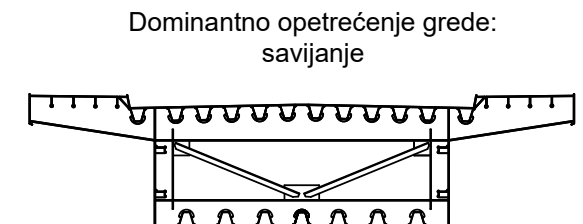
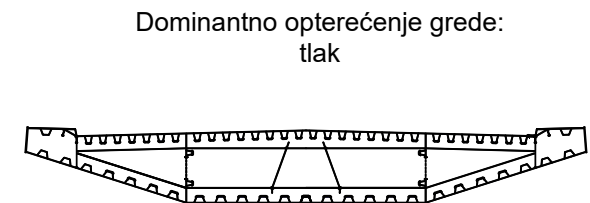
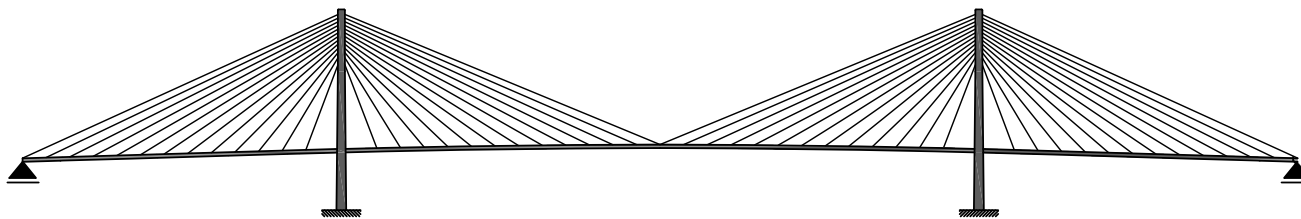
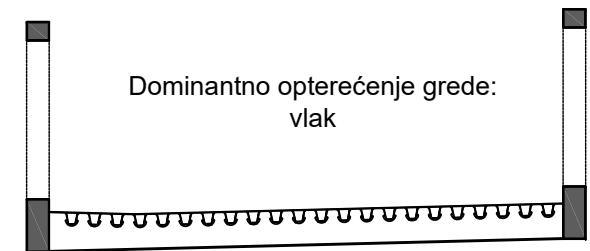
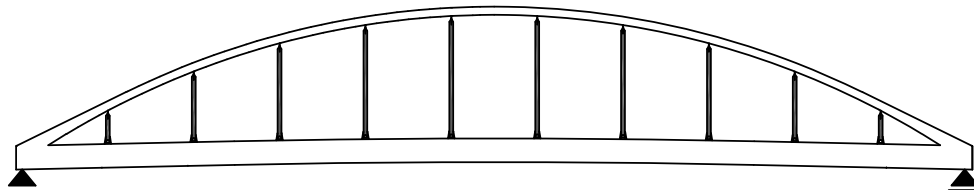
Ortotropna ploča u sastavu gornjeg pojasa, racionalno za velike raspone



Sandučasti presjek, vrlo povoljno rasprostiranje opterećenja

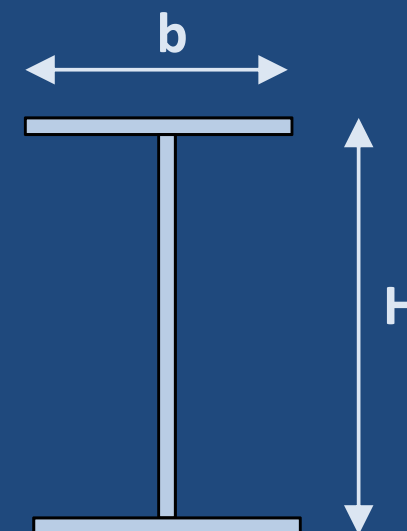


- mogući raznovrsni statički sustavi
- punostijeni čelični nosač je dio poprečnog presjeka grednog nosača ili pomosta
- najčešće se koristi u statičkom sustavu kontinuiranog nosača pa je opterećen na savijanje
- u ostalim statičkim sustavima može biti opterećen i vlačno (zatega luka) ili tlačno (greda zavješnog mosta)

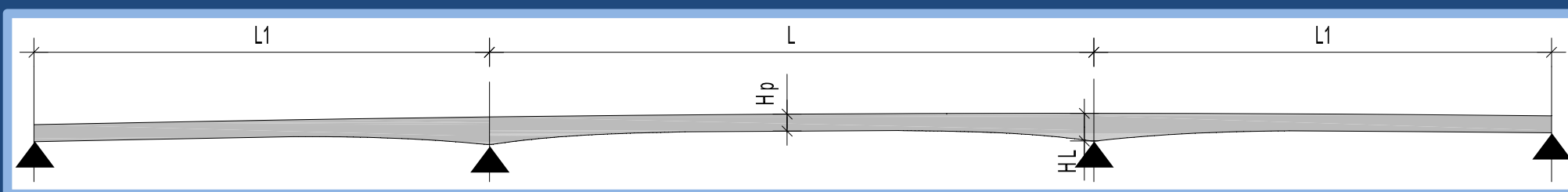


Glavni nosači

Konstantna visina nosača	Cestovni mostovi	Željeznički mostovi
Odnos L_0/H (L_0 – razmak nul točaka momentnog dijagrama)	12 - 18	7 - 10
Proste grede L/H	12 - 25	7 - 12
Kontinuirani nosači L/H	15 - 30	12 - 18



Promjenjiva visina nosača	Polje (H_p)	Ležaj (H_L)
L/H	35 - 40	18 - 25



Karakteristični rasponi [m]	Spregnuti (betonska ploča)	Čelična ortotropna ploča
Slobodno oslonjeni nosači	20 – 50	70 – 120
Kontinuirani nosači	30 – 140	100 – 250

Hrbat

 t_w [mm] $b/25 - b/10, h/110, \text{min } 10 \text{ mm}$ za $h = 1000 - 2000$ ≥ 10 za $h = 2000 - 2500$ ≥ 12 za $h > 2500$ ≥ 14

Razmak poprečnih nosača

Gornji pojas

 s (razmak) [m]

Beton (spregnuti) 4 - 8

Ortotropna ploča 2 - 4

Razmak glavnih nosača

Gornji pojas

 L_1

Beton (spregnuti) bez vuta 2,5 - 4,5

Beton (spregnuti) sa vutama 5 - 7

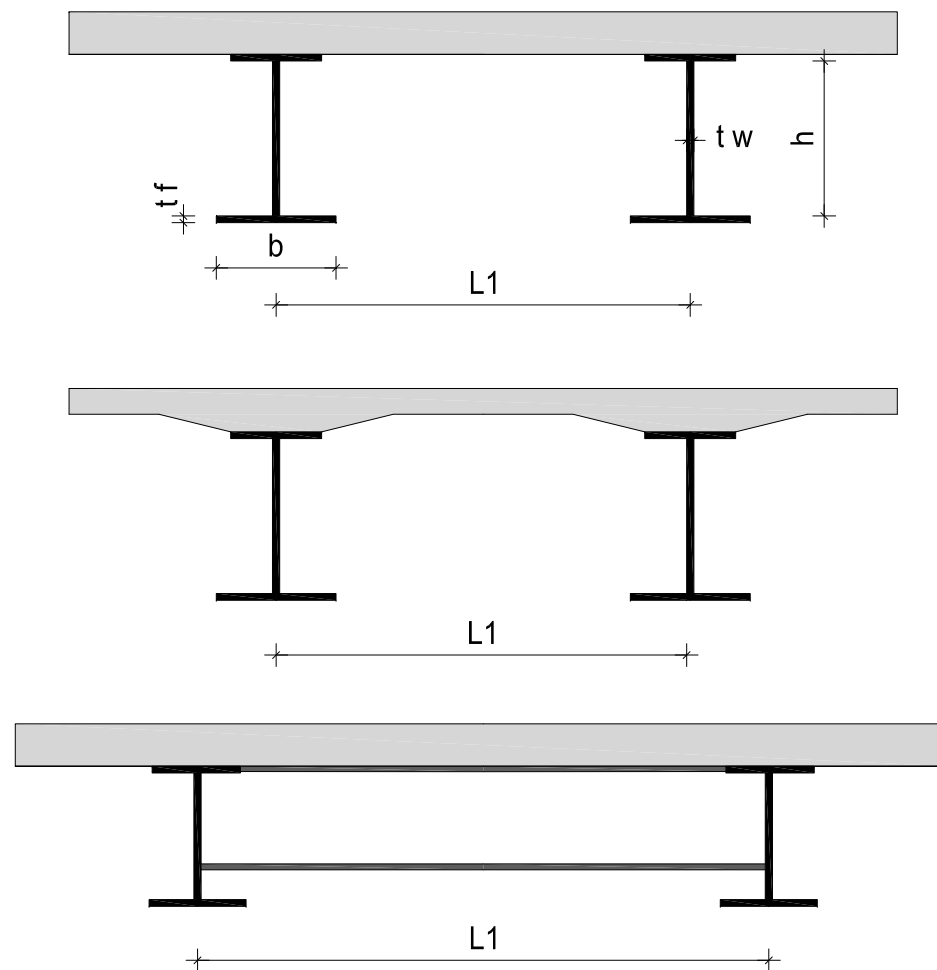
PN spregnut s pločom 8 - 14

Pojasnice

 b t_f $0,25H - 0,35H$ $b/25 - b/10$

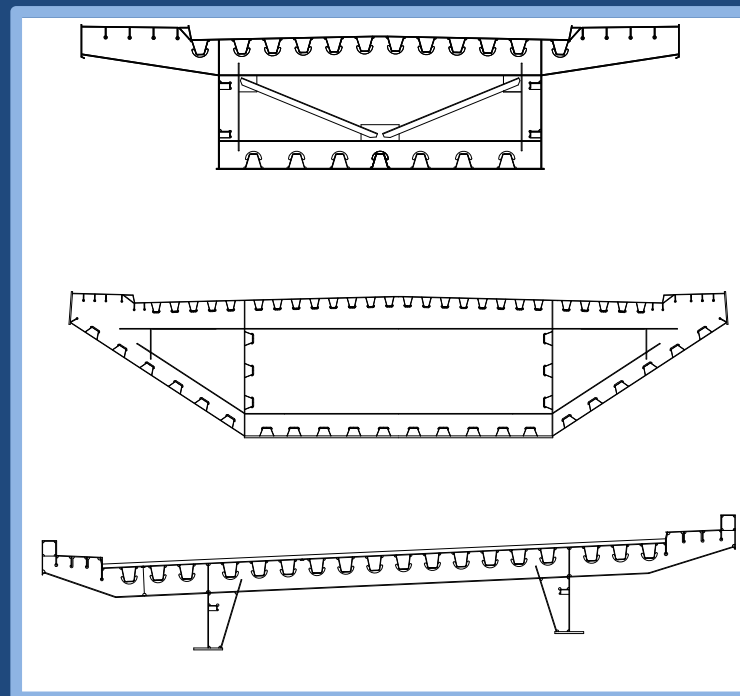
min 250 mm

min 12 mm

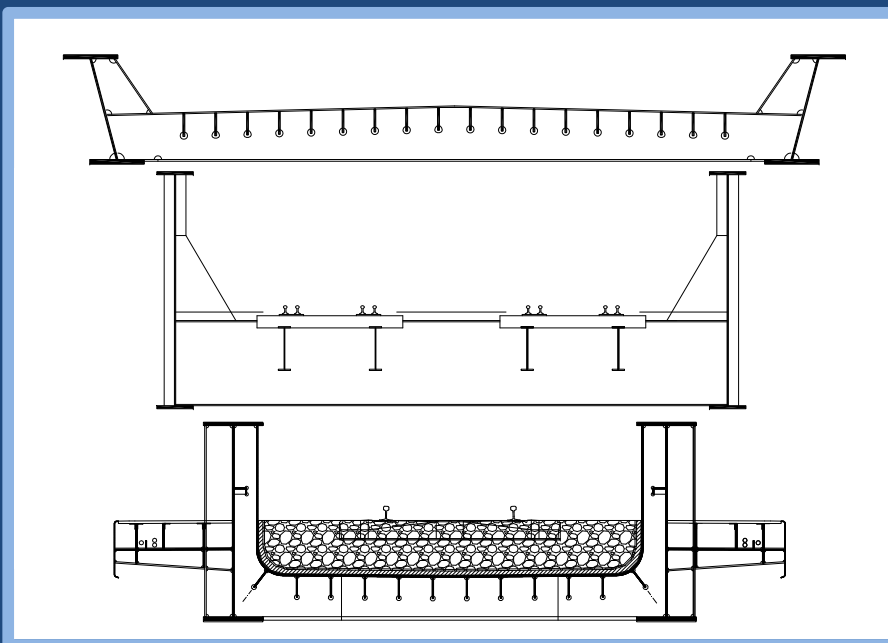


Položaj kolnika u poprečnom presjeku kod mostova sa punostijenim glavnim nosačima**Kolnik gore**

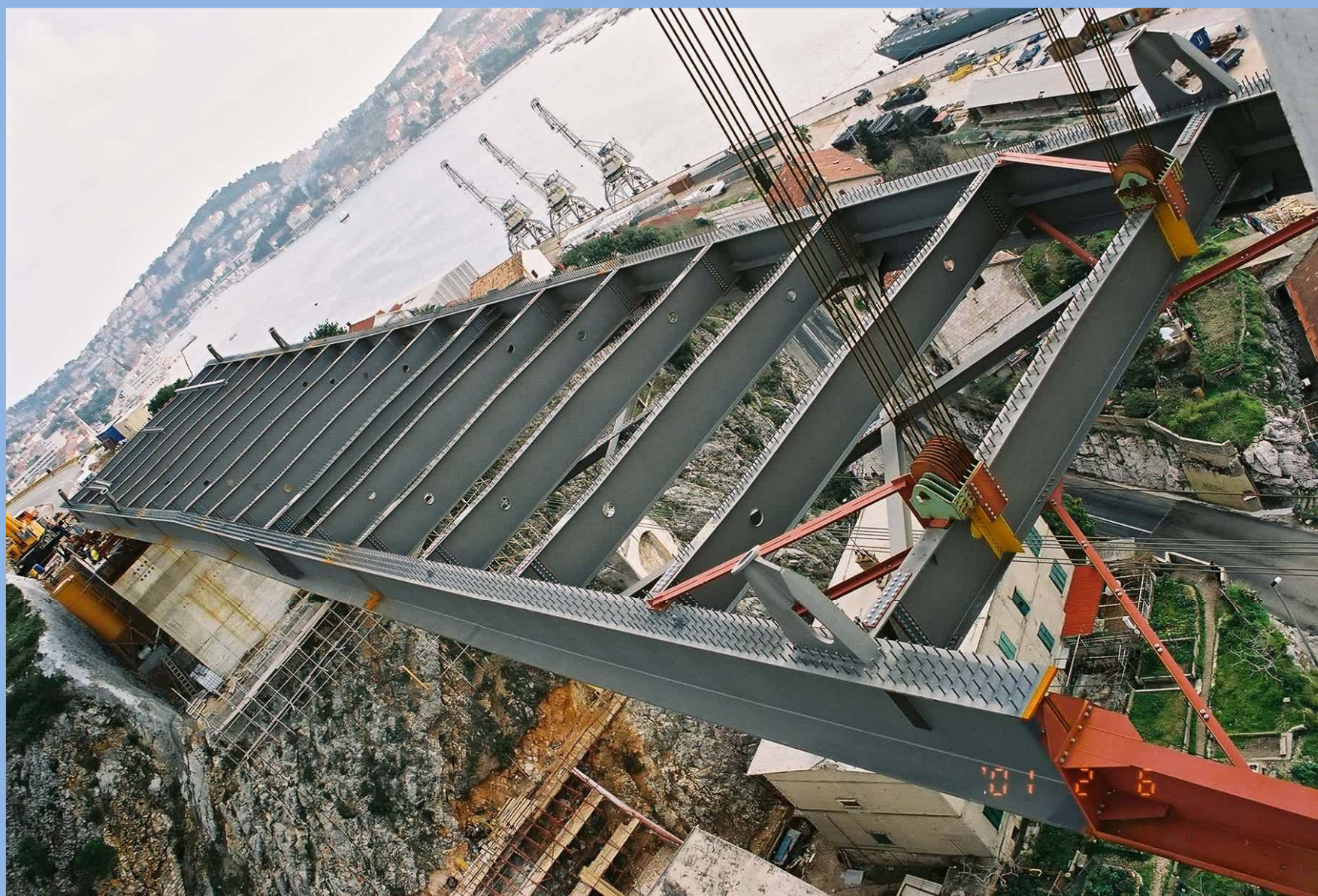
- uobičajeno rješenje za cestovne mostove
- moguće postavljanje >2 glavna nosača prema potrebi širine mosta i veličine opterećenja
- jamči dobru preglednost

**Upušteni kolnik**

- uobičajeno rješenje za željezničke mostove zbog fiksnog položaja kolosjeka (prometa)
- male širine mostova (najviše dva kolosjeka)
- zbog visine slobodnog profila željeznice upušteni kolnik pomaže u prostorima gdje je konstrukcijska visina ograničena
- problemi stabilnosti na bočno izvijanje gornjeg pojasa



USKOPOJASNI NOSAČI



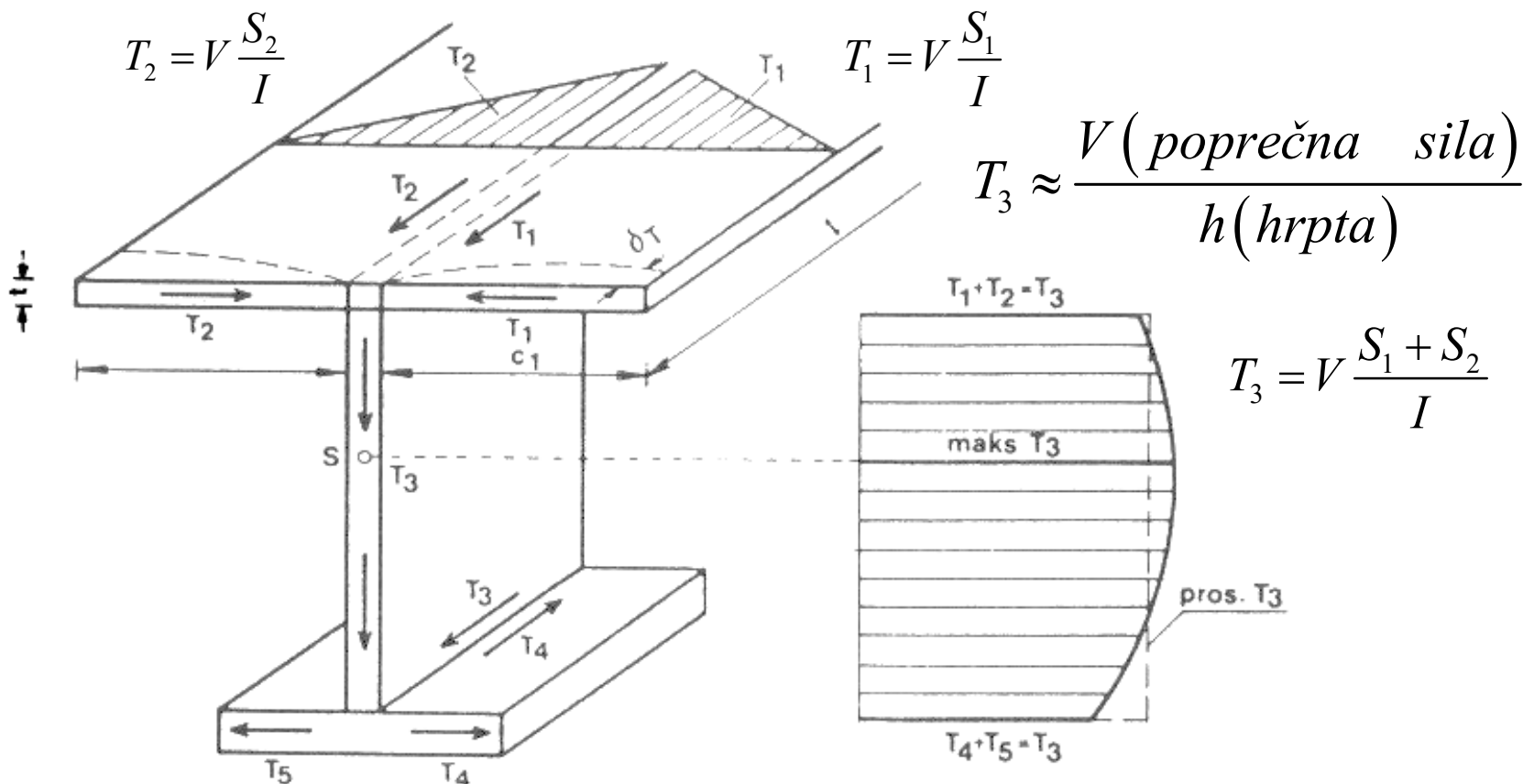
Uskopojasni nosači

- normalna naprezanja od M i N su jednoliko raspoređena po širini pojasa
- tlačne pojasne lamele su sigurne od lokalne nestabilnosti

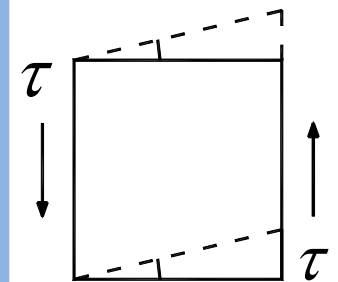
Posmična deformacija pojasa je mala

Presjeci ostaju ravni i u savijenom stanju

Ne utječe na preraspodjelu normalnih naprezanja po širini pojasa



Posmična deformacija



$$\gamma = \frac{\tau}{G}$$

$$\gamma = \frac{T}{t \cdot G}$$

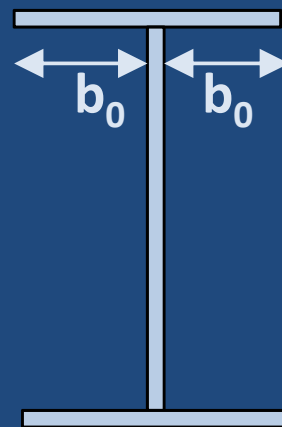
$$\gamma \cdot c = \delta_T \approx 0$$

Uskopojasni nosači

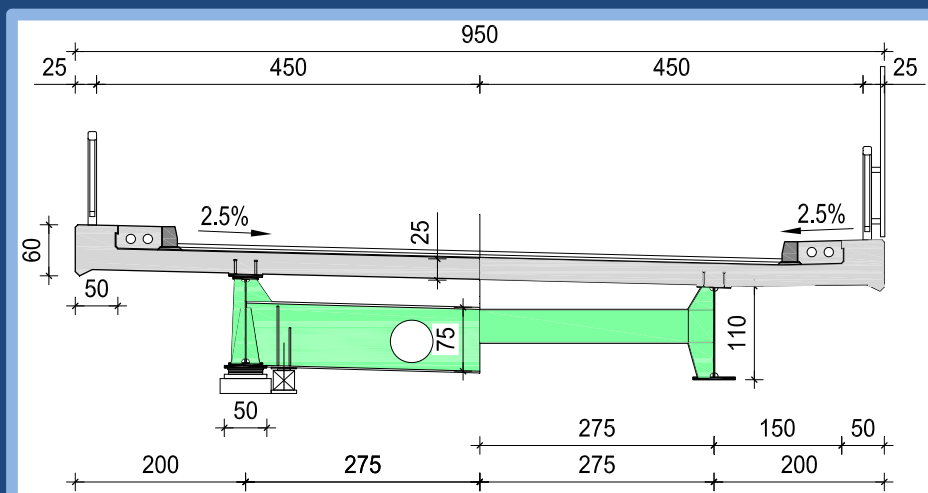
- pretpostavka uskopojasnih nosača vrijedi za slijedeće odnose:

$$\frac{b_0}{L_e} \leq \kappa = 0,02$$

L_e – efektivni raspon – razmak između nul točaka momentnog dijagrama

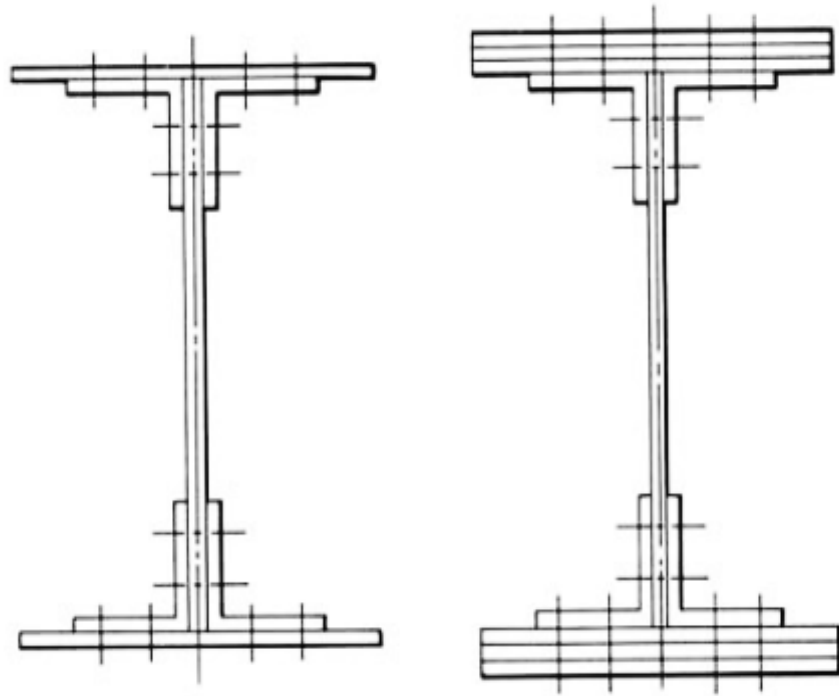


- ovaj odnos potrebno je provjeriti za sve raspone i ležajeve mosta odnosno za sva područja pozitivnog i negativnog dijela momentnog dijagrama!
- Kod spregnutih mostova sa punostijenim uskopojasnim nosačima gornji pojas čelika je čitav aktivan, a betonska ploča se reducira na sudjelujuću širinu
- mješoviti sustavi – uskopojasni donji pojas, širokopojasni gornji (ortotropna ploča)



Uskopojasni nosači

- zakovana izvedba (danas se više ne koristi)
- gornji i donji pojas su preko kutnika spojeni na hrpat upotrebom zakovica
- koriste se zakovice sa polukružnom glavom



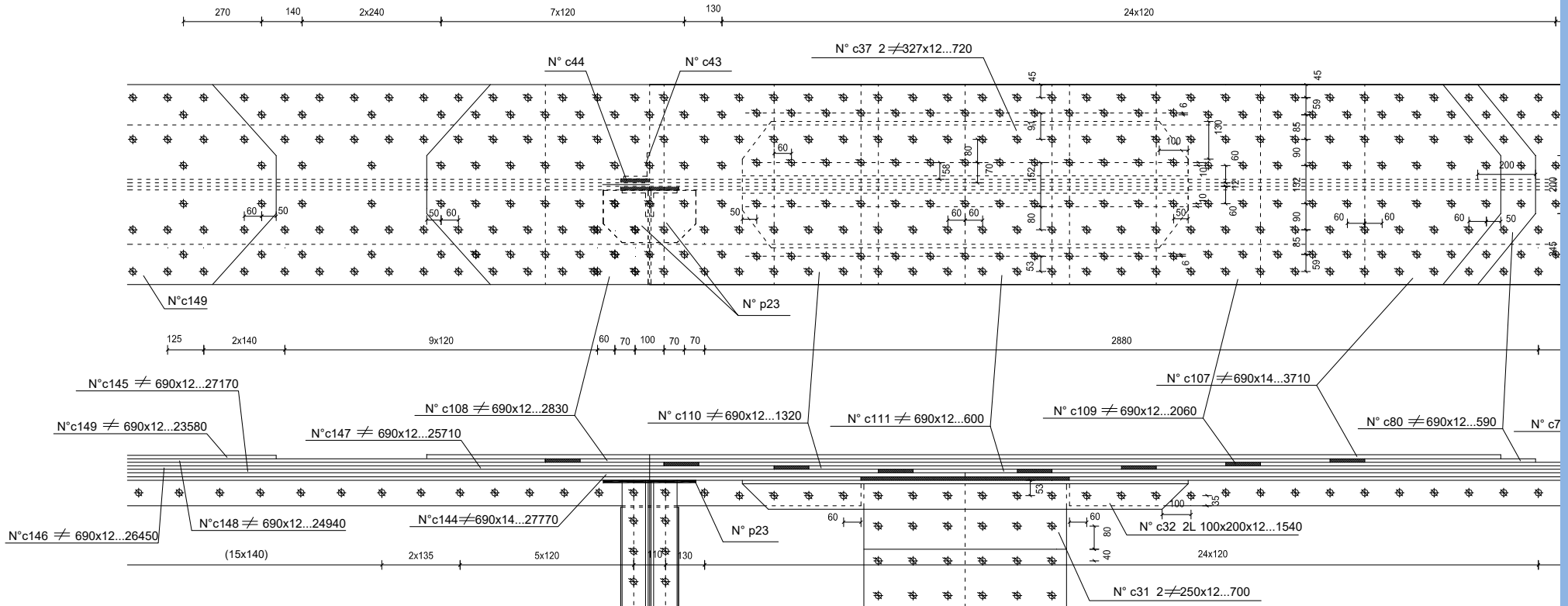
Uskopojasni nosači

- nastavci pojaseva i hrptova izvode se kontinuitetnim lamelama



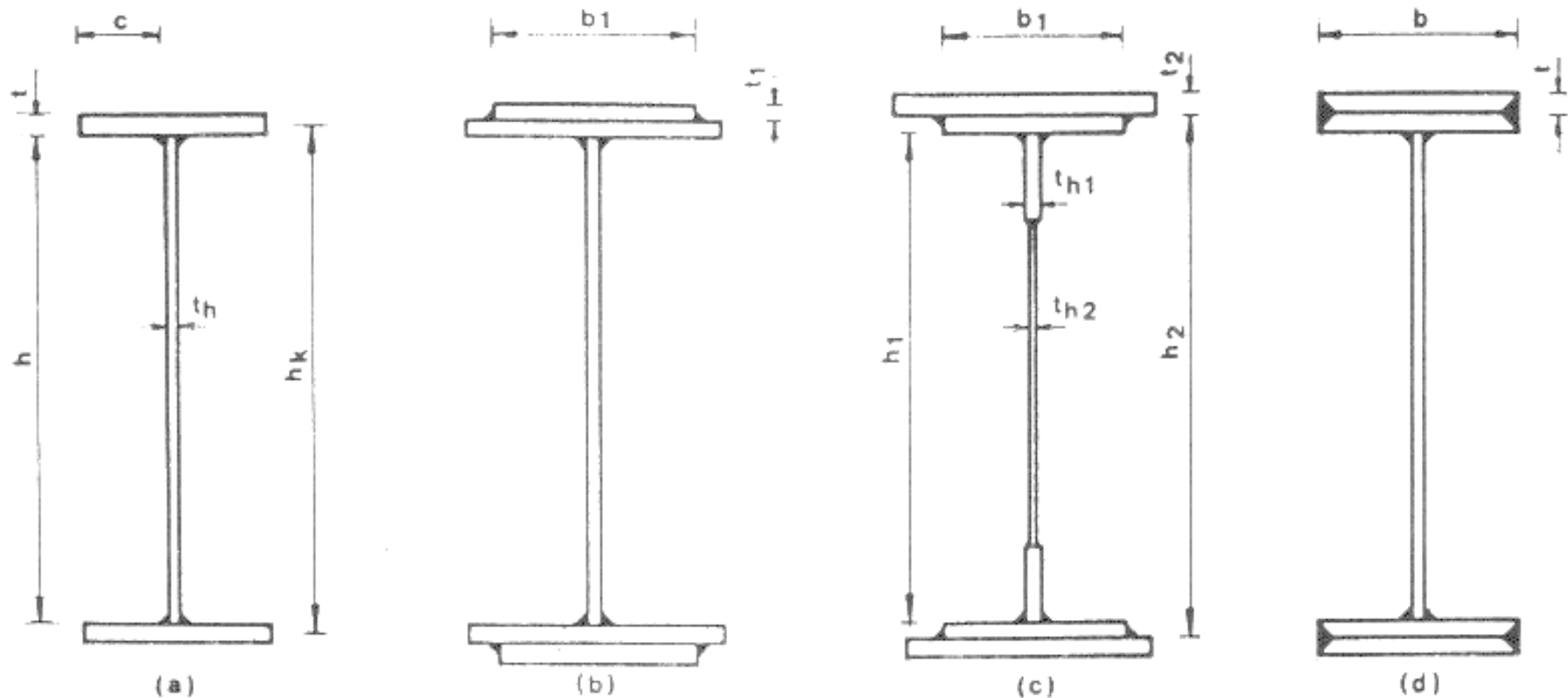
Uskopojasni nosači

- povećavanje debljine pojasa – uvođenje novih lamela s gornje strane pojasa
- promjena debljine pojasa – ubacivanje umetaka ("futura") ispod kontinuitetnih lamela



Uskopojasni nosači

- zavarena izvedba
- nosač je sastavljen od lamela koje tvore hrbat i pojaseve i koje su međusobno zavarene
- “paketi” lamela – za debljine pojaseva veće od 80 mm – pokrivanje dijagrama momenata savijanja



