

MATEMATIKA III 15.12.2008. A

1. Homogena žica duljine $l = 4$ na rubovima je pričvršćena i to tako da je $u(0, t) = 1$ i $u(4, t) = 9$. Napeta je s napetosti $p = 72$, ima linijsku gustoću $\rho = 2$, početna brzina je nula i početni položaj je $u(x, 0) = \cos \pi x + 2x + 1$. Pronađite zakon titranja ako nema vanjske sile.
2. a) Izračunajte temperaturu izoliranog štapa duljine $l = 10$, toplinskog kapaciteta $\gamma = 128$ i koeficijenta provođenja $\delta = 512$ ako je inicijalna distribucija topline dana s $g(x) = \cos \frac{\pi x}{5}$. Krajevi štapa su izolirani.
b) Odredite ravnotežni oblik homogene kružne membrane radijusa $R = 3$ napete s napetošću $p = 20$ i površinske gustoće $\rho = 10$ ako na membranu djeluje vanjska sila gustoće $f(r) = r^2$ uz rubni uvjet $u|_{r=3} = 0$.

MATEMATIKA III 15.12.2008. B

1. Izračunajte temperaturu izoliranog štapa duljine $l = 7$, toplinskog kapaciteta $\gamma = 8$ i koeficijenta provođenja $\delta = 128$ ako je inicijalna distribucija topline dana s $g(x) = \sin \pi x + x + 3$. Rubni uvjeti su: $u(0, t) = 3$ i $u(7, t) = 10$.
2. a) Teška žica duljine $l = 5$ napeta je horizontalno utegom mase $M = 10$ na lijevom kraju i ima linijsku gustoću $\rho = 1000$. Drugi kraj je slobodan. Pronađite ravnotežni položaj žice ako je koeficijent elastičnosti sredstva je $q = 0$.
b) Odredite ravnotežni oblik homogene pravokutne membrane $[0, 1] \times [0, 4]$ napete s napetošću $p = 144$ i površinske gustoće $\rho = 1$ ako je $u(x, 0) = \sin \pi x$ i $u(0, y) = u(2, y) = u(x, 3) = 0$.