

# TRAJNOST KONSTRUKCIJA II



OJAČANJA POLIMERIMA  
ARMIRANIM VLAKNIMA

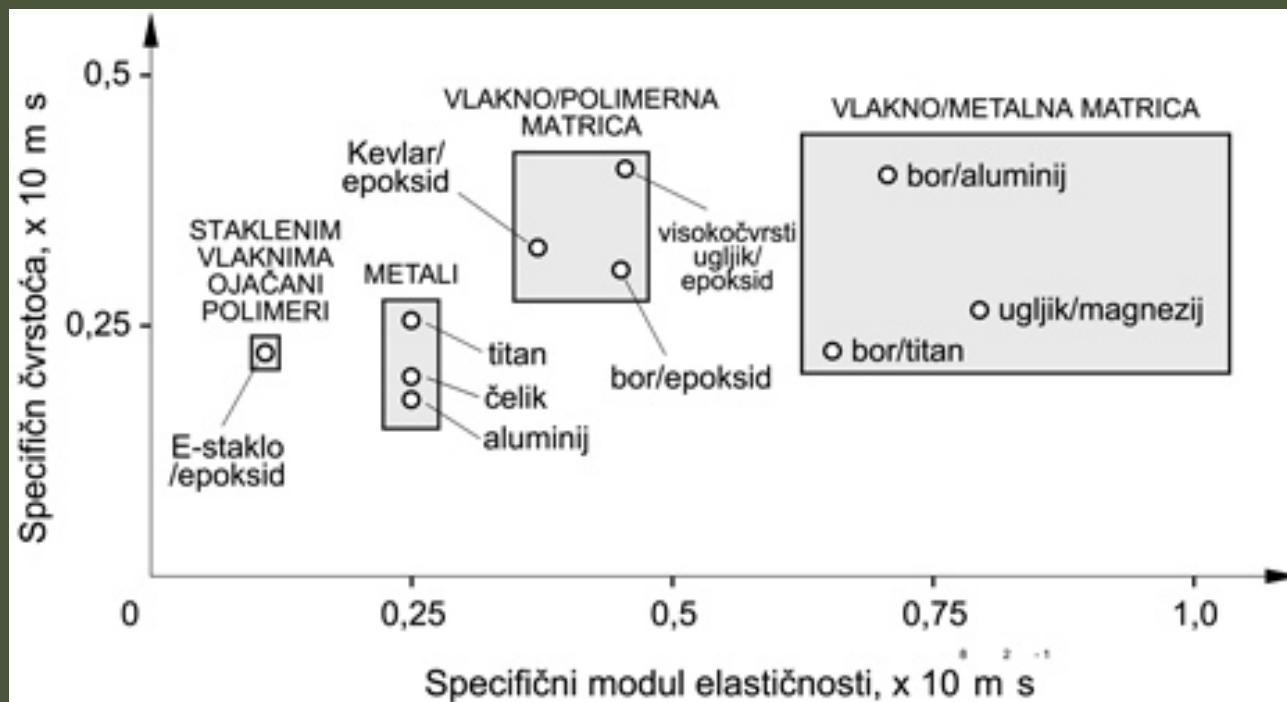
# POLIMERNI MATERIJALI OJAČANI VLAKNIMA (FRP)

---

- Osnovna obilježja:
  - Polimerni materijali ojačani vlaknima sastoje se od
    - *matrice koja je polimerna*,
      - Materijal niskog modula elastičnosti i male čvrstoće
    - *vlaknastog ojačala*
      - Vlakna posjeduju velike module elastičnosti i visoke čvrstoće
    - *i prijelaznog područja.*
      - Koje pruža kemijsku i fizičku vezu između vlakana i matrice, radi što boljeg sprezanja, čime se naprezanja ravnomjerno raspoređuju po matrici i prenose do vlakana.
  - Usljed naprezanja matrica prenosi i raspodijeljuje opterećenja na vlakna, čineći tako kompozit visoke čvrstoće i visokog modula elastičnosti.

# POLIMERNI MATERIJALI OJAČANI VLAKNIMA (FRP)

- Specifična čvrstoća/specifična krutost polimernih kompozita:



# PREDNOSTI FRP

---

- Omjer čvrstoće i vlastite težine je 40 do 50 puta veći nego kod čelika ⇒ manja težina ⇒ smanjeni trošak prijevoza materijala ⇒ ugradba može biti znatno jednostavnija.
  - Relativno velika specifična čvrstoća i modul elastičnosti,
  - Postojanost na većinu kiselina i lužina, u velikom broju slučajeva nisu podložni koroziji,
  - Velike mogućnosti prigušenja vibracija,
  - Lako se oblikuju,
  - Otporni su na zamor,
  - Dobra otpornost na habanje,
  - Relativno niska cijena proizvodnje i prerade,
  - Standardizirana industrijska proizvodnja te mogućnost brže ugradnje na gradilištu bez potrebe za teškom mehanizacijom.
-

# NEDOSTACI FRP

---

- osjetljivost na raslojavanje i mravljenje
- neplastičnost
- mogućnost širenja pukotina duž vlakana
- anizotropna svojstva
- zaostala naprezanja u matrici
- visoka cijena visokovrijednih vlakana – smanjuje područje primjene.

# VLAKNA

---

- Da bi postigli bolja mehanička svojstva FRP-a, vrlo bitan faktor je omjer volumena i obodne površine vlakna.  Što je veća obodna površina možemo povećati i opterećenje.
- Vlakna mogu biti beskonačno duga tj. kontinuirana ili kratka tj. diskontinuirana
- Promjer vlakana (žice, niti, viskeri) može se kretati od  $1\mu\text{m}$  do 1 mm. Danas su uobičajeni promjeri vlakanaca od 3 do 30  $\mu\text{m}$ .
- Volumni udio vlakana može iznositi 70% i više
- Vlakna moraju imati veći modul elastičnosti i vlačnu čvrstoću nego matrica.
- Da bi poboljšali svojstva i funkciju vlakana provodi se površinska obrada zaštitnim premazom, te fizikalna i kemijska naknadna obrada u cilju poboljšanja adhezije tj. prianjanja između vlakana i matrice.

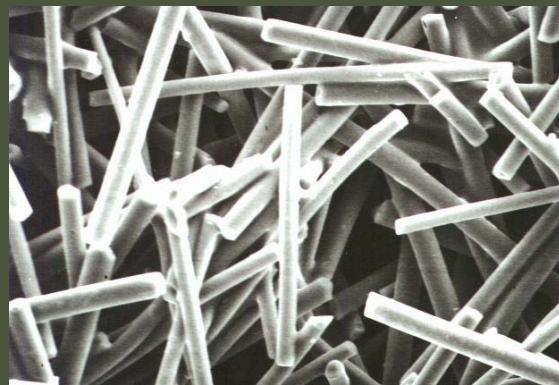
# VLAKNA

---

- *Jednosmjerna kontinuirana vlakna* se primjenjuju za izradu proizvoda kod kojih se želi postići bolja mehanička svojstva u jednom smjeru ⇒ imaju optimalnu čvrstoću i krutost kad je opterećenje u jednom smjeru ⇒ anizotropan kompozit
- *Kod ortogonalnih, višesmjernih i slučajno usmjerenih vlakana* ⇒ izraženija izotropna svojstva ⇒ kad želimo postići jednoličnija svojstva kompozita ali na taj način smanjujemo maksimalnu čvrstoću.



Staklena vlakna



Ugljična vlakna



Aramidna vlakna

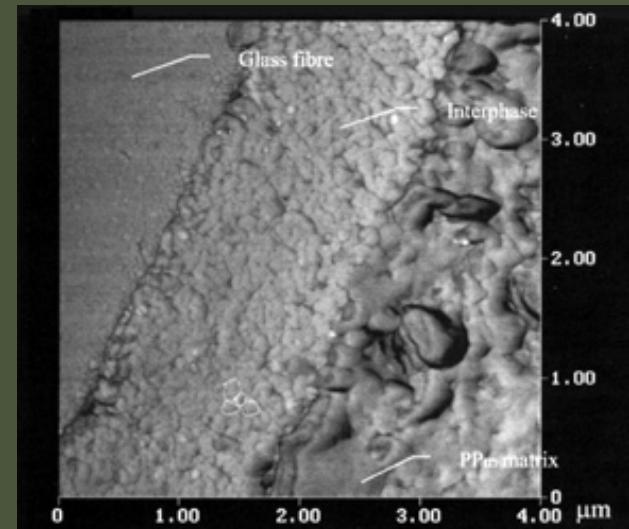
# POLIMERNA MATRICA

---

- Služi da bi povezala vlakna i vanjsko naprezanje prenila na vlakna.
- Materijal matrice mora bit duktilan tj. mora imati svojstvo podnijeti plastične deformacije bez loma.
- Nadalje, matrica štiti vlakna od površinskih opterećenja koja mogu nastupiti radi mehaničke abrazije ili kemijskih reakcija iz okoline.
  - Ako nastupi površinsko oštećenje može doći do odvajanja matrice od vlakana te zbog relativne mekoće matrice omogućuje vlaknima krhki lom od vlakna do vlakna, što može imati katastrofalne posljedice tj. rezultirati lomom.
  - Matrica ustvari služi kao prepreka napredovanju pukotina.
  - Čak i ako na jednom mjestu dođe do pucanja okolnih vlakana ne mora doći do loma cijelog kompozita, važno je da su adhezijske veze između vlakana i matrice dostatne da umanje izvlačenje vlakana.
  - Čvrstoća povezivanja je važna pretpostavka pri odabiru vrste matrice i vlakana.
- Svojom duktilnošću matrica povećava žilavost kompozita.
- Ona zajedno s vlknima osigurava kemijsku i termalnu postojanost.