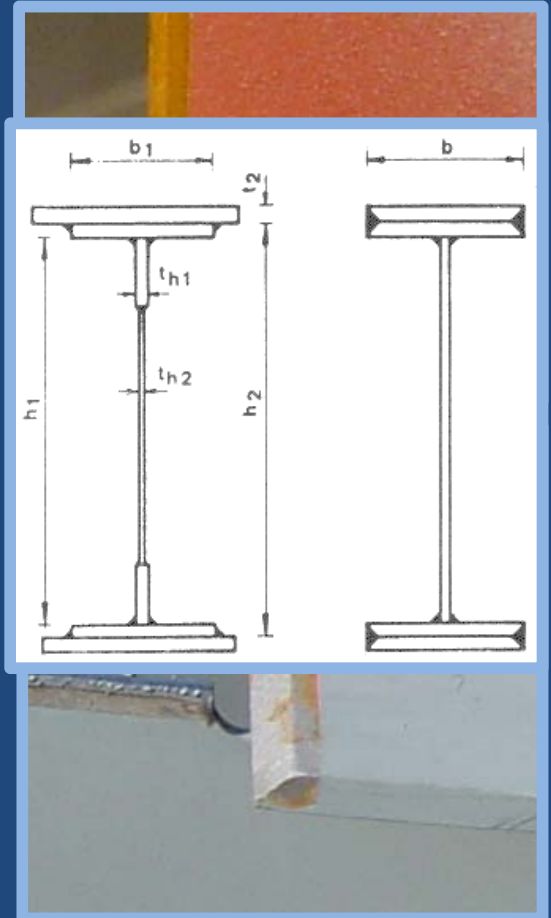
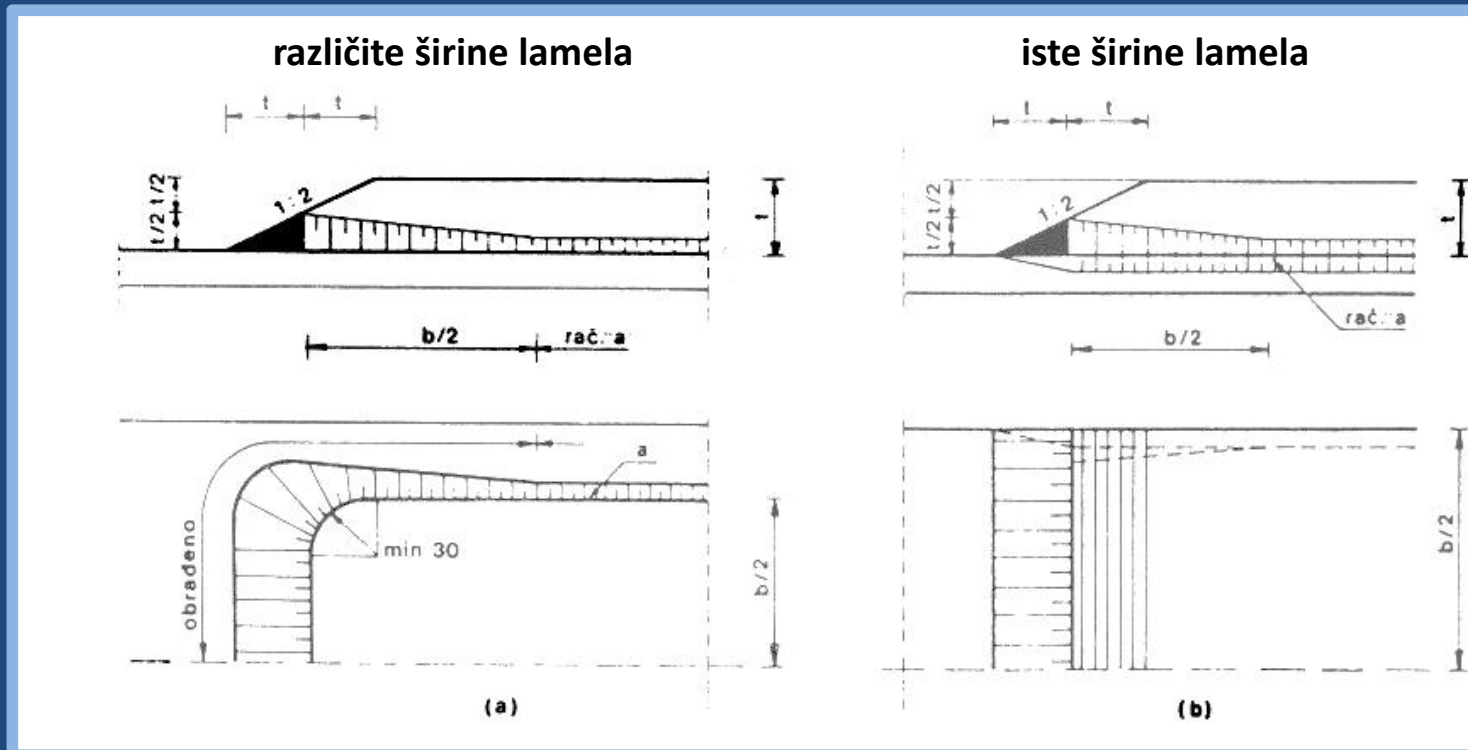
Uskopojasni nosači

- Primjeri za veće debljine pojasnica (čak do 100 mm) uz smanjenje f_y

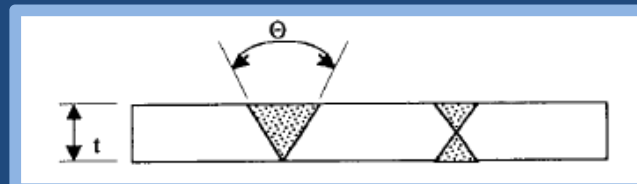
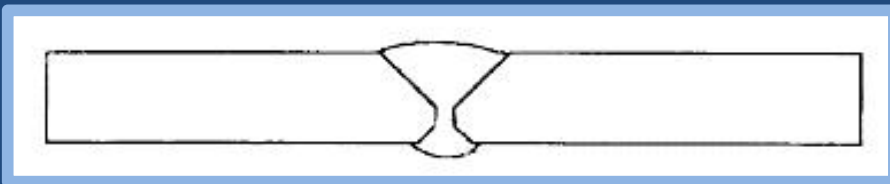
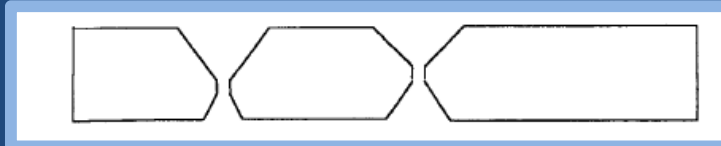
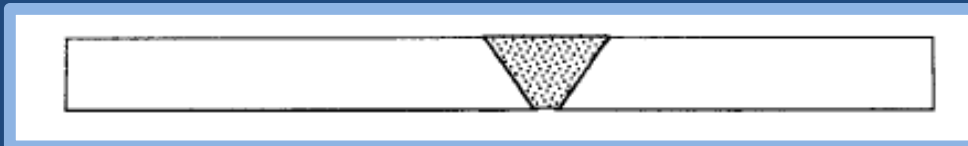


Uskopojasni nosači

- obrada vara za različite (a) i jednake širine lamela (b)
- važni zbog naponske koncentracije i osiguranja od krhkog loma



- nastavljanje lamela sučelnim zavarima sa potpunom penetracijom – V i dvostruki V zavari



Uskopojasni nosači



ŠIROKOPOJASNNI NOSAČI



Širokopojasni nosači

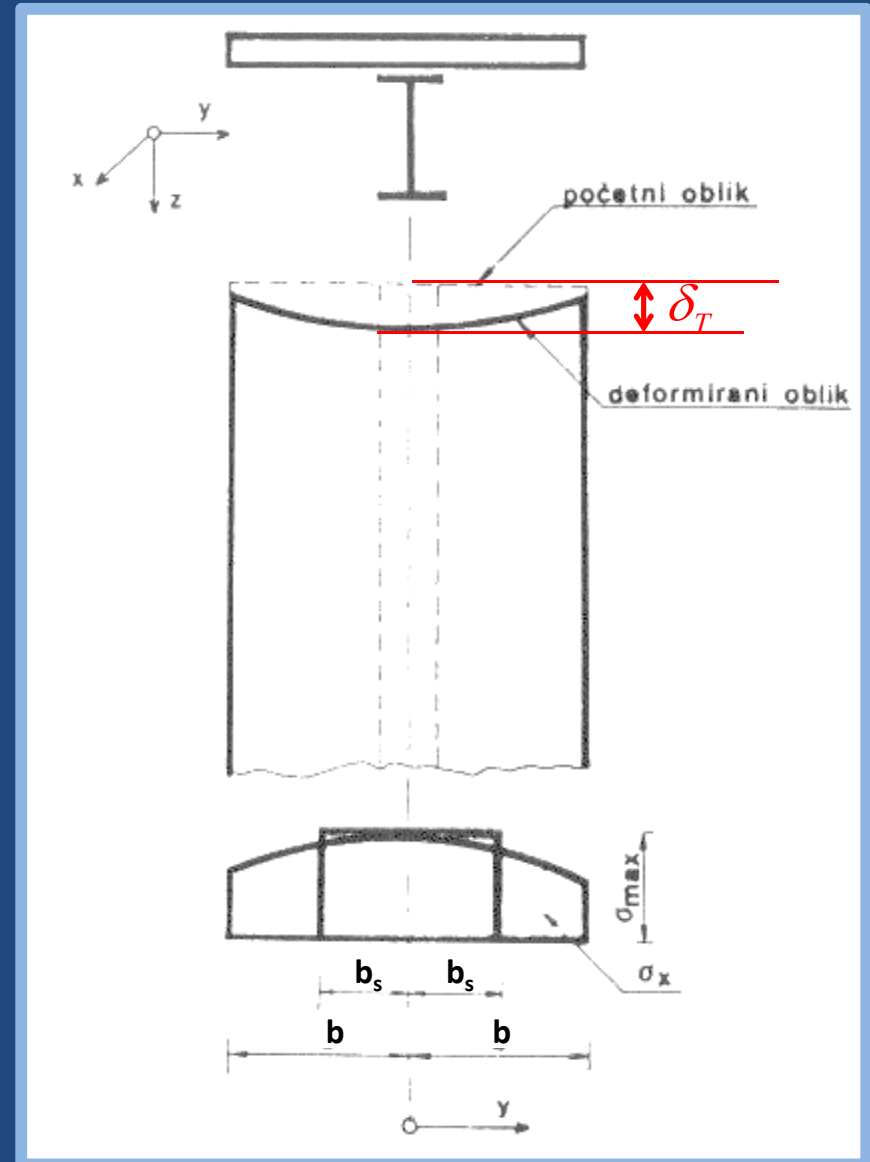
- naprezanja od savijanja na jednakoj udaljenosti od neutralne osi više nisu jednaka po čitavoj širini presjeka
- utjecaj posmičnog popuštanja pojasa u smjeru normalnih naprezanja je zamjetan i presjeci poslije savijanja više ne ostaju ravni

Pretvorba širokopojasnog presjeka u uskopojasni – uvođenje pojma sudjelujuće širine

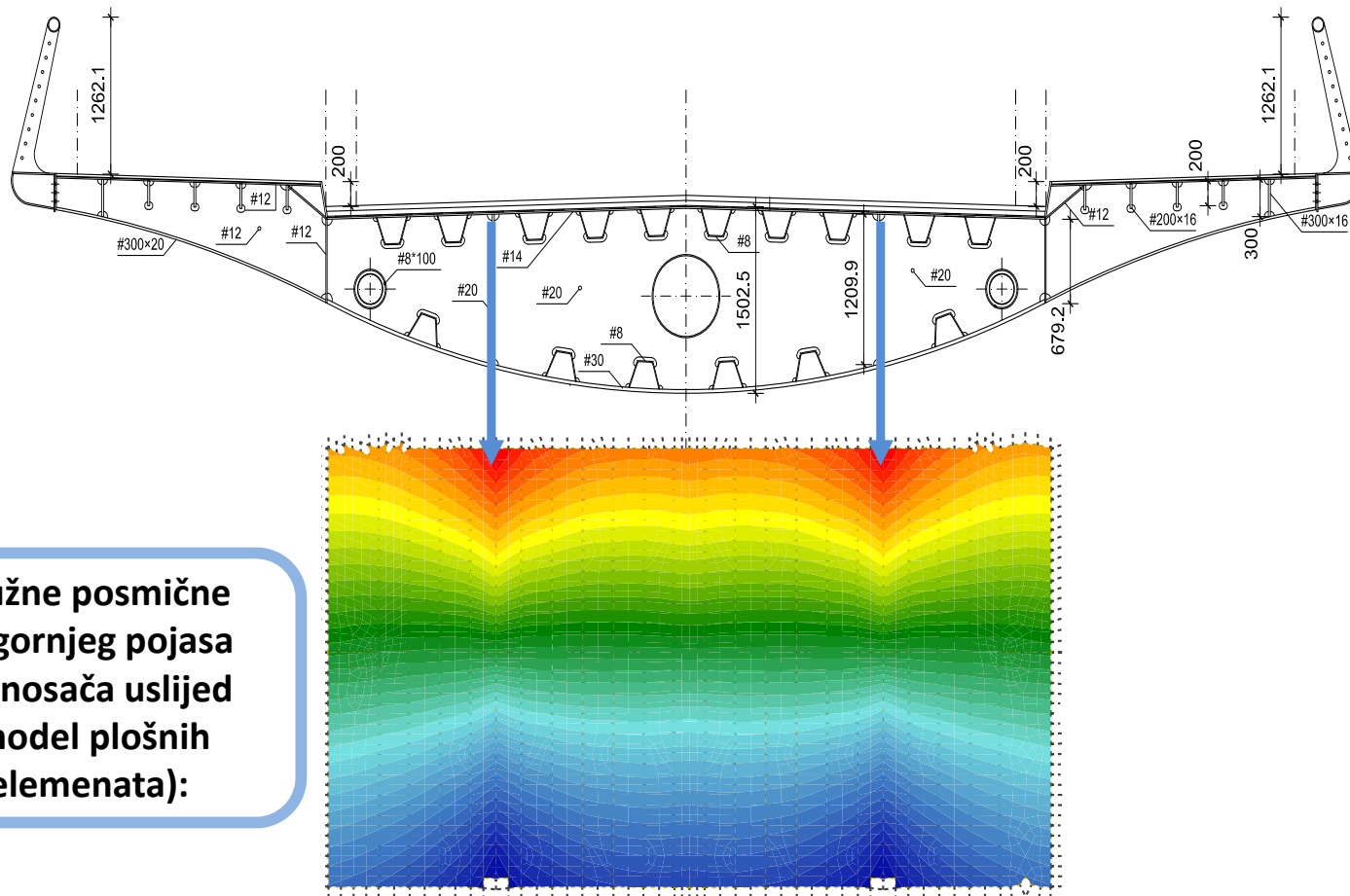
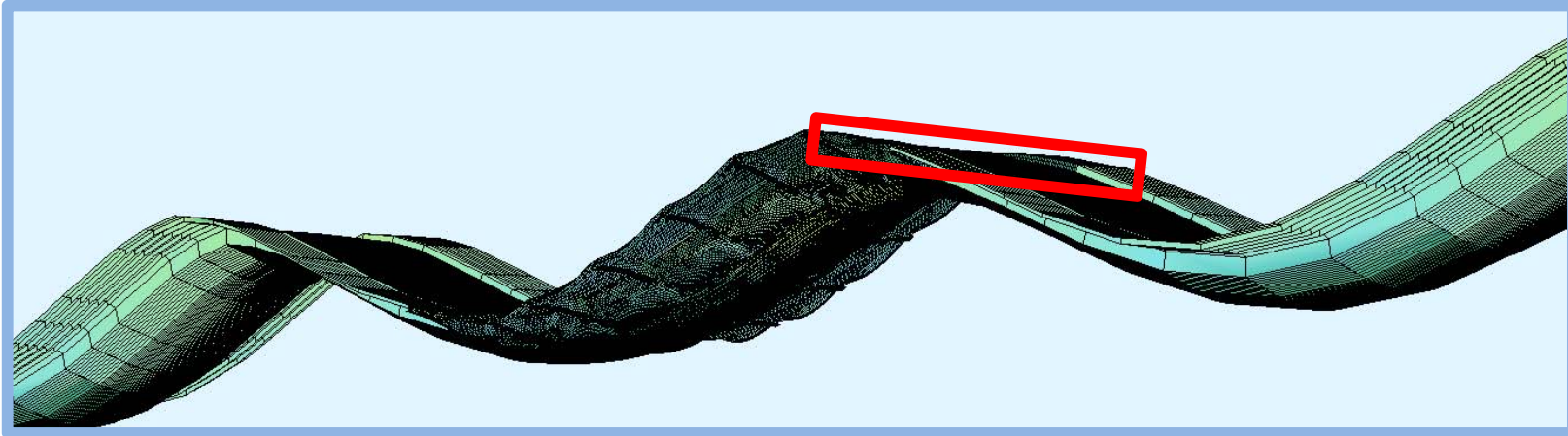
- pretpostavka ravnog deformiranog presjeka:

$$b_s \cdot \sigma_{\max} = \int_0^b \sigma_x dy$$

b_s = sudjelujuća ili efektivna širina od shear laga (zaostajanja posmika)



Širokopojasni nosači



Izolinije uzdužne posmične deformacije gornjeg pojasa sandučastog nosača uslijed savijanja (model plošnih konačnih elemenata):

Širokopojasni nosači

Sudjelujuće širine na sandučastom nosaču:



Širokopojasni nosači

Sudjelujuća širina prema EN 1993-2:

$$b_{eff} = \beta \cdot b_o$$

$$\kappa = \alpha_0 \cdot b_0 / L_e$$

κ	Mjesto dokaza		Vrijednosti β
≤ 0.02	1		$\beta = 1$
0.02 - 0.70	2	Moment u polju	$\beta = \beta_1 = \frac{1}{1 + 6.4 \cdot \kappa^2}$
	3	Moment na ležaju	$\beta = \beta_2 = \frac{1}{1 + 6.0 \left(\kappa - \frac{1}{2500 \cdot \kappa} \right) + 1.6 \cdot \kappa^2}$
> 0.7	4	Moment u polju	$\beta = \beta_1 = \frac{1}{5.9 \cdot \kappa}$
	5	Moment na ležaju	$\beta = \beta_2 = \frac{1}{8.6 \cdot \kappa}$
svi κ	6	Krajnji ležaj	$\beta = (0.55 + 0.025 / \kappa) \cdot \beta_1, \text{ ali } \beta_0 < \beta_1$
svi κ	7	Konzola	$\beta = \beta_2 \text{ naležaju, } \beta_2 \text{ na kraju}$

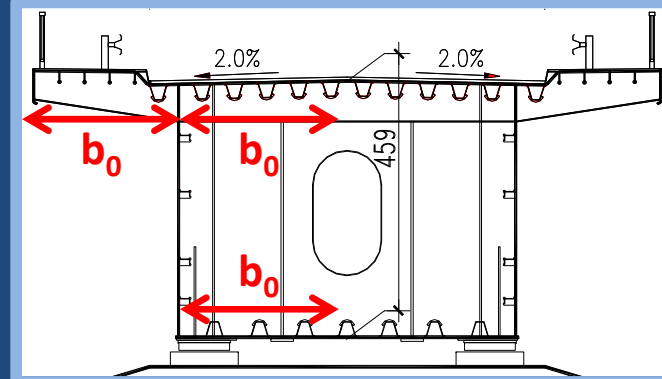
Širokopojasni nosači

Sudjelujuća širina prema EN 1993-2:

$$b_{eff} = \beta \cdot b_o$$

Utjecaj širine pojasa

$$\kappa = \alpha_0 \cdot b_o / L_e$$



κ	Mjesto dokaza		Vrijednosti β
≤ 0.02	1		$\beta = 1$
0.02 - 0.70	2	Moment u polju	$\beta = \beta_1 = \frac{1}{1 + 6.4 \cdot \kappa^2}$
	3	Moment na ležaju	$\beta = \beta_2 = \frac{1}{1 + 6.0 \left(\kappa - \frac{1}{2500 \cdot \kappa} \right) + 1.6 \cdot \kappa^2}$
> 0.7	4	Moment u polju	$\beta = \beta_1 = \frac{1}{5.9 \cdot \kappa}$
	5	Moment na ležaju	$\beta = \beta_2 = \frac{1}{8.6 \cdot \kappa}$
svi κ	6	Krajnji ležaj	$\beta = (0.55 + 0.025 / \kappa) \cdot \beta_1, \text{ ali } \beta_0 < \beta_1$
svi κ	7	Konzola	$\beta = \beta_2 \text{ naležaju, } \beta_2 \text{ na kraju}$

Širokopojasni nosači

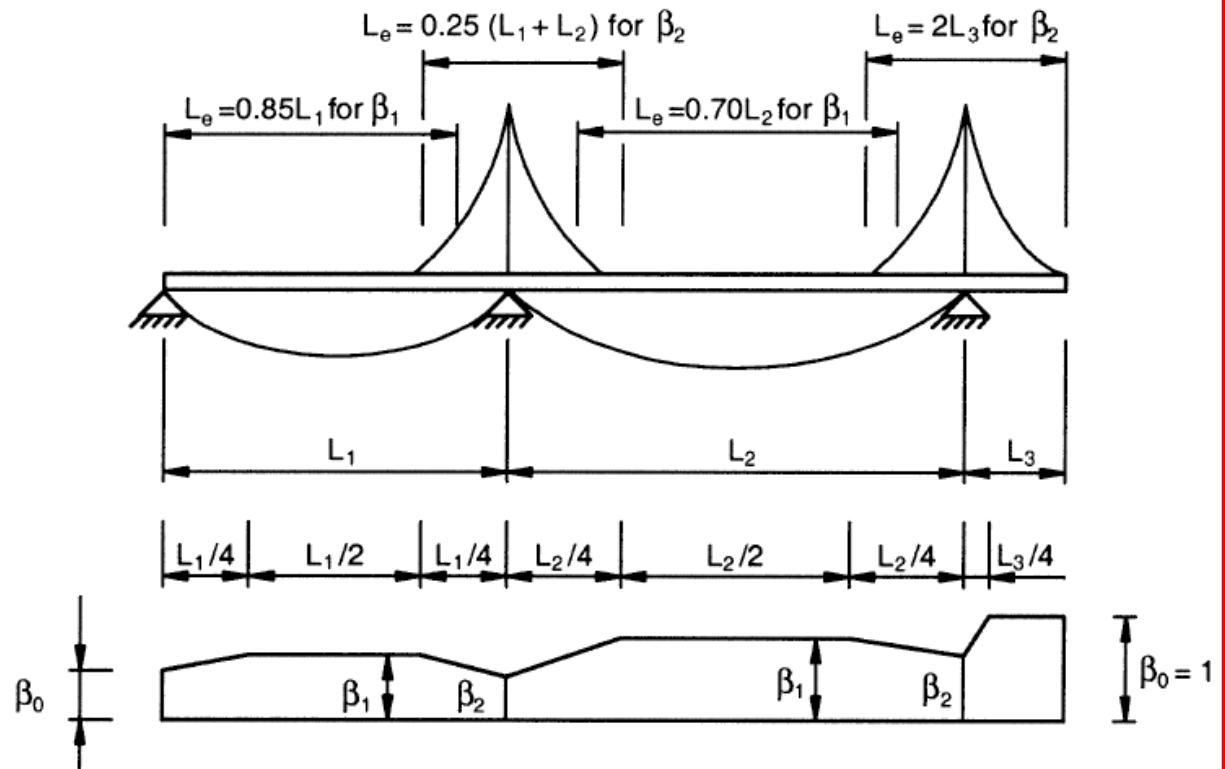
Sudjelujuća širina prema EN 1993-2:

$$b_{eff} = \beta \cdot b_o$$

Utjecaj položaja presjeka (polje – ležaj)

$$\kappa = \alpha_0 \cdot b_0 / L_e$$

κ	Mjesto dokaza	
≤ 0.02	1	
0.02 - 0.70	2	Moment u polju
	3	Moment na ležaju
> 0.7	4	Moment u polju
	5	Moment na ležaju
svi κ	6	Krajnji ležaj
svi κ	7	Konzola



$$\beta = (0.55 + 0.025 / \kappa) \cdot \beta_1, \text{ ali } \beta_0 < \beta_1$$

$$\beta = \beta_2 \text{ naležaju, } \beta_2 \text{ nakraju}$$

Širokopojasni nosači

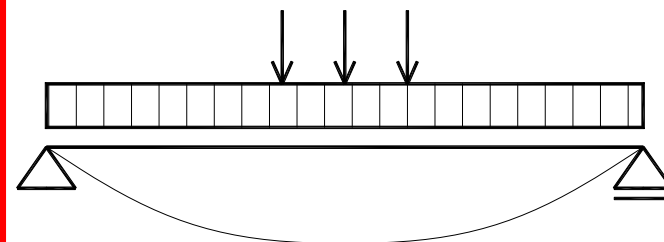
Sudjelujuća širina prema EN 1993-2:

$$b_{eff} = \beta \cdot b_o$$

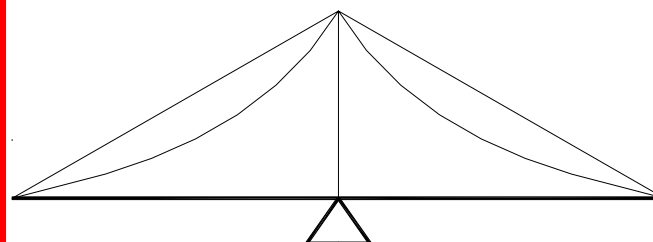
Utjecaj položaja presjeka (polje – ležaj)

$$\kappa = \alpha_0 \cdot b_0 / L_e$$

parabolični oblik M dijagrama



šiljati oblik M dijagrama



κ	Mjesto dokaza		Vrijednosti β
≤ 0.02	1		$\beta = 1$
0.02 - 0.70	2	Moment u polju	$\beta = \beta_1 = \frac{1}{1 + 6.4 \cdot \kappa}$
	3	Moment na ležaju	$\beta = \beta_2 = \frac{1}{1 + 6.0 \left(\kappa - \frac{1}{2500 \cdot \kappa} \right) + 1.6 \cdot \kappa^2}$
> 0.7	4	Moment u polju	$\beta = \beta_1 = \frac{1}{5.9 \cdot \kappa}$
	5	Moment na ležaju	$\beta = \beta_2 = \frac{1}{8.6 \cdot \kappa}$
svi κ	6	Krajnji ležaj	$\beta = (0.55 + 0.025 / \kappa) \cdot \beta_1$, ali $\beta_0 < \beta_1$
svi κ	7	Konzola	$\beta = \beta_2$ naležaju, β_2 nakraju

Širokopojasni nosači

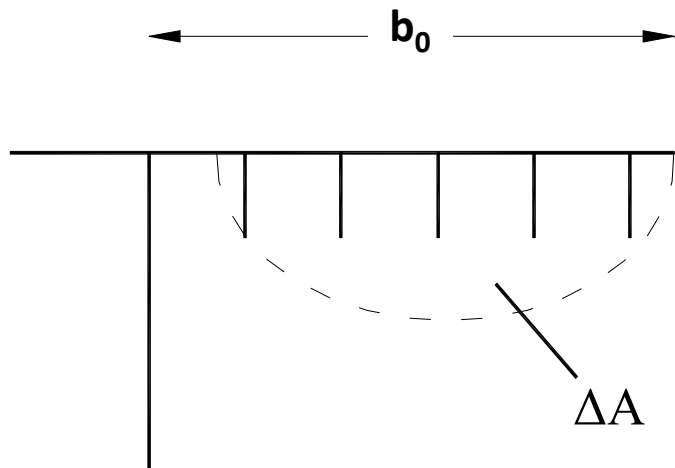
Sudjelujuća širina prema EN 1993-2:

$$b_{eff} = \beta \cdot b_o$$

Utjecaj ortotropije pojasa (ploče)

$$\kappa = \alpha_0 \cdot b_o / L_e$$

$$\alpha_0 = \sqrt{(1 + A_{s1} / b_o \cdot t)}$$



ΔA = površina uzdužnih rebara na širini b_o

$$b' = \alpha_0 \cdot b_o$$

$$\alpha_0 = \sqrt{1 + \frac{\Delta A}{b_o t}}$$

- kod ortotropnih ploča sa uzdužnim rebrima u navedene izraze ulazi se s povećanom širinom b'

Širokopojasni nosači

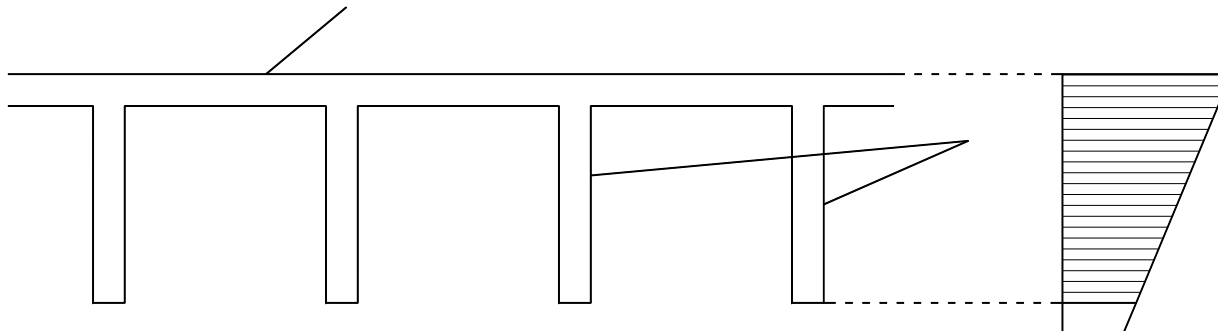
Sudjelujuća širina prema EN 1993-2:

$$b_{eff} = \beta \cdot b_o$$

Utjecaj ortotropije pojasa (ploče)

$$\kappa = \alpha_0 \cdot b_o / L_e$$

$$\alpha_0 = \sqrt{(1 + A_{s1} / b_o \cdot t)}$$



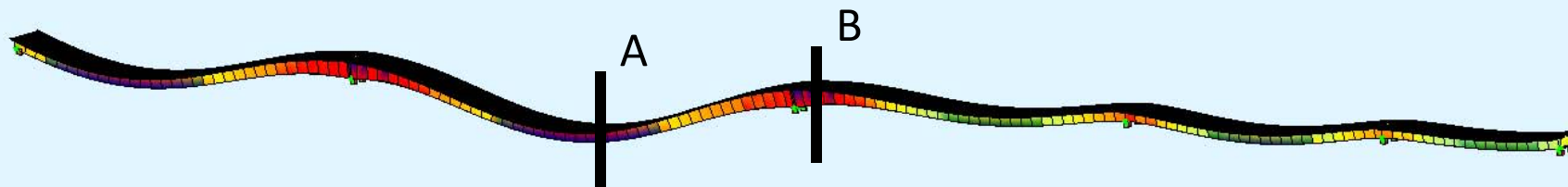
U posmičnoj krutosti ploče (gornjeg pojasa) aktivira se pretežno lim, a rebra vrlo malo ili nimalo sudjeluju u posmičnom prijenosu.

$$\begin{aligned} \sigma & \dots EI \dots \left\{ \begin{array}{l} A_o = bt \\ A_R = \text{rebro} \end{array} \right\} A = A_o + \sum A_R \\ \tau & \dots GA \dots \left\{ \begin{array}{l} A_o = bt \\ A_R \approx 0 \end{array} \right\} A \approx A_o \end{aligned}$$

