

**PREZIME I IME:**

**GRUPA:**

**VJEROJATNOST I STATISTIKA**

**13. lipnja 2016.**

1. a) (8 bodova) Ekipa graničara ima 5 članova, a sastavljena je od 4 sedmaša i 4 osmaša neke osnovne škole. Kolika je vjerojatnost da su u ekipi točno 2 sedmaša? A vjerojatnost da je cijela ekipa sastavljena od osmaša?
- b) (12 bodova) Studenti su podijeljeni u dvije grupe, kod profesora Dobrića ih je 60%, a kod profesora Zloića 40%. Znamo da kod profesora Dobrića 70% studenata prođe ispit, a kod profesora Zloića samo 30%. Kolika je vjerojatnost da student prođe ispit? A ako znamo da je neki student pao, kolika je vjerojatnost da je bio kod profesora Dobrića?

2. a) (6 bodova) Broj prometnih nesreća na nekom raskršću u toku jednog mjeseca je slučajna varijabla  $X$  distribuirana po Poissonovoj distribuciji s parametrom  $\lambda = 2$ . Kolika je vjerojatnost da se u toku jednog mjeseca dogode više od 2 nesreće?

b) (14 bodova) Dana je funkcija gustoće slučajne varijable  $X$ :

$$f(x) = \begin{cases} Ce^{-3x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Izračunajte konstantu  $C$  i  $\mathbb{P}(X > \frac{1}{3})$ . Odredite očekivanu vrijednost od  $X$ . Skicirajte funkciju gustoće vjerojatnosti zadane varijable.

3. a) (6 bodova) Količina padalina u mjesecu listopadu na određenom području je normalno distribuirana slučajna varijabla  $X$  s očekivanjem  $\mu = 250$  mm i varijancom  $49$  mm $^2$ . Kolika je vjerojatnost da količina padalina bude između  $243$  mm i  $257$  mm?

b) (14 bodova) Promatramo slučajan pokus bacanja 2 igraće kocke i slučajnu varijablu  $X$ , koja je jednaka zbroju brojeva koji su pali, te varijablu

$$Y = \begin{cases} 0, & \text{ako su pali jednaki brojevi} \\ 1, & \text{inače.} \end{cases}$$

Nađite funkciju vjerojatnosti slučajnog vektora  $(X, Y)$ . Odredite kovarijancu slučajnog vektora  $(X, Y)$ . Koliko je očekivanje od  $X$ ? A od  $Z = 2X$ ?

4. a) (9 bodova) Mjerenjem neprekidne slučajne varijable  $X$  dobiveni su podaci koji su grupirani u razrede na sljedeći način:

$x_k$	0-10	10-20	20-30	30-40
$f_k$	20	24	10	16

Izračunajte aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju danog uzorka.

- b) (6 bodova) Odredite medijan i treći kvartil za sljedeći niz statističkih podataka:  
2, 5, 3, 2, 4, 5, 6, 7, 3, 2, 1, 1, 6, 4.

5. a) (10 bodova) Ispitivanjem tlačne čvrstoće 50 betonskih kocki dobivena je aritmetička sredina od  $65 \text{ N/mm}^2$  i standardna devijacija od  $5 \text{ N/mm}^2$ . Uz pretpostavku da je tlačna čvrstoća betona normalno distribuirana, odredite interval povjerenja za očekivanje uz pouzdanost od 99%.
- b) (15 bodova) Na uzorku 50 betonskih kocki mjerena je gustoća kocki ( $x$ ) uz tlačnu čvrstoću ( $y$ ). Dobiveni su sljedeći sumarni podaci:  $\bar{x} = 2445 \text{ kg/m}^3$ ,  $\bar{y} = 65 \text{ N/mm}^2$ ,  $S_{xx} = 10977$ ,  $S_{yy} = 1081$ ,  $S_{xy} = 1395$ .
- Odredite pravac najboljeg pristajanja. Interpretirajte dobiveni model.  
Procijenite kolika bi bila tlačna čvrstoća betona gustoće  $x = 2400 \text{ kg/m}^3$ .