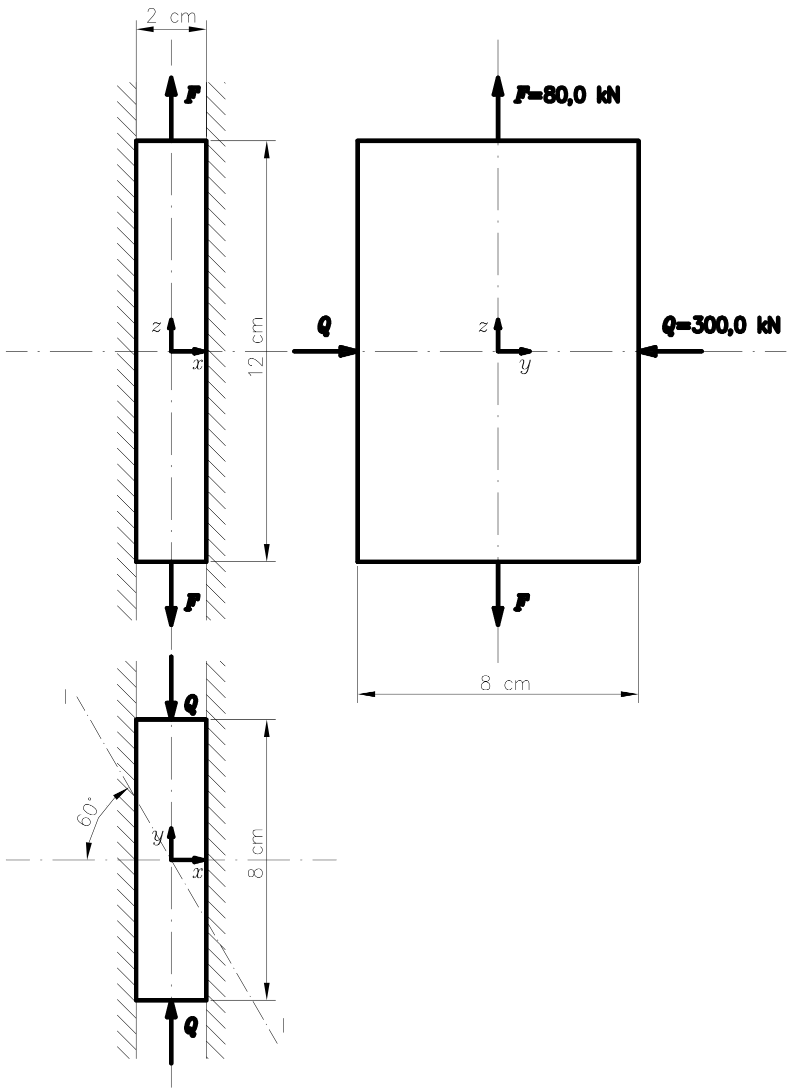
ZADATAK:

Pravokutna ploča leži između dvije paralelne krute stijenke. Ploča je na svojim stranama opterećena s dvije vertikalne sile F i dvije horizontalne sile Q prema slici. Poissonov koeficijent za materijal ploče iznosi $\nu = 0,30$, a modul elastičnosti $E = 2 \cdot 10^5$ MPa. Trenje između krute stijenke i ploče je zanemarivo. Treba odrediti normalna i posmična naprezanja u naznačenom presjeku I-I te promjenu volumena ploče.



RJEŠENJE:

Analiza naprezanja:
S obzirom na djelovanje sila F i Q moguće je odrediti naprezanja u smjeru osi z i y. Posmična naprezanja jednaka su nuli (zanemaruje se trenje između ploče i krute stijenke).

$$\sigma_z = \frac{F}{A_z} = \frac{80 \cdot 10^3}{20 \cdot 80} = 50,0 \text{ MPa (vlak)}$$

$$\sigma_y = -\frac{Q}{A_y} = -\frac{300 \cdot 10^3}{20 \cdot 120} = -125,0 \text{ MPa (tlak)}$$

$$\sigma_x \neq 0$$

Analiza deformacija:
Ploča se može deformirati u y i z smjeru, dok u x smjeru deformiranje sprečavaju krute stijenke. Posmične deformacije jednake su nuli.

(1) $\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right] = 0$ - u x smjeru spriječene su deformacije

(2) $\varepsilon_{yy} = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu\left(\sigma_z + \sigma_x\right)\right] \neq 0$

(3) $\varepsilon_{zz} = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu\left(\sigma_x + \sigma_y\right)\right] \neq 0$

Pomoću izraza (1), (2) i (3) dobiju se nepoznato naprezanje σ_x i preostale vrijednosti deformacija:

$$\sigma_x = \nu\left(\sigma_y + \sigma_z\right) = 0,3\left(-125,0 + 50,0\right) = -22,5 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{2\cdot 10^5}\left[-125,0 - 0,3\left(50,0 - 22,5\right)\right] = -6,663\cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{2\cdot 10^5}\left[50,0 - 0,3\left(-22,5 - 125,0\right)\right] = 4,713\cdot 10^{-4}$$

Normalna i posmična naprezanja u naznačenom presjeku I-I određuju se pomoću jednadžbi transformacija. Normala $\vec{n}$ presjeka I-I zatvara s osi x kut φ.

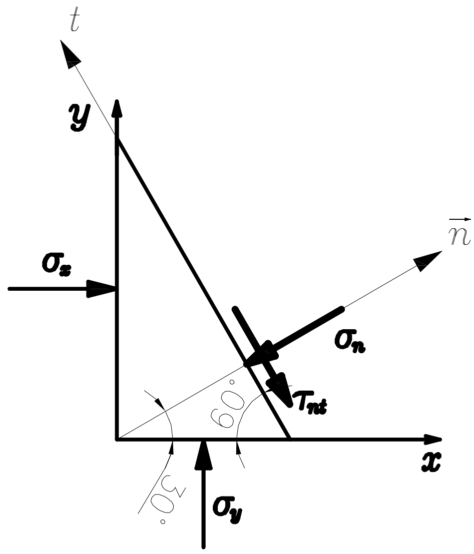
$$\varphi = 30\,^\circ$$

$$\sigma_n = \sigma_x \cos^2\varphi + \sigma_y \sin^2\varphi + \tau_{xy}\sin 2\varphi$$

$$\tau_{nt} = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2}\sin 2\varphi + \tau_{xy}\cos 2\varphi$$

$$\sigma_n = -22,5\cdot\cos^2 30^\circ - 125,0\cdot\sin^2 30^\circ = -48,125 \text{ MPa}$$

$$\tau_{nt} = \frac{-125,0 + 22,5}{2}\sin\left(2\cdot 30^\circ\right) = -44,38 \text{ MPa}$$



Relativna promjena volumena može se odrediti pomoću sljedećeg izraza:

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta V}{V} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{1-2\nu}{E}\left(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z\right)$$

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta V}{V} = 0 - 6,663\cdot 10^{-4} + 4,713\cdot 10^{-4} = -1,95\cdot 10^{-4}$$

$$= \frac{1 - 2\cdot 0,3}{2\cdot 10^5}\left(-22,5 - 125,0 + 50,0\right) = -1,95\cdot 10^{-4}$$

Apsolutna promjena volumena, odnosno u ovom slučaju smanjenje volumena može se odrediti pomoću sljedećeg izraza:

$$\Delta V = \varepsilon_v \cdot V = -1,95\cdot 10^{-4}\cdot 20\cdot 80\cdot 120 = -37,44 \text{ mm}^3 = -0,03744 \text{ cm}^3$$