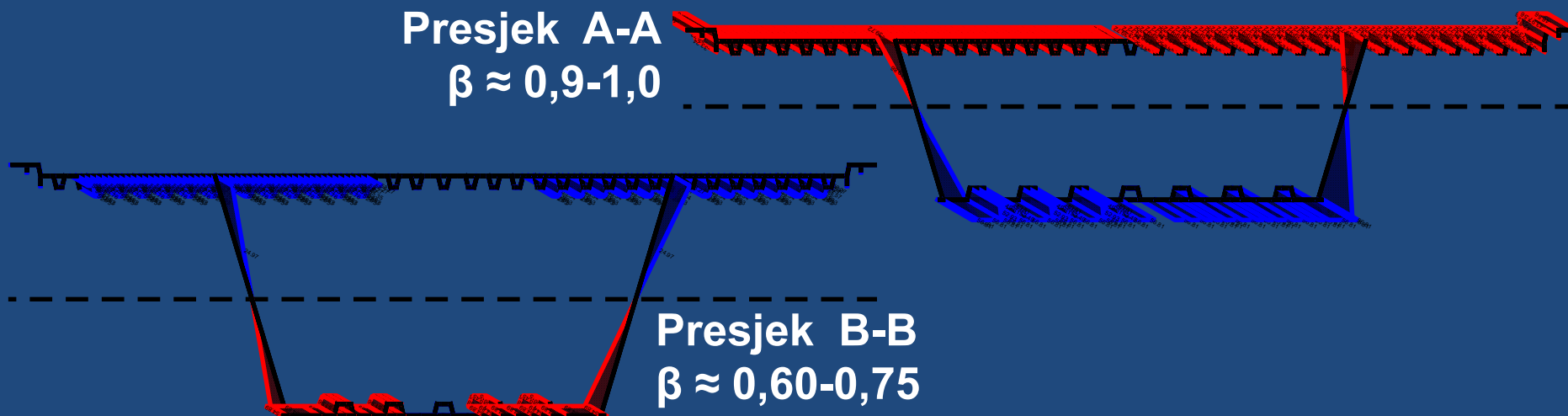
$$\delta_T^{\text{ORTOTROPNO}} > \delta_T^{\text{IZOTROPNO}}$$

$$b_{eff}^{\text{ORTOTROPNO}} < b_{eff}^{\text{IZOTROPNO}}$$

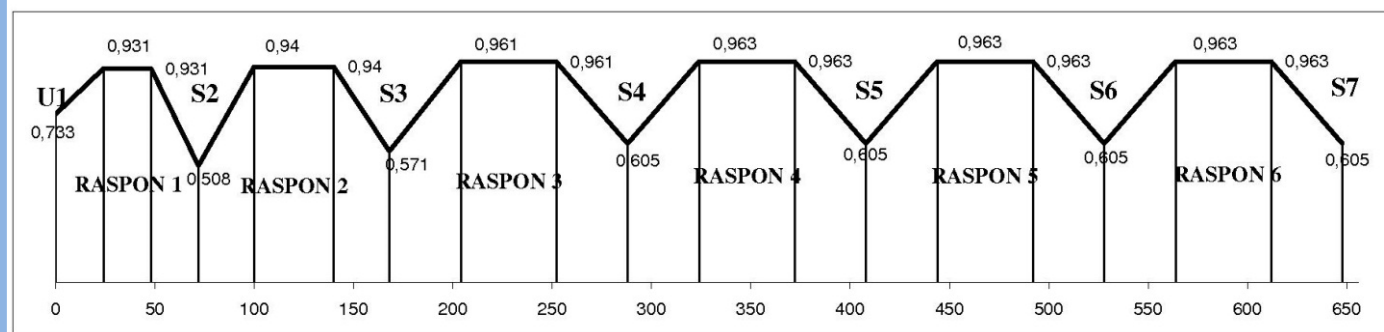
Sudjelujuća širina - praktična primjena



Presjek A-A

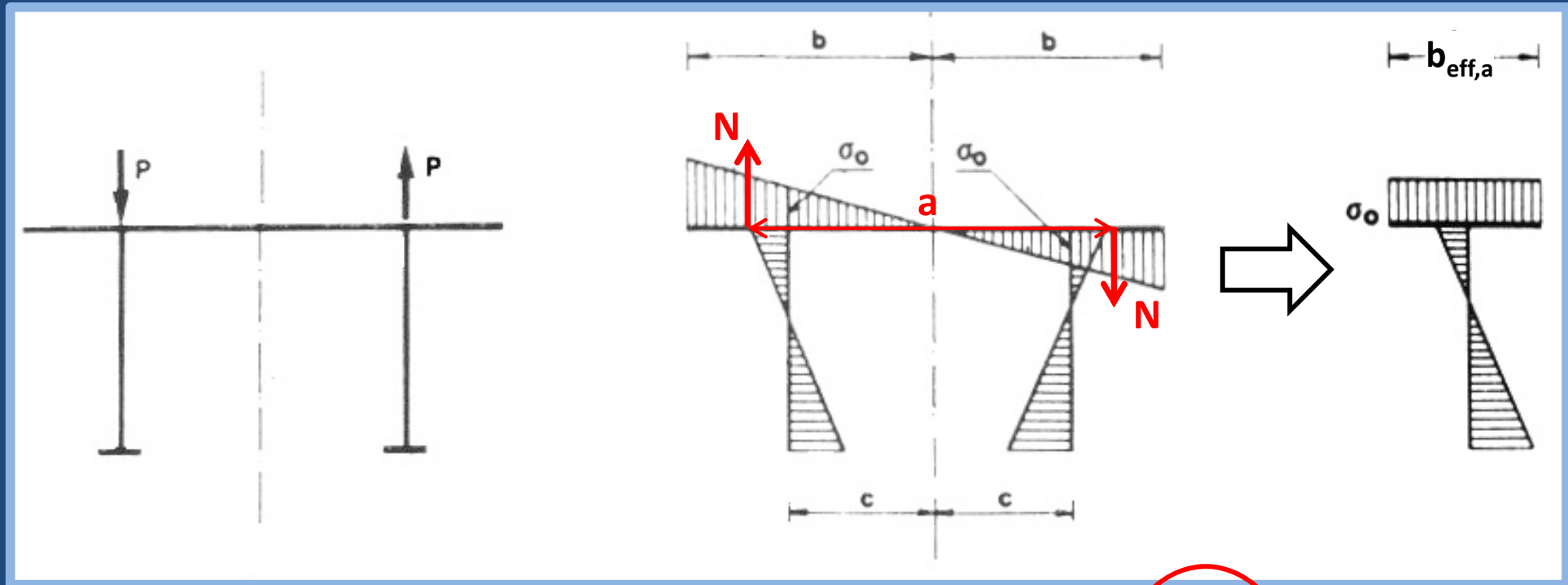


Presjek B-B
 $\beta \approx 0,60-0,75$



Širokopojasni nosači

Sudjelujuća širina – aproksimacija za antimetrično djelovanje



$$N \cdot a = \sigma_o \cdot b_{eff,a} \cdot 2c$$

(stvarno) (zamjenjujuće)

$$\Rightarrow \sigma_o \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{b}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 2 \cdot b \right) = \sigma_o \cdot b_{eff,a} \cdot 2c$$

Antimetrično djelovanje daje torzijsko djelovanje
Stvarno djelovanje = simetrično ($b_{eff,s}$) + torzijsko ($b_{eff,a}$)

$$b_{eff,a} = \frac{b}{3} \cdot \left(\frac{b}{c} \right)^2$$

TIPOVI POPREČNIH PRESJEKA

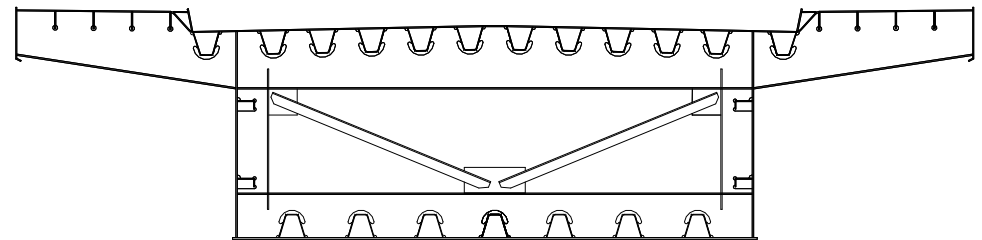
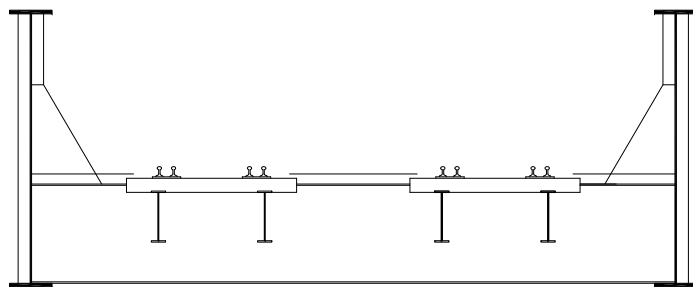
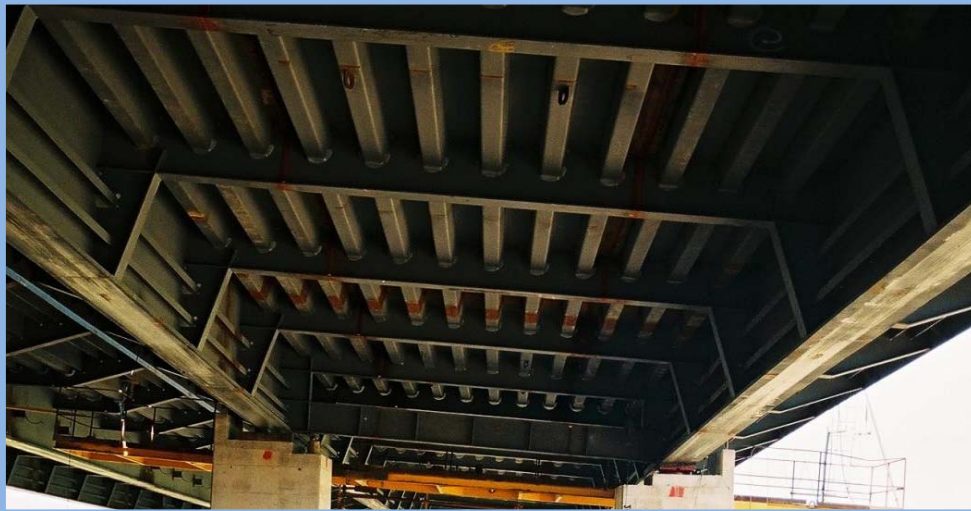


OPĆA PODJELA POPREČNIH PRESJEKA

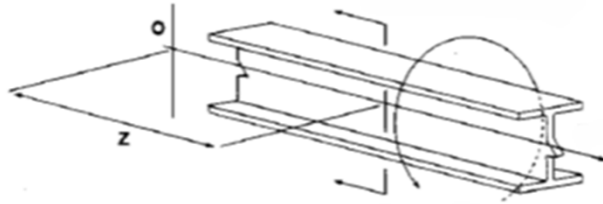


OTVORENI PRESJECI ZA

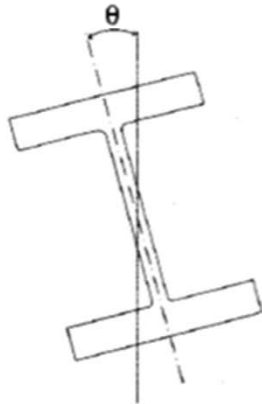
ZATVORENI PRESJECI



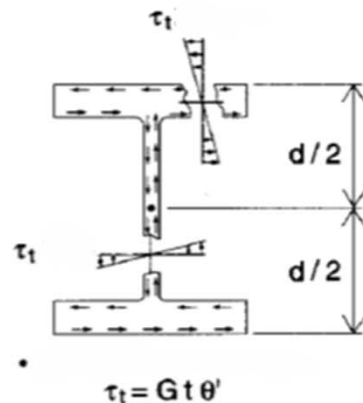
NAPREZANJA USLIJED TORZIJSKOG DJELOVANJA



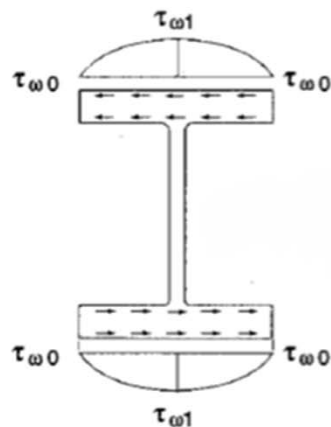
Kao posljedica torzijskog djelovanja pojavljuje se nekoliko vrsta naprezanja!



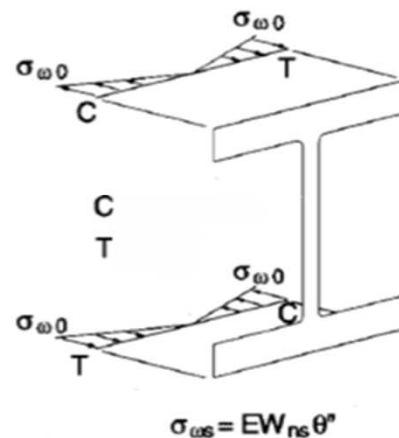
Kut zaokreta



Posmik od St. Venantove torzije



Posmik od krivljenja



Normalni napon od krivljenja



St. Venantova torzija
(čista torzija)

Svi poprečni presjeci se mogu slobodno deformirati i udaljenost između poprečnih presjeka se ne mijenja!

+



Krivljenje presjeka
(ograničena torzija ili torzija sa savijanjem)

Ograničeno je slobodno iskrivljenje pop. presjeka gdje se razmaci između točaka presjeka mijenjaju pa se pojavljuju normalna naprezanja

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_y + \sigma_z + \sigma_\omega$$

ograničena torzija ili
krivljenje poprečnog presjeka M_ω

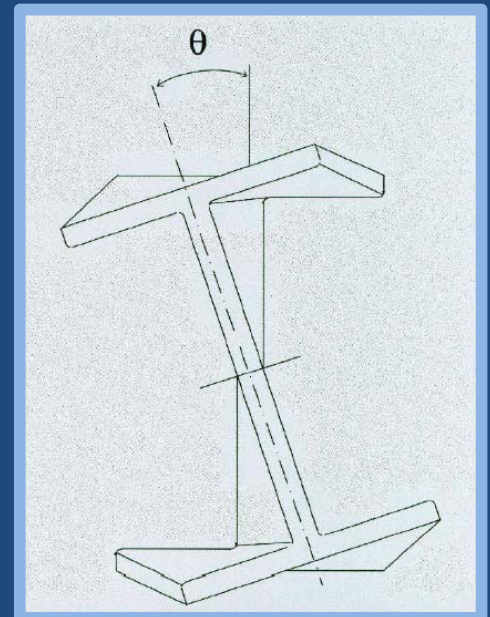
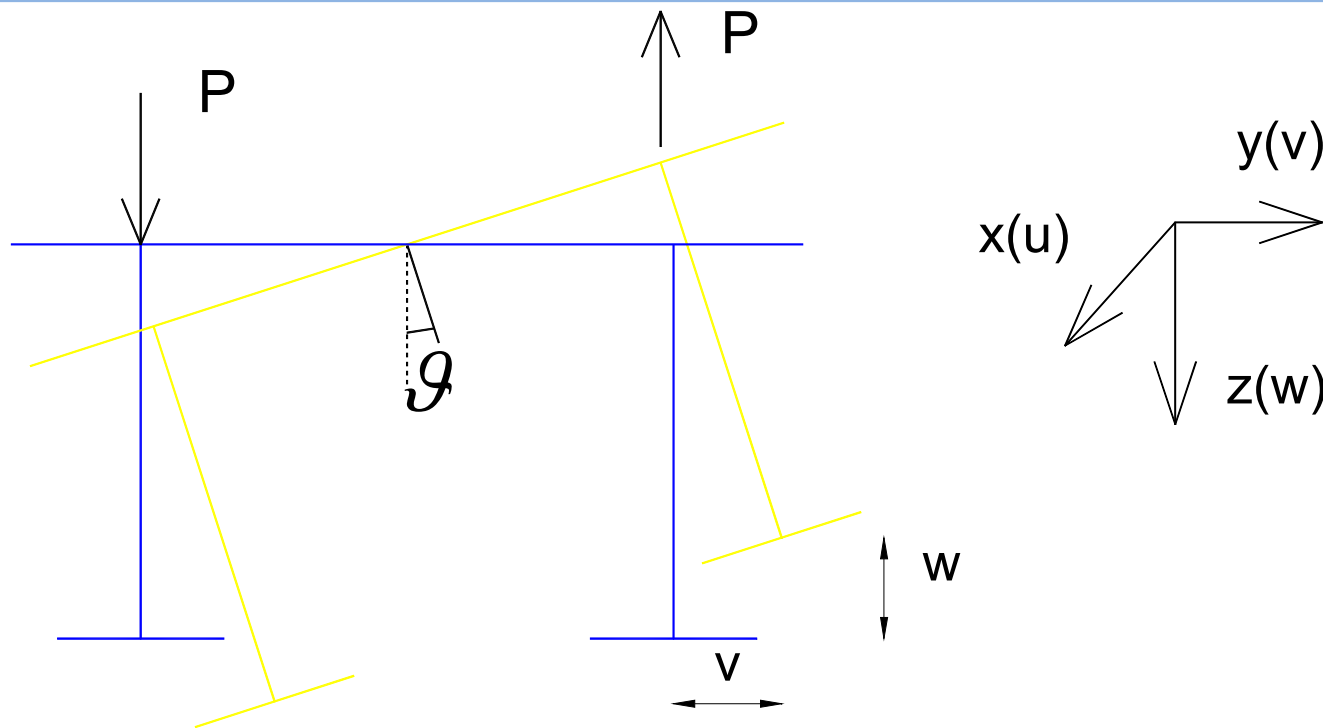
$$\tau = \tau_x + \tau_z + \tau_p + \tau_\omega$$

Otvoreni presjeci kod mostova se ne mogu slobodno kriviti!

σ_ω ograničena torzija

τ_ω ograničena torzija

τ_p St. Venentova tor.

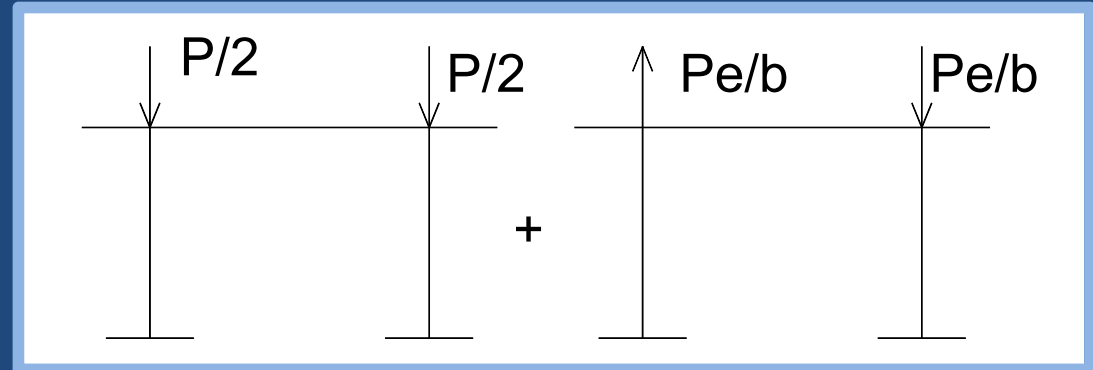
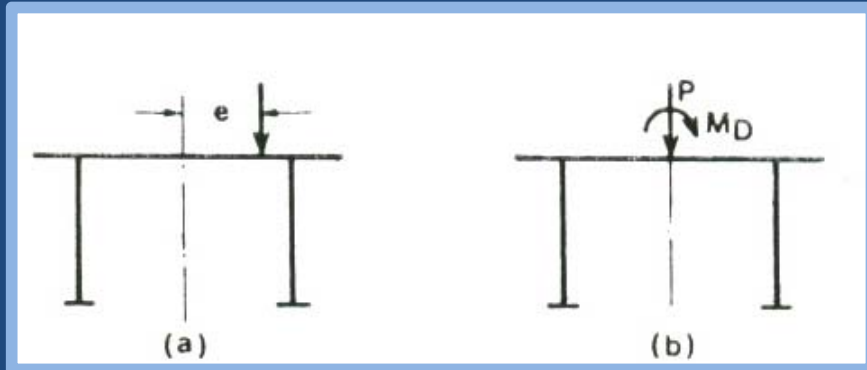


EI_y malo ϑ veliko
 GI_T malo

**Prevladava mehanizam
savijanja**

$\tau_p \sim 0$	σ_ω
	τ_ω

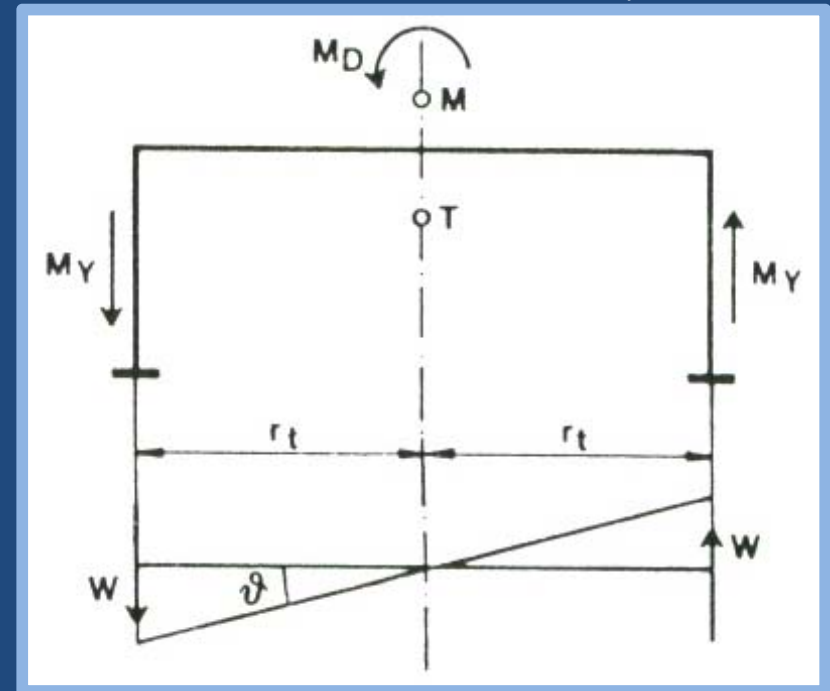
Torzija u otvorenom presjeku → ograničena torzija



- P uzrokuje simetrično savijanje – proračun naprezanja prema sudjelujućim širinama
- M_D Uzrokuje par momenata savijanja ili **bimoment krivljenja**: $M_\omega = M_y \cdot 2r_t$

Pretpostavke:

- torzijske deformacije su spriječene pa nastaje krivljenje presjeka
- pojava normalnih napona od torzije



Primjena na otvoreni presjek mosta

$$M_{\omega} = 2r_t \cdot M_y$$

$$M_y = -EI_y w''; \quad w = r_t \vartheta$$

$$M_{\omega} = -2r_t \cdot EI_y r_t \vartheta'' = -EI_{\omega\omega} \vartheta''$$

sektorski moment tromosti: $I_{\omega\omega} = I_y \cdot 2r_t^2 \left[cm^6 \right]$

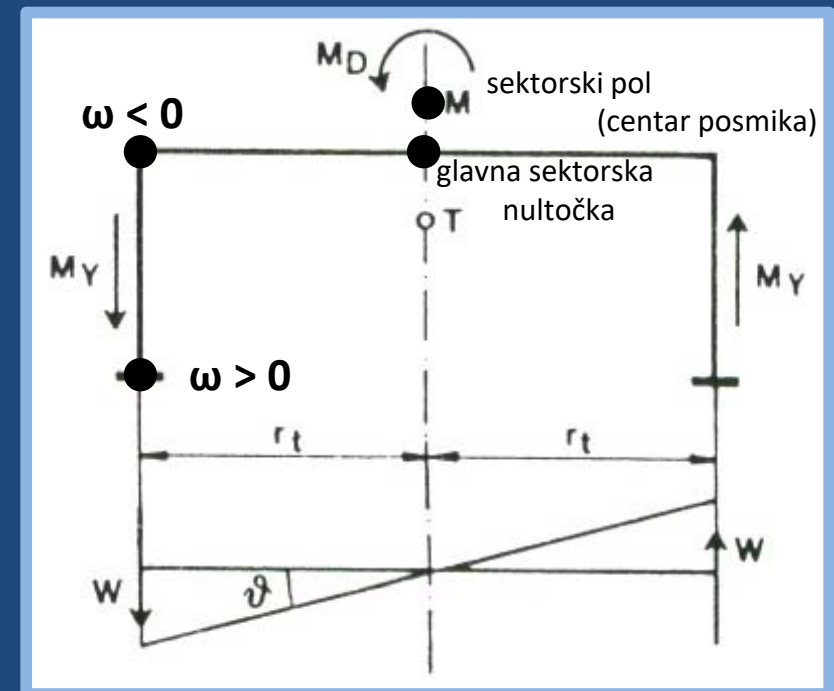
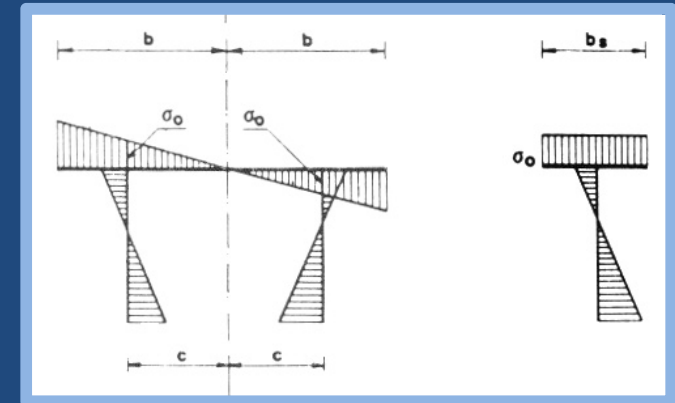
$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_y} z$$

$$\sigma_{\omega} = -Ez w'' = -E \cdot z \cdot r_t \cdot \vartheta'' = -E \omega \vartheta'' = \frac{M_{\omega}}{I_{\omega\omega}} \omega$$

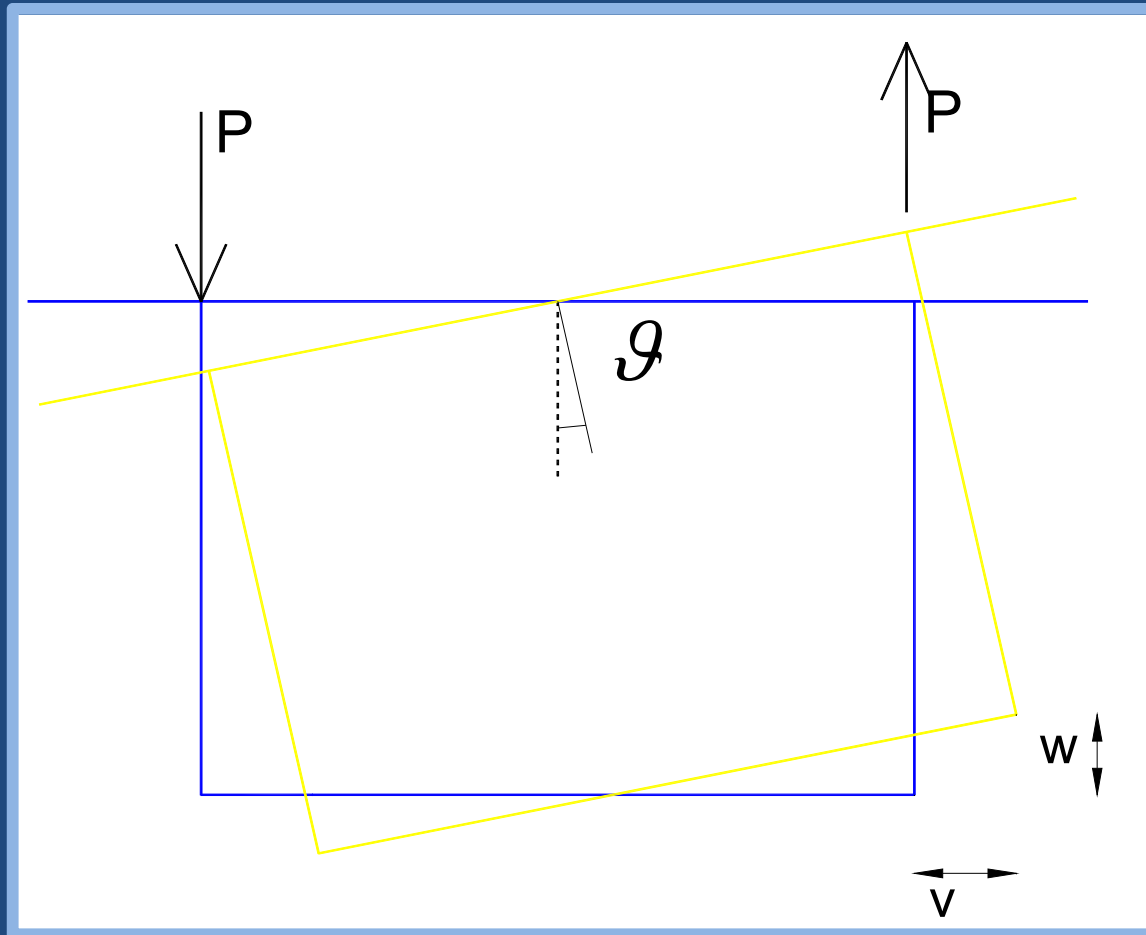
$$\tau_{\omega} = -\frac{M_{\omega}' \cdot S_{\omega}}{I_{\omega\omega} \cdot t}$$

sektorska koordinata:

$$\omega = \int_s r_t ds \quad ; \quad I_{\omega\omega} = \int_A \omega^2 dA \quad ; \quad S_{\omega} = \int_s \omega \cdot t \cdot ds$$



Zatvoreni presjeci – uzima se da se mogu slobodno kriviti – ograničenje slobodnog iskrivljenja nema utjecaj na deformaciju od torzije



Pretpostavke:

- elastičan materijal
- mali pomaci
- oblik presjeka se ne mijenja
- deformacije poprečnog presjeka nisu spriječene

σ_{ω} ograničena torzija

τ_{ω} ograničena torzija

τ_p St. Venentova tor.