# PRIJELAZNO PODRUČJE

- Granična površina ima zadatak prenosi opterećenja s polimerne osnove na vlakna za ojačanje.
- Za homogenizaciju nastalog kompozita važna je kompatibilnost matrice i ojačala, a vrlo često se koristi organska matrica s anorganskim ojačalom (staklo).
- U takvim slučajevima kako bi se postigla bolja prionljivost matrice i ojačala, staklena se vlakna obrađuju određenim organskim tvarima, najčešće silanima, što dovodi do reakcije između matrice i sredstva za prionljivost i do stvaranja međusloja.



Mikroskopski prikaz međusloja  
u polimernom kompozitu  
(polipropilenska matrica i  
obrađeno stakleno vlakno)

# KARAKTERISTIČNI FRP MATERIJALI

---

## □ **polimerni materijali ojačani staklenim vlaknima**

- Zbog svojstva negorivosti primjenjuju se tamo gdje mogu biti izložena velikim temperaturama.
- Mana im je nizak modul elastičnosti čime je njihova primjena ograničena.

## □ **polimerni materijali ojačani ugljičnim vlaknima**

- Otpornosti na visoke temperature je čak veća od staklenih vlakana. Pritom ne dolazi do deformacija ili slabljenja vlačne čvrstoće.
- Slabe karakteristike ugljičnih vlakana su njihova velika gustoća i krhkost.

## □ **polimerni materijali ojačani aramidnim vlaknima**

- U usporedbi s ostalim polimernim materijalima aramidna vlakna imaju veću vlačnu čvrstoću ali im je lošije ponašanje pri pritisku odnosno tlačnim naprezanjima.
- Imaju malu gustoću, otporna su na rezanje, požar, kemikalije.

# KARAKTERISTIČNI FRP MATERIJALI

---

## □ Osnovna svojstva FRP materijala

Vrsta vlakna	Oznaka	Vlačna čvrstoća [N/mm <sup>2</sup> ]	Modul elastičnosti [N/mm <sup>2</sup> ]	Matrica
Staklo <b>GFRP</b>	E-staklo S-staklo	3500 4500	75000 87000	poliesterska ili epoksidna smola
Aramid <b>AFRP</b>	Twaron HM Kevlar 49	2800 2650	125000 128000	epoksidna smola ili vinilesterska smola
Ugljik <b>CFRP</b>	Ugljik HP, HS Karbolon Torayca T3000	3200 3000 3200	230000 230000 230000	vinilesterska smola

# FRP SUSTAVI

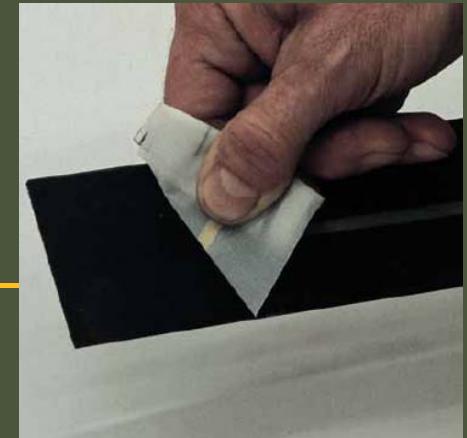
---

- FRP sustavi za mokro polaganje
  - Tkanina ili folija sa vlaknima se na mjestu ugradnje impregnira polimernom smolom
- FRP sustavi za suhu montažu tj. predgotovljeni FRP kompoziti
  - Predgotovljena lamelirana folija, mrežica ili ljsuska za zakrivljene elemente
- šipkasti FRP sustavi
  - Predgotovljene šipke ugrađuju se u izdubljene utore, koji se naknadno zapune mortom ili epoksidnom smolom
- prednapeti FRP sustavi
  - Trake od aramidnih vlakana i laminati od karbonskih vlakana
- FRP folije i trake
  - GFRP su pogodne za sanacije povijesnih građevina i zidanih elemenata, AFRP za ojačanja protiv udarnih opterećenja

# FRP SUSTAVI

## □ FRP lamele

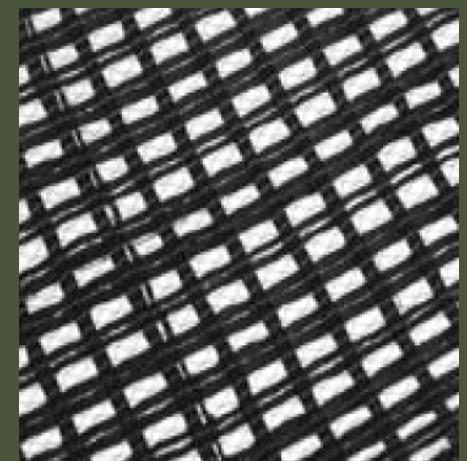
- Vlakanca postavljena u jednom uzdužnom smjeru, međusobno slijepljena odgovarajućim epoksidnim sredstvom.
- Širine 50 – 150 mm, debljine 1,2 – 1,4 mm
- $E = 165\ 000 - 300\ 000 \text{ N/mm}^2$
- Vlačna čvrstoća 2500 – 3100 N/mm<sup>2</sup>



lamela s karbonskim vlakancima u jednom smjeru, impregnirana epoksi smolom i zaštićena plastičnom folijom

## □ FRP tkanine

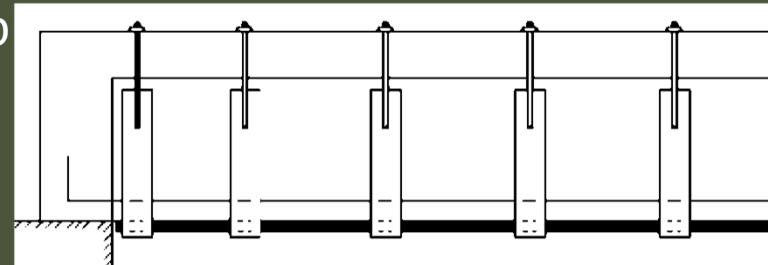
- Dobivaju se tkanjem konaca formiranih od vlakanaca, mogu biti nosive u jednom ili više smjerova ovisno o tkanju
- Puno manje debljine, npr. 0,053 – 0,48 mm
- $E = 70\ 000 - 330\ 000 \text{ N/mm}^2$
- Vlačna čvrstoća 2560 – 4800 N/mm<sup>2</sup>



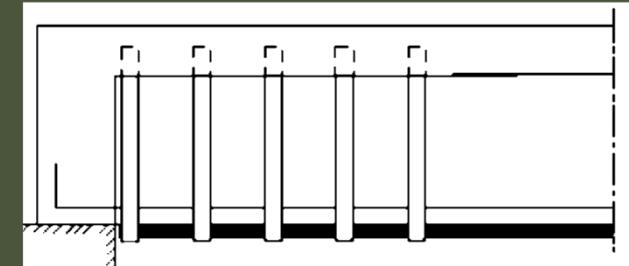
Tkanina s karbonskim vlaknima u dva smjera

# USPOREDBA FRP I ČELIKA

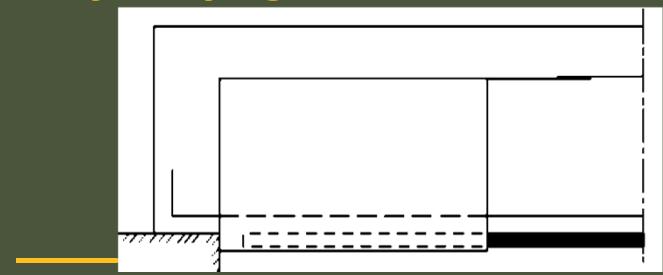
- Do nedavno primjenjivale su se nalijepljene čelične lamele za povećanje nosivosti ab i pb elemenata te zbog potrebe zadovoljavanja graničnog stanja uporabivosti (pukotine, progibi).
- Tehnologija je vrlo brza i jednostavna, uz minimalno povećanje težine i dimenzija.
- Međutim, primjećeno je da takve lamele, osobito u agresivnoj sredini, počinju nakon dužeg ili kraćeg vremena, ovisno o zaštiti, korodirati, što se negativno reflektira na prionljivost betona i lamele, odnosno ljepila koje je obično epoksidna smola.
- Najčešće su posljedice ove pojave odvajanje lamele od betona, čime se gubi predviđena svrha ojačanja.



