

## MATEMATIKA III

20.6.2012.

1. Homogena žica duljine  $l = 10$  na rubovima je pričvršćena i to tako da je  $u(0, t) = 2\pi$  i  $u(10, t) = \pi$ . Napeta je s napetosti  $p = 16$ , ima linijsku gustoću  $\rho = 1$ , početna brzina je  $\frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = \cos \pi x - 1$  i početni položaj je  $u(x, 0) = -\frac{\pi}{10}x + 2\pi$ . Pronađite zakon titranja ako nema vanjske sile.
2. a) Rješite problem stacionarnog provođenja topline kroz štap duljine  $l = 5$  s koeficijentom provođenja  $x + 1$ . Temperatura lijevog kraja štapa je 1, a desnog -1. Vanjski prijenos topline je 10.  
b) Odredite ravnotežni oblik homogene pravokutne membrane  $[0, 2] \times [0, 5]$  napete s napetošću  $p = 10$  i površinske gustoće  $\rho = 2.5$  ako je  $u(x, 5) = \cos \pi x - 1$  i  $u(0, y) = u(2, y) = u(x, 0) = 0$ .
3. Metodom konačnih elemenata odredite numeričke vrijednosti ravnotežnog stanja žice:  
$$(e^x u'(x))' - x^2 = 0 \text{ na } [0, 6], h = 1.5 \text{ uz rubne uvjete } u(0) = u(6) = 0.$$
4. Metodom konačnih diferencija odredite numeričke vrijednosti oscilacija žice za prva četiri vremenska koraka:  
$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \text{ na } [0, 6] \text{ ako je } h = \tau = 1.5 \text{ uz rubne uvjete } u(0, t) = u(6, t) = 0, \frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = x^2 - 6x \text{ i } u(x, 0) = \sin \frac{\pi}{2}x.$$