EI_y veliko θ malo
 GI_T veliko

Mehanizam torzije

	$\sigma_{\omega} \sim 0$
τ_p	$\tau_{\omega} \sim 0$

Torzija u zatvorenom presjeku → St. Venantova torzija

- 1. Bredt-ov izraz – jednačba ravnoteže:

$$M_T = 2A_m T \quad \left(M_T = T \cdot \oint r_t ds \right) \quad \tau = \frac{T}{t}$$

- 2. Bredt-ov izraz: $M_T = GI_T \vartheta'$ → moment torzije – rezultanta posmičnog naprezanja

$$\Rightarrow I_T = \frac{4A_m^2}{\oint \frac{ds}{t}} \quad - \text{za zatvoreni presjek}$$

- Torzijska funkcija raspodjele posmičnih napona u presjeku (jedinična raspodjela posmičnih napona):

$$\psi = \frac{T}{G\vartheta'}$$

$$T = \frac{M_T}{2A_m} \quad \vartheta' = \frac{M_T}{GI_T} \Rightarrow \psi = \frac{M_T}{2A_m} \cdot \frac{1}{G \frac{M_T}{GI_T}} = \frac{I_T}{2A_m} = \frac{2A_m}{\int \frac{ds}{t}}$$

$$\left(\frac{\psi}{t} \right) = \frac{I_T}{2A_m t} = \frac{2A_m}{\int \frac{ds}{t}} \cdot \frac{1}{t} \quad I_T = \int \left(\frac{\psi}{t} \right)^2 dA \quad \tau_\rho = \frac{T}{t} = G \frac{\psi}{t} \vartheta' = \frac{M_T}{I_T} \left(\frac{\psi}{t} \right)$$

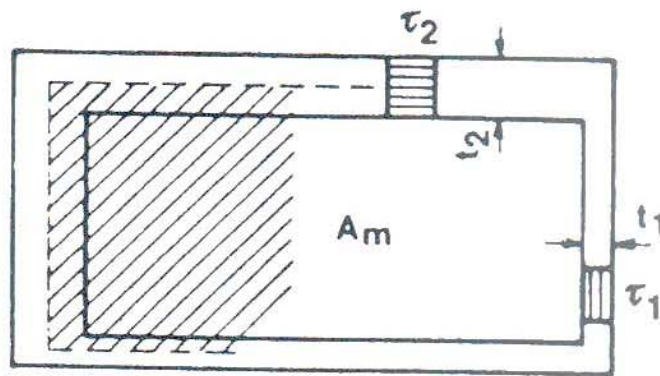
Torzija u zatvorenom presjeku → St. Venantova torzija

Pretpostavke:

- elastičan materijal
- mali pomaci
- oblik presjeka se ne mijenja
- deformacije poprečnog presjeka nisu spriječene

Diferencijalna jednačba St. Venant-ove torzije:

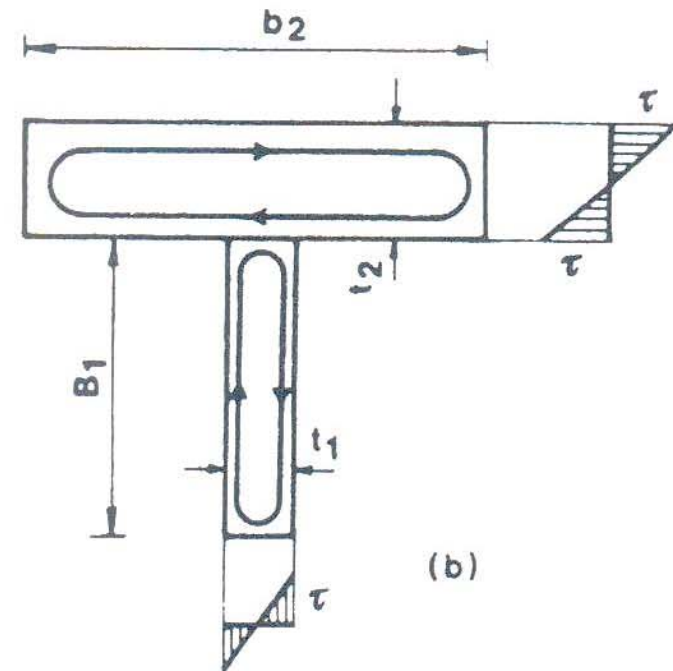
$$\vartheta' = \frac{M_T}{GI_T} = \text{const.}$$



(a)

$$\tau = \frac{M_T}{2A_m} ; \quad \tau = \frac{T}{t_i}$$

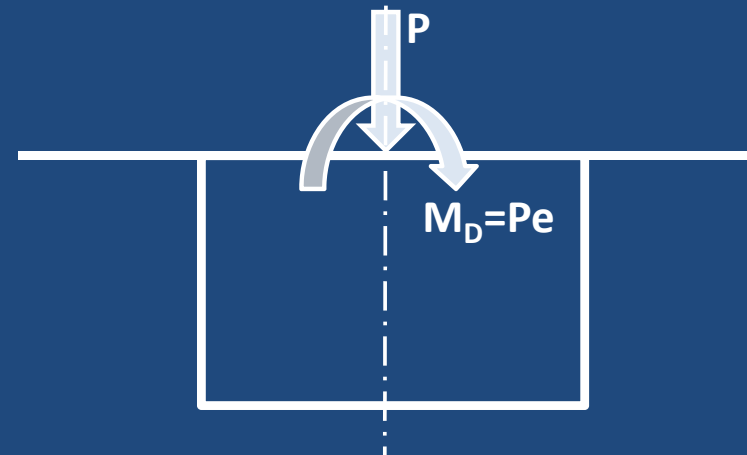
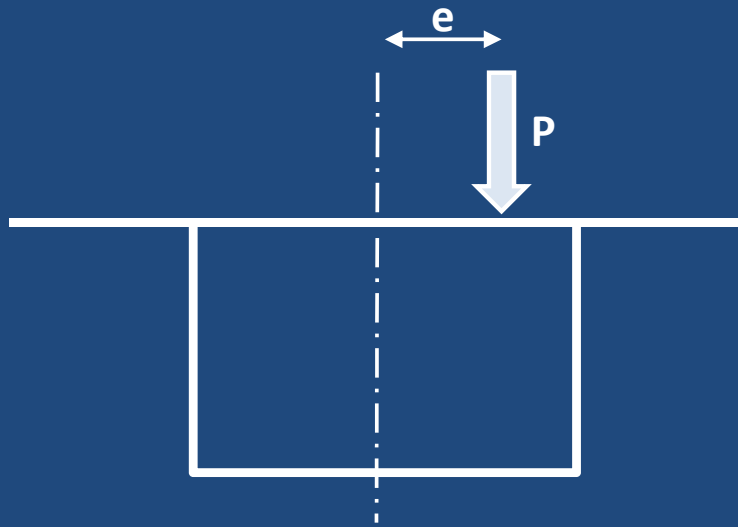
$$J_T = \frac{4A_m^2}{\sum \frac{b_i}{t_i}}$$



(b)

$$J_T = \frac{1}{3} \sum b_i t_i^3 ; \quad \tau = \frac{M_T}{J_T} \cdot t_i$$

Primjena na zatvoreni presjek mosta

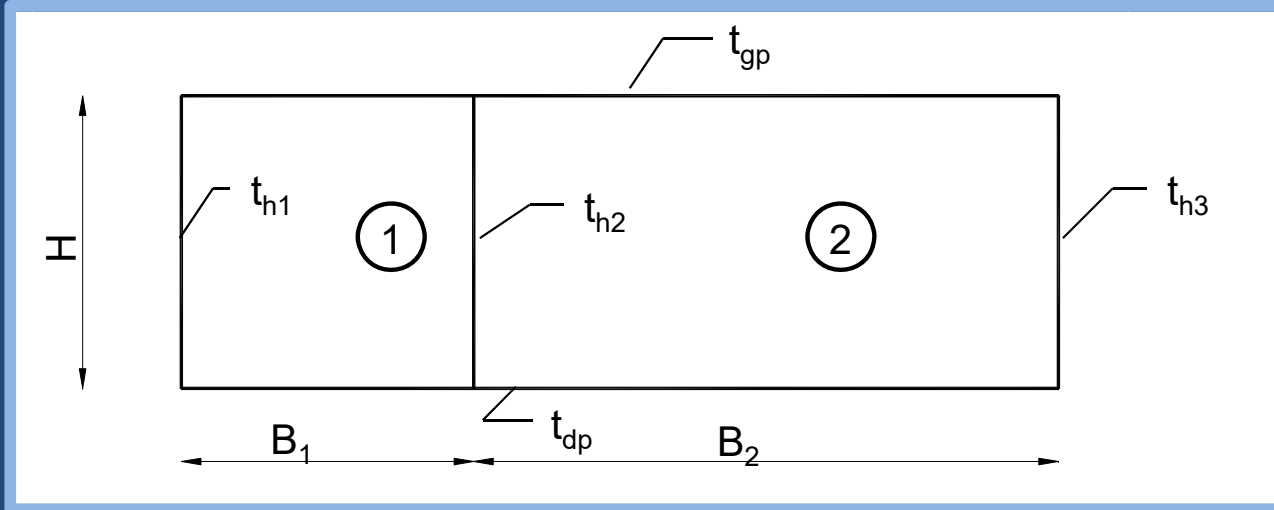


$P \Rightarrow \sigma_x, \tau_y$ (koristeći sudjelujuću širinu za simetrično djelovanje)

$$M_D \Rightarrow \tau_p = \frac{M_D}{I_T} \left(\frac{\psi}{t} \right) = \frac{M_D}{2A_m} \frac{1}{t}$$

Primjena na zatvoreni presjek mosta

- Primjer sanduka sa dvije ćelije na koji djeluje moment torzije M_T :



$$M_T = \sum_{j=1}^2 2A_{mj}T_j$$

$$A_{m1} = H \cdot B_1$$

$$A_{m2} = H \cdot B_2$$

$$\vartheta_1' = \vartheta_2' = \vartheta' = \frac{T \cdot 2A_{mj}}{GI_T} = \frac{1}{G \cdot 2A_{mj}} \oint_j T \frac{ds}{t}$$

$$2A_{m1} = -\psi_1 \oint_1 \frac{ds}{t} + \psi_2 \oint_{1,2} \frac{ds}{t}$$

$$2A_{m2} = -\psi_2 \oint_{1,2} \frac{ds}{t} + \psi_2 \oint_2 \frac{ds}{t}$$

$$\oint_1 \frac{ds}{t} = \frac{H}{t_{h1}} + \frac{B_1}{t_{gp}} + \frac{H}{t_{h2}} + \frac{B_1}{t_{dp}}$$

$$\oint_2 \frac{ds}{t} = \frac{H}{t_{h2}} + \frac{B_2}{t_{gp}} + \frac{H}{t_{h3}} + \frac{B_2}{t_{dp}}$$

$$\int_{1,2} \frac{ds}{t} = \frac{H}{t_{h2}}$$

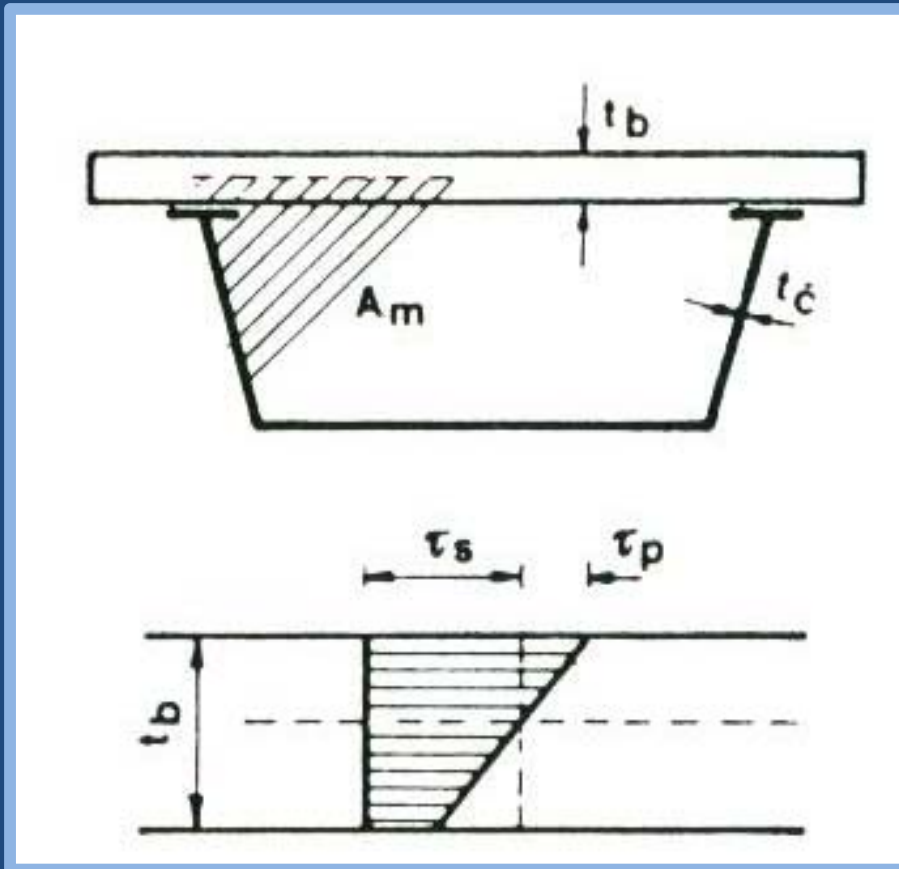
$$I_T = \int \left(\frac{\psi}{t} \right)^2 dA$$

$$\Rightarrow \psi_1, \psi_2 \Rightarrow \tau = \frac{M_T}{I_T} \left(\frac{\psi}{t} \right)$$

Posmik u zatvorenim presjecima sa gornjom betonskom pločom



Posmik u zatvorenim presjecima sa gornjom betonskom pločom



- Ukupni moment torzije M_T dijeli se na sandučasti i pločasti dio presjeka u odnosima njihove posmične krutosti:

$$M_T = M_T^s + M_T^p \quad (s - \text{sanduk}, p - \text{ploča})$$

$$I_T = I_T^s + \frac{1}{n_G} I_T^p$$

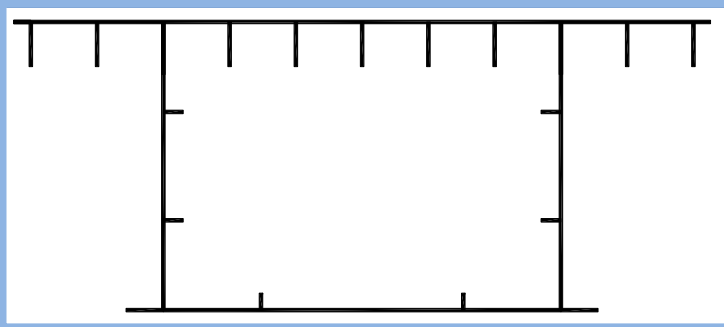
$$M_T^s = \frac{I_T^s}{I_T} \cdot M_T$$

$$M_T^p = \frac{1}{n_G} \frac{I_T^p}{I_T} \cdot M_T \quad n_G = \frac{G_c}{G_b}$$

$$\tau_s = \frac{M_T^s}{2A_m} \cdot \frac{1}{t_b}$$

$$\tau_p = \pm \frac{M_T^p}{I_T^p} \cdot t_b$$

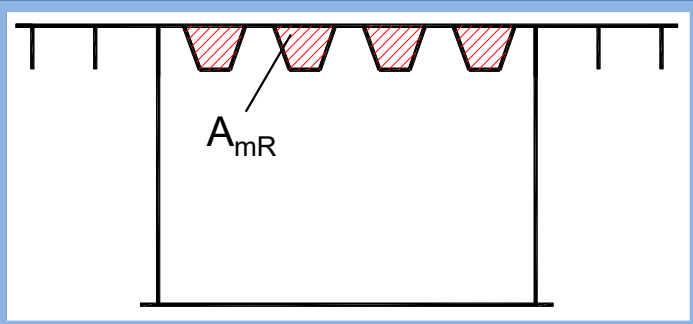
Posmik u zatvorenim presjecima sa gornjom ortotropnom pločom



$$GI_T = GI_T^s$$

$$I_T^s = \frac{4A_m^2}{\sum \frac{b_i}{t_i}}$$

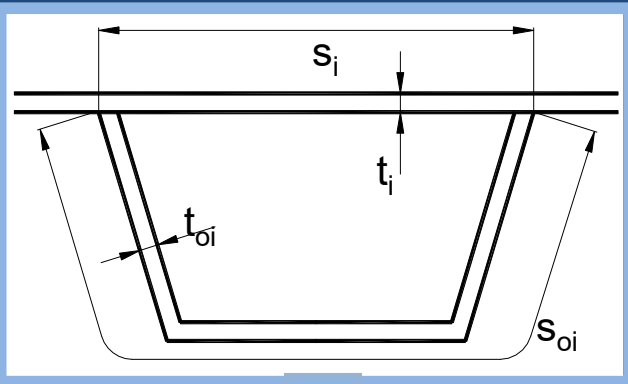
Ortotropna ploča sa otvorenim rebrima



$$GI_T = GI_T^s + GI_T^p$$

$$I_T^p = \sum \frac{4A_{mR}^2}{\sum \frac{b_i}{t_i}}$$

Ortotropna ploča sa zatvorenim rebrima



(s – sanduk, p – ploča)

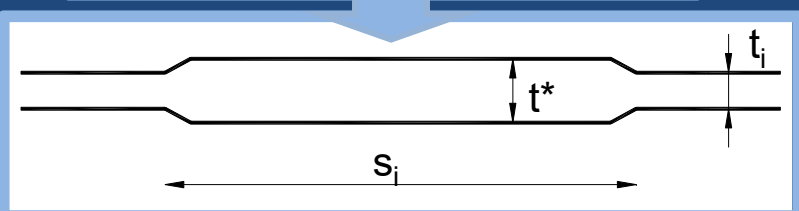
$$t^* = t_i + \frac{s_i}{s_{oi}} t_{oi}$$

$$M_T = M_T^s + M_T^p \quad I_T = I_T^s + I_T^p$$

$$M_T^s = \frac{I_T^s}{I_T} \cdot M_T$$

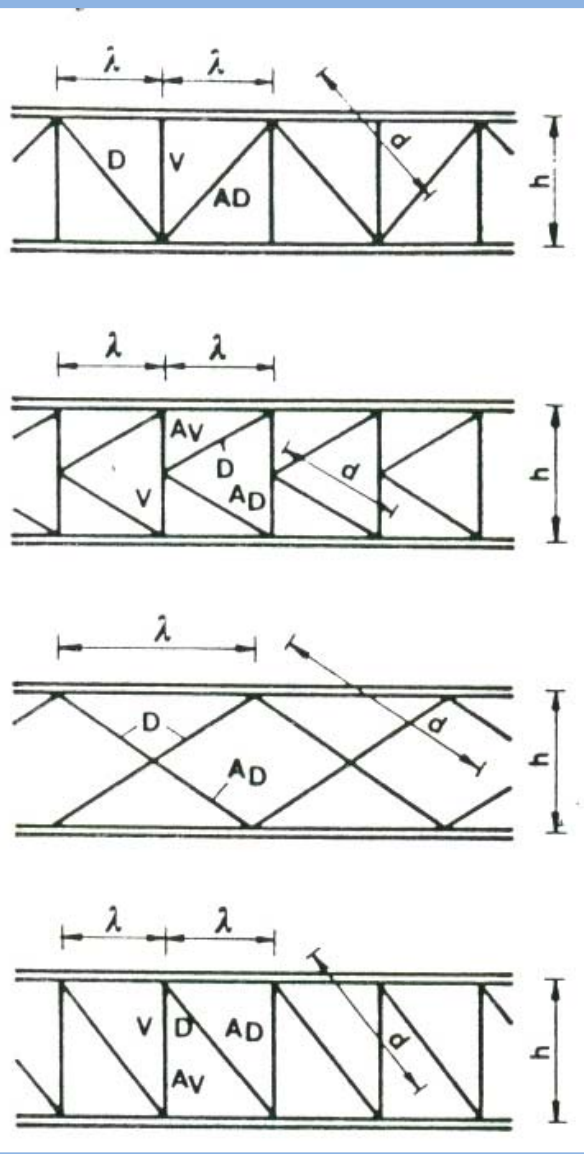
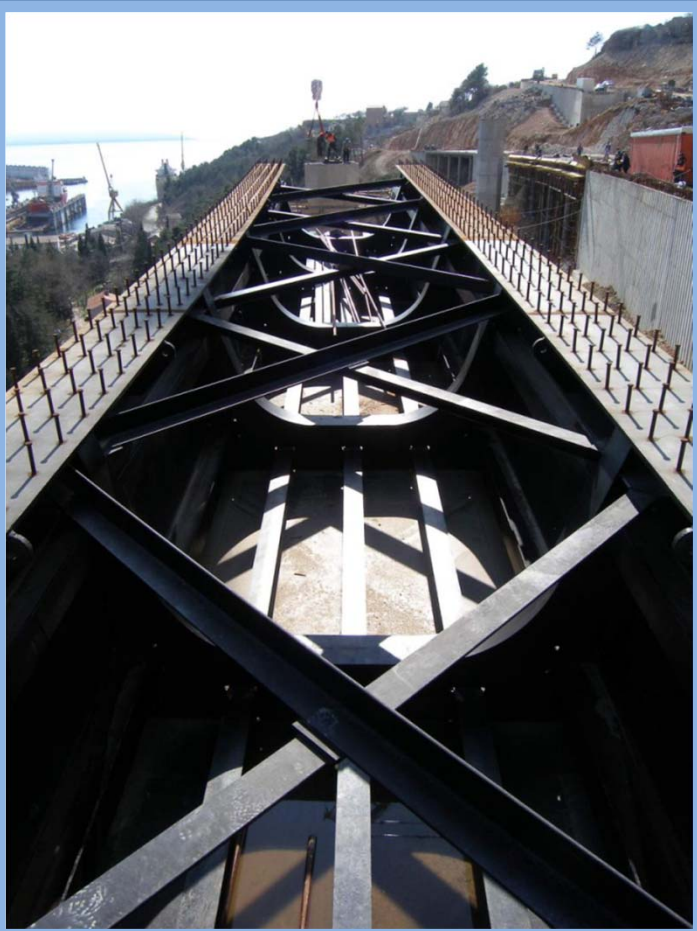
$$M_T^p = \frac{I_T^p}{I_T} \cdot M_T$$

$$I_T = I_T^s = \frac{4A_m^2}{\sum \frac{b_i}{t_i} + \sum \frac{b_i}{t^*}}$$



Posmik u presjecima sa spregom u gornjem pojasu

- za izračun posmičnih naprezanja od torzije, umjesto sprega uvodi se zamjenjujući gornji pojas debljine t^*



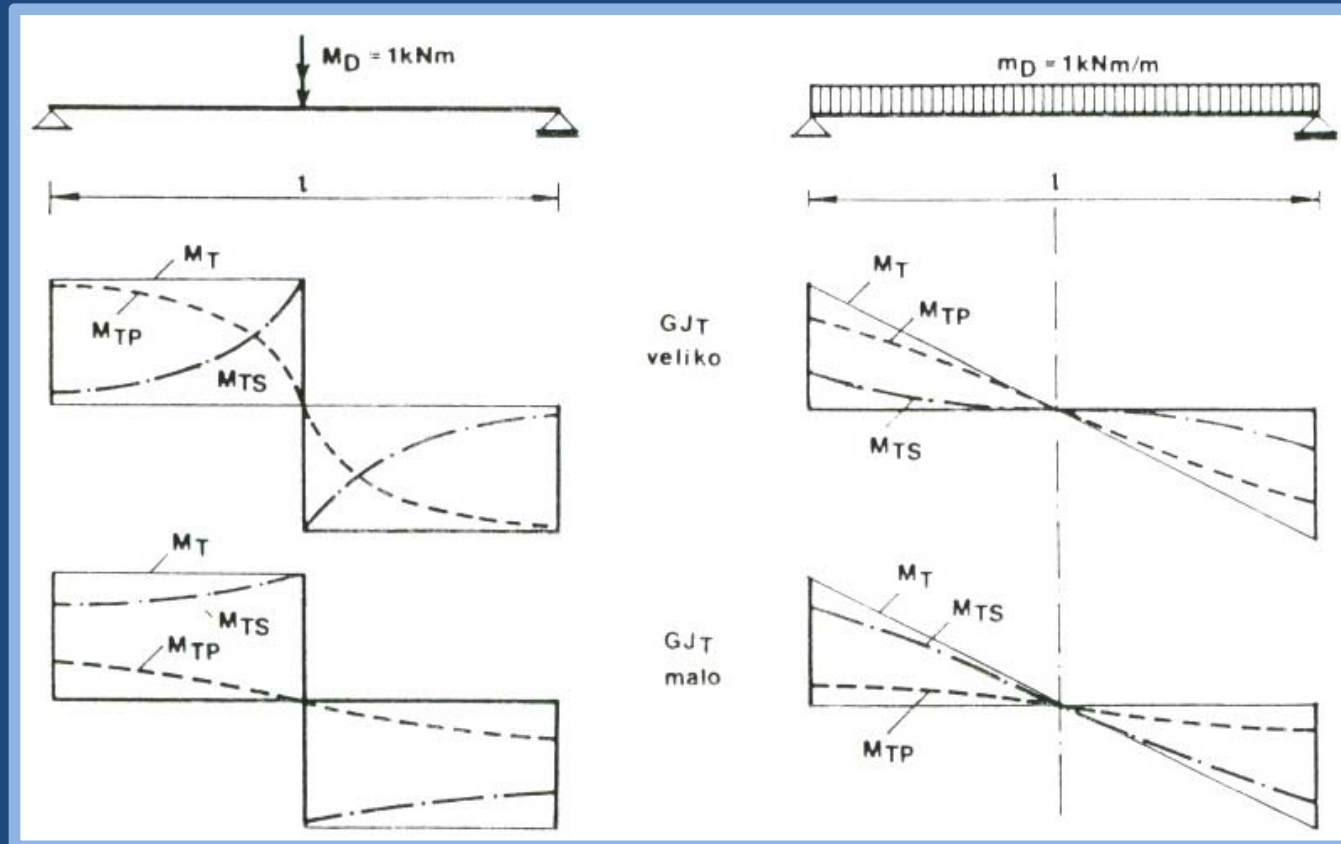
$$t^* = \frac{E}{G} \frac{\lambda h}{\frac{d^3}{A_d} + \frac{\lambda^3}{3} \left(\frac{1}{A_o} + \frac{1}{A_v} \right)}$$

$$t^* = \frac{E}{G} \frac{\lambda h}{\frac{2d^3}{A_d} + \frac{h^3}{4A_v} + \frac{\lambda^3}{12} \left(\frac{1}{A_o} + \frac{1}{A_v} \right)}$$

$$t^* = \frac{E}{G} \frac{\lambda h}{\frac{d^3}{2A_d} + \frac{\lambda^3}{12} \left(\frac{1}{A_o} + \frac{1}{A_v} \right)}$$

$$t^* = \frac{E}{G} \frac{\lambda h}{\frac{d^3}{A_d} + \frac{h^3}{A_v} + \frac{\lambda^3}{12} \left(\frac{1}{A_o} + \frac{1}{A_v} \right)}$$

Miješana torzija



M_D i m_D izazivaju **vanjski bimoment** M_M

Posmični utjecaj
bimomenta: $\frac{dM_M}{dx} = GI_T \vartheta' - EI_{\omega\omega} \vartheta'''$

↓ ↓ ↓

$$M_T = M_{TP} + M_{TS}$$

Ukupna torzija = St. Venant + Ograničena torzija

$$M_M = GI_T \vartheta - EI_{\omega\omega} \vartheta''$$

Posmični Bimoment
bimoment krivljenja

Tipovi poprečnih presjeka

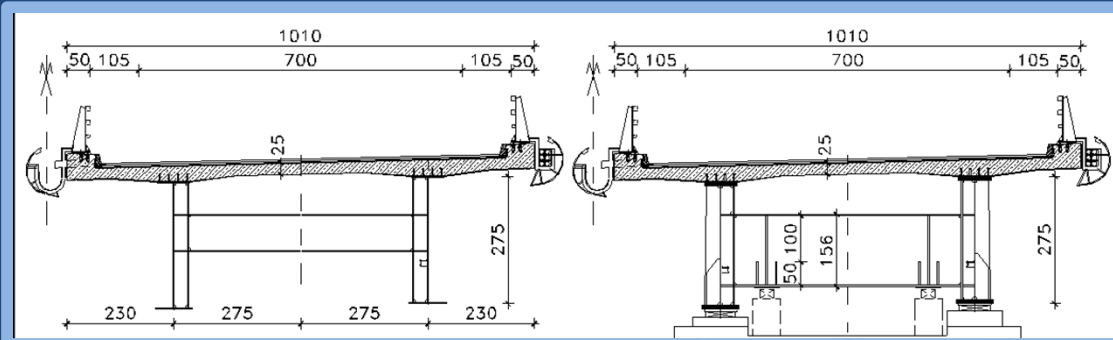
Otvoreni i zatvoreni presjeci – dominantne torzije, parametar ocjene: $\chi = l \sqrt{\frac{GI_T}{EI_{\omega\omega}}}$

$\chi < 0,5$

vrlo mekano na torziju, mehanizam čistog savijanja

$2 > \chi > 0,5$

miješana torzija, dominantno savijanje

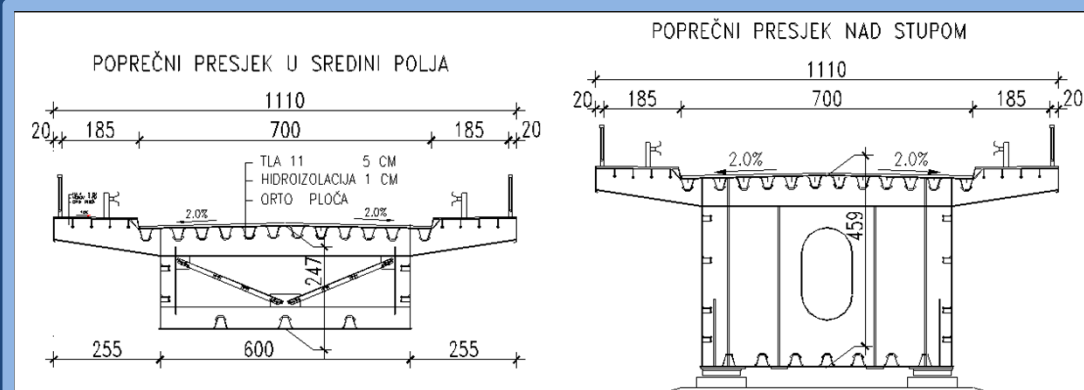


$5 > \chi > 2$

tipično područje miješane torzije

$15 > \chi > 5$

dominira St. Venant, kompaktni sandučasti



$\chi > 15$

čisti St. Venant, krivljenja nema

Napomena:

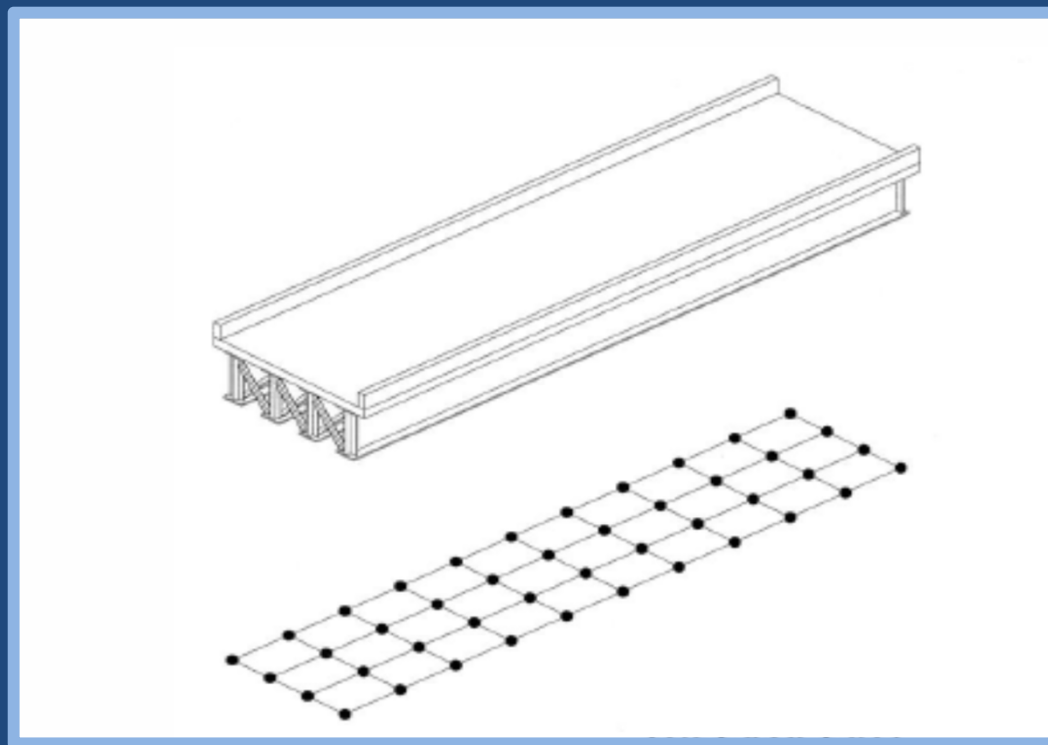
Osjetljivost na oblik presjeka – dijafragme

ROŠTILJNO DJELOVANJE



Roštiljno djelovanje

- u poprečnom smjeru više nosača povezanih poprečnim vezama krutim na savijanje
- i uzdužni i poprečni nosači su obično torzijski mekani
- zajedničko sudjelovanje uzdužnih i poprečnih elemenata obavlja funkciju povoljnog rasprostiranja koncentriranog djelovanja

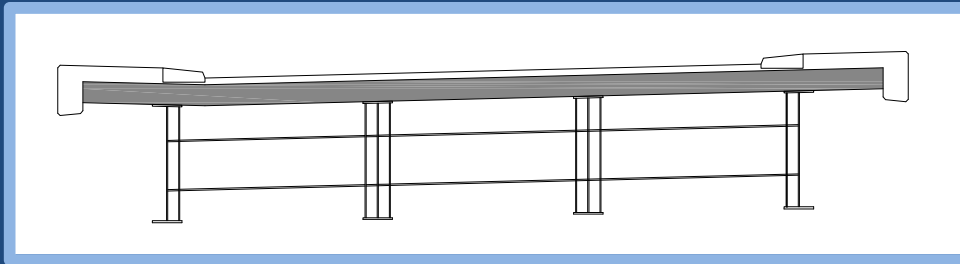


- diskretizacija konstrukcije štapovima u dva okomita smjera
- opterećenja se svode u čvorove roštilja
- ako ne postoje poprečni nosači tada jedino kolnička ploča sudjeluje u poprečnoj raspodjeli i element je roštiljnog sistema

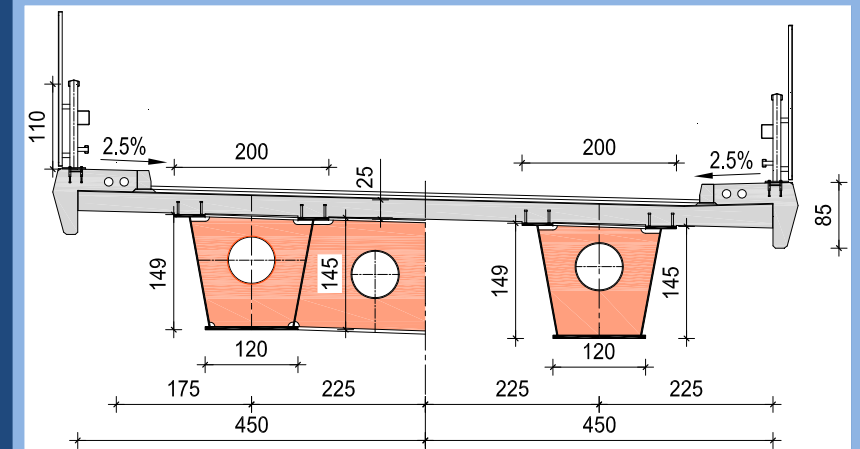
Roštiljno djelovanje

- torzijska krutost nosača se često zanemaruje zbog pojednostavljenja proračuna kod torzijski mekih roštilja
- prema torzijskoj krutosti uzdužnih nosača razlikujemo:

Torzijski meki roštilji

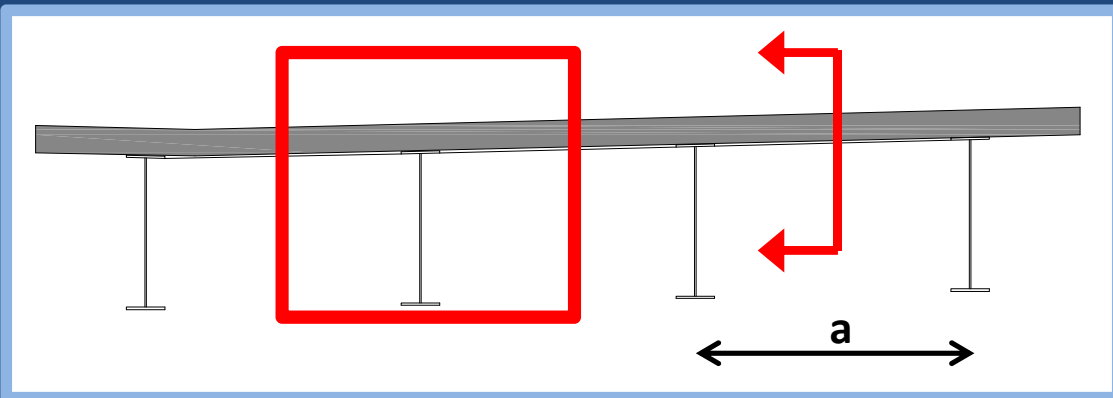
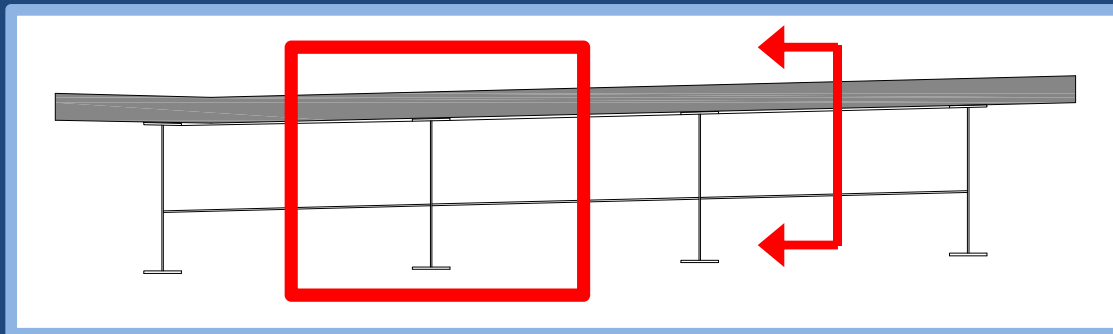