Ojačanje grede čeličnim pločama



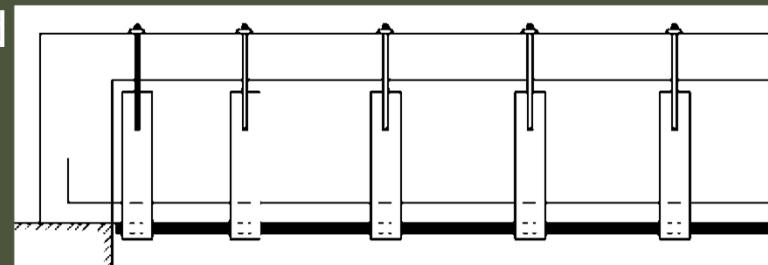
Ojačanje grede FRP lamlama



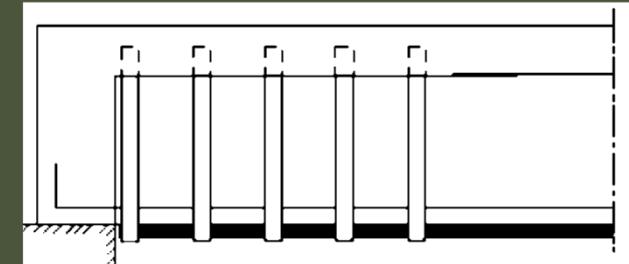
Ojačanje grede FRP tkaninom

# USPOREDBA FRP I ČELIKA

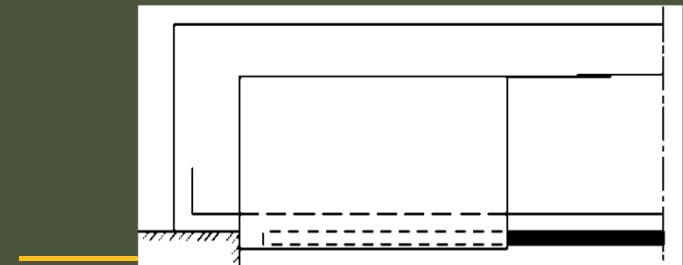
- Osim što su teške, čelične lamele se proizvode ograničene duljine, pa se ponekad moraju nastavljati, što je također jedan od nedostataka zbog kojih se sve manje primjenjuju.
- Uspoređujući sa čelikom FRP ima
  - malu težinu (četvrtinu čelika),
  - visoku čvrstoću (do  $5500 \text{ N/mm}^2$ ) te
  - odličnu otpornost na koroziju.
  - Žilav je materijal sa boljim termičkim svojstvima,
  - odličan prigušivač
  - te je dobre otpornosti na umor.



Ojačanje grede čeličnim pločama



Ojačanje grede FRP lamelama

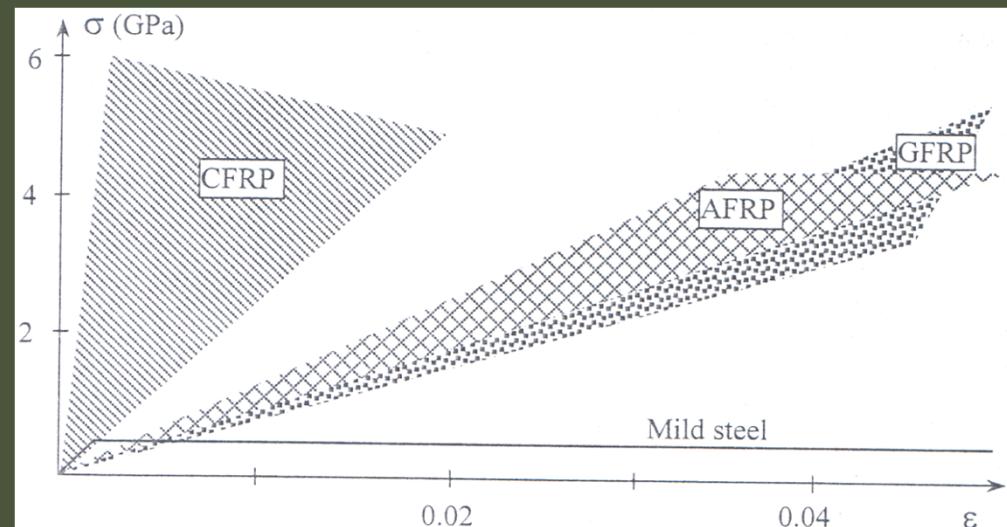


Ojačanje grede FRP tkaninom

# USPOREDBA FRP I ČELIKA

	Čelik	GFRP	CFRP	AFRP
Nominalni napon popuštanja, MPa	276–517	NA	NA	NA
Vlačna čvrstoća, MPa	482–689	482–1585	600–3688	1724–2537
Statički modul elastičnosti, $\times 10^3$ MPa)	200	35–51	103–579	41–125
Deformacija popuštanja, [%]	1.4–2.5	NA	NA	NA
Konačna deformacija, [%]	6–12	1.2–3.1	0.5–1.9	1.9–4.4

Usporedba mehaničkih svojstava FRP-a i čelika

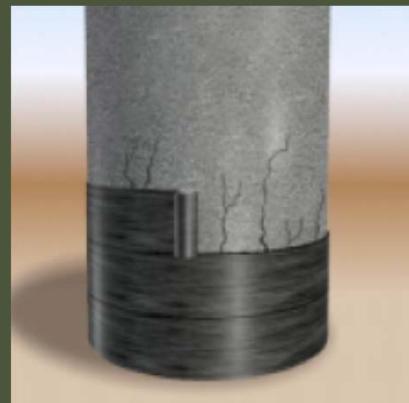


Dijagram naprezanje-deformacija kod jednoosnog vlaka za različite materijale od FRP-a i čeličnih lamela

# PODRUČJE PRIMJENE FRP TRAKA I LAMELA

---

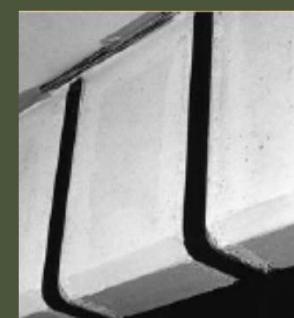
- na stupovima povećava se
  - duktilnost, otpornost na savijanje, izvijanje, posmik i potres,
- na zidovima povećava se
  - otpornost na savijanje u i izvan ravnine, posmik i tlak,
- na gredama
  - povećava se otpornost na savijanje, posmik, duktilnost,
  - smanjuju se progibi i pomaci te se ograničava pucanje.



# PODRUČJE PRIMJENE FRP TRAKA I LAMELA

---

- Čvrstoća na savijanje konstruktivnih elemenata
  - pojačava se lijepljenjem FRP traka u vlačnu zonu.
  - Trake preuzimaju dio vlačnog naprezanja kao čelik pa se kod računanja nosivosti elementa mora uzeti u obzir doprinos čelika i FRP-a.
  - Tehnologija je vrlo brza i jednostavna, uz minimalno povećanje težine i dimenzija.
- Posmična čvrstoća se povećava lijepljenjem FRP lamela ili traka
  - na stranice greda (S),
  - u obliku slova U (U) ili
  - omatanjem oko grede (W)



# PODRUČJE PRIMJENE FRP TRAKA I LAMELA

---

## □ Otpornost na izvijanje

- se može poboljšati korištenjem FRP-a.
- Iako kod FRP-a dolazi do izvijanja pri relativno malim opterećenjima, kad je stup njime omotan
  - povećava mu se čvrstoća, duktilnost
  - te ga zbog velikog modula elastičnosti čini otpornijim na potresno opterećenje.

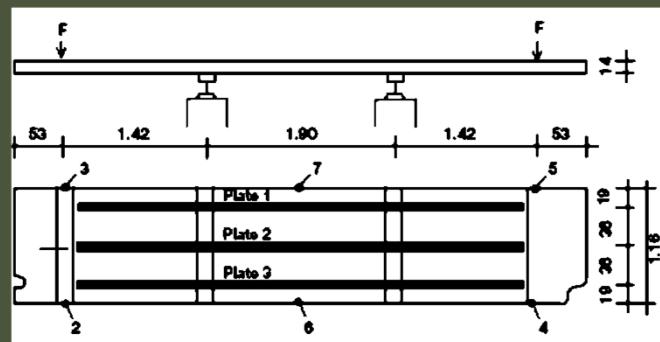


# Ojačanja u zgradama

- Popularna zbog lagane izvedbe u ograničenim i zatvorenim prostorijama.
- Uzrokuje minimalno potrebnu okupiranost prostora i ne izaziva stres kod korisnika zgrade.
- Više kao prevencija nakon pojave inicijalnih pukotina, a manje u ojačavanju oštećanih ili slabih elemenata.



Postavljanje lamela za ojačanje zida



Ojačanje balkonske ploče zbog nedovoljne površine postavljene armature



Sanacija oštećene ab stropne ploče



Ojačanje stropa bez micanja instalacija



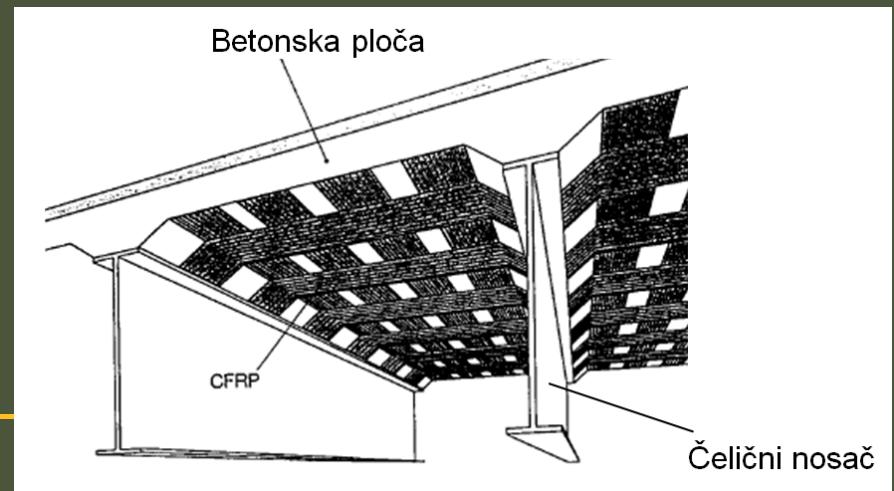
# Ojačanja rasponskih sklopova mostova

- da bi se omogućilo veće prometno opterećenje bez posmičnog probijanja
- da bi se povećala postojeća količina uzdužne armature u ploči

1. Metoda: materijal se postavlja kontinuirano, tako da se susjedne tkanine preklapaju te da između njih ne ostane nepokriveni beton.

2. Sho-Bond metoda: tkanine su postavljene tako da čine rešetkasti uzorak.

- Na taj način se može promatrati eventualno buduće širenje pukotina te je omogućeno otjecanje vode koja je prodrla kroz betonsku ploču.
- Otjecanje vode je vrlo bitno jer zadržavanjem voda uzrokuje oštećenje i ljuštenje betona.
- U ovoj metodi se koriste dvije komponente različitih boja.  
Kada smola dođe u kontakt sa tkaninom promjeni boju.  
To je indikator da je došlo do međusobnog miješanja.



# Ojačanja stupova mostova

- Poprečna armatura stupova služi za
  - prihvaćanje poprečnih sila,
  - pridržanje glavne uzdužne armature od izvijanja
  - te za ovijanje betonske jezgre, kako bi se poboljšala nosivost i deformabilnost.
- U nedostatku poprečne armature za ovijanje, FRP-om se povećava duktilnost stupova u seizmičkim područjima

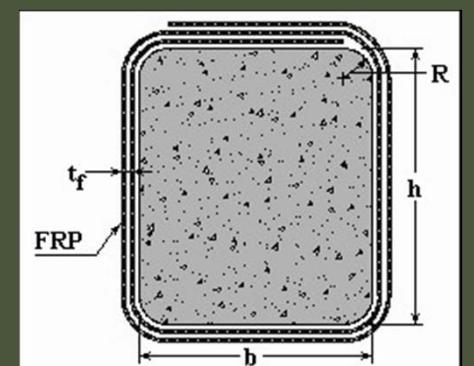
## 1. Metoda omatanja vrpci:

- nanošenje vrpci u jednom smjeru na stup ojačan vlaknima u uzdužnom smjeru.
- Sve skupa se oblaže nekim materijalom otpornim na požar kao što je cementni mort, kalcijev silikat ili neki slični polimer otporan na visoke temperature.
- Vlakna u uzdužnom smjeru povećavaju otpornost na savijanje, a vrpce predstavljaju armaturu za ovijanje (vilice).



## 2. Metoda lijepljenja tkanine

- nanošenje traka ili tkanina oko ili uzduž stupa u slojevima sve dok se ne postigne dovoljna debljina



# Ojačanja tunela

- Kod tunela problem predstavljaju oštećenja i pomaci unutarnjih obloga te prodor podzemnih vode.
- Iako postoje razne metode popravaka tunela (stijenska sidra, obloge na bazi torkreta, čelični okviri), razvijaju se u novije vrijeme i brze metode kao što je postavljanje FRP-a, pogotovo kod željezničkih tunela.
- Primjenjuju se trake od ugljičnih vlakanaca koje se postavljaju na pripremljenu podlogu i impregniraju smolom na bazi epokсида.
- Prednost primjene FRP tkanina pred drugim metodama je lakoća i brzina montaže te mogućnost izvođenja montaže uz minimalno ometanje prometa.



Priprema površine ispunjavanjem pukotina injektiranjem smole i brušenjem



Postavljanje FRP plahti u transverzalnom smjeru uzduž luka tunela



Postavljanje drugog sloja ojačanja okomito na prvi

# Ojačanja dimnjaka

- Dimnjaci su visoke i vitke konstrukcije. Iz tih razloga su različiti dijelovi odnosno razine dimnjaka izloženi raznim štetnim utjecajima: kiši, vjetru, smogu, termalnim promjenama, suncu, ledu, kondenzaciji, ispušnim plinovima...
- Najčešća oštećenja i problemi dimnjaka su erozija cementa, penetracija vode, sulfatna korozija, pukotine zbog temperturnih razlika te procesa smrzavanja i odmrzavanja, popustljivost površine, gubitak alkaliniteta.
- Slično kao kod stupova, nakon postavljanja u longitudinalnom smjeru tkanina se omotava CFRP vrpcama. Nakon toga se nanosi protupožarni materijal.



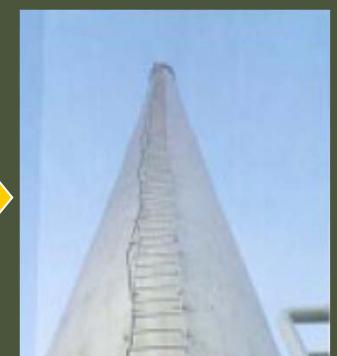
micanje ljestvi te popravak i priprema betona za postavljanje tkanine



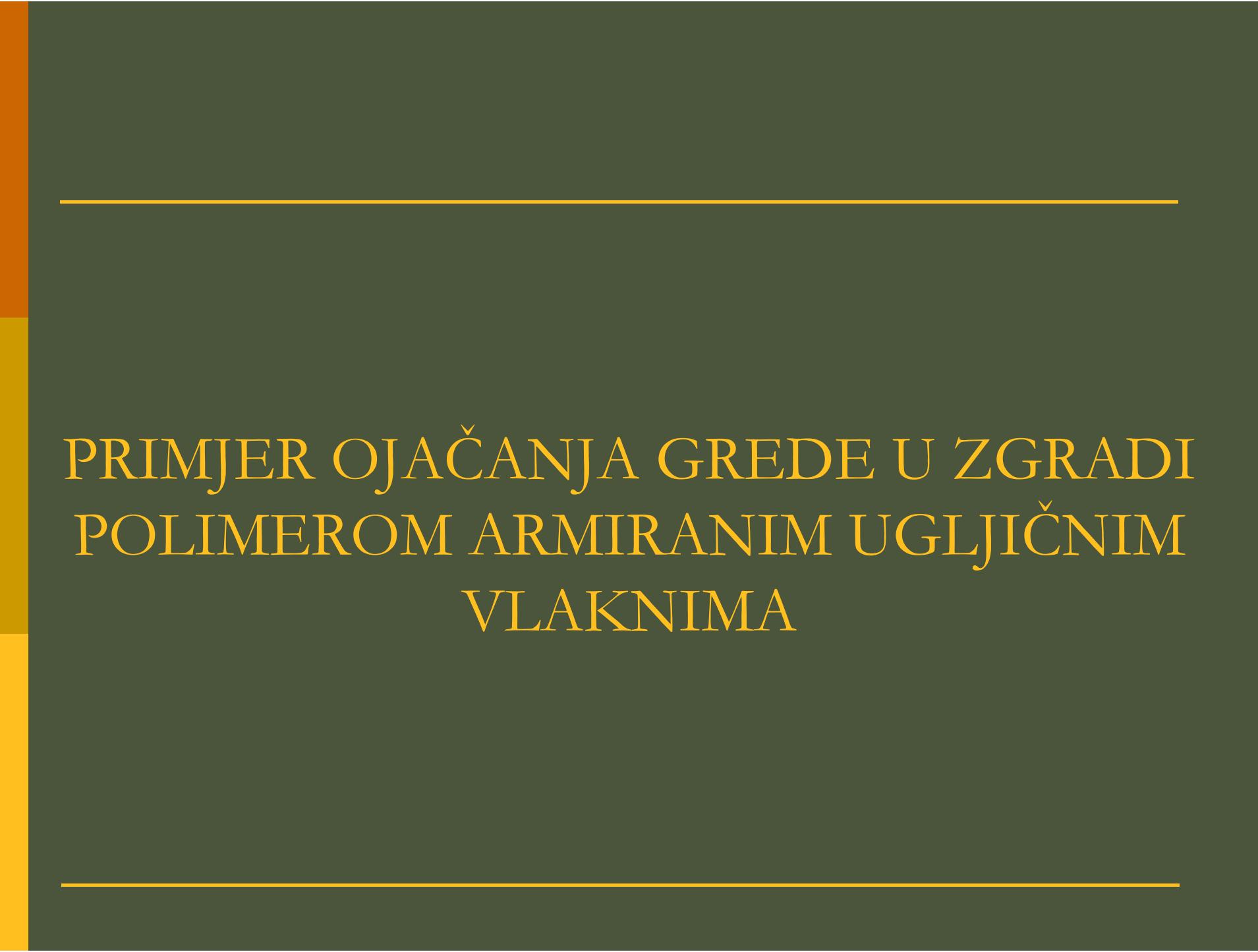
nanošenje smole



Postavljanje CFRP tkanine i protupožarnog materijala



Postavljanje ljestvi

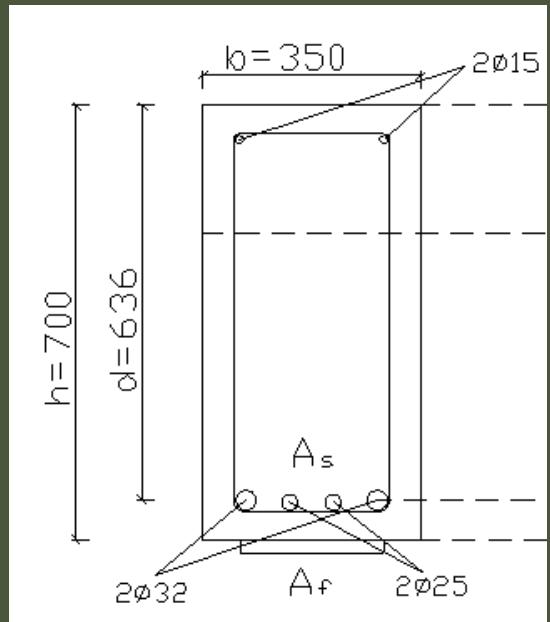


---

# PRIMJER OJAČANJA GREDE U ZGRADI POLIMEROM ARMIRANIM UGLJIČNIM VLAKNIMA

---

# DIMENZIJE GREDE I SVOJSTVA MATERIJALA



Primjer dimenzioniranja grede ojačane sa polimerom armiranim ugljičnim vlaknima (CFRP). Armiranobetonska greda 350 mm širine i 700 mm visine treba premostiti 9 m. Uzdužna armatura u gredi sastoje se od 2 šipke  $\varnothing 25$  mm i 2 šipke  $\varnothing 32$  mm te se poprečna armatura sastoje od vilica promjera 8mm. Zaštitni sloj je debljine 40 mm. Greda je izvorno dizajnirana za opterećenje karakterističnih stalnih i uporabnih opterećenja od 15 kN/m i 21 kN/m, ali sada moraju nositi dodatno stalno i uporabno opterećenje od 5 kN/m i 7 kN/m. Da bi se to postiglo, moramo gredu ojačati CFRP-om.