Torzijski kruti roštilji

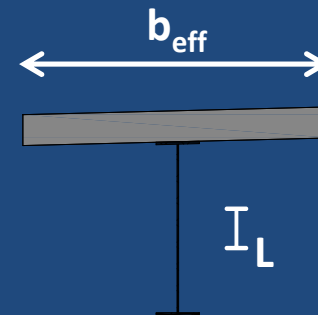
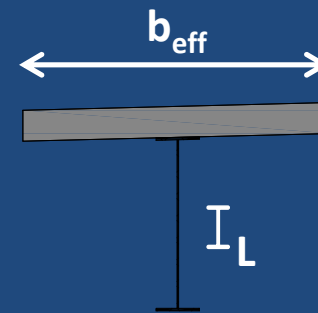


Roštiljno djelovanje

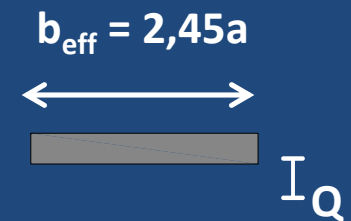
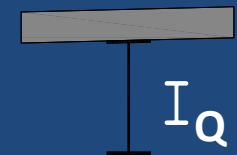
Krutost štapova roštilja



Uzdužna krutost

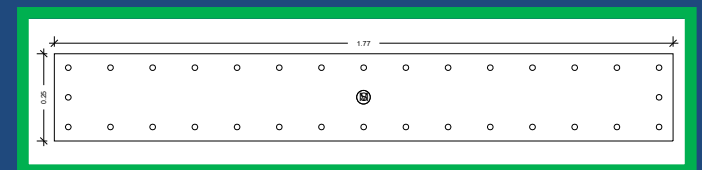
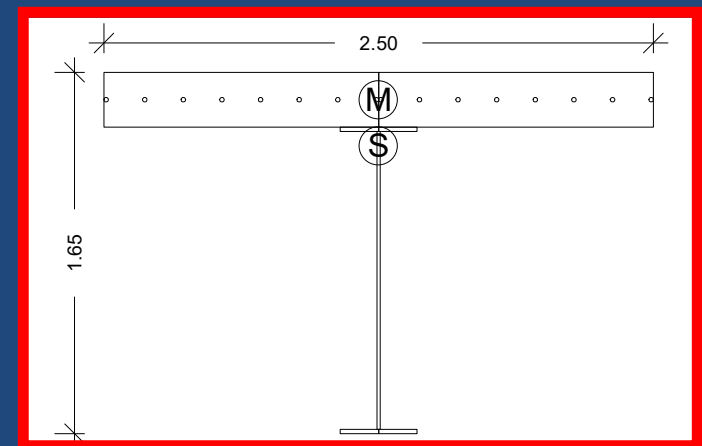
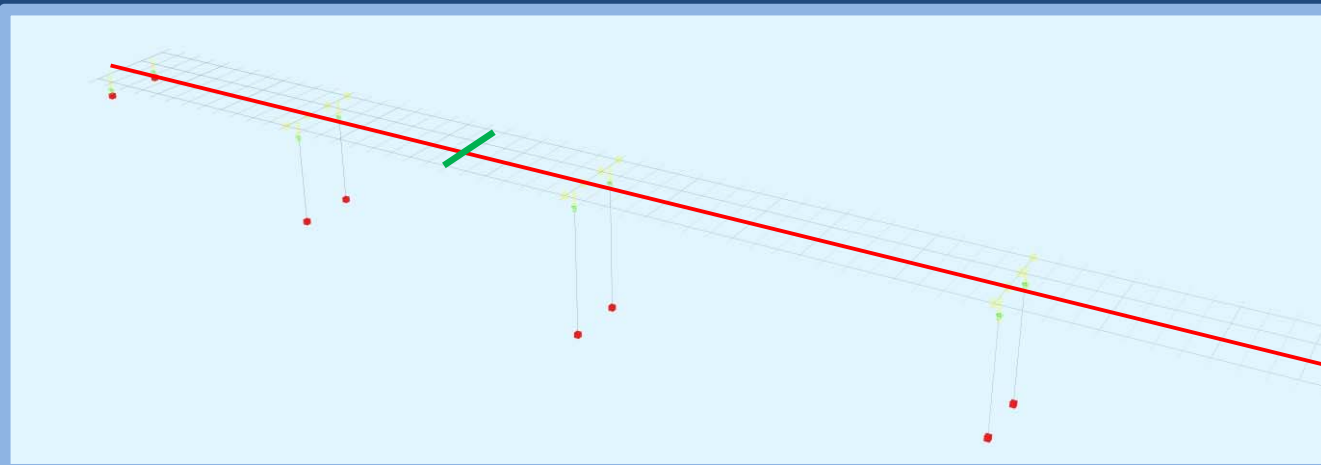
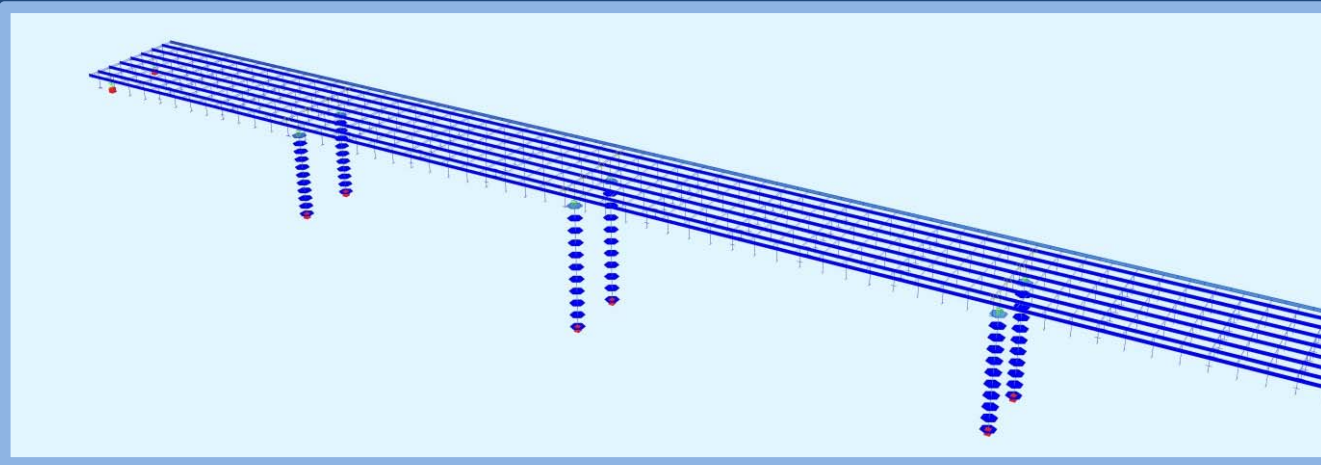
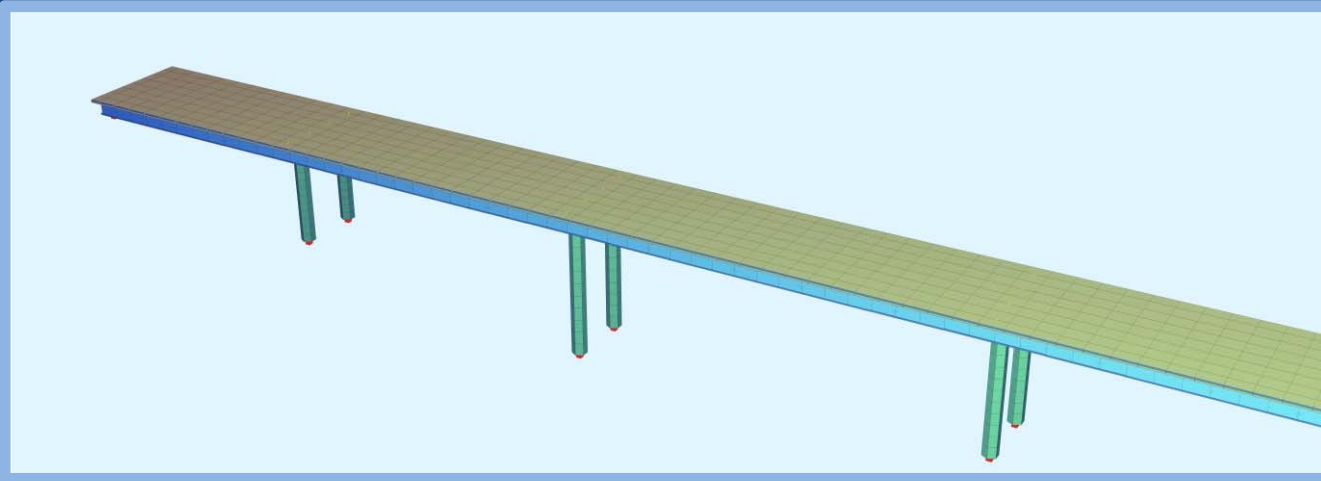


Poprečna krutost



- torzijska krutost ploče obično se uzima sa polovicom vrijednosti: $I_T = 0,333 \frac{bd^3}{2}$

Roštiljno djelovanje



Roštiljno djelovanje

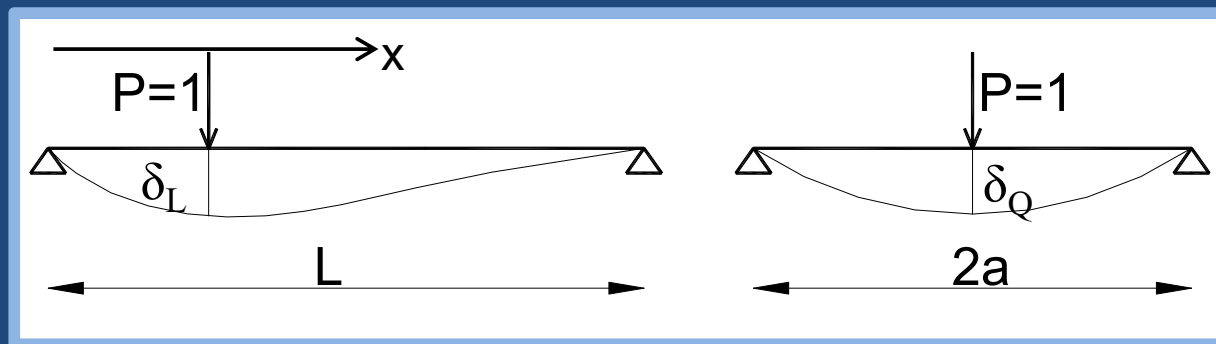
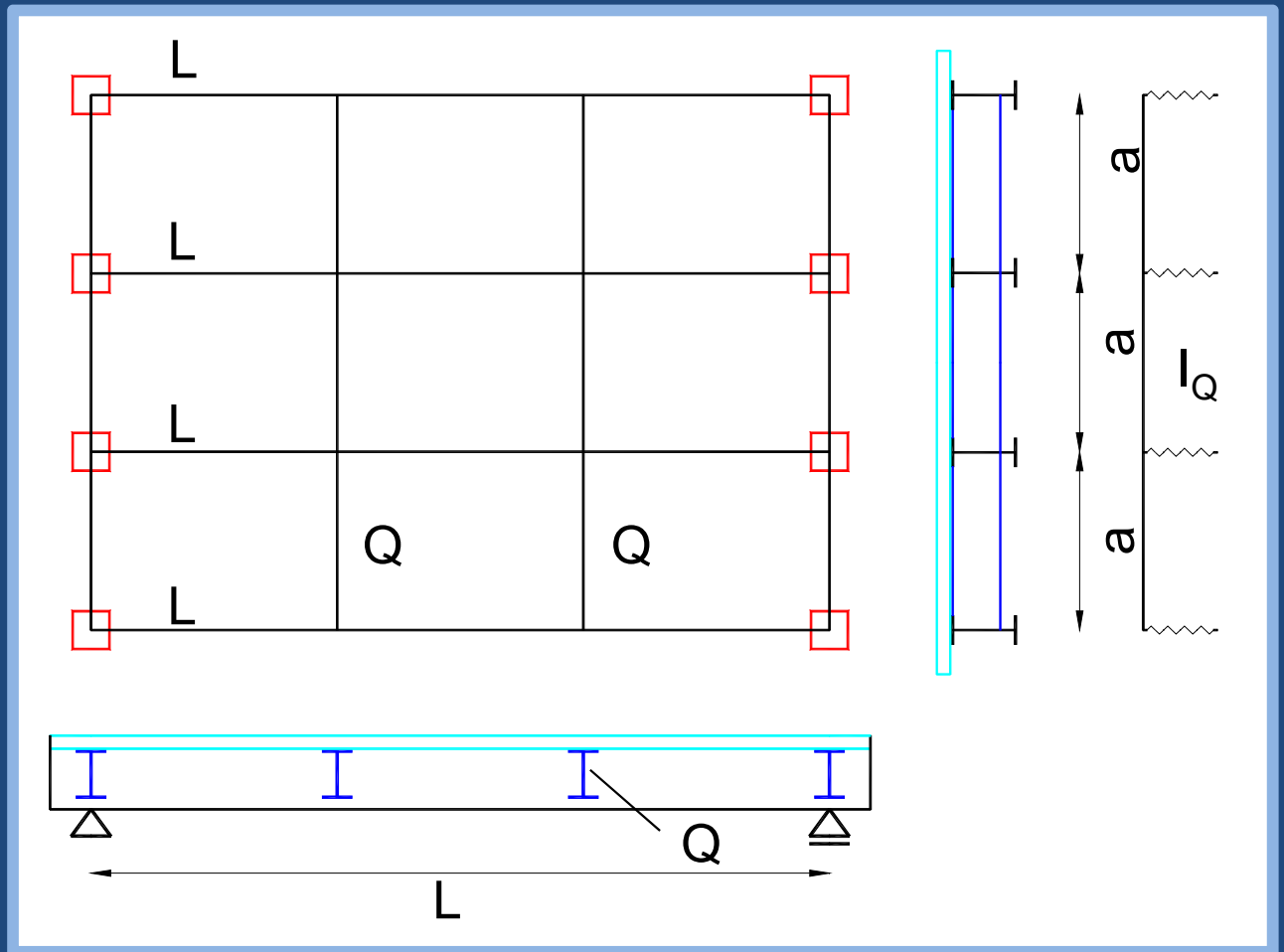
- parametar roštiljne krutosti za torzijski mekane roštilje

Roštiljna krutost: $z = \frac{\delta_L}{\delta_Q}$

Za statički sustav prostih greda:

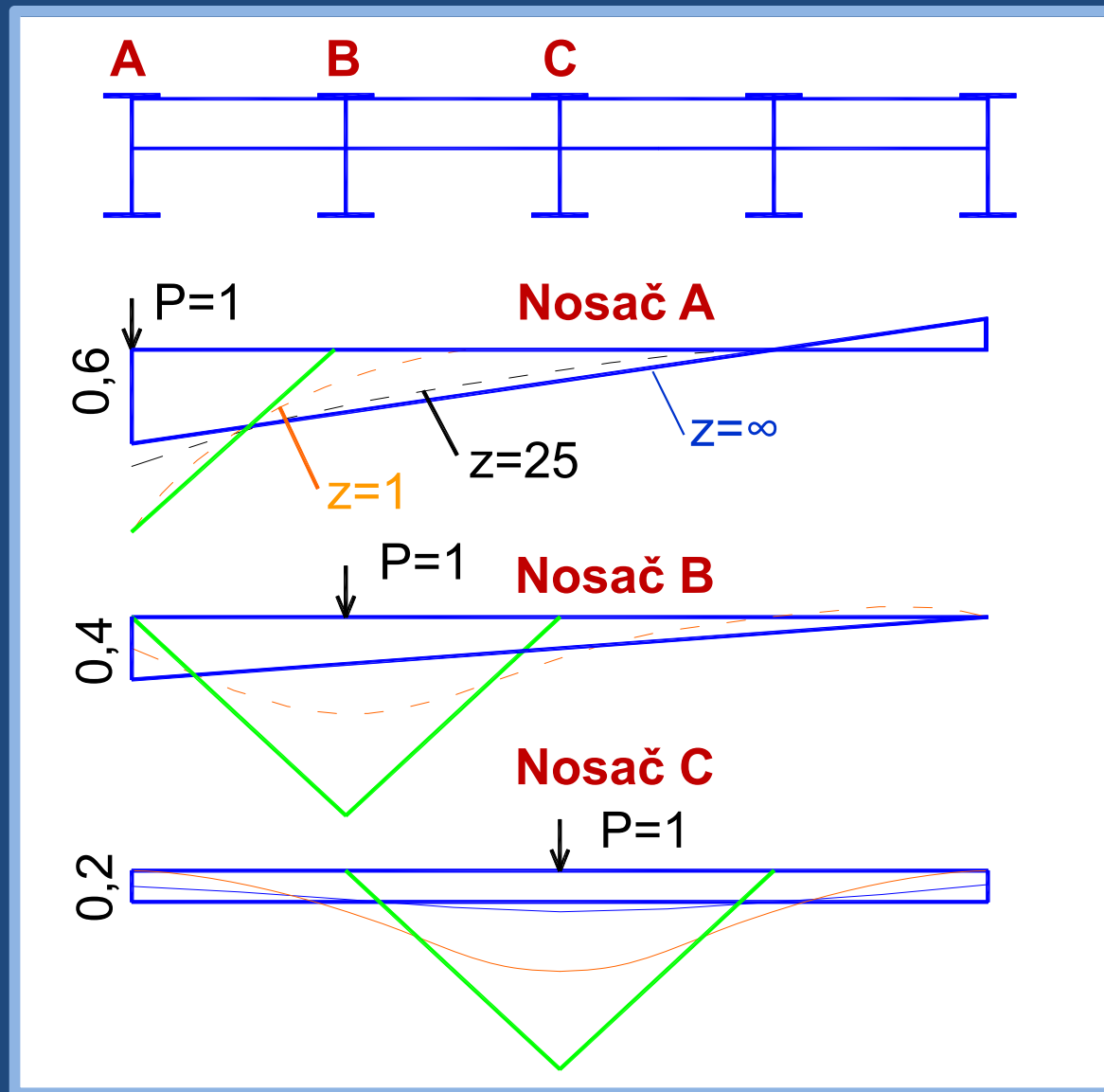
$$\delta_Q = \frac{1 \cdot (2a)^3}{48EI_Q} = \frac{a^3}{6EI_Q} \rightarrow z = \frac{6EI_Q}{a^3} \delta_L$$

$$\text{za } x = L/2 \rightarrow z = \left(\frac{L}{2a} \right)^3 \cdot \frac{I_Q}{I_L}$$



Roštiljno djelovanje

- primjer poprečne raspodjele u $L/2$ za različite slučajeve roštiljne krutosti, za presjek sa 5 glavnih nosača i jednim poprečnim nosačem u sredini raspona



$$z = \left(\frac{L}{2a} \right)^3 \frac{I_Q}{I_L}$$

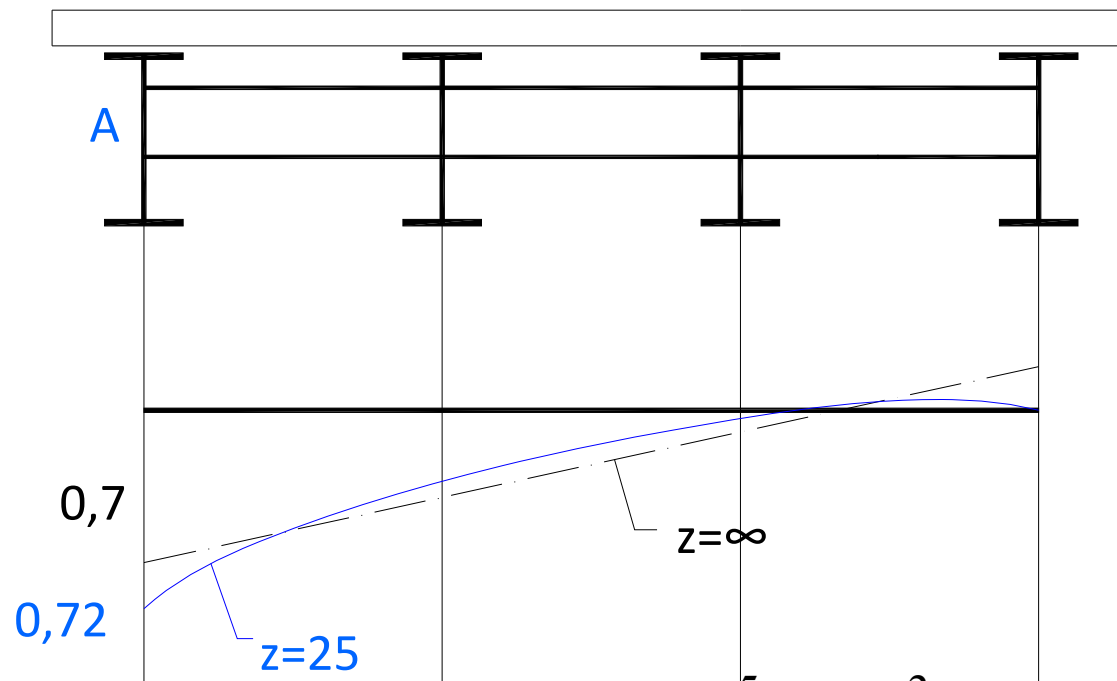
Primjer za $L = 20 \text{ m}$; $a = 2 \text{ m}$:

$$z = 1 \Rightarrow I_Q / I_L = 1/125$$

$$z = 25 \Rightarrow I_Q / I_L = 1/5$$

- za roštiljne krutosti $z > 25$ može se pretpostaviti poprečna raspodjela kao za $z = \infty$

Roštiljno djelovanje



$$\eta_A = \frac{5+z}{10+4z} + \frac{3+9z}{6+20z} = \frac{\frac{5}{z}+1}{\frac{10}{z}+4} + \frac{\frac{3}{z}+9}{\frac{6}{z}+20}$$

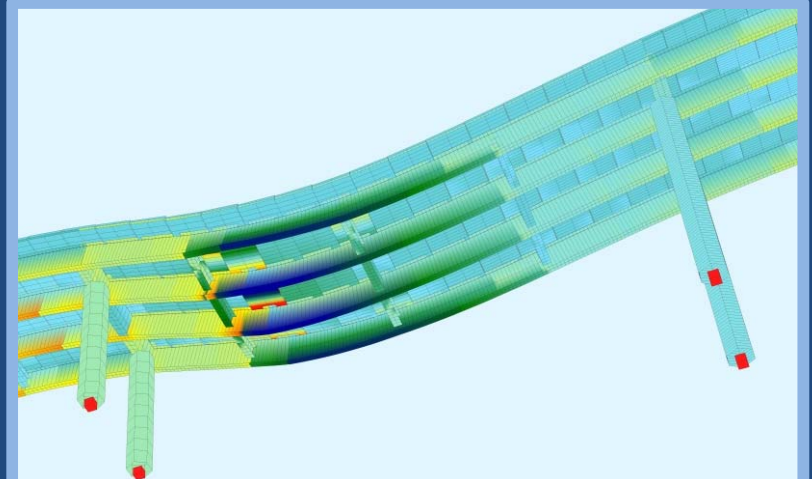
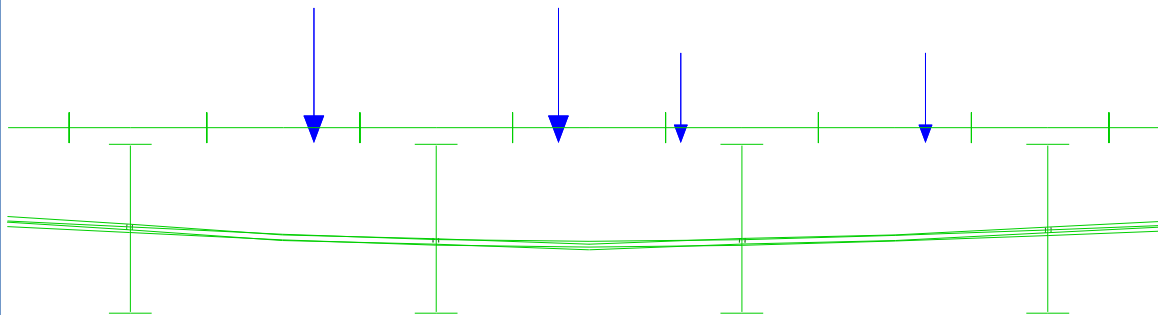
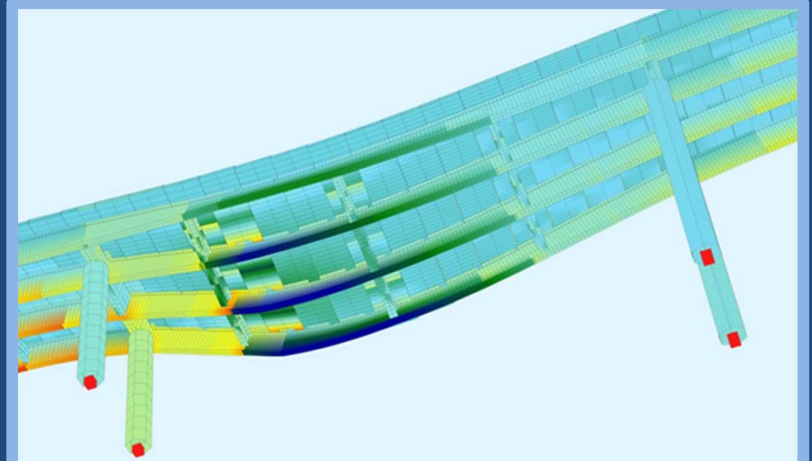
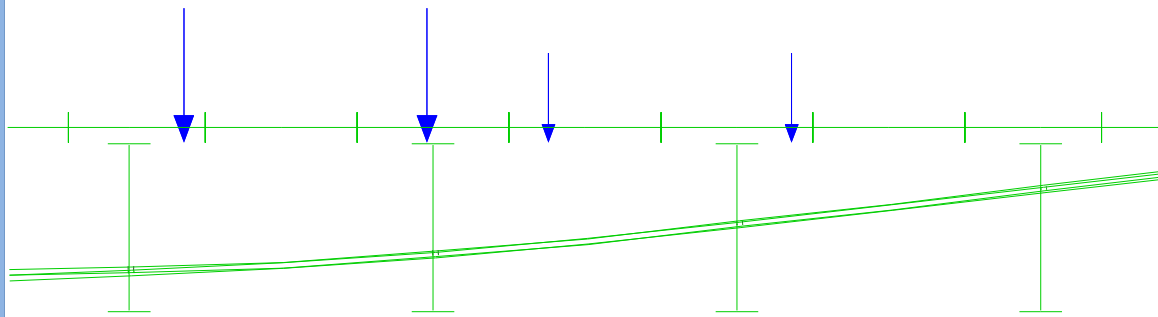
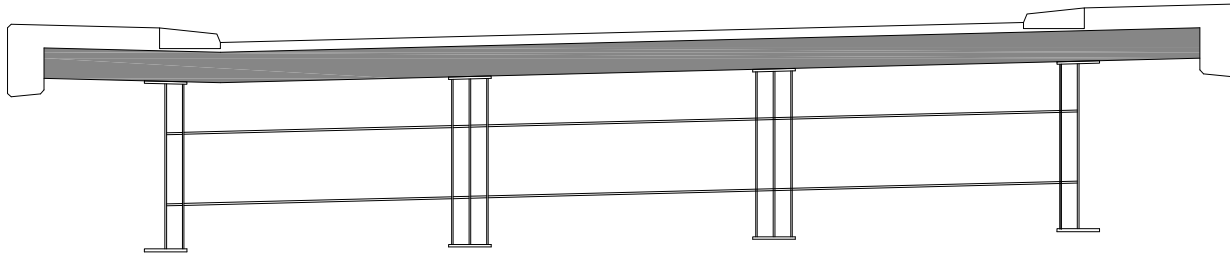
$$z = \infty \Rightarrow \eta_A = 0,7$$

$$z = 25 \Rightarrow \eta_A = 0,72$$

$$z = \left(\frac{L}{2a} \right)^3 \frac{I_Q}{I_L} \quad \begin{array}{l} a = 2,0m \\ L = 20m \end{array}$$

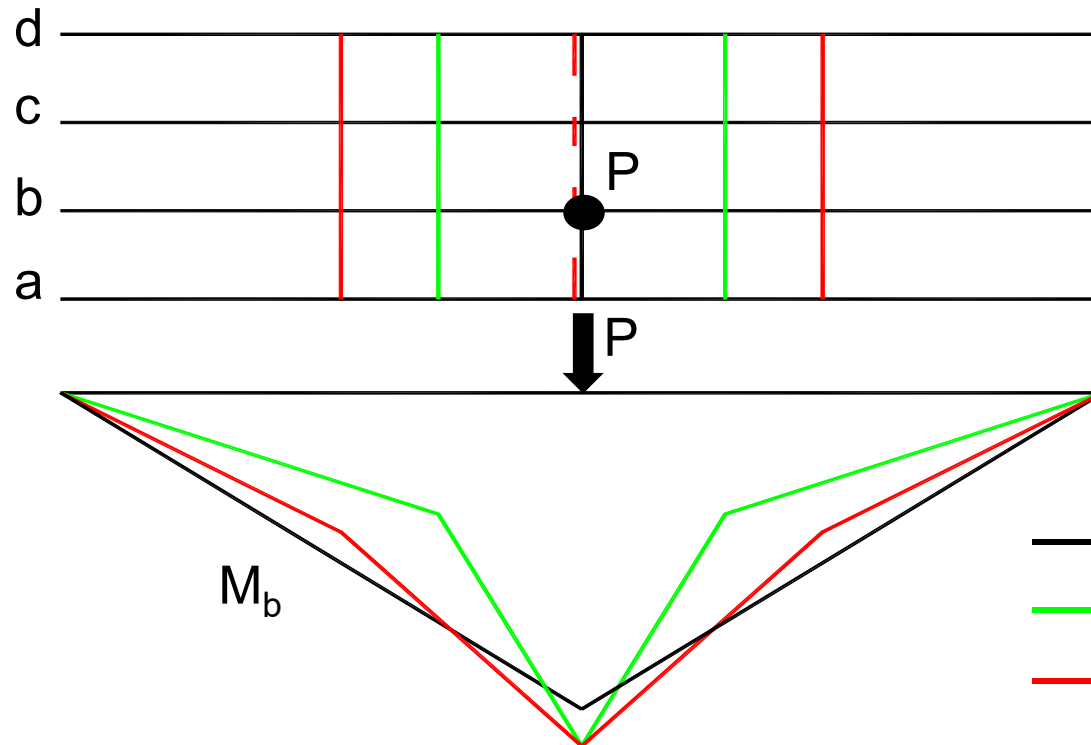
$$25 = 125 \frac{I_Q}{I_L} \rightarrow \frac{I_Q}{I_L} = 0,2$$

Roštiljno djelovanje



Roštiljno djelovanje

- mijenjanje broja poprečnih nosača u rasponu nema znatnijeg utjecaja na roštiljnu krutost:



$$za \quad I_T < \frac{a}{200} \sqrt{\frac{I_L \cdot I_Q}{a\lambda}}$$

(a = razmak GN; λ = razmak PN)

- 1 PN u $l/2$ $M_b=0,082 PI$
- 2 PN u $l/3$ $M_b=0,093 PI$
- 3 PN u $l/4$ $M_b=0,091 PI$