Svojstva materijala i parcijalni faktori sigurnosti

## Beton

$$f_{ck} = 40 \text{ N/mm}^2$$

karakteristična tlačna čvrstoća betona

$$E_c = 31 \text{ kN/mm}^2$$

modul elastičnosti betona

$$\varepsilon_{cu} = 0.0035$$

deformacija pri slomu betona

$$\gamma_c = 1.5$$

parcijalni koeficijent sigurnosti za beton

## Čelična armatura

$$f_{yk} = 460 \text{ N/mm}^2$$

karakteristična vlačna čvrstoća čelika

$$E_s = 200 \text{ kN/mm}^2$$

modul elastičnosti čelika

$$\varepsilon_y = 0.002$$

deformacija pri popuštanju čelika

$$\gamma_s = 1.15$$

parcijalni koeficijent sigurnosti za čelik

## Polimer armiran ugljičnim vlaknima

$$f_{fk} = 2500 \text{ N/mm}^2$$

karakteristična vlačna čvrstoća FRP-a

$$E_{fk} = 200 \text{ kN/mm}^2$$

modul elastičnosti FRP-a

$$\varepsilon_{fk} = 0.013$$

deformacija pri slomu FRP-a

$$\gamma_{mf} = 1.4$$

parcijalni koeficijent sigurnosti čvrstoće FRP-a

$$\gamma_{mm} = 1.1$$

parcijalni koeficijent sigurnosti pri proizvodnji FRP-a

$$\gamma_{mE} = 1.1$$

parcijalni koeficijent sigurnosti za modul elastičnosti FRP-a

# KORACI DIMENZIONIRANJA

---

1. GRANIČNI PRORAČUNSKI MOMENT SAVIJANJA,  $M_{sd}$
2. OTPORNOST NA SAVIJANJE ZA RAVNOTEŽNO STANJE,  $M_{Rd}$
3. USPOREDBA MOMENTA SAVIJANJA I NOSIVOSTI
4. POVRŠINA CFRP-A,  $A_f$
5. DULJINA SIDRENJA
6. POSMIČNO NAPREZANJE
7. NAPREZANJA MATERIJALA PRI UPORABNIM OPTEREĆENJIMA

# 1. GRANIČNI PRORAČUNSKI MOMENT SAVIJANJA, $M_{sd}$

---

$$g_{novo} = g_{izvorno} + g_{dodano} = 15 + 5 = 20 \text{ kN/m}$$

$$q_{novo} = q_{izvorno} + q_{dodano} = 21 + 7 = 28 \text{ kN/m}$$

$$M_{sd} = \frac{(1.35g_{novo} + 1.5q_{novo})l^2}{8} = \frac{(1.35 \cdot 20 + 1.5 \cdot 28)9^2}{8} = 698,7 \text{ kNm.}$$

Gdje je:

$\gamma_G = 1,35$       parcijalni koeficijent sigurnosti stalnog opterećenja

$\gamma_Q = 1,5$       parcijalni koeficijent sigurnosti uporabnog opterećenja

$l$                     duljina armiranobetonske grede

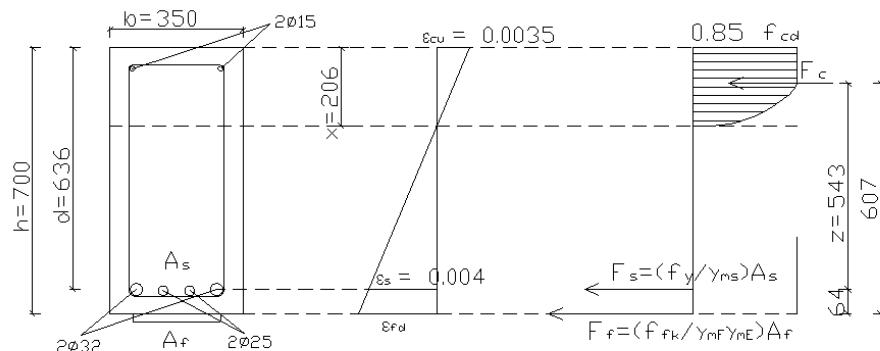
# 2. OTPORNOST NA SAVIJANJE ZA RAVNOTEŽNO STANJE, $M_{Rd}$

Parcijalan koeficijent sigurnosti FRP-a dobije se množenjem parcijalnog koeficijenta sigurnosti čvrstoće FRP-a i parcijalnog koeficijenta sigurnosti pri proizvodnji FRP-a.

$$\gamma_{mf} = \gamma_{mf} \gamma_{mm} = 1.4 \cdot 1.1 = 1.54$$

Proračunska deformacija dobije se dijeljenjem karakteristične s ukupnim koeficijentom sigurnosti.

$$\varepsilon_{fd} = \varepsilon_{fk} / \gamma_{mf} = 0.013 / 1.54 = 0.0084$$



Slika 7.1. Naprezanje i deformacija za ravnotežno stanje.

Visina tlačne zone (dužina neutralne osi) iznosi:

$$x = \frac{h}{\varepsilon_{fd} / \varepsilon_{cu} + 1} = \frac{700}{0.0084 / 0.0035 + 1} = 206 \text{ mm}$$

Krak unutarnjih sila:

$$z = d - \frac{0.9x}{2} = 636 - \frac{0.9 \cdot 206}{2} = 543 \text{ mm}$$

Stanje ravnoteže pojavljuje se kad beton i FRP dosegnu granično stanje nosivosti istovremeno, pa se otpornost na savijanje dobija kao: (Na mjestu lijepljenja traka na beton, na dnu betonske grede)

$$M_{rd} = \left( \frac{0.85 f_{ck}}{\gamma_c} \right) \alpha_v b x (z + (h - d)) - \frac{f_{yk}}{\gamma_s} A_s (h - d) = \\ \left( \frac{0.85 \cdot 40}{1.5} \right) \cdot 350 \cdot 0.809 \cdot 206 \cdot (543 + (700 - 636)) - \frac{460}{1.15} \cdot 2592 \cdot (700 - 636) = 736 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

Gdje je:

$$\alpha_v = \frac{3000 \cdot \varepsilon_{cu} - 2}{3000 \cdot \varepsilon_{cu}} = \frac{3000 \cdot 0,0035 - 2}{3000 \cdot 0,0035} = 0,809$$

$\alpha_v$  koeficijent punoće dijagrama

Pošto je  $M_{sd} \leq M_{rd}$  otkazivanje će nastupiti zbog sloma FRP-a.

# 3. USPOREDBA MOMENTA SAVIJANJA I NOSIVOSTI

1. Ako je  $M_{sd} \geq M_{rd}$  tada je granični proračunski moment savijanja veći od otpornosti savijanja i otkazivanje će nastupiti zbog loma betona u tlaku. Tada se površina FRP-a određuje preko formule:

$$A_f = \frac{F_f}{f_f}$$

Gdje je  $F_f$  vlačna sila u FRP-u, a  $f_f$  je naprezanje u FRP-u koje se određuje jednadžbom:

$$f_f = E_{fd}(\varepsilon_{cft} - \varepsilon_{cit})$$

$E_{fd}$  modul elastičnosti FRP-a

$\varepsilon_{cft}$  konačna vlačna deformacija betona

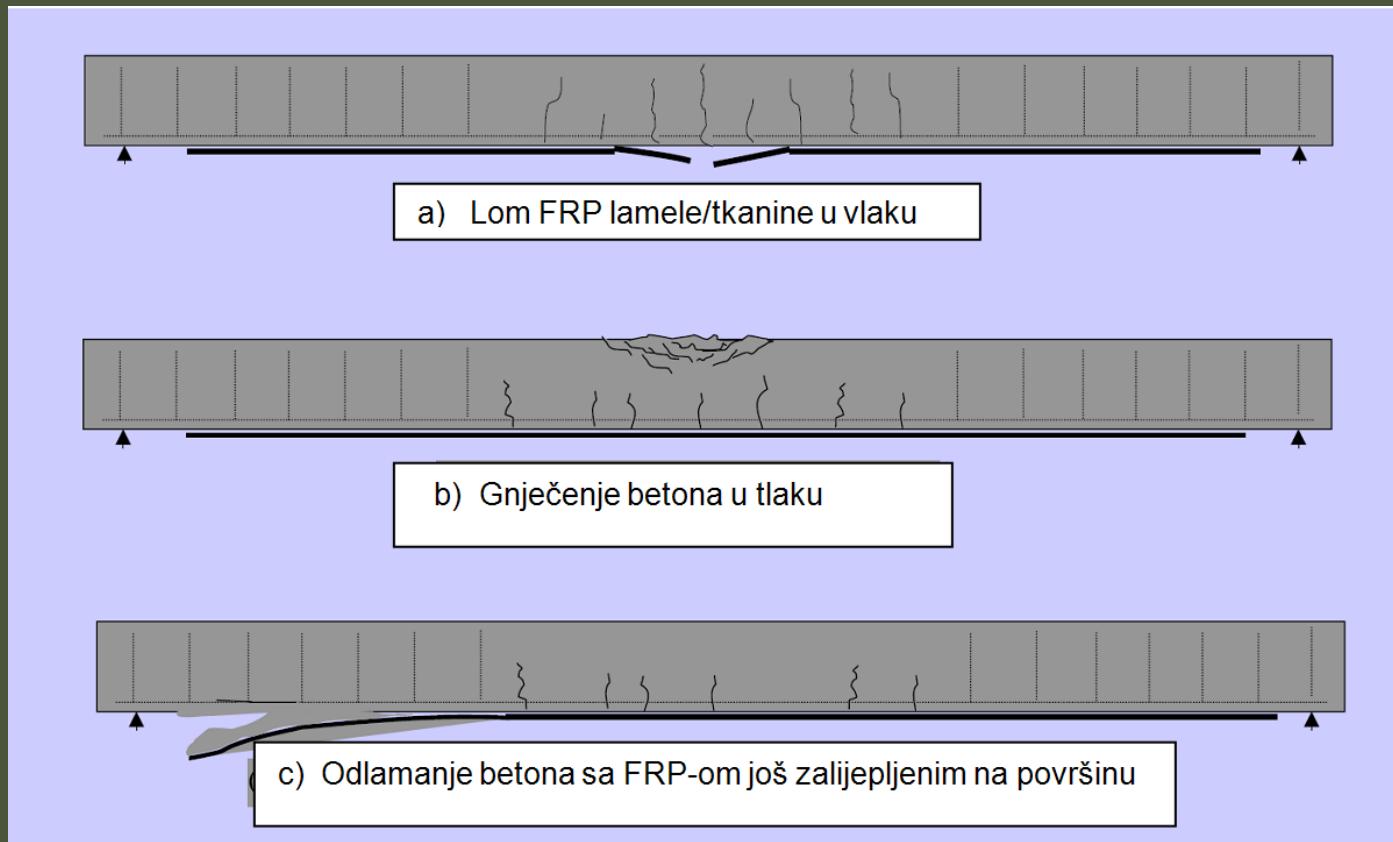
$\varepsilon_{cit}$  početna vlačna deformacija betona

2. Ako je  $M_{sd} \leq M_{rd}$  tada je granični proračunski moment savijanja manji od otpornosti savijanja, koji se određuje iz stvarne količine armature, dimenzija presjeka i proračunskih čvrstoća gradiva, te će doći do sloma FRP-a.

Do sloma FRP-a bi trebalo doći teoretski, ali laboratorijski testovi pokazuju da je slom FRP-a rijedak slučaj te da je veća vjerojatnost da će doći do lokalnog odvajanja betona na krajevima FRP lamele.

Neovisno da li je  $M_{sd}$  veći ili manji od  $M_{rd}$  potrebno je provjeriti postoji li mogućnost lokalnog odvajanja betona na krajevima FRP-a. Sidrenjem FRP-a iza točke na kojoj teoretski više nije potrebno i smanjivanjem uzdužnog posmičnog naprezanja trebalo bi se spriječiti ovaj problem.

# 3. USPOREDdba MOMENTA SAVIJANJA I NOSIVOSTI



Modeli otkazivanja grede ojačane FRP lamelom

# 4. POVRŠINA CFRP-A, $A_f$

## a) Moment tromosti postojećeg presjeka

Prvenstveno se određuje odnos:

$$\alpha_e = \frac{E_s}{0.5E_c} = \frac{200 \cdot 10^3}{0.5 \cdot 31 \cdot 10^3} = 12.9$$

Iz uvjeta ravnoteže (vidi sliku 7.2):

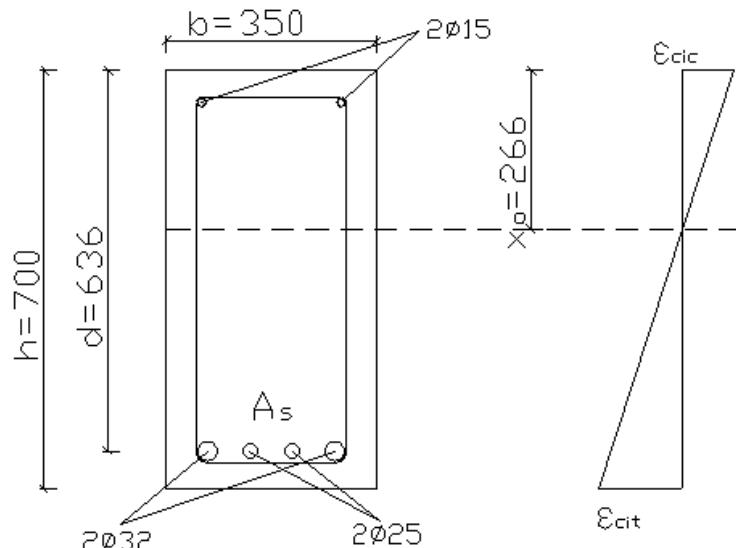
$$\sum Ax_0 = 0$$

$$bx_o^2 = \alpha_e A_s (d - x_o)$$

$$\frac{350x_o^2}{2} = 12.9 \cdot 2592(636 - x_o)$$

Dobija se visina.

$$x_o = 266 \text{ mm}$$



Slika 7.2. Početna deformacija u betonu

Te je moment tromosti raspucalog presjeka na temelju elastičnog proračuna:

$$I_{ce} = \frac{bx_o^3}{3} + \alpha_e A_s (d - x_o)^2 = \frac{350 \cdot 266^3}{3} + 12.9 \cdot 2592(636 - 266)^2 = 6.77 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

## 4. POVRŠINA CFRP-A, $A_f$

### b) Početna deformacija u betonu

Uz pretpostavljeno opterećenje u vrijeme ojačavanja

$$g_{izvorno} + 25\%q_{izvorno} = 20.3 \text{ kN/m}.$$

moment uporabljivosti iznosi  $M_s$ :

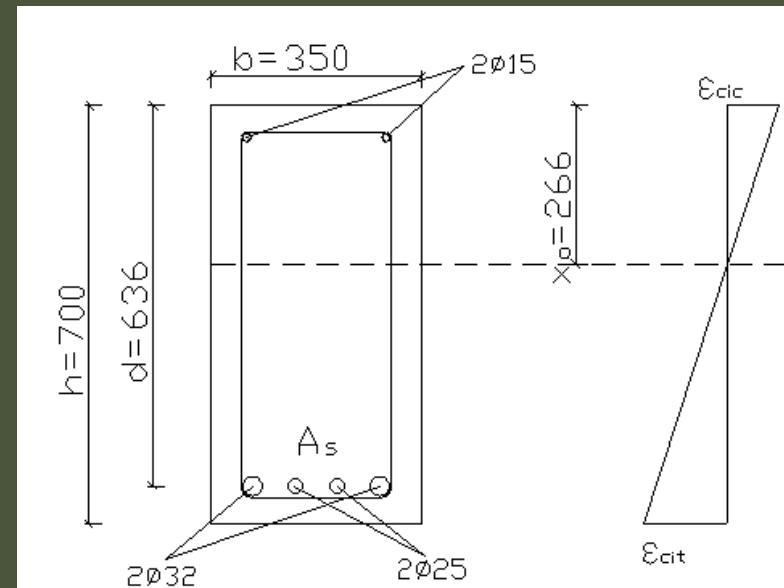
$$M_s = \frac{20.3 \cdot 9^2}{8} = 206 \text{ kNm}.$$

Pa je početna tlačna deformacija betona:

$$\varepsilon_{cic} = \frac{M_s x_o}{E_c I_{ce}} = \frac{206 \cdot 10^6 \cdot 266}{(0.5 \cdot 31 \cdot 10^3) 6.77 \cdot 10^9} = 5.22 \cdot 10^{-4}$$

odnosno početna vlačna deformacija betona

$$\varepsilon_{cit} = \varepsilon_{cic} \frac{(h - x_o)}{x_o} = 5.22 \cdot 10^{-4} \frac{(700 - 266)}{266} = 8.52 \cdot 10^{-4}$$



Slika 7.2. Početna deformacija u betonu

# 4. POVRŠINA CFRP-A, $A_f$

## c) Granična deformacija betona

Krak unutrašnjih sila je:

$$z = d - 0.9x / 2$$

otpornost na savijanje je: (ojačanog presjeka)

$$M_{rd} = 0.85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b(d - z)(z + (h - d)) - \frac{f_y}{\gamma_{ms}} A_s (h - d).$$

Uz izjednačavanje momenta savijanja  $M_{sd}$  i momenta nosivosti  $M_{rd}$ :

$$698.7 \cdot 10^6 = 0.85 \cdot \frac{40}{1.5} \cdot 350(636 - z)(z + (700 - 636)) - \frac{400}{1.15} \cdot 2592(700 - 636)$$

dobije se krak unutarnjih sila:

$$z = d - \frac{0.9x}{2}$$

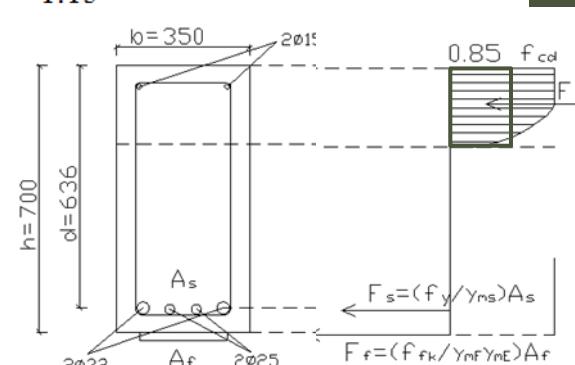
$$z = 531,69 \text{ mm}$$

a kako vrijedi:  $z = d - k_a \cdot x$

$$531,69 = 636 - \frac{0.9x}{2}$$

duljina neutralne osi je manja od  $0,45 d$ .

$$\Rightarrow x = 208,62 \text{ mm} \leq 0,45d = 286 \text{ mm}$$



Pa će čelična armatura popustiti prije betona i FRP ojačanja.