- svedena roštiljna krutost za model sa jednim poprečnim nosačem u sredini raspona:

$$z = k \cdot \left(\frac{L}{2a} \right)^3 \frac{I_Q}{I_L}$$

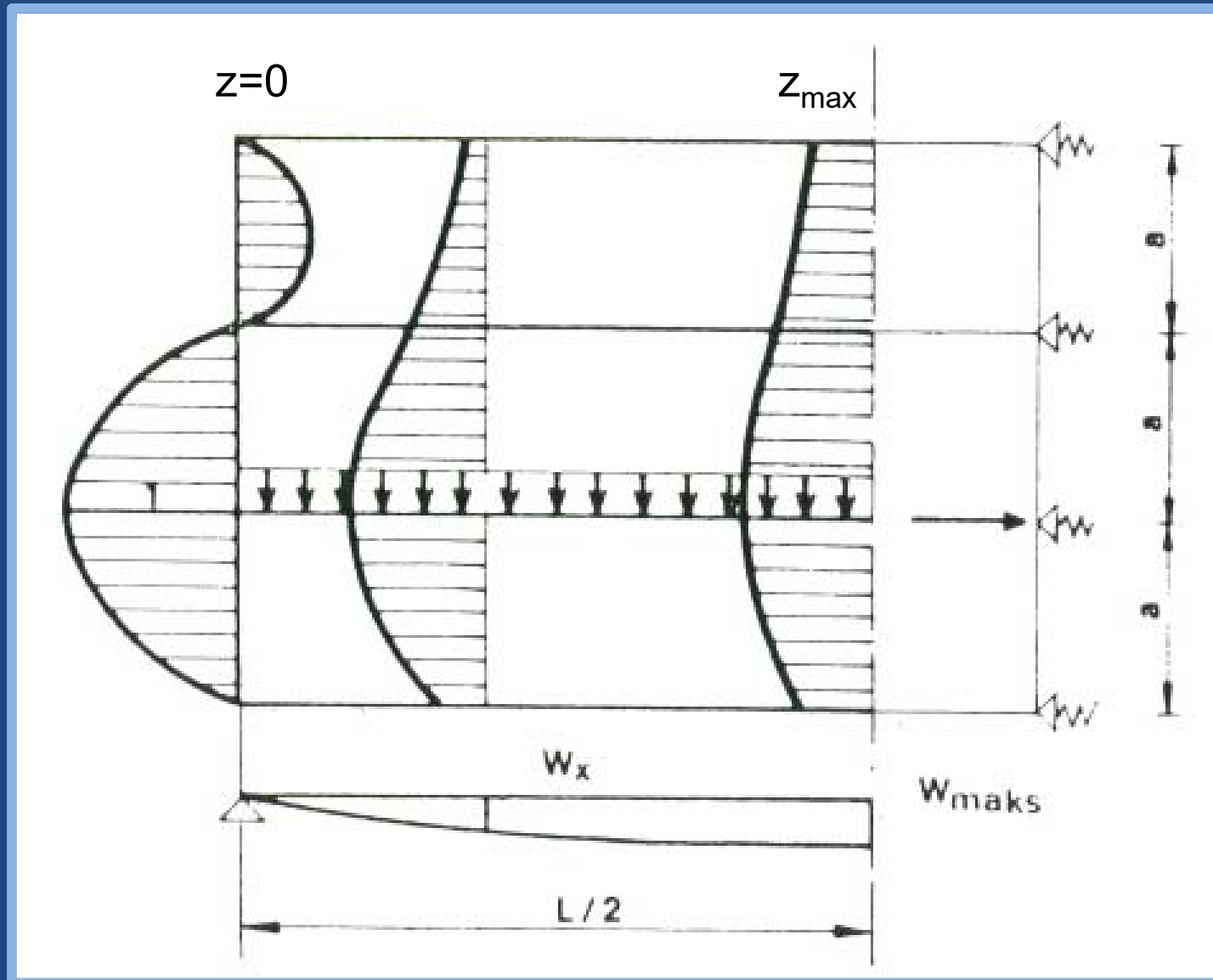
k=1 za 1-2 poprečna nosača

k=1,6 za 3-4 poprečna nosača

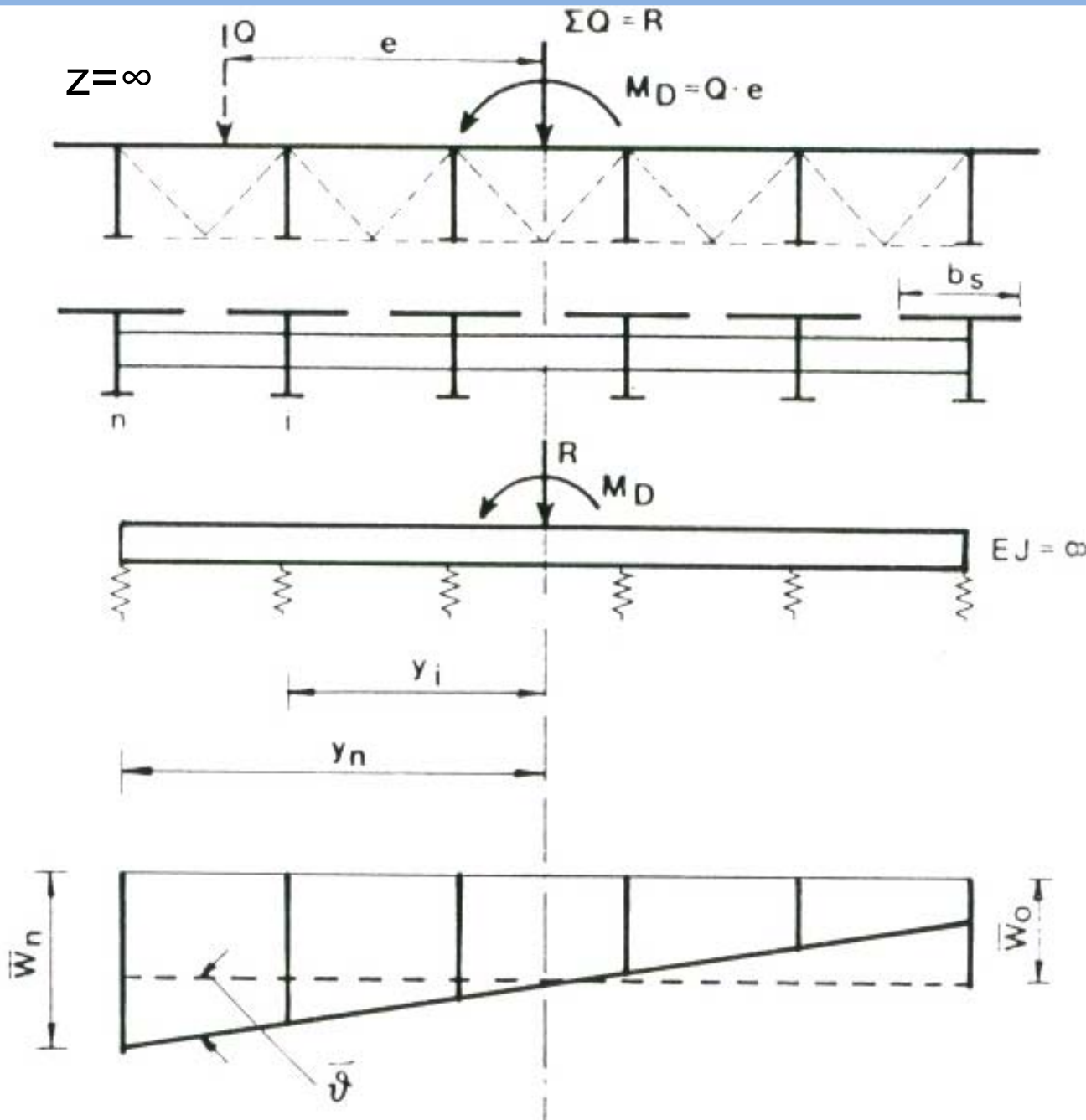
k=2 za 5 i više poprečnih nosača

Roštiljno djelovanje

- promjena poprečne raspodjele u rasponu ovisno o promjeni faktora z :



Apsolutno kruti poprečni nosač



$$\text{za } Q=1 \quad M_D = 1 \cdot e$$

$$P_i = c \cdot \bar{w}_i$$

$$c_i = f(EI_L) = k \cdot I_i$$

$$\bar{w}_i = \bar{w}_0 + \bar{\varphi} \cdot y_i$$

$$P_i = k I_i (\bar{w}_0 + \bar{\varphi} y_i)$$

$$= I_i (w_0 + \varphi \cdot y_i)$$

$$P_i = I_i (w_0 + \varphi \cdot y_i)$$

Uvjeti ravnoteže

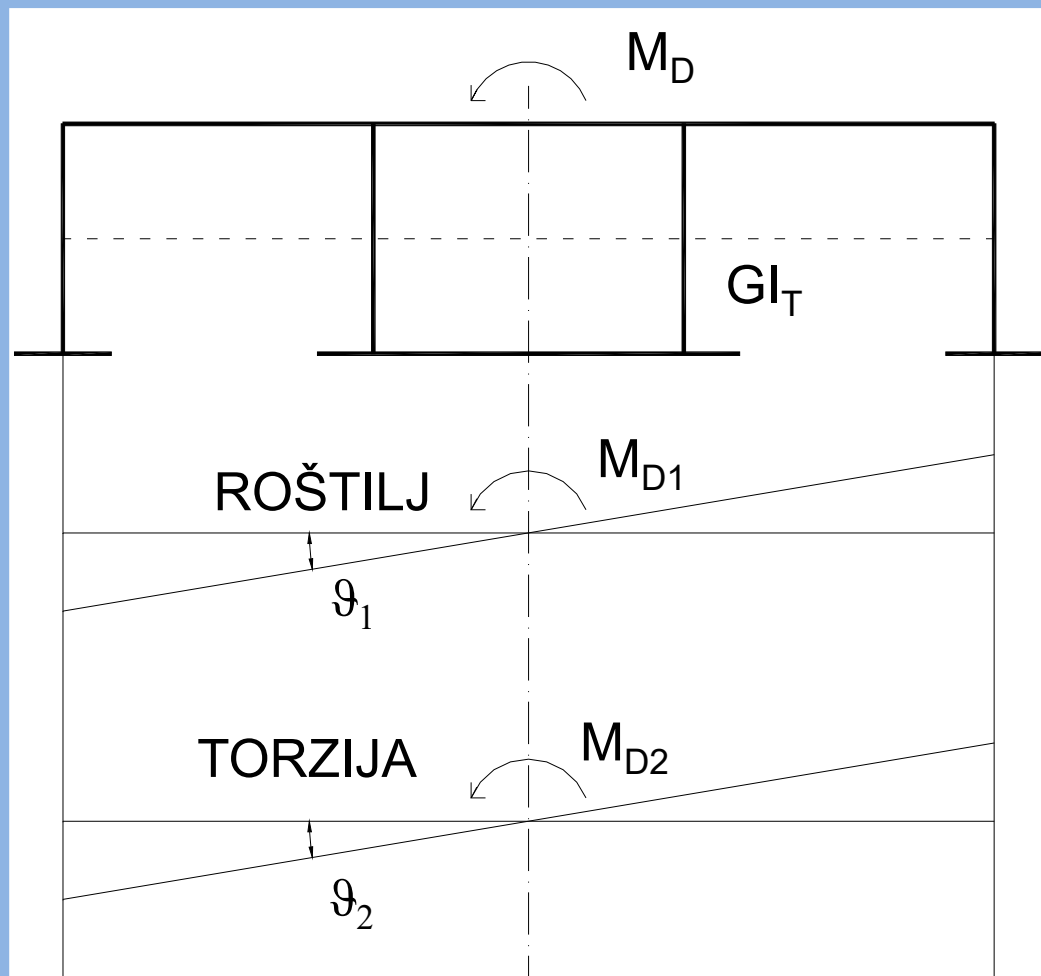
$$\sum V = 0, \quad \sum M = 0$$

$$P_i = \frac{I_i}{\sum I_i} R + \frac{y_i I_i}{\sum y_i^2 I_i} \cdot M_D$$

$$\text{za } R=1 \quad i \quad M_D = 1 \cdot e \rightarrow P_i = \eta_i$$

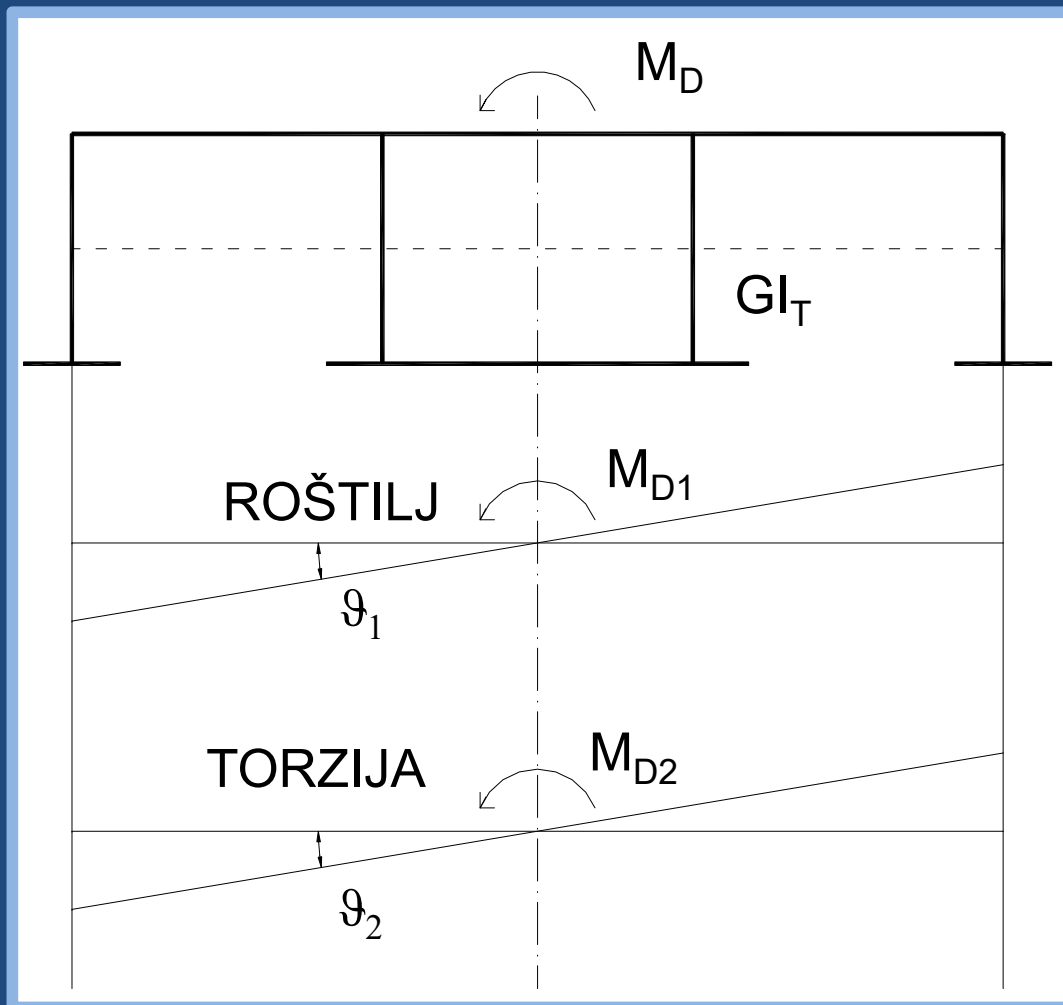
$$\eta_i = \frac{I_i}{\sum I_i} + \frac{y_i I_i}{\sum y_i^2 I_i} e = \frac{1}{n} + \frac{y_i e}{\sum y_i^2}$$

Kombinacija roštiljne i torzijske krutosti



Vanjsko torzijsko opterećenje M_D se rastavlja na roštiljnu komponentu (M_{D1}) i torzijsku komponentu (M_{D2}) koje su obrnuto proporcionalne svojim zakretanjima.

Kombinacija roštiljne i torzijske krutosti



$$\frac{M_{D1}}{M_D} = \frac{\frac{1}{\vartheta_1}}{\frac{1}{\vartheta_1} + \frac{1}{\vartheta_2}} = \frac{\vartheta_2}{\vartheta_1 + \vartheta_2} \rightarrow M_{D1} = \frac{1}{1 + \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}} \cdot M_D$$

$$\frac{M_{D2}}{M_D} = \frac{\vartheta_1}{\vartheta_1 + \vartheta_2} \rightarrow M_{D2} = \frac{1}{1 + \frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}} \cdot M_D$$

$$\eta_i = \frac{I_i}{\sum_1^n I_i} + \frac{y_i I_i}{\sum_i^n y_i^2 I_i} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}} e$$

Korekcija roštiljne komponente

Roštiljno zakretanje:

$$\vartheta_1 = \frac{\delta_i}{y_i} = \frac{P_i L^3}{y_i \cdot 48 E I_i} = \frac{e}{\sum y_i^2 I_i} \cdot \frac{L^3}{48 E}$$

Torzijsko zakretanje:

$$\vartheta_2 = \frac{1 \cdot e L}{4 G I_T}$$

$$\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2} = \frac{I_T}{\sum y_i^2 I_i} \cdot \frac{L^2}{12} \frac{G}{E}; \quad P_i = \frac{y_i e}{\sum y_i^2}$$

Torzijska komponenta prenosi značajan dio nesimetričnog opterećenja pa je roštiljna komponenta znatno smanjena!

PRORAČUN I DIMENZIONIRANJE



Proračun i dimenzioniranje

Postavljanje statičkog sustava i analiza opterećenja



Proračun reznih sila i progiba



Provjera graničnih naprezanja



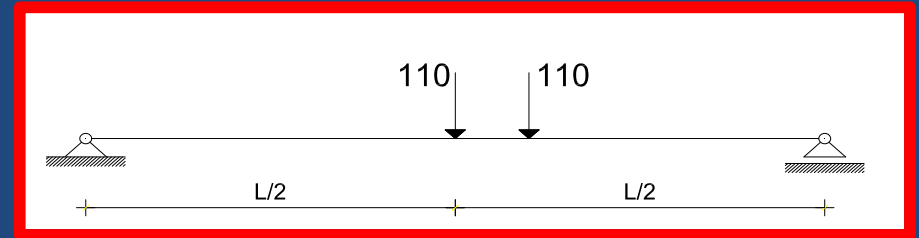
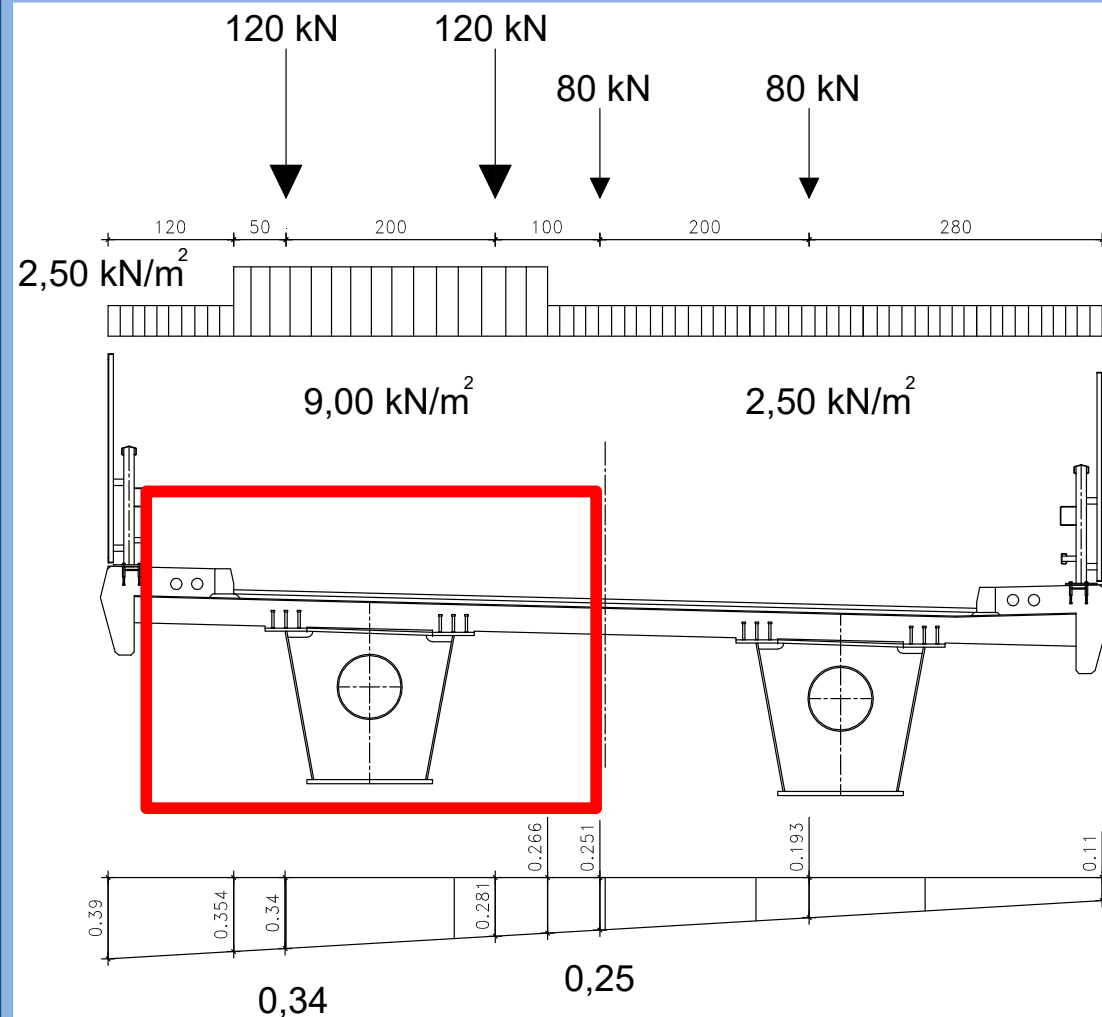
Provjera globalne i lokalne stabilnosti



Dokaz zamora

Postavljanje statičkog sustava i izračun naprezanja

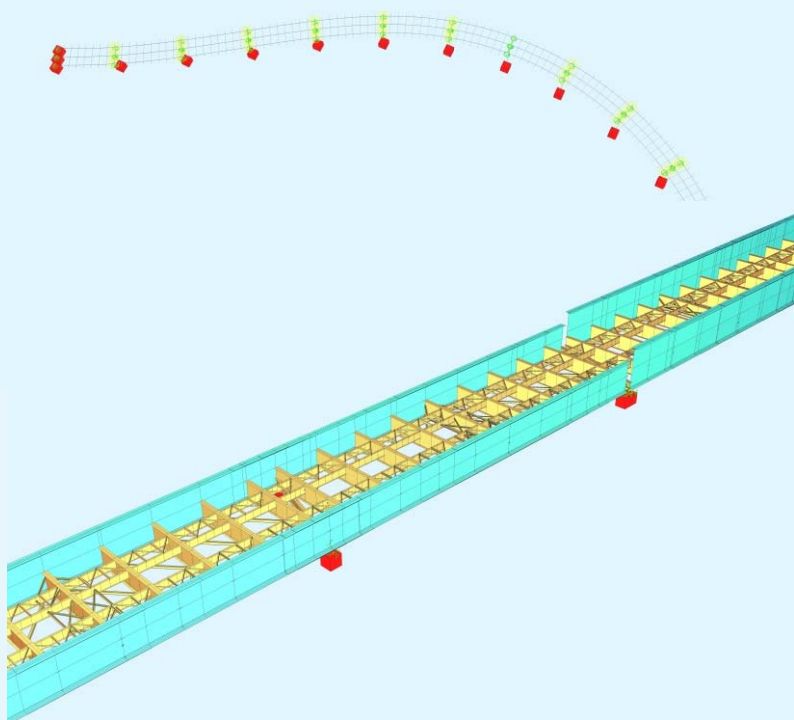
Svađanje na jednostavniji statički sustav



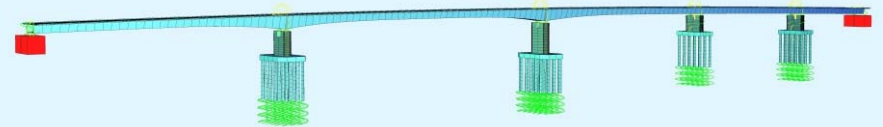
Postavljanje statičkog sustava i izračun naprezanja

Modeliranje konačnim elementima

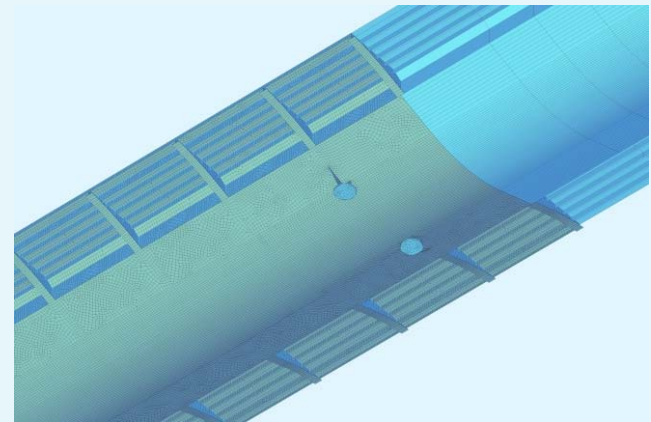
Roštiljni modeli



Štapni modeli



Modeli sa plošnim elementima



Klasifikacije presjeka u mostovima

Određivanje reznih sila**Otpornost presjeka****Klasa 1****Plastično****Plastično**

- Nije uobičajen proračun reznih sila u plastičnom području kod mostova
- Presjeci nosača mostova teško mogu zadovoljiti ovu klasu zbog visokih hrptova

Klasa 2**Elastično****Plastično**

- Zbog dimenzija presjeka nosača u mostovima teško je ostvariv (neekonomičan!) kompaktan poprečni presjek

Klasa 3**Elastično****Elastično**

- Uglavnom minimalna (preporučena) klasifikacija presjeka u mostovima
- Obično se presjeci uvijek svrstavaju u ovu klasu, uz dodatno ograničavanje naprezanja prema kontroli lokalne stabilnosti

Klasa 4**Elastično****Elastično uz redukciju**

- Presjeci mostova velikih raspona (visoki hrptovi, široki sanduci), složenost proračuna i dimenzioniranja stabilnosti zbog isključivanja dijelova presjeka iz nosivosti

Klasifikacije presjeka u mostovima

ZAKLJUČNO:

- Većina presjeka mosta minimalno je klase 3
- Ovo je posljedica specifičnosti konstrukcija mostova:
 - cilj je imati što veću krutost konstrukcije zbog smanjenja progiba od prometa – zato se presjeci rade relativno visoki
 - raspoloživa visina nosača uglavnom nije ograničavajući faktor kao u visokogradnji gdje su presjeci niski i kompaktni (valjani profili) i gdje je potrebna veća robusnost konstrukcije
 - cilj je minimalizirati količinu čelika pa se zato visoki presjeci rade vitki - da bi presjek iste visine zadovoljio nižu klasu utrošak materijala bio bi nesrazmjeran dobitku u nosivosti
 - kompaktni presjeci su teži što povećava udio koji otpada na vlastiti težinu u ukupnoj nosivosti presjeka, i također povećava opterećenje na donji ustroj

Provjera graničnih naprezanja u elastičnom području (GSN)

KVALITETA ČELIKA (EN 10025-2)	t ≤ 40 mm		40 mm < t ≤ 100 mm	
	f _y	f _u	f _y	f _u
S235 J2	235	360	215	340
S355 J2	355	510	335	490
S355 K2				
S355 N				
S460 N	460	570	430	550
S460 NL				

$$\sigma_{Rd} = f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_M} \quad \tau_{Rd} = \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}}$$

$\gamma_M = 1,0$ ako ne postoji problem stabilnosti (vlak)

$\gamma_M = 1,1$ ako može doći do gubitka stabilnosti (tlak)

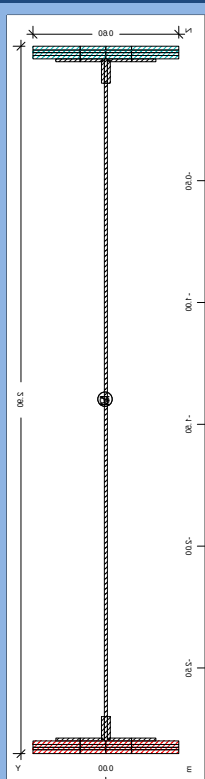
$$S_{Ed} = S_{Ed} \left[\sum_j (\gamma_{G,j} \cdot G_{k,j}) + \gamma_Q \cdot Q_{k,1} + \sum_{i>1} (\gamma_Q \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}) + \gamma_p \cdot P_k \right]$$

$$\sigma_{Ed} \leq \sigma_{Rd}$$

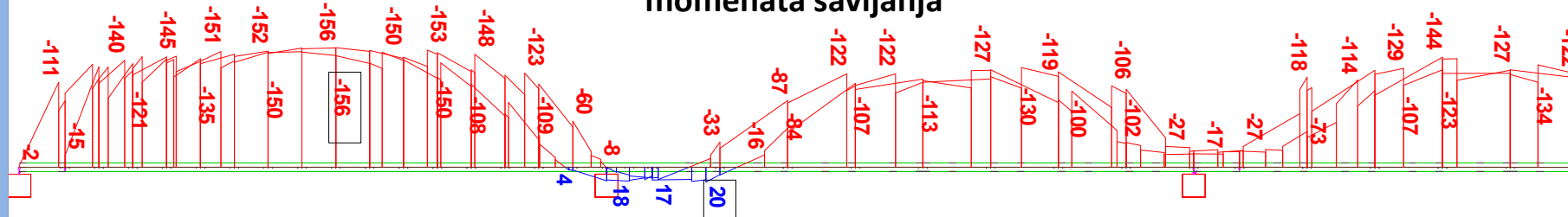
$$\tau_{Ed} \leq \tau_{Rd}$$

Provjera graničnih naprezanja u elastičnom području (GSN)

- „izravnavanje” (ujednačavanje) slike naprezanja postiže se promjenom debljina (i/ili broja) lamela duž nosača
- povećanjem debljina i broja lamela duž nosača pokriva se momentni dijagram na sličan način kao što se to u betonskim konstrukcijama radi s armaturom



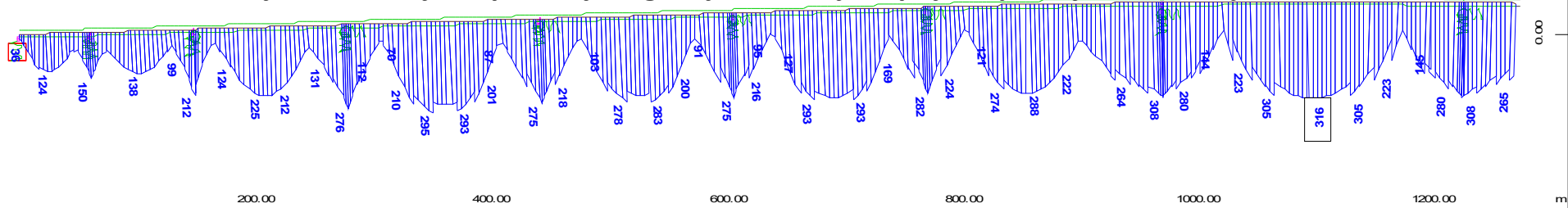
Naprezanja u gornjem pojasu uskopojasnog kontinuiranog nosača mosta od najvećih pozitivnih momenata savijanja



NOSAČ B GORNJI POJ.		1	1'	2	2'	3	3'	4	4'	5	5'	6	6'	7	7'	8	8'	9	9'	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
		55	55	42	120					140	21	115		107	35	57	230	83	260			235		180		310	230	24	140	153	100	170	100	85	20
BROJ LAMELA		1	2	3	4	5		4	3	2	3	4	5	4	3	2		3		2	1		2	3	4	3	2	1	2		3				
DEBLJINE		14	2x14	3x14	3x14+ 12	3x14+ 2x12		3x14+ 12	3x14	2x14	2x14+ 12	2x14+ 2x12	2x14+ 3x12	2x14+ 2x12	2x14+ 12	14+12		14+ 2x12		14+12	14		2x14	2x14+ 12	2x14+ 12	2x14+ 12	2x14	14	2x14		2x14+ 12				
			395	395	395	3426.7		395	395				266.7	395	395					3426.7	395	395				395	266.7	395	395				3426.7	395	395
			197.5	197.5	197.5	197.5							133.4	133.4														266.7							

Provjera graničnih naprezanja u elastičnom području (GSN)

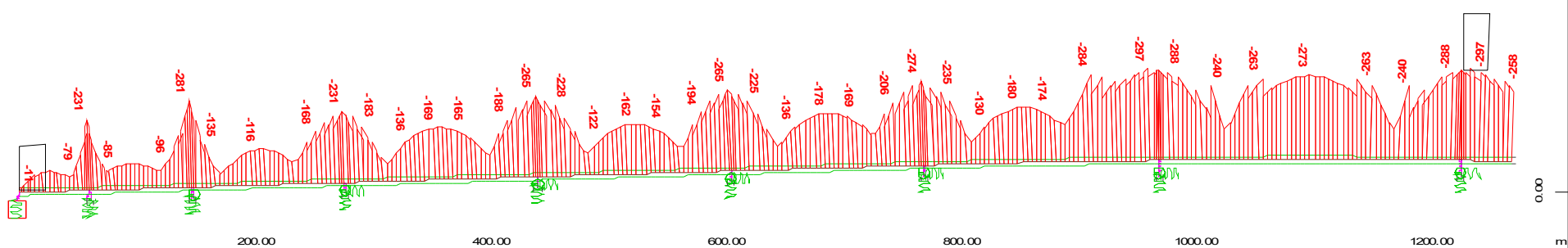
Izjednačavanje naprezanja u gornjem i donjem pojasu promjenom debljine limova



Cijeli most

Beam Elements , Maximum tensile stress, Design Case 2107 ULS_design+, Material 1 S 355 T (EN 1993) CELIK HRPTA , 1 cm 3D = 200.0 MPa
(Max=316.1)