Konačna vlačna deformacija u betonu iznosi: (manja je od proračunske deformacije CFRP)

$$\varepsilon_{eft} = \varepsilon_{cu} \frac{(h - x)}{x} = 0.0035 \frac{(700 - 208,62)}{208,6} = 8.2 \cdot 10^{-3} \leq 0.0084$$

ZADOVOLJAVA!

# 4. POVRŠINA CFRP-A, $A_f$

d) Naprezanje u FRP lameli e) Sila u FRP-u f) Površina FRP-a

dobije se kao umnožak elastičnog modula FRP-a i razlike konačne i početne deformacije betona na spoju s FRP-om.

$$f_f = E_{fd}(\varepsilon_{cft} - \varepsilon_{cit}) = \frac{200 \cdot 10^3}{1.1} (8.2 \cdot 10^{-3} - 8.52 \cdot 10^{-4}) = 1336 N/mm^2$$

Gdje je  $E_{fd} = E_{fk} / \gamma_{mE}$ .

Moment otpora je:

$$M_r = F_f(z + (h - d)) + F_s z$$

Pošto je:

$$M_{sd} = M_{rd}$$

te izjednačavanjem

$$M_{sd} = M_{rd} \Rightarrow 698.7 \cdot 10^6 = F_f(531.7 + (700 - 636)) + \frac{460}{1.15} 2592 \cdot 531.7$$

dobijamo silu u FRP-u:

$$F_f = 247.496 kN$$

Dobije se djeljenjem sile s proračunskom vlačnom čvrstoćom.

$$A_f = \frac{F_f}{f_f} = \frac{247496}{1336} = 185 mm^2$$

Koristimo 3 trake FRP-a 0.6 mm debljine i 110 mm širine. Što daje ukupno površinu:

$$Af, prov = 198 mm^2$$

veću od potrebne.

# 5. DULJINA SIDRENJA

## a) Moment tromosti ojačanog presjeka

Prvenstveno se određuje odnos

$$\alpha_f = \frac{E_{fd}}{E_c} = \frac{(200 \cdot 10^3 / 1.1)}{0.5 \cdot 31 \cdot 10^3} = 11.73$$

Iz uvjeta ravnoteže:

$$\sum A_x = 0$$

$$\frac{bx^2}{2} = \alpha_e A_s (d - x) + \alpha_f A_f (h - x)$$

$$\frac{350x^2}{2} = 12.9 \cdot 2592(636 - x) + 11.73 \cdot 192(700 - x)$$

dobija se visina:

$$x = 273 \text{ mm}$$

te je moment tromosti ojačanog presjeka na temelju elastičnog proračuna:

$$\begin{aligned} I_{ce} &= \frac{bx^3}{3} + \alpha_e A_s (d - x)^2 + \alpha_f A_f (d - x)^2 = \\ &= \frac{350 \cdot 273^3}{3} + 12.9 \cdot 2592(636 - 273)^2 + 11.73 \cdot 192(700 - 273)^2 = 7.29 \cdot 10^9 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

# 5. DULJINA SIDRENJA

## b) Maksimalna vlačna sila u FRP-u

Određujemo koeficijent pokrivanja  $k_b$  koji ne bi trebao prekoračiti vrijednost 1.

$$k_b = 1.06 \sqrt{\frac{2 - \frac{b_f}{b_w}}{1 + \frac{b_f}{400}}} \geq 1$$

$$k_b = 1.06 \sqrt{\frac{2 - \frac{330}{350}}{1 + \frac{330}{400}}} = 0.76$$

Pa je srednja vlačna čvrstoća betona:

$$f_{ctm} = 3.2 N / mm^2$$

Maksimalna vlačna sila koja se razvije u FRP-u:

$$T_{k,\max} = 0.5 k_b b_f \sqrt{E_{fd} t_f f_{ctm}} = 0.5 \cdot 1 \cdot 240 \cdot \sqrt{(200 \cdot 10^3 / 1.1) \cdot 1.4 \cdot 3.2} = 108.3 N$$

# 5. DULJINA SIDRENJA

## c) Teoretska točka odvajanja trake

Određuje se uz poznavanje vlačne sile u FRP-u.

To je mjesto uzduž grede na kojem se maksimalna vrijednost sile javlja uslijed odgovarajućeg momenta savijanja u tom presjeku.

Vlačna sila u FRP-u,  $T$ , uslijed djelujućeg proračunskog momenta savijanja  $M_{sd}$  iznosi:

$$T = \frac{M\alpha_f A_f(h-x)}{I_{cs}}$$

$$108.3 = \frac{M \cdot 11.73 \cdot 192 \cdot (700 - 273)}{7.29 \cdot 10^9}$$

Taj moment iznosi:

$$M = 820 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

Reakcija

$$R_A = (1.35g_k + 1.5q_k) \frac{l}{2} = (1.35 \cdot 20 + 1.5 \cdot 28) \frac{9}{2} = 323.1 \text{ kN}$$

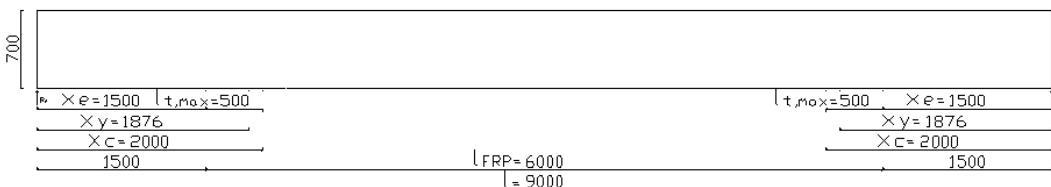
Proračunski moment savijanja u presjeku na udaljenosti  $x_c$  iznosi:

$$M_x = R_A x_c - (1.35g_{novo} + 1.5q_{novo}) \frac{x_c^2}{2} = 323.1x_c - (1.35 \cdot 20 + 1.5 \cdot 28) \frac{x_c^2}{2} = 323.1x_c - 34.5x_c^2$$

$$820 = 323.1x_c - 34.5x_c^2$$

pa je ta udaljenost dobivena sa:

$$x_c = 2.0 \text{ m}$$



**Slika 7.3.** Raspon grede:  $x_e$  - udaljenost od koje počinje FRP traka;  $x_y$  - mjesto gdje armaturni čelik popušta;  $x_c$  - teoretska točka odvajanja FRP trake;  $l_{t,max}$  - duljina sidrenja preko točke odvajanja;  $l_{FRP}$  - duljina FRP trake

# 5. DULJINA SIDRENJA

## d) Duljina sidrenja

FRP traku valja vući preko teoretske točke odlamanja za duljinu sidrenja:

$$l_{t,\max} = 0.7 \sqrt{E_{fd} t_f / f_{ctm}} \geq 500 \text{ mm}$$

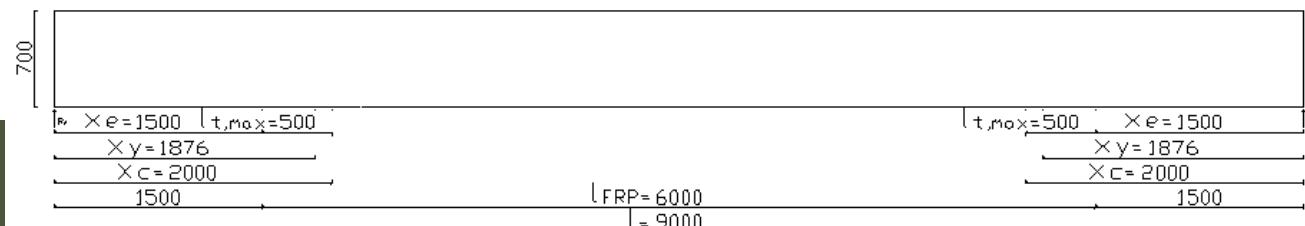
$$l_{t,\max} = 0.7 \sqrt{(200 \cdot 10^3 / 1.1) 1.4 / 3.2} = 197 \text{ mm} \leq 500 \text{ mm}$$

Pa uzimamo minimalnu potrebnu duljinu sidrenja od 500 mm.

Potrebna duljina trake:

$$l_{FRP} = L - 2 \cdot x_c + 2 \cdot l_{t,\max}$$

$$l_{FRP} = 9 - (2 \cdot 2) + 2 \cdot 0.5 = 6.0 \text{ m}$$



**Slika 7.3.** Raspon grede:  $x_e$  - udaljenost od koje počinje FRP traka;  $x_y$  - mjesto gdje armaturni čelik popušta;  $x_c$  - teoretska točka odvajanja FRP trake;  $l_{t,\max}$  - duljina sidrenja preko točke odvajanja;  $l_{FRP}$  - duljina FRP trake

# 6. POSMIČNO NAPREZANJE

## a) Na kraju trake FRP

Iz točke 4.a. visina tlačnog područja  $x_o = 266 \text{ mm}$ , a moment tromosti presjeka FRP-a je

$$I_{ce} = 6.77 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

Na kraju trake

$$x_e = (L - 2 \cdot l_{FRP}) / 2 = (9 - 6.0) / 2 = 1.5 \text{ m}$$

Proračunski moment savijanja će iznositi:

$$M_{xe=1.5} = 323.1 \cdot 1.6x_e - 34.5x_e^2 = 323.1 \cdot 1.5 - 34.5 \cdot 1.5^2 = 407.0 \text{ kNm}$$

Pa je vlačno naprezanje u armaturi:

$$f_s = \frac{M\alpha_e(d-x)}{I_{ce}} = \frac{407.0 \cdot 10^6 \cdot 12.9(636-266)}{6.77 \cdot 10^9} = 286.7 \text{ N/mm}^2 \leq f_{yd} = 400 \text{ N/mm}^2$$

Pošto čelična armatura nije popustila, dopušta se njeni sudjelovanje u određivanju  $I_{cs}$  i x. Iz točke 7.5.a. visina tlačne zone ojačanog presjeka i moment tromosti ojačanog presjeka:

$$x = 273 \text{ mm} \text{ i } I_{cs} = 7.29 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

te je uzdužno posmično naprezanje na kraju ploče uz ukupnu širinu 3 FRP trake = 330 mm i poprečnu silu

$$V = R_A - 72.8x_e = 323.1 - 72.8 \cdot 1.5 = 213.9 \text{ kN}$$

$$\tau = \frac{V\alpha_f A_f(h-x)}{I_{cs} b_a} = \frac{213.9 \cdot 10^3 \cdot 11.73 \cdot 198(700-273)}{7.29 \cdot 10^9 \cdot 330} = 0.087 \text{ N/mm}^2 \leq 0.37 \text{ N/mm}^2$$

ZADOVOLJAVA!

# 6. POSMIČNO NAPREZANJE

## b) Na mjestu maks. posmične sile gdje armat. čelik popušta

Konzervativna pretpostavka je da je to presjek u kojem je moment otpornosti dobiven samo na temelju armature.

Ovo mjesto se procjenjuje momentom otpornosti neojačane grede,  $M_{rd,o}$ .

Poznata nam je površina armature

$$A_s = 2592 \text{ mm}^2$$

koeficijent kraka unutarnjih sila računamo preko formule

$$\zeta = (1 - k_a \xi)$$

gdje je:

$k_a$  koeficijent položaja rezultante tlačnih naprezanja (tlačne sile)

$$k_a = \frac{1000 \cdot (\varepsilon_{cu}) \cdot (3000 \cdot (\varepsilon_{cu}) - 4) + 2}{2000 \cdot (\varepsilon_{cu}) \cdot (3000 \cdot (\varepsilon_{cu}) - 2)} = \frac{1000 \cdot (0.0035) \cdot (3000 \cdot (0.0035) - 4) + 2}{2000 \cdot (0.0035) \cdot (3000 \cdot (0.0035) - 2)} = 0.4159$$

a  $\xi$  koeficijent visine tlačnog područja

$$\xi = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_y + \varepsilon_{cu}} = \frac{0.0035}{0.002 + 0.0035} = 0.636$$

tako da je koeficijent kraka unutarnjih sila

$$\zeta = (1 - k_a \xi) = (1 - 0.4159 \cdot 0.636) = 0.735$$

te proračunska (statička) visina

$$d = 636 \text{ cm}$$

# 6. POSMIČNO NAPREZANJE

b) Na mjestu maks. posmične sile gdje armat. čelik popušta

Preko formule potrebne armature možemo dobiti moment otpornosti neojačane grede,  $M_{rd,o}$ .

$$A_s = \frac{M_{sd}}{\zeta \cdot d \cdot f_{yd}}$$

izjednačavajući moment savijanja sa momentom otpornosti neojačane grede dobivamo:

$$M_{sd} = M_{rd,o} = \zeta \cdot d \cdot f_{yd} \cdot A_s$$

$$M_{rd,o} = 484.7 \text{ kNm}$$

Iz točke 5.a. proizlazi da je

$$M_o = 323.1x_y - 34.5x_y^2 = 484.7 \text{ kNm}$$

te da je  $x_y = 1.876 \text{ m}$  od ležaja.

Posmična sila koja se javlja u gredi nastaje zbog razlike u krajnjem opterećenju i opterećenju u vrijeme ojačanja, koje se prepostavlja da je  $g_{izvorno} + 25\%q_{izvorno}$ .

Konačno proračunsko opterećenje je

$$a_2 = 1.35 \cdot 20 + 1.5 \cdot 28 = 68 \text{ kN/m}$$

te je proračunsko opterećenje u vrijeme ojačanja

$$a_1 = 1.35 \cdot 15 + 1.5 \cdot 0.25 \cdot 21 = 28.125 \text{ kN/m}$$

a proračunsko dodatno opterećenje poslije ojačanja je

$$a = a_2 - a_1 = 39.875 \text{ kN/m}$$

Stoga, poprečna sila na mjestu popuštanja je:

$$V_y = R_{A,y} - 39.875x_y = 179.4 - 39.875 \cdot 1.876 = 104.6 \text{ kN}$$

# 6. POSMIČNO NAPREZANJE

b) Na mjestu maks. posmične sile gdje armat. čelik popušta

Iz uvjeta ravnoteže

$$\sum Ax = 0$$

$$\frac{bx^2}{2} = \alpha_f A_{f,prov} (h - x) \quad \frac{350x^2}{2} = 11.73 \cdot 198(700 - x)$$

dobija se visina

$$x = 88.7 \text{ mm}$$

gdje je:

$$\alpha_f = 11.73 \text{ omjer iz točke 5.a.}$$

$$A_{f,prov} = 198 \text{ površina FRP trake iz točke 4.f.}$$

Moment tromosti ojačanog presjeka uz zanemarenje čelične armature:

$$I_{ce} = \frac{bx^3}{3} + \alpha_f A_{f,prov} (h - x)^2 = \\ = \frac{350 \cdot 88.7^3}{3} + 11.73 \cdot 198(700 - 88.7)^2 = 0.92 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

Posmično naprezanje koje nastaje na mjestu gdje dolazi do popuštanja čelične armature:

$$|\tau_y| = \frac{V_y \alpha_f A_f (h - x)}{I_{cs} b_a} = \frac{104.63 \cdot 10^3 \cdot 11.73 \cdot 198(700 - 88.7)}{0.92 \cdot 10^9 \cdot 330} = 0.138 N/mm^2 \leq 0.37 N/mm^2$$

ZADOVOLJAVA!

# 7. NAPREZANJA MATERIJALA PRI UPORABNIM OPTEREĆENJIMA

## a) Prije ojačanja

Iz točke 4.a. koja se odnosi na postojeći presjek bez ojačanja gdje je visina tlačnog područja  $x_o = 266\text{mm}$  te moment tromosti postojećeg presjeka

$$I_{ce} = 6.77 \cdot 10^9 \text{ i } M_{s,bs} = \frac{(15 + 0.25 \cdot 21)9^2}{8} = 205 \text{ kNm}$$

pa naprezanje u betonu iznosi:

$$f_{c,bs} = \frac{M_{s,bs}x_o}{I_{ce}} = \frac{205 \cdot 10^6 \cdot 266}{6.77 \cdot 10^9} = 8.1 \text{ N/mm}^2$$

a naprezanje u čeliku:

$$f_{s,bs} = \frac{M_{s,bs}\alpha_e(d - x_o)}{I_{ce}} = \frac{205 \cdot 10^6 \cdot 12.9 \cdot (636 - 266)}{6.77 \cdot 10^9} = 144.5 \text{ N/mm}^2$$

## b) Poslije ojačanja

Iz točke 5.a. koja se odnosi na ojačani presjek gdje je visina tlačnog područja  $x = 273\text{mm}$  a moment tromosti ojačanog presjeka  $I_{ce} = 7.29 \cdot 10^9 \text{ i } M_{s,as} = \frac{(5 + 0.75 \cdot 21 + 7)9^2}{8} = 281 \text{ kNm}$

pa naprezanja u betonu iznosi:

$$f_{c,as} = \frac{281 \cdot 10^6 \cdot 273}{7.29 \cdot 10^9} = 10.5 \text{ N/mm}^2$$

a naprezanje u čeliku:

$$f_{s,as} = \frac{281 \cdot 10^6 \cdot 12.9(636 - 273)}{7.29 \cdot 10^9} = 180.5 \text{ N/mm}^2$$

## c) Ukupno naprezanje u materijalima

Naprezanje u betonu iznosi:

$$f_{c,uk} = 8.1 + 10.5 = 18.6 \text{ N/mm}^2 \leq \text{dozvoljeno} = 0.6 \cdot f_{cd} = 24 \text{ N/mm}^2$$

ZADOVOLJAVA!

a naprezanje u čeliku:

$$f_{s,uk} = 144.5 + 180.5 = 325.0 \text{ N/mm}^2 \leq \text{dozvoljeno} = 0.8 \cdot f_{yd} = 368 \text{ N/mm}^2 \text{ ZADOVOLJAVA!}$$

# TRAJNOST KONSTRUKCIJA II

- kraj -