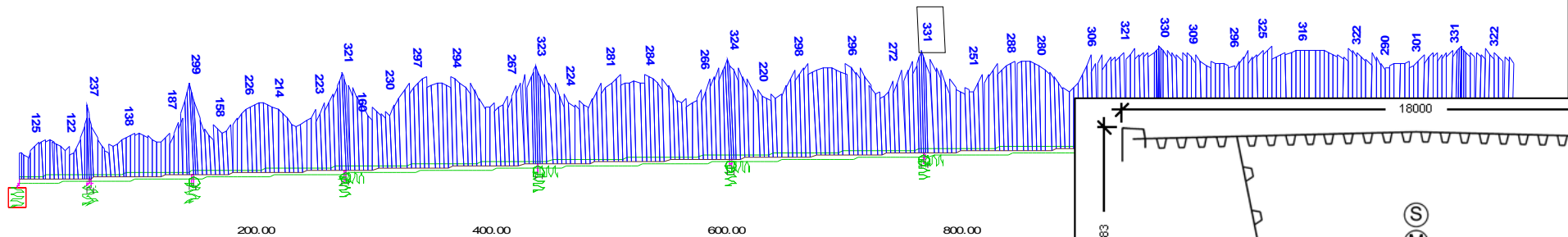
M 1 : 5231



Cijeli most

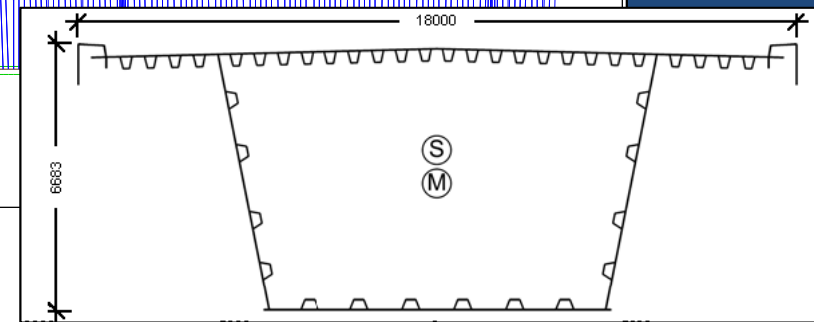
Beam Elements , Maximum compression stress, Design Case 2107 ULS_design+, Material 1 S 355 T (EN 1993) CELIK HRPTA , 1 cm 3D = 200.0 MPa (Min=-297.4) (Max=-10.8)

M 1 : 5242



Cijeli most

Beam Elements , v.Mises stress, Design Case 2107 ULS_design+, Material 1 S 355 T (EN 1993) CELIK HRPTA , 1 cm 3D = 200.0 MPa
(Max=331.0)



Ograničavanje graničnih progiba (GSU)

$$\frac{L}{u} \geq K$$

L – raspon nosača

u – progib od prometnog opterećenja

K – iskustvena vrijednost omjera raspona i progiba

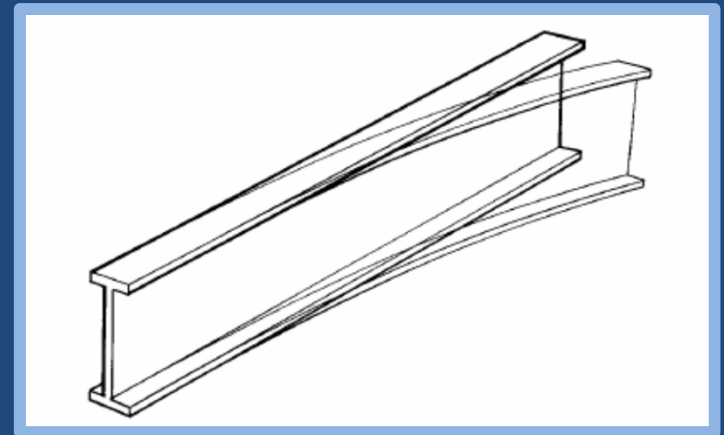
	Vrijednost K
Cestovni mostovi	oko 500
Željeznički mostovi	700 – 800
Željeznički mostovi (v > 200 km/h)	do 1700

Globalna stabilnost nosača

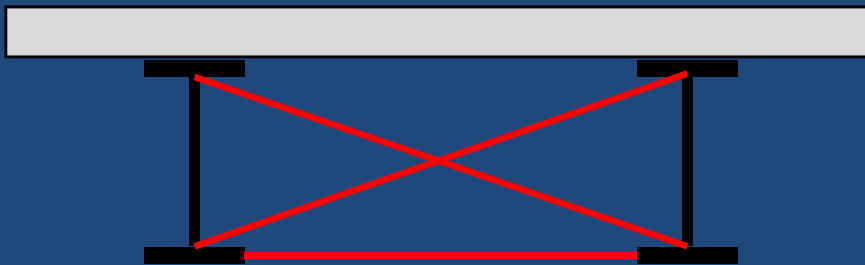
- Osjetljivost na bočne nestabilnosti
- Problem globalne stabilnosti prisutan je kod uskopojasnih nosača otvorenih presjeka sa tlačnim nepridržanim pojasom

Bočno izvijanje

- Osigurava se pridržavanjem tlačnog pojasa nosača



Gornji pojas nosača je u tlačnom području (pozitivni moment) pridržan betonskom pločom



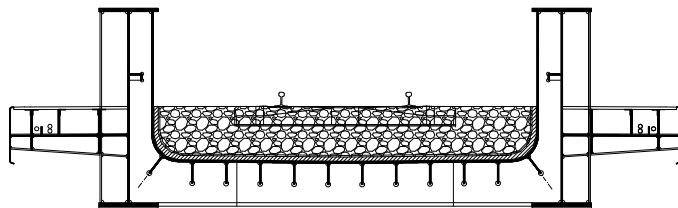
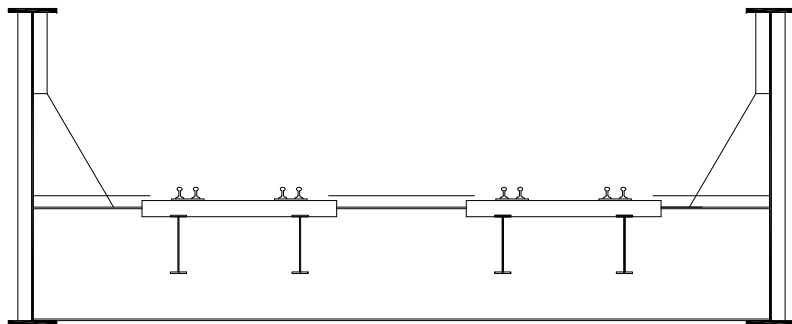
Torzijski poprečni spregovi iznad svakog oslonaca i najmanje tri u polju za pridržavanje donjeg pojasa



Poprečni nosači iznad oslonaca (tlačni donji pojas) za pridržavanje donjeg pojasa

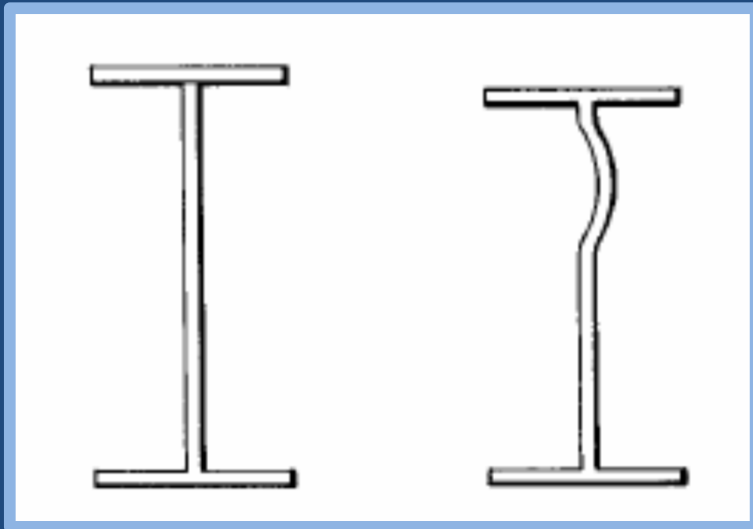
Globalna stabilnost nosača

- Kod mostova sa upuštenim kolnikom stabilnost gornjeg pojasa u područjima pozitivnog momenta savijanja se osigurava okvirnim djelovanjem sa poprečnim nosačem



Lokalna stabilnost presjeka

- Kako je većina presjeka nosača minimalno klase 3, potrebno je osigurati lokalnu stabilnost limova kako vi se povećala iskoristivost presjeka
- ovo se postiže izvedbom ukrućenja koja, ukoliko su dostatne krutosti, ograničavaju problem stabilnosti na polja omeđena tim ukrućenjima
- ovako se značajno povećava nosivost presjeka, uz minimalno povećanje količine materijala



Lokalna stabilnost presjeka

- Vertikalna rebra se postavljaju na konstantnom razmaku (obično 4 m), a horizontalna se postavljaju kod većih visina hrpta i to u težište tlačnog područja (obično donja trećina visine hrpta u okolini ležaja)
- Važno je da uzdužna ukrućenja budu kontinuirana odnosno da neprekinuta prolaze kroz poprečna ukrućanja



Lokalna stabilnost presjeka

- Vertikalna rebra se postavljaju na konstantnom razmaku (obično 4 m), a horizontalna se postavljaju kod većih visina hrpta i to u težište tlačnog područja (obično donja trećina visine hrpta u okolini ležaja)
- Važno je da uzdužna ukrućenja budu kontinuirana odnosno da neprekinuta prolaze kroz poprečna ukrućanja



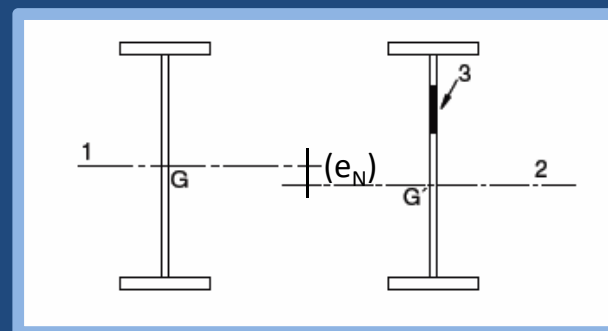
Lokalna stabilnost presjeka

Dokaz lokalne stabilnosti može se provesti na dva načina:

Redukcija tlačnih područja: EN 1993-1-5

- Za presjeke klase 4 vrši se redukcija područja u tlaku i na takvom reduciranom presjeku (A_{eff} , W_{eff}) provjeravaju se naprezanja od računskih djelovanja momenata savijanja i uzdužnih sila:

$$\frac{N_{Ed}}{f_{yd} A_{eff}} + \frac{M_{Ed} + N_{Ed} e_N}{f_{yd} W_{eff}} \leq 1,0$$

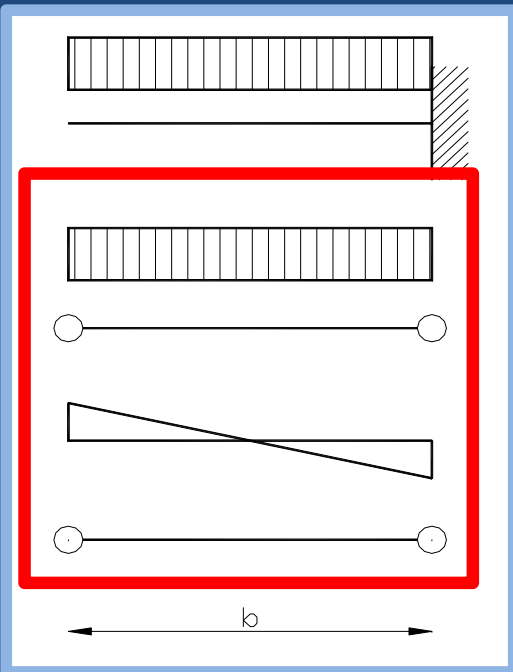
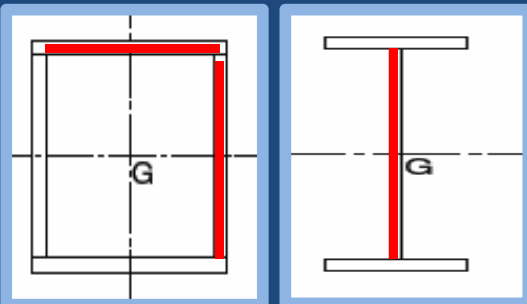


Ograničavanje naprezanja: EN 1993-1-5 (poglavlje 10) Fachbericht 103, dio III-10

- Presjeci se uvijek svrstavaju u klasu 3
- Dokaz stabilnosti podrazumijeva ograničavanje naprezanja u presjeku

Lokalna stabilnost presjeka (EN 1993-1-5) – neukrućeni limovi

➤ opći izraz za kritično naprezanje izbočavanja: $\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \cdot k_\sigma = \sigma_E \cdot k_\sigma$



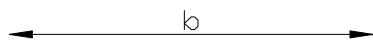
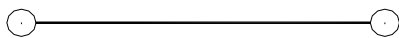
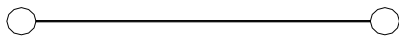
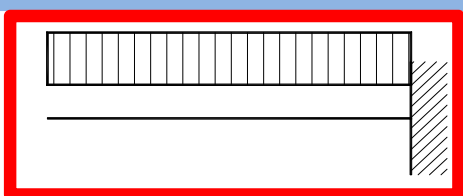
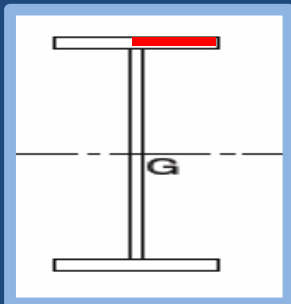
Tlačno naprezana ploča pridržana na 2 kraja:

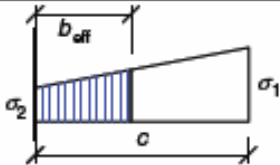
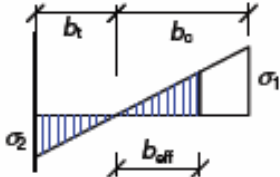
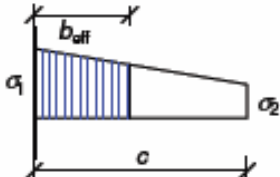
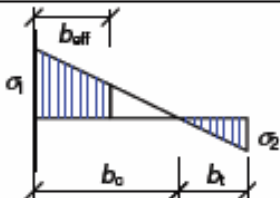
Stress distribution (compression positive)				Effective ^p width b_{eff}		
				$\underline{\psi = 1:}$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = 0,5 b_{eff} \quad b_{e2} = 0,5 b_{eff}$		
				$\underline{1 > \psi \geq 0:}$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = \frac{2}{5-\psi} b_{eff} \quad b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$		
				$\underline{\psi < 0:}$ $b_{eff} = \rho b_c = \rho \bar{b} / (1-\psi)$ $b_{e1} = 0,4 b_{eff} \quad b_{e2} = 0,6 b_{eff}$		
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi > -3$
Buckling factor k_σ	4,0	$8,2 / (1,05 + \psi)$	7,81	$7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2$	23,9	$5,98 (1 - \psi)^2$

Lokalna stabilnost presjeka (EN 1993-1-5) – neukrućeni limovi

➤ opći izraz za kritično naprezanje izbočavanja: $\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \cdot k_\sigma = \sigma_E \cdot k_\sigma$

Tlačno naprezana ploča pridržana na 1 kraju:



Stress distribution (compression positive)		Effective ^P width b_{eff}		
	$1 > \psi \geq 0:$ $b_{eff} = \rho c$			
	$\psi < 0:$ $b_{eff} = \rho b_c = \rho c / (1-\psi)$			
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	1	0	-1	$1 \geq \psi \geq -3$
Buckling factor k_σ	0,43	0,57	0,85	$0,57 - 0,21\psi + 0,07\psi^2$
	$1 > \psi \geq 0:$ $b_{eff} = \rho c$			
	$\psi < 0:$ $b_{eff} = \rho b_c = \rho c / (1-\psi)$			
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$
Buckling factor k_σ	0,43	$0,578 / (\psi + 0,34)$	1,70	$1,7 - 5\psi + 17,1\psi^2$
				-1
				23,8

Lokalna stabilnost presjeka (EN 1993-1-5) – neukrućeni limovi

➤ opći izraz za kritično naprezanje izbočavanja: $\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \cdot k_\sigma = \sigma_E \cdot k_\sigma$

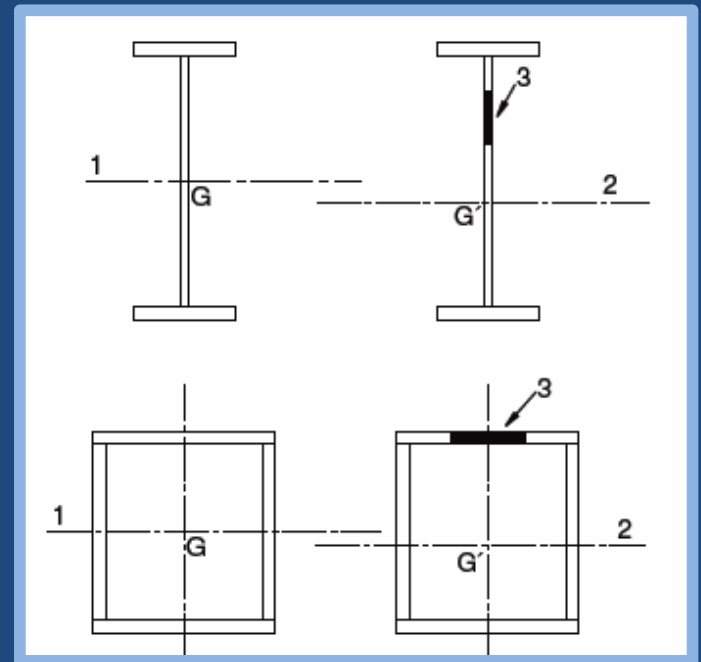
$$A_{c,eff} = \rho A_c$$

$$\left. \begin{array}{ll} \rho=1 & \bar{\lambda}_p \leq 0,673 \\ \rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055(3+\psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0 & \bar{\lambda}_p > 0,673 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Tlačno} \\ \text{naprezana ploča} \\ \text{pridržana na 2} \\ \text{kraja} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{ll} \rho=1 & \bar{\lambda}_p \leq 0,748 \\ \rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,188}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0 & \bar{\lambda}_p > 0,748 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Tlačno} \\ \text{naprezana ploča} \\ \text{pridržana na 1} \\ \text{kraju} \end{array}$$

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{\bar{b}/t}{28,4\epsilon\sqrt{k_\sigma}}$$

$$\epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$



Iz rješenja izraza za $p=1$ (nema redukcije lima ploče za stabilnost) dobivamo uvijete c/t za dijelove presjeka koji ga svrstavaju u klasu 3.

Lokalna stabilnost presjeka (EN 1993-1-5) – neukruženi limovi

EN 1993-1-1: 2005 (E)

Table 5.2 (sheet 1 of 3): Maximum width-to-thickness ratios for compression parts

Internal compression parts						
Class	Part subject to bending	Part subject to compression	Part subject to bending and compression			
Stress distribution in parts (compression positive)						
1	$c/t \leq 72\varepsilon$	$c/t \leq 33\varepsilon$	when $\alpha > 0,5$: $c/t \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1}$ when $\alpha \leq 0,5$: $c/t \leq \frac{36\varepsilon}{\alpha}$			
2	$c/t \leq 83\varepsilon$	$c/t \leq 38\varepsilon$	when $\alpha > 0,5$: $c/t \leq \frac{456\varepsilon}{13\alpha - 1}$ when $\alpha \leq 0,5$: $c/t \leq \frac{41,5\varepsilon}{\alpha}$			
Stress distribution in parts (compression positive)						
3	$c/t \leq 124\varepsilon$	$c/t \leq 42\varepsilon$	when $\psi > -1$: $c/t \leq \frac{42\varepsilon}{0,67 + 0,33\psi}$ when $\psi \leq -1^*)$: $c/t \leq 62\varepsilon(1 - \psi)\sqrt{(-\psi)}$			
$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$						
	f_y	235	275	355	420	460
	ε	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

*) $\psi \leq -1$ applies where either the compression stress $\sigma \leq f_y$ or the tensile strain $\varepsilon_y > f_y/E$

EN 1993-1-1: 2005 (E)

Table 5.2 (sheet 2 of 3): Maximum width-to-thickness ratios for compression parts

Outstand flanges

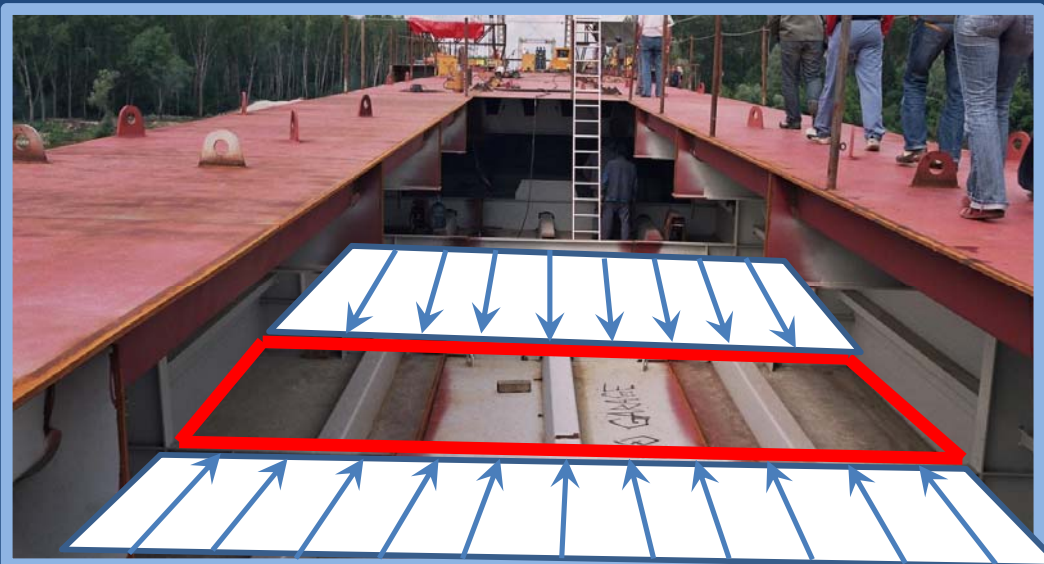
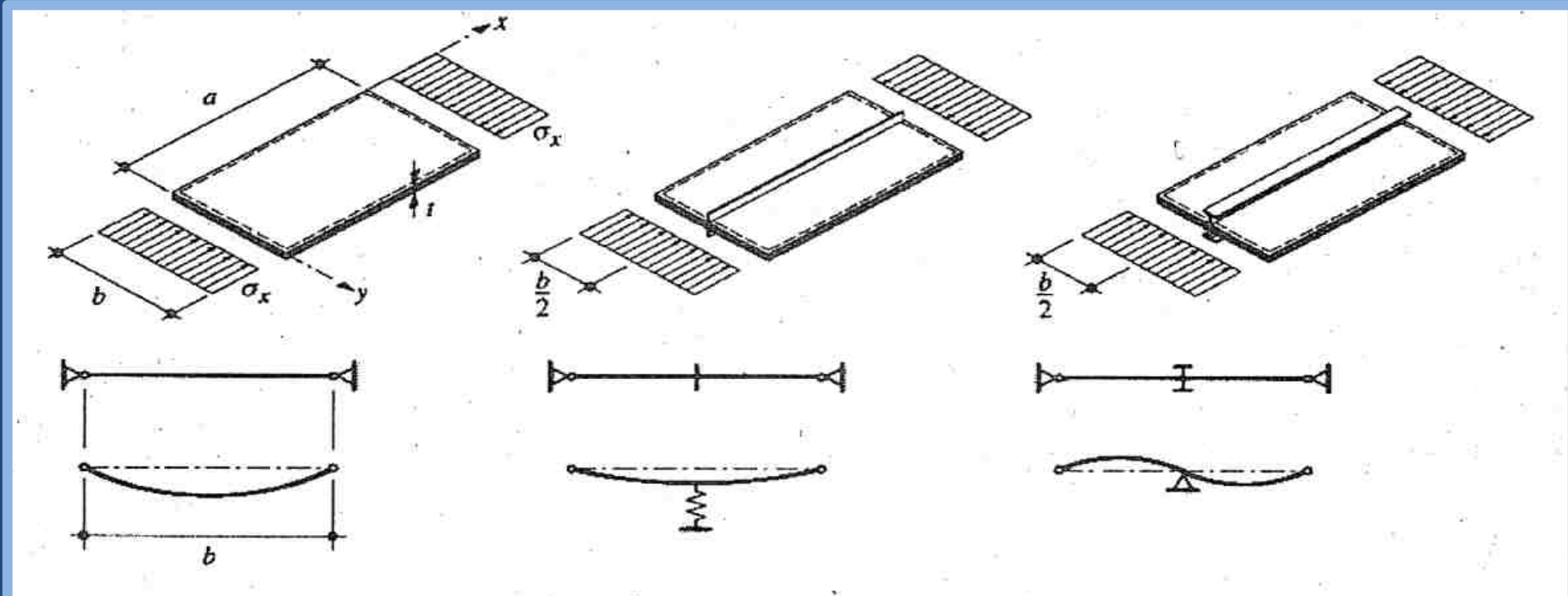
Rolled sections

Welded sections

Class	Part subject to compression	Part subject to bending and compression													
		Tip in compression	Tip in tension												
Stress distribution in parts (compression positive)															
1	$c/t \leq 9\varepsilon$	$c/t \leq \frac{9\varepsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{9\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$												
2	$c/t \leq 10\varepsilon$	$c/t \leq \frac{10\varepsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{10\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$												
Stress distribution in parts (compression positive)															
3	$c/t \leq 14\varepsilon$	$c/t \leq 21\varepsilon\sqrt{k_\sigma}$ For k_σ see EN 1993-1-5													
$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$ <table> <tr> <td>f_y</td><td>235</td><td>275</td><td>355</td><td>420</td><td>460</td></tr> <tr> <td>ε</td><td>1,00</td><td>0,92</td><td>0,81</td><td>0,75</td><td>0,71</td></tr> </table>				f_y	235	275	355	420	460	ε	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71
f_y	235	275	355	420	460										
ε	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71										

Iz rješenja izraza za $p=1$ (nema redukcije lima ploče za stabilnost) dobivamo uvijete c/t za dijelove presjeka koji ga svrstavaju u klasu 3.

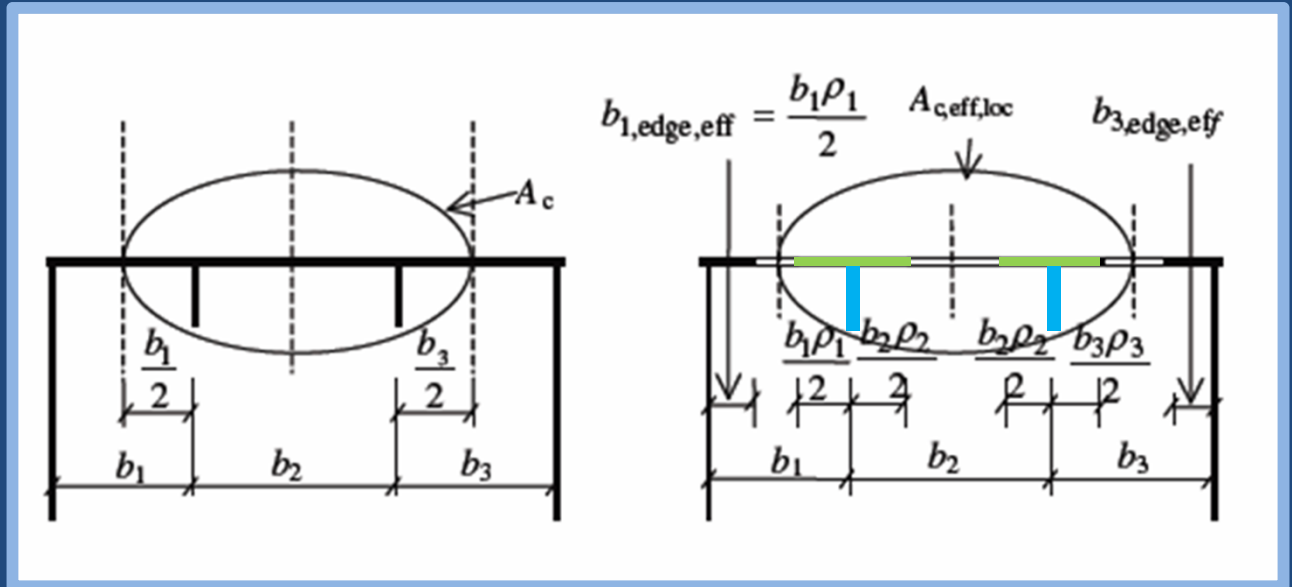
Lokalna stabilnost presjeka (EN 1993-1-5) – ukrućeni limovi



Lokalna stabilnost presjeka (EN 1993-1-5) – ukrućeni limovi

$$A_{c,eff} = \rho_c A_{c,eff,loc} + \sum b_{edge,eff} t$$

$$A_{c,eff,loc} = A_{sl,eff} + \sum_c \rho_{loc} b_{c,loc} t$$

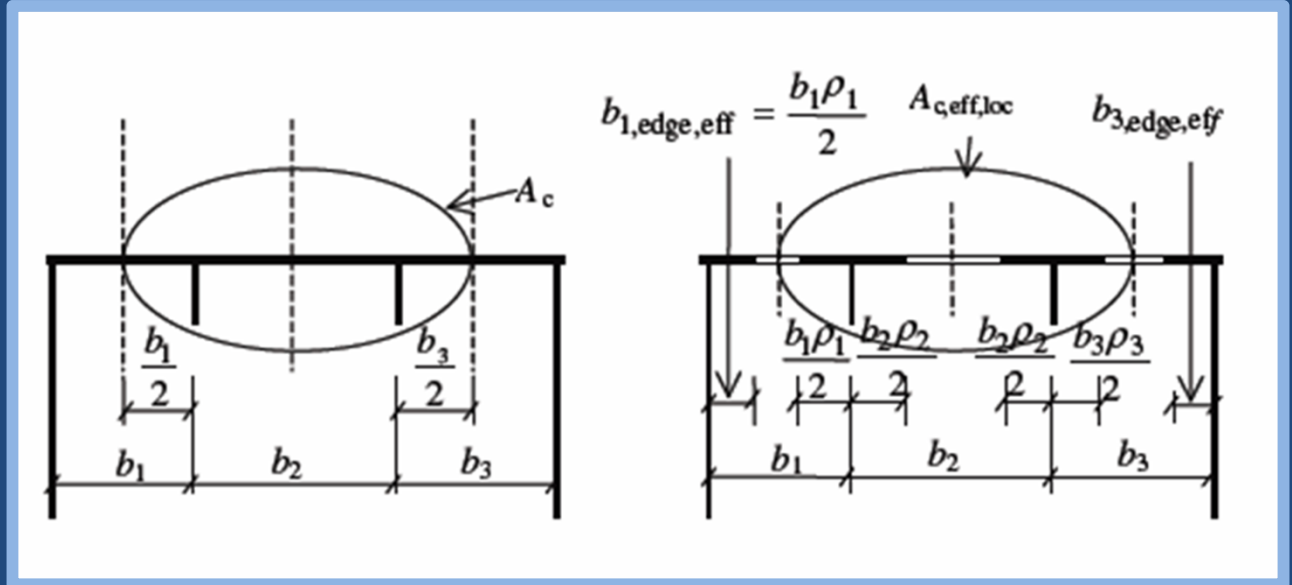


$A_{c,eff,loc}$ = površina rebara i reducirana površina ploče kada se ploča između rebara promatra kao neukrućena

Lokalna stabilnost presjeka (EN 1993-1-5) – ukrućeni limovi

$$A_{c,eff} = \rho_c \cdot A_{c,eff,loc} + \sum b_{edge,eff} t$$

$$A_{c,eff,loc} = A_{sl,eff} + \sum_c \rho_{loc} b_{c,loc} t$$



ρ_c – koeficijent redukcije koji se sastoji od dijela uslijed pločastog ponašanja ekvivalentne ortotropne ploče i dijela uslijed štapnog ponašanja kritične ukrute

Lokalna stabilnost presjeka (EN 1993-1-5) – ukrućeni limovi

$$A_{c,eff} = \rho_c \cdot A_{c,eff,loc} + \sum b_{edge,eff} t$$

$$A_{c,eff,loc} = A_{sl,eff} + \sum_c \rho_{loc} b_{c,loc} t$$

Pločasto ponašanje ek. or. ploče:

Relativna vikost ekvivalentne ploče:

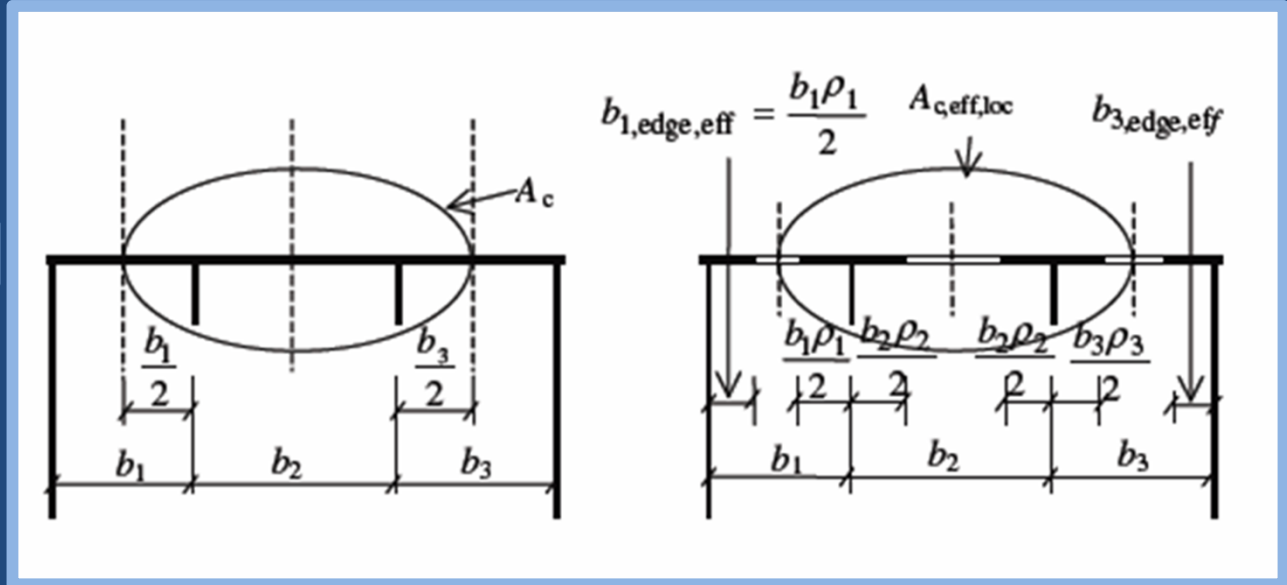
$$\left. \begin{aligned} \bar{\lambda}_p &= \sqrt{\frac{\beta_{A,c} f_y}{\sigma_{cr,p}}} \\ \beta_{A,c} &= \frac{A_{c,eff,loc}}{A_c} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \rho = \dots$$

Elastično kritično naprezanje ekvivalentne ortotropne ploče:

$$\sigma_{cr,p} = \frac{\pi^2 E t^2}{12 (1 - \nu^2) b^2} \cdot k_{\sigma,p}$$

$$k_{\sigma,p} = \frac{2 \left((1 + \alpha^2)^2 + \gamma - 1 \right)}{\alpha^2 (\psi + 1) \cdot (1 + \delta)} z a \quad \alpha \leq \sqrt[4]{\gamma}$$

$$k_{\sigma,p} = \frac{4 (1 + \sqrt{\gamma})}{(\psi + 1) \cdot (1 + \delta)} z a \quad \alpha > \sqrt[4]{\gamma}$$



$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \geq 0,5; \quad \gamma = \frac{I_{sl}}{I_p}; \quad \delta = \frac{\sum A_{sl}}{A_p}; \quad \alpha = \frac{a}{b} \geq 0,5$$

- I_{sl} moment tromosti čitave ukrućene ploče
- I_p moment tromosti od same ploče $\left(\frac{b t^3}{12 (1 - \nu^2)} \right)$
- $\sum A_{sl}$ suma površina pojedinih rebara
- A_p površina ploče (bt)
- σ_1 veće rubno naprezanje
- σ_2 manje rubno naprezanje

Lokalna stabilnost presjeka (EN 1993-1-5) – ukrućeni limovi

$$A_{c,eff} = \rho_c \cdot A_{c,eff,loc} + \sum b_{edge,eff} t$$

$$A_{c,eff,loc} = A_{sl,eff} + \sum_c \rho_{loc} b_{c,loc} t$$

Štapno ponašanje kritične ukrute:

$$\bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{\beta_{A,c} f_y}{\sigma_{cr,sl}}} \quad \sigma_{cr,sl} = \frac{\pi^2 E I_{sl,1}}{A_{sl,1} a^2}$$

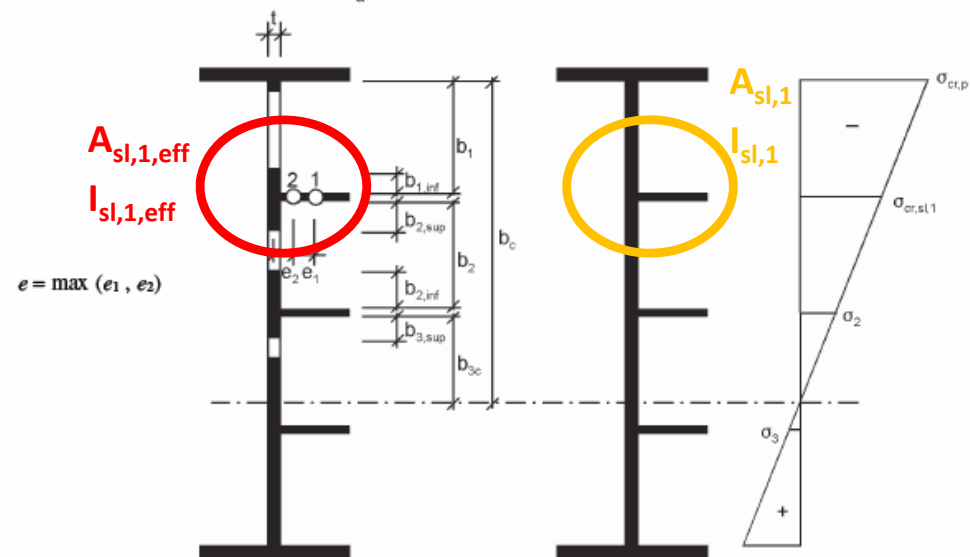
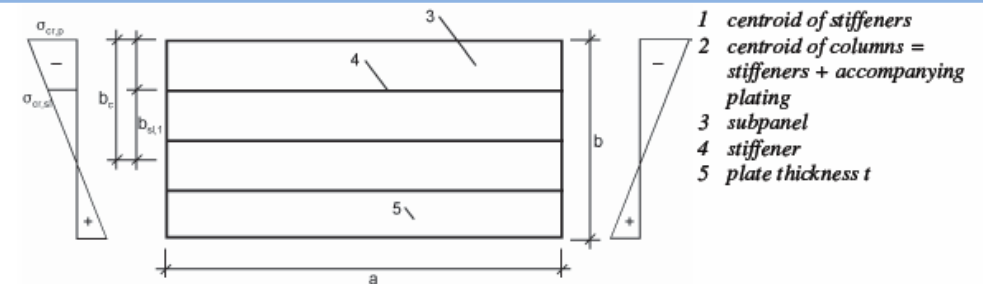
$$\beta_{A,c} = \frac{A_{sl,1,eff}}{A_{sl,1}}$$

$$\chi_c = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}_c^2}}$$

$$\Phi = 0,5 \left[1 + \alpha_c (\bar{\lambda}_c - 0,2) + \bar{\lambda}_c^2 \right]$$

$$\alpha_c = \alpha + \frac{0,09}{i/e} \begin{cases} \alpha = 0,34 & \text{zatvorene ukrute} \\ \alpha = 0,49 & \text{otvorene ukrute} \end{cases}$$

$$i = \sqrt{\frac{I_{sl,1}}{A_{sl,1}}}$$



	width for gross area	width for effective area according to Table 4.1	condition for ψ_i
$b_{1,inf}$	$\frac{3-\psi_1}{5-\psi_1} b_1$	$\frac{3-\psi_1}{5-\psi_1} b_{1,eff}$	$\psi_1 = \frac{\sigma_{cr,sl,1}}{\sigma_{cr,p}} > 0$
$b_{2,sup}$	$\frac{2}{5-\psi_2} b_2$	$\frac{2}{5-\psi_2} b_{2,eff}$	$\psi_2 = \frac{\sigma_2}{\sigma_{cr,sl,1}} > 0$
$b_{2,inf}$	$\frac{3-\psi_2}{5-\psi_2} b_2$	$\frac{3-\psi_2}{5-\psi_2} b_{2,eff}$	$\psi_2 > 0$
$b_{3,sup}$	$0,4 b_{3c}$	$0,4 b_{3c,eff}$	$\psi_3 = \frac{\sigma_3}{\sigma_2} < 0$

Lokalna stabilnost presjeka (EN 1993-1-5) – ukrućeni limovi

$$A_{c,eff} = \rho_c \cdot A_{c,eff,loc} + \sum b_{edge,eff} t$$

$$A_{c,eff,loc} = A_{sl,eff} + \sum_c \rho_{loc} b_{c,loc} t$$

Interakcija pločastog i štapnog ponašanja:

$$\rho_c = (\rho - \chi_c) \xi (2 - \xi) + \chi_c$$

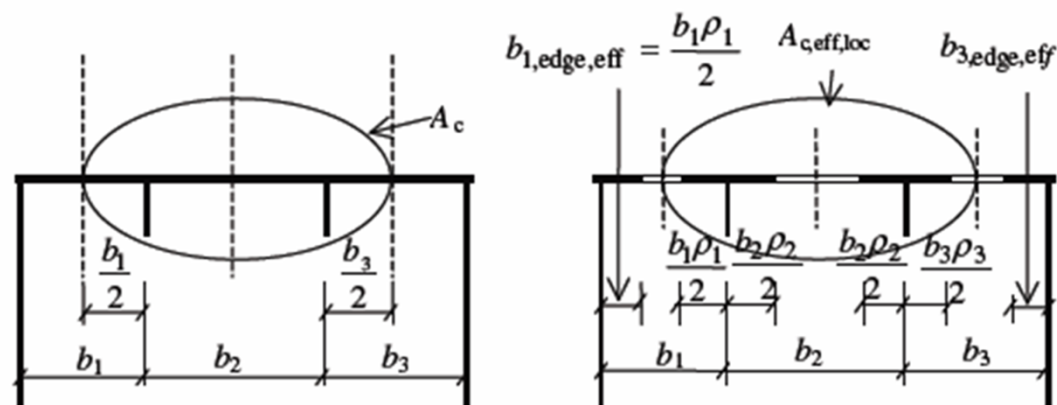
$$\xi = \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,sl}} - 1 \quad 0 \leq \xi \leq 1$$

Elastično kritično naprezanje ekvivalentne ortotropne ploče:

$$\sigma_{cr,p} = \frac{\pi^2 E t^2}{12 (1 - \nu^2) b^2} \cdot k_{\sigma,p}$$

Elastično kritično naprezanje šta pa ukrute:

$$\sigma_{cr,sl} = \frac{\pi^2 E I_{sl,1}}{A_{sl,1} a^2}$$



Lokalna stabilnost presjeka (EN 1993-1-5) – posmik

➤ Posmična otpornost:

$$V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd} \leq \frac{f_{yw} h_w t}{\sqrt{3}}$$

Doprinos hrpta:

$$V_{bw,Rd} = \chi_w \frac{f_{yw} h_w t}{\sqrt{3}}$$

$$\bar{\lambda}_w = 0,76 \sqrt{\frac{f_{yw}}{\tau_{cr}}}; \quad \tau_{cr} = k_\tau \sigma_E$$

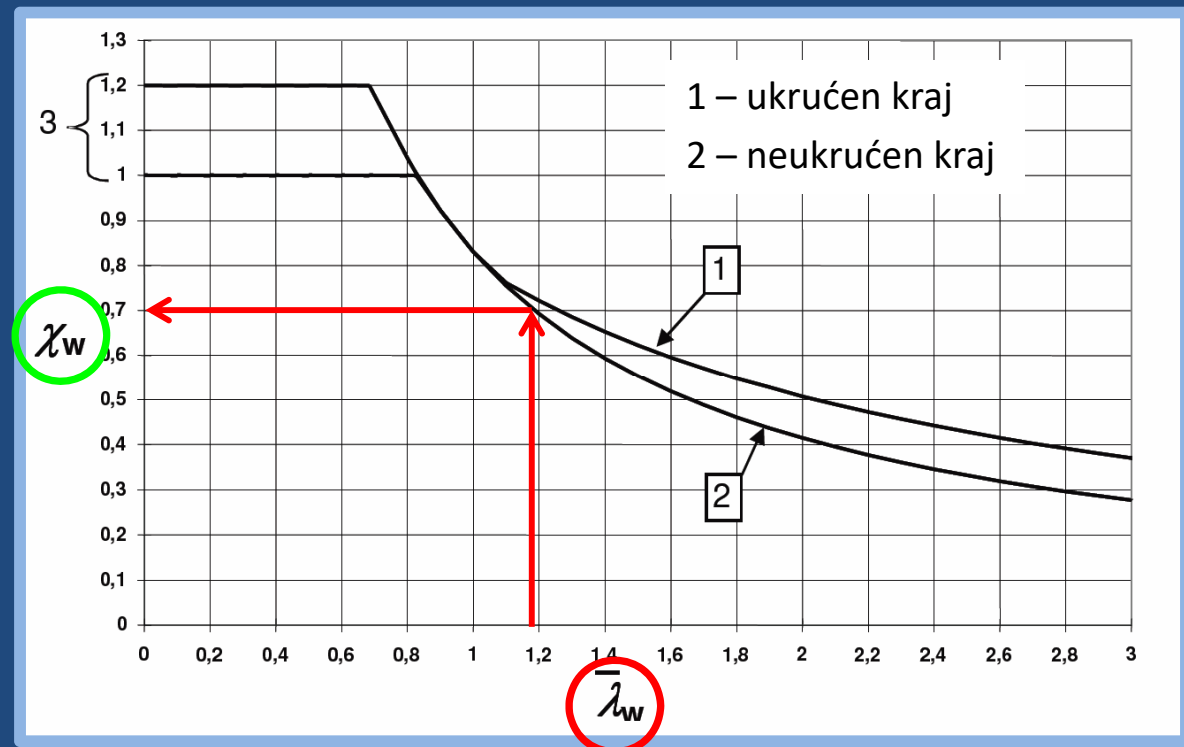
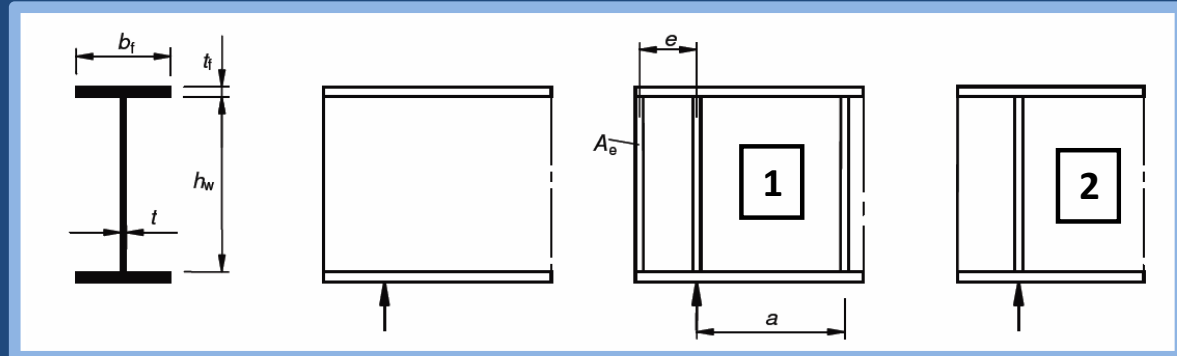
$$k_\tau = 5,34 + 4,00 \left(h_w / a \right)^2 + k_{\tau sl} \quad \text{za } a / h_w \geq 1$$

$$k_\tau = 4,00 + 5,34 \left(h_w / a \right)^2 + k_{\tau sl} \quad \text{za } a / h_w < 1$$

(a – razmak između poprečnih ukruta)

$$k_{\tau sl} = 9 \left(\frac{h_w}{a} \right)^2 \sqrt[4]{\left(\frac{I_{sl}}{t^3 h_w} \right)^3} > \frac{2,1}{t} \sqrt[3]{\frac{I_{sl}}{h_w}}$$

I_{sl} – suma momenata tromosti uzdužnih ukruta



Ovaj k_τ vrijedi za ploče bez uzdužnih ukruta ili sa više od dvije uzdužne ukrute. Za ploče sa jednom ili dvije uzdužne ukrute, vrijedi nešto drugačiji izraz.

Lokalna stabilnost presjeka (EN 1993-1-5) – posmik

➤ Posmična otpornost:

$$V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd} \leq \frac{f_{yw} h_w t}{\sqrt{3}}$$

Doprinos pojaseva:

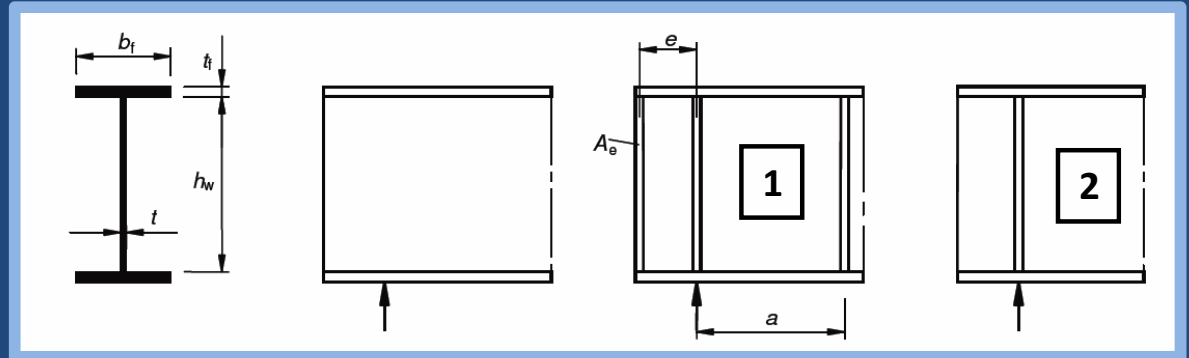
$$V_{bf,Rd} = \frac{b_f t_f^2 f_{yd}}{c} \left(1 - \left(\frac{M_{Ed}}{M_{f,Rd}} \right)^2 \right)$$

b_f, t_f – vrijednosti za pojas koji ima manju aksijalnu otpornost

$$b_f \leq t_w + 2 \cdot 15 \varepsilon t_f$$

$$M_{f,Rd} = \frac{M_{f,k}}{\gamma_{M0}} \quad \text{moment otpornosti poprečnog presjeka uzimajući u obzir samo efektivnu površinu pojasnica}$$

$$c = a \left(0,25 + \frac{1,6 b_f t_f^2 f_{yf}}{t h_w^2 f_{yw}} \right)$$



Dokaz stabilnosti na posmik:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{b,Rd}} \leq 1,0$$

Lokalna stabilnost presjeka (EN 1993-1-5) – interakcija

- Dokaz stabilnosti za interakciju posmika, momenta savijanja i uzdužne sile:

$$\bar{\eta}_1 + \left(1 - \frac{M_{f,Rd}}{M_{pl,Rd}} \right) \cdot (2\bar{\eta}_3 - 1)^2 \leq 1,0$$

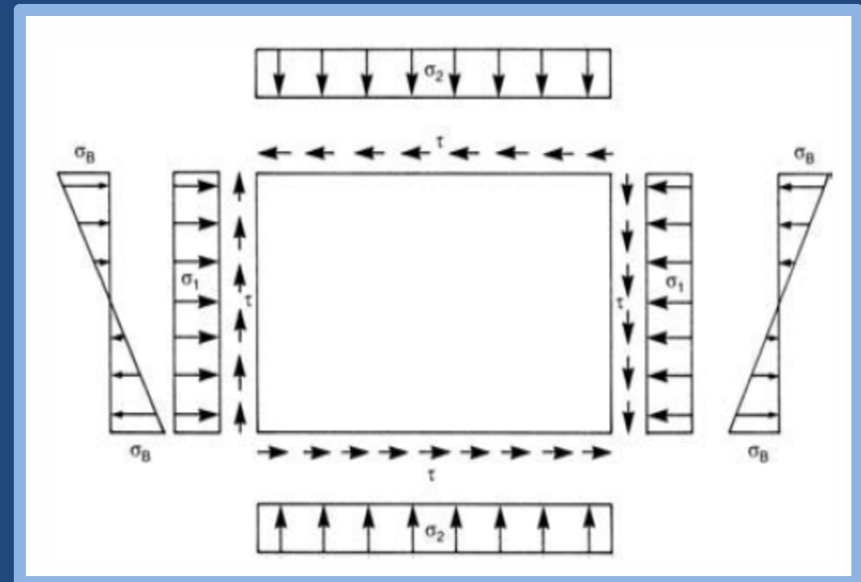
$$\bar{\eta}_1 \geq \frac{M_{f,Rd}}{M_{pl,Rd}}$$

$M_{f,Rd}$ računski plastični moment otpora presjeka uzimajući u obzir samo efektivne površine pojaseva

$M_{pl,Rd}$ računski plastični moment otpora presjeka uzimajući u obzir efektivne površine pojaseva i čitave površine hrpta

$$\bar{\eta}_1 = \frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}}$$

$$\bar{\eta}_3 = \frac{V_{Ed}}{V_{bw,Rd}}$$



Metoda ograničavanja naprezanja (EN 1993-1-5, poglavlje 10)

➤ za složeno stanje naprezanja $\sigma_{x,Ed}$, $\sigma_{z,Ed}$ i $\tau_{x,Ed}$ provodi se dokaz:

$$\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\delta_x f_y / \gamma_{M1}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\delta_z f_y / \gamma_{M1}} \right)^2 - \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\delta_x f_y / \gamma_{M1}} \right) \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\delta_z f_y / \gamma_{M1}} \right) + 3 \left(\frac{\tau_{Ed}}{\chi_w f_y / \gamma_{M1}} \right)^2 \leq 1$$

ρ_x, ρ_z prema ranije definiranom $\rho_c = (\rho - \chi_c) \xi (2 - \xi) + \chi_c$ gdje je $\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0$

χ_w prema ranije definiranom postupku (grafikon)

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr}}}$$

$$\alpha_{ult,k} \Rightarrow \frac{1}{\alpha_{ult,k}^2} = \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{f_y} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_y} \right)^2 - \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{f_y} \right) \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_y} \right) + 3 \left(\frac{\tau_{Ed}}{f_y} \right)^2$$

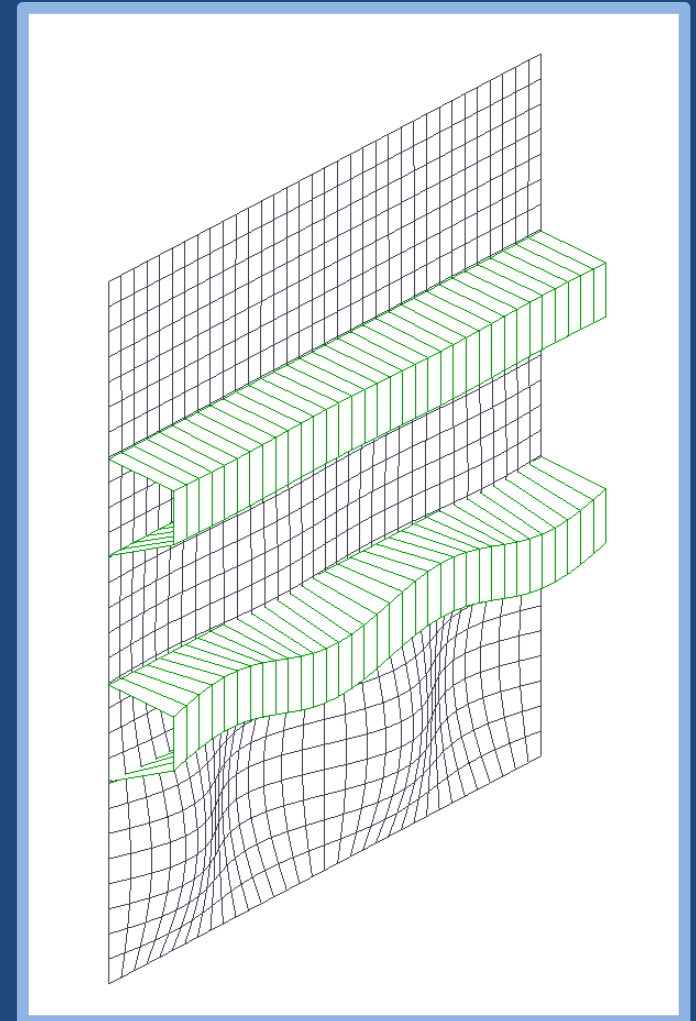
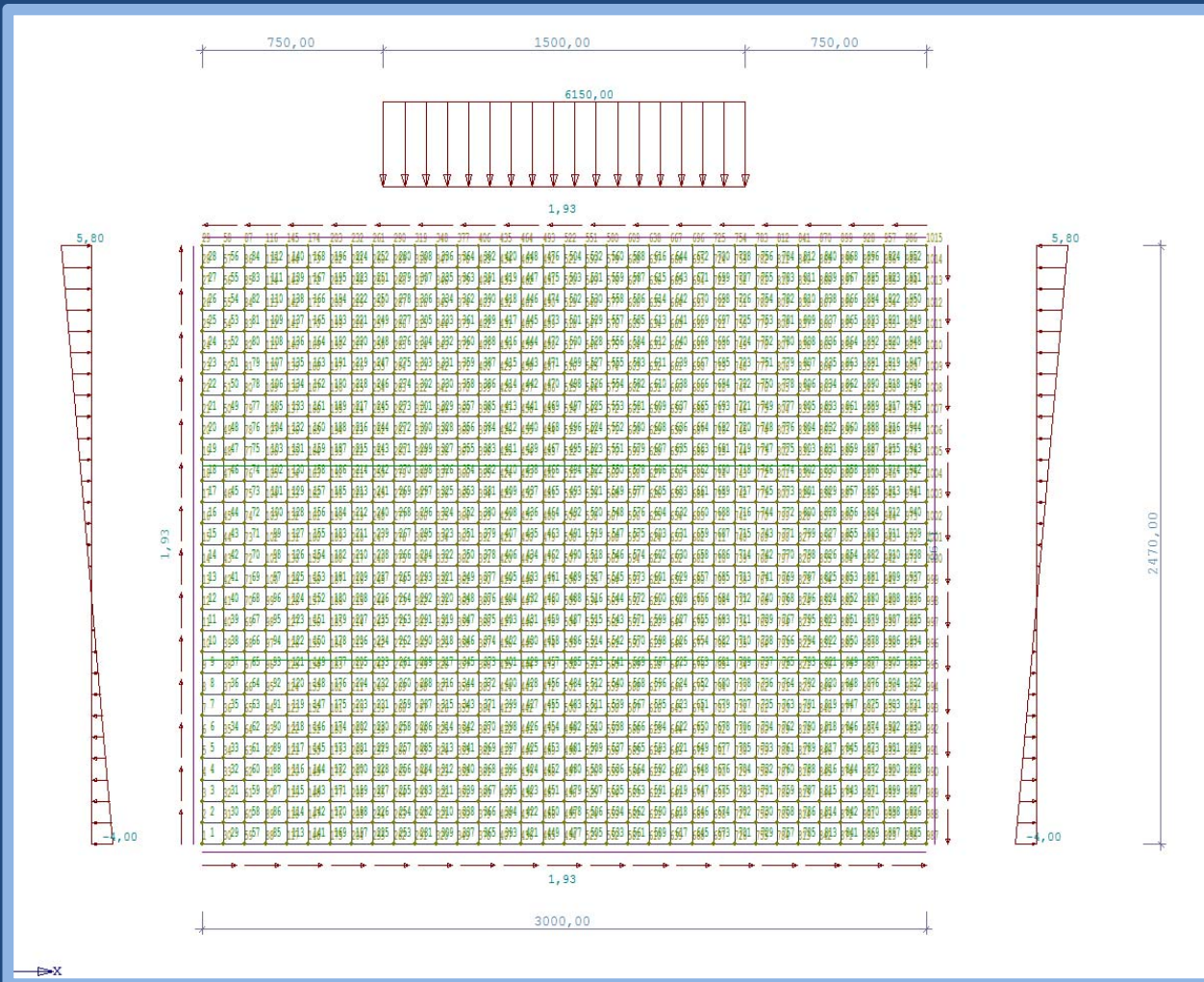
$$\alpha_{cr} \Rightarrow \frac{1}{\alpha_{cr}} = \frac{1 + \psi_x}{4\alpha_{cr,x}} + \frac{1 + \psi_z}{4\alpha_{cr,z}} + \left[\left(\frac{1 + \psi_x}{4\alpha_{cr,x}} + \frac{1 + \psi_z}{4\alpha_{cr,z}} \right)^2 + \frac{1 - \psi_x}{2\alpha_{cr,x}^2} + \frac{1 - \psi_z}{2\alpha_{cr,z}^2} + \frac{1}{\alpha_{cr,\tau}^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\alpha_{cr,x} = \frac{\sigma_{cr,x}}{\sigma_{x,Ed}}; \quad \alpha_{cr,z} = \frac{\sigma_{cr,z}}{\sigma_{z,Ed}}; \quad \alpha_{cr,\tau} = \frac{\tau_{cr,\tau}}{\tau_{\tau,Ed}}; \quad \sigma_{cr} = \sigma_E \cdot k_\sigma$$

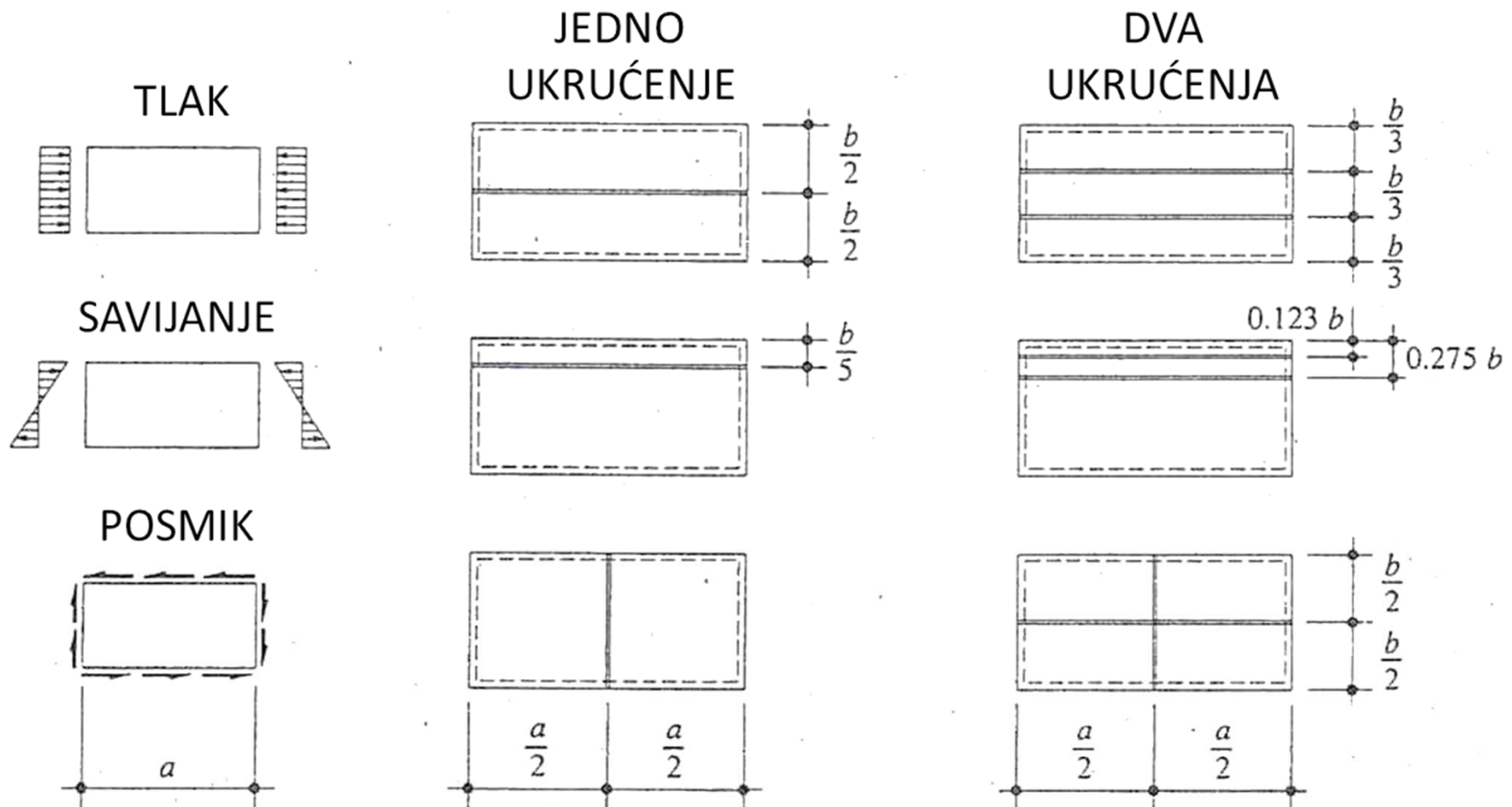
➤ u tom slučaju klasifikacija presjeka nije bitna – odnosno presjeci se uzimaju klase 3

Računalne metode provjere stabilnosti

- Računalne provjere stabilnosti za složeno stanje naprezanja (normalna, posmična, patch-load – poprečna sila) za ukrućena polja (uključena krutost rebara)

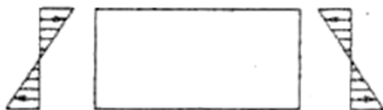


Karakteristične pozicije postavljanja ukrućenja



Karakteristične pozicije postavljanja ukrućenja

SAVIJANJE



Lokalna stabilnost presjeka



- Osiguranje stabilnosti presjeka na mjestu unosa sile u nosač („patch load” – otpornost ploče na poprečnu silu)



Lokalna stabilnost presjeka

- Dodatna ukrućenja za odizanje sklopa

